

Sous le Haut Patronage de Sa Majesté le Roi Mohammed VI



# 11<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique

du 23 au 26 Avril 2013 à Agadir

## Volume II : Mécanique des Fluides

Manifestation réalisée avec le concours du Ministère de l'Enseignement Supérieur,  
de la Recherche Scientifique et de la Formation des Cadres et du CNRST





Sous le Haut Patronage de Sa Majesté le Roi Mohammed VI



Volume II: **Mécanique des Fluides**

**11**<sup>ème</sup> **C**ongrès de **M**écanique  
**A**gadir 23-26 avril 2013



## Comité d'Honneur

---

<b>Lahcen DAOUDI</b>	Ministre de l'Enseignement Supérieur de la Recherche Scientifique et de la Formation des Cadres
<b>Omar FASSI-FEHRI</b>	Secrétaire Perpétuel, Académie Hassan II des Sciences et Techniques
<b>Mohamed EL YAZID ZELLOU</b>	Wali de la Région Souss Massa Draâ et Gouverneur de la Préfecture Agadir Ida Outanane
<b>Omar HALLI</b>	Président, Université Ibn Zohr Agadir
<b>M'hamed EL OUALTITI</b>	Président de l'Agrotech Souss Massa Draâ
<b>Driss ABOUTAJEDDINE</b>	Directeur, Centre National pour la Recherche Scientifique et Technique
<b>Jaafar KHALID NACIRI</b>	Ex-Président SMSM, Président, Université Hassan II Ain Chock Casablanca
<b>Noureddine DAMIL</b>	Ex-Président SMSM, Vice-président, Université Hassan II Mohammadia



## Comité d'Organisation

---

<b>Présidents: ANISS Saïd, UH2C - Casablanca</b>	
<b>BENDOU Abdelaziz, UIZ - Agadir</b>	
<b>AZIM A.</b>	FS - EL JADIDA
<b>AZRAR L.</b>	FST TANGER
<b>BARBACHI M.</b>	ENSA AGADIR
<b>CHAOUFI J.</b>	FS - AGADIR
<b>ELHAD K.</b>	ISEM, CASABLANCA
<b>FATMAOUI H.</b>	FS AGADIR
<b>ELHAMDANI S.</b>	ENSA AGADIR
<b>ELMINOR H.</b>	ENSA AGADIR
<b>HILALI E.</b>	ENSA AGADIR
<b>LEKHDR A.</b>	ERN CASABLANCA
<b>MASLOUHI A.</b>	FS KENITRA
<b>MORDANE S.</b>	FS BEN M'SIK CASABLANCA
<b>OUSSOUADDI O</b>	EST MEKNES
<b>RAHMOUNE M.</b>	EST MEKNES
<b>ZENASNI M.</b>	ENSA OUJDA
<b>ZRIKEM Z.</b>	FS SEMLALIA- MARRAKECH



## Comité Scientifique

---

**PRÉSIDENTS : HILALI El Moukhtar, ENSA – AGADIR**

**AGOUZOUL Mohamed, EMI – RABAT**

<b>ABBADI M.</b>	ENSA Oujda, Maroc
<b>ABDELBAKI A.</b>	FS Marrakech, Maroc
<b>AGOUZOUL M.</b>	EMI Rabat, Maroc
<b>ANISS S.</b>	FS Ain Chok Casablanca, Maroc
<b>ASBIK M.</b>	FS Meknès, Maroc
<b>ATTALA N.</b>	Univ. Sherbrooke, Québec, Canada
<b>AZARI Z.</b>	Université de Metz, France
<b>AZIM A.</b>	FS El Jadida, Maroc
<b>AZRAR L.</b>	FST Tanger, Maroc
<b>BARBACHI M.</b>	ENSA, Agadir, Maroc
<b>BEJI H.</b>	Univ. Picardie Amiens, France
<b>BELHAQ M.</b>	FS Ain Chok Casablanca, Maroc
<b>BENDOU A.</b>	UIZ Agadir
<b>BENSALAH M.</b>	FS Rabat, Maroc
<b>BOU-ALI M.</b>	Univ. de Mondragon, Espagne
<b>BOUIRDEN L.</b>	FS Agadir, Maroc
<b>BOUKHAROUBA T.</b>	Fac. GMGP Alger, Algérie
<b>CHAGDALI M.</b>	FS Ben M'Sik Casablanca, Maroc
<b>CHEDDADI A.</b>	EMI Rabat, Maroc
<b>CHAOUFI J.</b>	FS Agadir, Maroc
<b>DAMIL N.</b>	FS Ben M'Sik Casablanca, Maroc
<b>DAYA E.</b>	LEM3, Université de Lorraine, Metz, France
<b>DEBONGNIE J.F</b>	Univ. liège, ASMA, Liège, Belgique
<b>DRAOUI A.</b>	FST Tanger, Marco
<b>ECHAABI J.</b>	ENSEM Casablanca, Maroc



<b>ELBAKKALI L.</b>	FS Tétouan, Maroc
<b>ELGANAOUI M.</b>	Université de Limoges
<b>ELGHARAD A.</b>	ENSET UM5S Rabat
<b>ELHAMDANI S.</b>	ENSA, Agadir, Maroc
<b>ELHAMI A.</b>	INSA Rouen, France
<b>ELHAMMOUTI M.</b>	FP Nador, Maroc
<b>ELMINOR H.</b>	ENSA, Agadir, Maroc
<b>ERCHIQUI F.</b>	UQAT, Québec, Canada
<b>FATMAOUI H.</b>	FS AGADIR
<b>HADDAR M.</b>	ENIS, Sfax, Tunisie
<b>HAMADICHE M.</b>	École Centrale de Lyon, France
<b>HAMDOUNI A.</b>	LEPTAB. Univ., la Rochelle, France
<b>HARIRI S.</b>	École des Mines, Douai, France
<b>HASNAOUI M.</b>	FS Semlalia Marrakech, Maroc
<b>HIHI A.</b>	FS Rabat, Maroc
<b>HILALI E.</b>	ENSA, Agadir, Maroc
<b>IMAD A.</b>	Polytech'Lille, France
<b>KARAMA M.</b>	ENI, Tarbes, France
<b>KOURTA A.</b>	Polytech'Orléans, France
<b>LAKSIMI A.</b>	UTC, Compiègne, France
<b>LEGER A.</b>	LMA, Marseille, France
<b>LIMAM A.</b>	INSA, Lyon, France
<b>MASLOUHI AB.</b>	FS Kénitra, Maroc
<b>MASLOUHI AH.</b>	Univ Sherbrooke, Canada
<b>MIR A.</b>	ENSA, Agadir, Maroc
<b>MOJTABI K.</b>	IMF de Toulouse, France
<b>MORDANE S.</b>	FS Ben M'Sik Casablanca, Maroc
<b>NOUARI M.</b>	INSIC, St-Diès-des-Vosges, France
<b>OUAZZANI M. T.</b>	FS Ain Chok Casablanca, Maroc
<b>OUSSOUADDI O</b>	EST MEKNES

<b>POTIER-FERRY M.</b>	LEM3, Université de Lorraine, Metz, France
<b>RAHMOUNE M.</b>	EST Meknès, Maroc
<b>RHANIM H.</b>	FS El Jadida, Maroc
<b>SOUHAR M.</b>	LEMTA-ENSEM, Nancy, France
<b>TAHA-JANAN M.</b>	ENSET Rabat, Maroc
<b>ZAHROUNI H.</b>	LEM3, Université de Lorraine, Metz, France
<b>ZEGHLOUL A.</b>	UIR, Maroc
<b>ZENASNI M.</b>	ENSA Oujda, Maroc
<b>ZRIKEM Z.</b>	FS Semlalia Marrakech, Maroc

**SOMMAIRE****Thème 6: MILIEUX POREUX**

<b>0601</b>	<b>D. ACHEMLAL, M. SRITI, M. EL HAROUI AND M. GUEDDA:</b> Free convection over a vertical flat plate embedded in a saturated porous medium with variable heat source and radiation flux	<b>2</b>
<b>0602</b>	<b>F. MOUFEKKIR , M. A. MOUSSAOUI, A. MEZRHAB, H. NAJI, M. BOUZIDI:</b> Couplage convection de double diffusion-rayonnement dans une cavité inclinée remplie de l'air-CO2 ou l'air-H2O.	<b>5</b>
<b>0603</b>	<b>D. M. MEDJAHED, A. ARIS, A. GUESSAB, T. BAKI</b> Recherche de la géométrie optimale d'un dissipateur pour le refroidissement de microprocesseurs	<b>8</b>
<b>0604</b>	<b>A. SAAD, A. ECHCHELH, M. HATTABI, M. EL GANAOUI, F. LAHLOU:</b> Optimization of the cycle time in resin transfer molding process	<b>12</b>
<b>0605</b>	<b>A. RAHMOUNI, A. SAMAOUALI, A. BOULANOVAR, M. BOUKALOUCHE, Y. GÉRAUD, M. HARNAFI, M. J. SEBBANI:</b> Prédiction des propriétés élastiques et acoustiques effectives des milieux poreux	<b>15</b>
<b>0607</b>	<b>A. RAHMOUNI, A. SAMAOUALI, A. BOULANOVAR, M. BOUKALOUCHE, Y. GÉRAUD, M. HARNAFI, M. J. SEBBANI:</b> Relationship between porosity, thermal conductivity and water saturation of rocks calcarenites	<b>18</b>
<b>0608</b>	<b>A. OUKHLEF, G. MALVAULT, S. CHAMPMARTIN, A. AMBARI:</b> Identification de la distribution de tailles de pores d'un milieu poreux par analyse fréquentielle	<b>21</b>
<b>0609</b>	<b>G. MALVAULT, A. OUKHLEF, A. RODRIGUEZ DEL CASTRO, S. CHAMPMARTIN, A. AHMADI-SÉNICHAULT, A. AMBARI:</b> Nouvelle méthode de détermination de la distribution de la taille des pores d'un milieu poreux par l'injection d'un fluide à seuil	<b>24</b>
<b>0610</b>	<b>M. EL HALAOUI, H. ASSELMAN, K. DRAOUI, S. AHYOUD</b> Mesures de la vitesse d'infiltration de l'eau en profondeur d'un sol argileux	<b>27</b>
<b>0613</b>	<b>H. QANZA, A. MASLOUHI, A. HMIMOU:</b> Modélisation et identification des paramètres hydro-dispersifs par méthode directe et méthode inverse.	<b>30</b>
<b>0615</b>	<b>J. RAHMOUN, H. NACEUR, D. KONDO, P. DRAZETIC:</b> Multiscale modeling of elastoplastic damage behavior of the human proximal femur under compression loading	<b>33</b>
<b>0619</b>	<b>N. DIHMANI, S. AMRAQUI, A. MEZRHAB:</b> Étude numérique de la convection naturelle bidimensionnelle dans un canal vertical rempli partiellement de deux couches poreuses disposées verticalement	<b>36</b>
<b>0619b</b>	<b>M. NABHANI, M. EL KHLIFI, B. BOU-SAÏD :</b> Numerical simulation of non-Newtonian porous elastic squeeze film	<b>39</b>
<b>0611</b>	<b>A. SMAIL, M. KAMAL:</b> Modélisation et la simulation des déplacements diphasiques dans un milieu poreux	<b>42</b>
<b>0606</b>	<b>A. RAHMOUNI, A. BOULANOVAR, A. SAMAOUALI, M. BOUKALOUCHE, Y. GÉRAUD, M. HARNAFI, M. J. E. SEBBANI :</b> Determination the thermal conductivity of porous media from p-wave velocity	<b>45</b>
<b>0612</b>	<b>M. HACHIMI, A. MASLOUHI, K. TAMOH :</b> Estimation des paramètres hydrodynamiques du sol de Mnasra par infiltrométrie à disque et par méthode inverse	<b>48</b>
<b>0618</b>	<b>K. SIDI ALI, Y. AMRI, A. ALEM:</b> Thermal hydraulic analysis of a Pebble Bed Modular Reactor (PBMR), convective heat transfer applied to a porous medium.	<b>51</b>

**Thème 7: MÉCANIQUE DES FLUIDES, MODÉLISATION, INSTABILITÉS ET TRANSITION**

<b>0740</b>	<b>A. DEEB, A. HAMDOUNI, D. RAZAFINDRALANDY:</b> Un intégrateur temporel basé sur la resommation de séries divergentes	<b>55</b>
<b>0719</b>	<b>A. NEMDILI :</b> Étude expérimentale pour le choix adéquat de la roue à aubes d'une pompe centrifuge de refroidissement de moteur vis-à-vis de sa sensibilité à la cavitation	<b>58</b>
<b>0717</b>	<b>M. TOUSSAINT:</b> Caractérisation de l'écoulement à l'entrée d'un compresseur centrifuge durant une phase de pompage.	<b>61</b>
<b>0704</b>	<b>A. MOUJANE, M. CHAGDALI B. BLANKE, S MORDANE :</b> Impact des vents sur l'upwelling au sud du Maroc , apport du modèle ROMS forcé par les données ALADIN et quikscat	<b>64</b>

0707	<b>M. HAMADICHE</b> : Modélisation de la dynamique de l'anévrisme et son couplage avec le battement de cœur.	67
0705	<b>S. ZAOUALI, A. SOUALMIA, L. MASBERNAT, C. LABIOD</b> : Experimental determination of wall parameters of fully developed flow in an open channel with a sharp transverse bottom roughness	70
0753	<b>S. OTMANI, S. EL HAMDANI, A. BENDOU</b> : Étude numérique de l'effet de l'écoulement d'air et du chauffage sur la dispersion des polluants dans un local ventilé	73
0735	<b>A. BOUATEM, A. AL MERS</b> : Loads evaluation of horizontal axis wind turbine operating in yaw conditions using BEM method	76
0713	<b>A. RAFIKI, A. HIFDI, M. OUZZANI-TOUHAMI</b> : Étude de stabilité linéaire de l'écoulement plan de Poiseuille d'un fluide de Maxwell généralisé par méthode spectrale	79
0746	<b>J. BOUCHGL, S. ANISS, M. SOUHAR</b> : Instabilité interfaciale de deux couches fluides visqueuses en cellule de hele-shaw soumise à des vibrations périodiques horizontales	82
0752	<b>M. ECHCHADLI, S. ANISS</b> : Instabilités d'un system à deux couches fluides miscibles confine dans une cellule de hele-shaw annulaire en rotation autour de son axe et soumis à un gradient de température radial	85
0749	<b>L. THAMRI, M. BOUZAIANE ET T. LILI</b> : Effet du nombre de Richardson sur une turbulence stratifiée et cisailée horizontalement	88
0739	<b>A. AMAHMOUJ, E. M. CHAABELASRI, N. SALHI</b> Modélisation numérique de l'influence des vents sur la dispersion des polluants dans la baie de Tanger (Maroc)	91
0742	<b>M. EL HAIM, M. EL HAMMOUTI, M. ATOUNTI, M. EL BOJADDAINI, H. CHATEI</b> : A two-dimensional fluid model for Hydrogen microwave plasma	94
0737	<b>S. OUKACH, H. HAMDI, M. EL GANAOUI, B. PATEYRON</b> : Thermomechanical simulation of a ceramic molten particle impacting onto a metallic substrate using the level-set method	97
0712	<b>A. BELCAID, G. LE PALEC, A. DRAOUI, P. BOURNOT</b> : Étude d'un panache turbulent issu d'un jet horizontal dans un milieu statique homogène	100
0702	<b>M. JOUINI, A. SOUALMIA, K. SAAD</b> : Étude des écoulements dans une mèche en pierres	103
0761	<b>G. TISSOT, L. CORDIER, B. R. NOACK</b> : 4D-Variational Data assimilation using POD Reduced-Order Model	106
0762	<b>G. TISSOT, L. CORDIER, N. BENARD, B. R. NOACK</b> : Dynamic Mode Decomposition of PIV measurements for the cylinder wake owin turbulent regime	109
0714	<b>A. KOURTA, A. THAKER, R. JOUSSOT</b> : Caractérisation du décollement sur une rampe	112
0747	<b>P. GILLIERON, A. KOURTA</b> : Contrôle aérodynamique et réduction de trainée des corps épais bilan & orientation	115
0759	<b>N. KECHICHE, A. ABBASSI, H. BEN AISSIA</b> : Étude par Anémométrie Laser à effet Doppler de l'instabilité d'un jet circulaire	118
0727	<b>N. AMATOUSSE, N. MEHIDI, H. AIT ABDERRAHMANE</b> : Modélisation des instabilités d'interface de grandes longueurs d'onde dans l'écoulement d'un film mince d'un fluide visqueux faiblement élastique	121
0766	<b>P. CATHALIFAUD, M. ZAGZOULE, M. MAUSS AND J. COUSTEIX</b> : Curved channel flow with stenoses and aneurysms	124
0724	<b>K. ZHU, A. BOUDLAL, G. MOMPEAN</b> : Stabilité non linéaire d'ondes à rouleaux à la surface libre d'un film liquide dévalant un plan incliné	126
0728	<b>M. MOHELLEBI, A. OUIBRAHIM</b> : Influence d'une Sténose Symétrique à plusieurs Degrés d'Obstruction dans un Vaisseau Sanguin de la Macrocirculation	129
0756	<b>M. C. CHARRIER-MOJTABI, X. JACOB ET A. MOJTABI</b> : Étude de l'influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces d'une solution binaire dans le champ de pesanteur.	132
0745	<b>I. AL KORACHI, M. BENELMOSTAFA, N. SALHI, M. BOULERHCHA, J.D CHAABANE</b> : Comparaison entre les modèles de smagorinsky et wale dans les simulations numériques des écoulements turbulents a surface libre	135
0755	<b>S. EL HAMDANI, A. BENDOU, K. LIMAM</b> : Simulation numérique de la dispersion et du dépôt des particules dans un local ventilé	138
0767	<b>Z. EL OUEHABI, G. MANGOUB, K. HILMI, A. BENZAOUZ, M. CHAGDALI, E. MACHU</b> : Modélisation Physique des zones d'Upwelling	141
0709	<b>A. GUESSAB, A.E.K ARIS, T. BENEABDELLAH, M. TAHA JANAN</b> : Numerical simulation of piloted methane - air turbulent jet flame	144
0731	<b>A. LADOUANI, A. NEMDILI</b> : Mesure et analyse des performances hydrauliques d'aspiration d'une pompe centrifuge débitant des mixtures solides - liquides	147
0723	<b>A. BEKHOUCHE, E.G. FILALI</b> : Simulation numérique d'un écoulement dans une mini conduite munie de rugosité	150



0733	<b>F. MECIEB, A. OUADHA, M. BAGHDAD</b> : Effet Du Flux De Chaleur Sur l'écoulement De l'ébullition Du R141b Dans Un Tube En Serpentin	153
0732	<b>F. BENTARZIA, A. MATAOUI</b> : L'étude de l'interaction de deux jets plans parallèles avec une paroi chauffée	156
0701	<b>K. ALIANE, M. A. AMRAOUI</b> : Étude dynamique d'un capteur solaire plan à air ayant une rugosité rectangulaire	159
0757	<b>M. YAGOUBI, S. ANISS</b> : Instabilité paramétrique quasipériodique de faraday	162
0726	<b>R. MERROUCHI, M. CHAGDALL, S. MOURDANE</b> : Apport des modèles atmosphériques de fine échelle : Cas des fortes précipitations du 31 octobre 2012 sur la région Souss	165
0708	<b>A. MERABET, B. NECIB</b> : Approche numérique des couches limites laminaires autour des profils d'ailes d'avions	168
0716	<b>EL H. ACHOUYAB, H. SAMRI, B. BAHRAR</b> : Modeling of transient flow in plastic pipes	171
0754	<b>N. EL ATALATI, L. AZRAR, M. HAMADICHE</b> : Modélisation mathématique de l'écoulement sanguin dans les artères sténosées	173
0760	<b>A. BENAZZOZ, H. DEMARCO, A. ORBI, K. HIMI, S. MORDANE, M. CHAGDALI</b> : Seasonal variability of the coastal upwelling based upwelling indices derived from satellite sea surface temperature and satellite wind , Example: Canary upwelling system	176
0720	<b>M. TAMANI, B. BAHRAR</b> : Modélisation de la cavitation localisée à la vanne	178
0758	<b>A. ABBASSI, N. KECHICHE, H. BEN AISSIA</b> : Détermination par la tomographie laser des modes d'instabilités d'un jet	181
0703	<b>B. TAHRI, M. BOUANINI</b> : Convection naturelle entre deux cylindres excentrés d'un fluide poreux	184
0710	<b>M. RIABI, B. ACHOUR</b> : Dimensionnement des conduites de forme ovoïdale partiellement remplies	187
0763	<b>K. ADNAOUI, N. TOUNSI, M CHAGDALI, S. MORDANE</b> : Modélisation numérique d'un écoulement de jet	190
0734	<b>M. S. BOUTOUDJ</b> : Angles privilégiés et coefficients aérodynamiques dans l'écoulement autour d'ailes delta simples	193
0738	<b>I. BOUMRAR, A. OUIBRAHIM</b> : Analyse expérimentale et numérique de l'éclatement du tourbillon d'Apex au dessus d'une aile delta mince	196
0706	<b>A. BELHANAFI, R. BENZEGUIR</b> : Comportement d'un palier hydrodynamique lors d'une augmentation de température	199
0711	<b>A. HANAFI, H. KHLIFI</b> : Évaluation du modèle de la corrélation pression-déformation dans le cadre d'une turbulence compressible homogène cisailée	202
0730	<b>S. KARDELLASS, A. IDDAOUDI, N. SELHAOUI, M. AIT AMAR, R. KARIOUI, Y. AITYASSIN, L. BOUIRDEN</b> : Thermodynamic assessment of the La-Pt system	205
0748	<b>M.EL JAZOULI, K.LEKOUCH, L.BOUIRDEN</b> : Study of natural ventilation in a greenhouse.	209
0715	<b>M. LAMINE, A. RAFIKI, A. HIFDI</b> : Effet d'un champ magnétique transversal sur la stabilité linéaire d'un écoulement de Poiseuille entre deux plaques planes, poreuses et parallèles en présence d'un écoulement transversal uniforme.	211

## Thème 8: RHÉOLOGIE ET FLUIDES COMPLEXES

0801	<b>N. LABSI, Y.K. BENKAHLA, A. BOUTRA</b> : Effet de la contrainte seuil sur le comportement hydrodynamique de l'écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley dans une conduite cylindrique	215
0803	<b>J. BERASATEGUI, M JESUS ELEJABARRIETA, M. MOUNIR BOU-ALI</b> : Open loop characterization of a magneto-rheological damper	218
0805	<b>S. YUCEFI, A.YUCEFI</b> : Étude expérimentale des propriétés rhéologiques de fluides complexes	221
0806	<b>S. SKALI-LAMI, G. FRANCIUS., J.C. BLOCK</b> :Biofilms d'eau potable ? Cohésion ? Adhérence et résistance aux contraintes environnementales	224
0809	<b>M.H. ALLOUCHE, V. BOTTON, H. BENHADID, B. GUZEL, S. MILLET, D. HENRY</b> : Dispositif expérimental pour l'étude des ondes à la surface de films non-newtoniens s'écoulant sur un plan incliné	227
0802	<b>A. NEMDILI</b> : Étude expérimentale de l'influence des paramètres géométriques sur la perte par frottement du disque de roue d'une pompe centrifuge	230
0808	<b>M. RIAHI, S. ANISS, M. OUZZANI, S. SKALLI LAMI</b> : Instabilité centrifuge d'écoulement pulsé au sein d'un fluide viscoélastique sous l'effet d'une modulation périodique	233
0804	<b>D. OULDHADDA</b> : Effets du comportement rhéologique et de la dissipation visqueuse sur l'établissement du régime thermique d'un film liquide non Newtonien s'écoulant sur une paroi plane inclinée	236
0807	<b>O. BELABDI, F. AMRANI, Y.K. BENKAHLA, N. LABSI, A. BOUTRA</b> : Comportements hydrodynamique et thermique d'un fluide d'Ostwald-De Waele au sein d'une cavité carrée	239
0810	<b>N. LATRACHE, B. NSOM</b> : Characteristics of the water-oil interface of core annular flow in square channel	242

## Thème 9: ÉNERGIES RENOUVELABLES ET ENVIRONNEMENT

0917	<b>G. SELKA, A.N. KORTI, S. ABOUDI, R. SAIM</b> : Thermal dynamic study of habitat using phase change materials for insulation	245
0902	<b>L. DERRADJI, K. IMESSAD, Y. MAOUDJ, M. AMARA, F. BOUDALI ERREBAI</b> : Comparaison des performances thermiques d'une maison prototype avec celles d'une maison classique en Algérie	248
0910	<b>C. HAJJI, A. BENDOU, M. HASSOU</b> : Bilan de quantification du degré de la pollution par les eaux usées au port d'Agadir	251
0909	<b>Y. LAKHAL, F. BAGHLI, L. EL BAKKALI</b> : Modélisation et contrôle d'un aérogénérateur par un contrôleur PI	254
0914	<b>M. HAMOUR, J.P. GARNIER, J.C. GRANDIDIER, A. OUIBRAHIM, S. MARTEMIANOV</b> : Contribution à l'Amélioration des Performances Énergétiques d'une Pile à Combustible de Type PEMFC	257
0915	<b>M. GHARBI, A. SOUALMIA</b> : Prévion des crues éclair au niveau du bassin versant de la Medjerda	260
0911	<b>H. MOUHANNI, A. BENDOU</b> : Évaluation des risques d'irrigation du gazon des golfs par les eaux usées épurées dans la ville d'Agadir	263
0903	<b>F. BOUKLI HACÈNE, N. KASBADJI MERZOUK, N. KHERBA</b> : Évaluation de la Production Électrique d'une machine éolienne pour La région de Tenes	266
0905	<b>F. BANDOU, A. HADJ ARAB, M. S. BELKAID</b> : Modes de dégradation des modules photovoltaïques dans le site d'Adrar	269
0907	<b>M. LADJANI, K. MOHAMMEDI, Y. SMAILI, M. CHALA</b> : Projet SPECIMENS : Contribution à la réduction des émissions de CO <sub>2</sub> et à l'amélioration des performances exégétiques des cimenteries.	272
0916	<b>L. HEMOUZAL, M. KOURCHI, M. MEDIOUNI</b> : Étude comparative entre deux commandes d'une turbine éolienne	273

## Thème 10: TRANSFERTS THERMIQUES ET TRANSFERTS DE MASSE

1002	<b>M. BOUCHETARA, A. BELHOCINE</b> : Comportement thermique des contacts secs dans les disques de frein "Application du logiciel Ansys v11.0 "	277
1003	<b>M. FARAJI, M. NAJAM, M. EL ALAMI, Z. BOUHSSINE, F. BERROUG, E.K. LAKHAL, M. EL OMARI</b> : Heating management of building integrated phase change materials	280
1006	<b>M. A. LOUHIBI, N. SALHI, H. BOUALI</b> : Modélisation numérique de la convection forcée turbulente dans un canal muni de deux chicanes transversales.	283
1007	<b>A. BOUTRA, Y.K. BENKAHLA, N. LABSI, A. AMMOURI</b> : Étude numérique de la convection naturelle d'un fluide viscoplastique dans une cavité cubique.	286
1010	<b>M. ER-RIANI, M. EL JARROUDI</b> : Transfert de chaleur dans l'écoulement de Poiseuille: cas d'un fluide de troisième grade	289
1011	<b>A. CHERKI, A. KHABBAZI, R. IDCHABANI, M. GAROUM</b> : Thermal diffusivity measurement of a new composite material based on granular cork.	292
1013	<b>A. MIALDUN, V. YASNOU, V. SHEVTSOVA, A. KÖNIGER, W. KÖHLER, D. ALONSODEMEZQUIA, M. M. BOU-ALI</b> : Measurements of diffusion, thermodiffusion, and soret coefficients in water-isopropanol mixtures by different techniques	295
1015	<b>M. KADDIRI, M. NAÏMI, A. RAJI, M. HASNAOUI</b> : Effect of temperature-dependent viscosity of non-Newtonian power-law fluids on free convection in a square cavity submitted to cross heat fluxes.	297
1018	<b>E. ESSAGHIR, Y. HADDOUT, A. OUBARRA, J. LAHJOMRI</b> : Solution non similaire et solution de la similarité locale des équations de la couche limite hydrodynamique et thermique pour le régime de raréfaction avec glissement	300
1022	<b>G. LUTHENDA, M. AGOUZOUL, M. TAHA JANAN</b> : Combustion turbulente non-premelangee : étude numérique de l'influence du swirl sur les polluants CO <sub>2</sub> et NO <sub>x</sub>	303
1027	<b>L. KHATRA, H. EL QARNIA, M. EL GANAOUÏ</b> : Solution semi-analytique de la solidification d'un MCP lors de la décharge d'un accumulateur d'énergie Plan	306
1028	<b>B. MEZIANI, DJ SADAOUÏ, O. OURRAD, T. AMOURA</b> : Natural convection in a square enclosure with a finned plate	309
1032	<b>L. BELARCHE, B. ABOURIDA, T. MEDIOUNI</b> : Effet combiné du rapport de forme et des dimensions des sections chauffantes sur la convection naturelle dans une cavité tridimensionnelle	312
1035	<b>B. AMAHAN, H. EL QARNIA, E.K. LAKHAL</b> : Simulation numérique du transfert de chaleur lors de la fusion d'un matériau à changement de phase (MCP) dans une enceinte chauffée par des sources de chaleur pulsées	315

1036	<b>R. EL AYACHI, A. RAJI, M. HASNAOUI, A. ABDELBAKI, M. NAÏMI</b> : Effect of sinusoidal heating on natural convection coupled to thermal radiation in a square cavity subjected to cross gradients of temperature	318
1037	<b>M. ZAOUI</b> : Influence de la température sur l'encrassement des échangeurs placés en aval d'une chambre de combustion brûlant du charbon pulvérisé	321
1039	<b>T. BAKI, A. ARIS</b> : Détachement d'une bulle de vapeur d'eau d'une surface plane chauffée	323
1042	<b>M. OUBELLA, M. FEDDAOUI, R. MIR</b> : Simulation numérique de l'évaporation de films mince de fluide en convection mixte dans un canal vertical	326
1044	<b>A. IDRISI, A. CHEDDADI, M.T. OUZZANI</b> : Transfert thermique dans un espace annulaire muni de blocs chauffants : régimes multicellulaires	329
1047	<b>A. GHAFIRI, J. CHAOUFI, C. VALLÉE, J-C. DUPRÉ, E. ARJDAL, N. BOULFAF, A. GERMANEAU, H. FATMAOUI, K. ATCHONOUGLO</b> : Identification des paramètres thermo-physiques par la résolution des problèmes inverses	332
1048	<b>M. EL ABDALLAOUI, M. HASNAOUI, A. AMAHMID</b> : L'effet de la formulation du terme de poussée dans la méthode LBM : cas de la convection naturelle utilisant les nanofluides	335
1049	<b>A. RTIBI, M. HASNAOUI AND A. AMAHMID</b> : On the determination of optimal separation of species in an inclined Darcy-brinkman porous cavity saturated with a binary mixture	338
1050	<b>L. ELMOUTAOUAKIL, Z. ZRIKEM, A. ABDELBAKI</b> : Transition laminaire-turbulent dans une cavité verticale différentiellement chauffée à rapport de forme élevé	341
1053	<b>M. BOUKENDIL, A. ABDELBAKI, Z. ZRIKEM</b> : Détermination des fonctions de transfert pour les briques creuses avec lame d'air a partir des résultats de la simulation des transferts thermiques couples en régime variable	344
1061	<b>N. BEN KHELIFA, H. BEN HAMED, H. BEJI, P. VASSEUR</b> : Apparition de la convection dans une couche poreuse horizontale saturée par un fluide non-Newtonien	347
1062	<b>S. AZZOUZ, H. FADDA, K. CHAOUI, A. LABED, W. GHABECHE</b> : Mécanisme de transfert de chaleur lors du contact intermittent pour des résistances de contacts de formes variables.	350
1064	<b>M. KRIRAA, M. EL ALAMI, M. NAJAM</b> : Étude numérique de convection naturelle dans un canal convergent vertical avec obstacle	353
1052	<b>M. BOUKENDIL, A. ABDELBAKI, Z. ZRIKEM</b> : Effets de l'épaisseur des joints en mortier et de l'émissivité des parois de la lame d'air sur les transferts thermiques couples a travers un double mur alvéolaire	356
1001	<b>A. FEKRAR, M.BARKA, A. TOUNSI, E.B. ADDA</b> : Analyse de stabilité thermique des plaques FGM	359
1012	<b>D. CHERRARED</b> : Étude du refroidissement par film appliqué sur une aube fixe d'un secteur HPT du moteur CFM56-7B	362
1059	<b>D. TAOUKIL, A. EL BOUARDI, T. AJZOUL, H. EZBAKHE</b> : Caractérisation thermomécanique du mortier de sable allégé avec les déchets de bois	365
1063	<b>M. LARRAÑAGA, M. MOUNIR BOU-ALI, A. MIALDUN, V. SHEVTSOVA</b> : The impact of the different fitting methods on the experimental determination of the molecular diffusion coefficients in ternary mixtures	368
1065	<b>A. AZIM, M. MANIANA, H. RHANIM</b> : Méthode inverse bidimensionnelle Appliquée aux traitements thermiques par énergie solaire concentrée	371
1024	<b>M. A. BERCHICHE, B. BELADRAA, Z. HIRECHE, A. SEGHIRI, A. AZZI</b> :Effet des paramètres géométriques sur une machine thermoacoustique : Réfrigérateur de Hofler	374
1005	<b>N. YADIL, A. BADREZZAMAN, R. SEHAQUI</b> : Méthode des volumes finis pour la résolution du transfert thermique par convection naturelle dans une cavité remplie de nanofluides	377
1014	<b>H. ELHARFI, M. NAÏMI, M. LAMSAADI, T. MAKAYSSI, A. RAJI, M. HASNAOUI</b> : Étude analytique et numérique de la convection naturelle dans une cavité verticale confinant des Nano-fluides	380
1016	<b>M. LAMSAADI, H. EL HARFI, M. NAIMI, T. MAKAYSSI, M. HASNAOUI</b> : Multiplicité des états stationnaires pour la convection thermosolutale combinée avec l'effet Soret dans une cavité carrée soumise à des gradients de température et de concentration croisés	383
1017	<b>M.ZAYDAN, R. SEHAQUI</b> : Méthode compacte d'ordre quatre a la résolution du transfert thermique par convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide	386
1020	<b>S. BOUCHTA, M. B. FEDDAOUI, H. EL IHSSINI</b> : Convection naturelle dans une enceinte remplie de nanofluide : étude numérique	389
1023	<b>M. EL HAROUI, M. SRITI, D. ACHEMLAL</b> : Modélisation de la convection naturelle induite par une double diffusion dans un milieu poreux saturé autour d'une plaque verticale chauffée	392
1026	<b>A. RICH, Y. MANDRI, D. MANGIN, M. EL GANAOUI</b> : Freezing desalination of seawater: influence of operating conditions	394
1029	<b>H. HAMZA, B.ABOUELKHAYRAT, J. LAHJOMRI, A. OUBARRA</b> : Simulation des transferts thermiques au sein d'une paroi de construction munie de matériaux à changement de phase	397

1030	I. ASLIB, D.ASSOUANE, J. LAHJOMRI, A. OUBARRA : Résolution numérique de la conduction de la chaleur en milieu anisotrope en régime transitoire bidimensionnel en géométrie cylindrique	400
1038	T. MAKAYSSI , M. NAIMI, M. LAMSAADI, M. HASNAOUI : Convection naturelle doublement diffusive au sein d'une cavité rectangulaire horizontale soumise à des flux verticaux de chaleur et de masse et remplie d'un fluide non-Newtonien.	403
1043	A. BAMBA, K. ACHOUBIR, A. CHEDDADI: Effet des gradients thermiques et solutaux horizontaux opposés sur la convection thermosolutale	406
1051	L. ELMOUTAOUAKIL, Z. ZRIKEM, A. ABDELBAKI : Implémentation du modèle de turbulence k- $\omega$ pour l'étude de la convection naturelle dans une enceinte verticale allongée	409
1054	A. BOUDIAF, F. DANANE, Y. K. BENKAHLA, A. BOUTRA, N. LABSI : Convection thermique entre deux plans parallèles munis d'obstacle avec dissipation visqueuse	412
1055	F. DANANE, A. BOUDIAF, A. BOUTRA, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA: Numerical simulation of mixed convection in inclined parallel plates	415
1056	T. ABDELOUAHID, D. MOHAMED, C. DJAMALEDDINE: Comparaison du Forçage Radiatif dû à l'aérosol atmosphérique observé à Oujda et Marrakech (Saada)	418
1057	S. BEN AYAD, A. KHAMLICHI : Optimisation du dissipateur thermique d'un luminaire à base de LED	420
1031	H. EL HASSANI, N. BOUTAMMACHTE, J. KNORR, M. EL HANNAOUI : Étude des paramètres influençant la puissance d'un moteur Stirling solaire à basse température	423
1045	H. EL MGHARI, M. ASBIK, H. LOUAHLIA-GUALOUS : Condensation dans un microcanal horizontal à section carrée : Influence d'une densité de flux thermique variable imposée à la paroi externe	426
1058	S. LAHNA, D. OULDHADDA : Transfert de chaleur par convection forcée d'un nanofluide eau-tio <sub>2</sub> dans un tube avec flux de chaleur surfacique variable à loi exponentielle	429
1060	A. BADREZZAMAN, N. YADIL, R. SEHAQUI : Instabilité thermique des nanofluides dans la convection naturelle	432
1046	O. ANSARI, M. ASBIK, A.BAH, A. KHMOU: Desalination of the brackish water using a passive solar still with a heat energy storage system	435

## Thème 12: INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE

1201	M. MANSOURI, B. RADI, A. EL HAMI : Approche mécano-fiabiliste des systèmes vibro-acoustiques: Application à une plaque immergée dans une cavité 3D	439
1203	A. LASRI, F. VILLE, L. BELFALS, B. NAJJI : Étude de phénomène de piégeage dans les systèmes de transmission par engrenages droits à grande vitesse	442
1204	S. ZAOUALI, A. SOUALMIA, L. MASBERNAT, CH. LABIOD: Experimental determination of wall parameters of fully developed flow in an open channel with a sharp transverse bottom roughness	445
1205	H. ESSAOUINI, J. ELBAHAOUI, L. ELBAKKALI, P. CAPODANNO : Petites oscillations d'un liquide visqueux incompressible pesant hétérogène dans un récipient ouvert	448
1206	E. LIBERGE, M. POMARÈDE, E. LONGATTE, C. LEBLOND : Réduction de modèle en Interaction Fluide Structure via une formulation POD multiphasique pour les écoulements en faisceaux de tubes.	451
1207	A. KHIA, A. ADIL, M. GHANMI, A. CHAOUCH : Utilisation de la méthode de mécanique moléculaire dans la détermination des conformations les plus stables du 2,2,3-trimethylhexane	454



**Thème 6:**  
**Milieux poreux**

# FREE CONVECTION OVER A VERTICAL FLAT PLATE EMBEDDED IN A SATURATED POROUS MEDIUM WITH VARIABLE HEAT SOURCE AND RADIATION FLUX

\*D. ACHEMLAL, \*M. SRITI, \*M. EL HAROUÏ AND \*\*M. GUEDDA

\* University of Sidi Mohamed Ben Abdellah, Polydisciplinary Faculty of Taza BP.1223, Taza, Morocco  
driss\_achemlal@yahoo.fr ; mmsriti@yahoo.fr  
\*\* University of Picardie Jules-Verne, Faculty of Mathematics and computer Science  
33, Rue Saint-Leu 80039, Amiens, France  
mohamed.guedda@u-picardie.fr

**Abstract** : The main object of this work is to study the effect of thermal radiation on the free convection flow induced by a heated vertical flat plate embedded in a saturated porous medium with an internal heat source. The temperature distribution of the plate has been assumed of the form  $T_w(x) = T_\infty + A x^\lambda$ , and the applied lateral mass flux is subjected to  $x^{(\lambda-1)/2}$  quantity, where  $x$  is the distance measured along the vertical plate and  $\lambda$  is the constant temperature exponent. The non-linear equations of the similarity analysis with boundary layer conditions have been solved numerically using a fifth-order Runge-Kutta scheme coupled with the shooting method. Also, numerical results are obtained and displayed graphically to illustrate the effects of thermal radiation parameter  $N_R$ , the temperature exponent  $\lambda$  and the suction/injection on the velocity and temperature fields.

**Key words**: Free convection, saturated porous medium, suction/injection, internal heat source, thermal radiation.

## Introduction

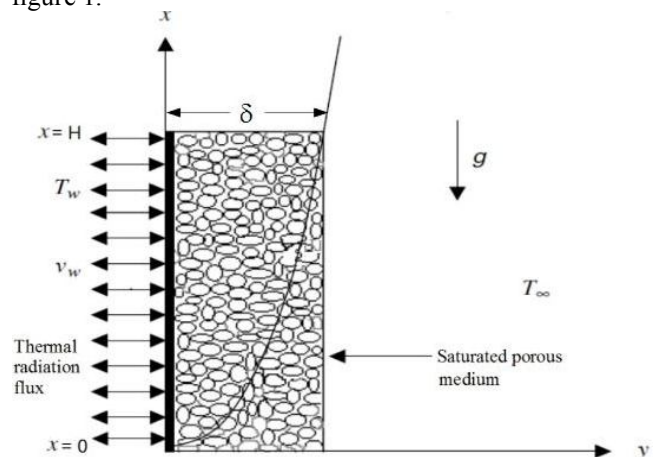
In recent years, free convection flow of fluids through porous medium has attracted the attention of a number of authors in many geophysical and engineering applications. Such applications are flow of chemical reactor engineering, soil physics, geohydrology, oil extraction, transport processes in aquifers and biological systems. Many studies have appeared concerning the interaction of radiative flux with thermal convection flows. In view of this, Hossain and Pop (1997, [1]) have analyzed the radiation effect on a free convection flow along an inclined plate in a porous space. Ghosh and Bég (2008, [2]) have analysed theoretically the radiative effects on transient free convection heat transfer past a hot vertical surface in porous media. Cortell (2010, [3]) have highlighted the effect of the internal heat generation and radiation on a certain free convection flow. Badruddin et al (2006, [4]) studied the free convection and radiation for a vertical wall with varying temperature

embedded in a porous medium. Salleh et al (2010, [5]) have investigated numerically the free convection over a permeable horizontal flat plate embedded in a porous medium with radiation effects and mixed thermal boundary conditions.

In this work, we propose to study the effects of suction/injection, temperature exponent and thermal radiation on free convection over a vertical flat plate embedded in a saturated porous medium with a variable internal heat source.

## Mathematical model and similarity analysis

The problem is to study the convection around a heated vertical flat plate embedded in a saturated porous medium, in the presence of an internal heat source. The distribution of the plate temperature varies according to the relationship  $T_w(x) = T_\infty + A x^\lambda$ , where  $T_\infty$  is the temperature away from the plate assumed constant,  $A$  is a positive constant,  $\lambda$  is the exponent of the temperature supposed constant. Cartesian coordinates  $x$  and  $y$  are measured, respectively, along and perpendicular to the plate. The coordinates system and the flow configuration are shown in figure 1.



**Fig.1:** Vertical flat plate in a saturated porous medium

Taking into account certain assumptions, the governing equations for the problem can be written as :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} u = \frac{g\beta K}{\nu} (T - T_\infty) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\phi}{\rho C_p} - \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial Q_r}{\partial y} \end{cases} \quad (3)$$

The boundary conditions associated with the problem are:

$$\begin{cases} y=0 \quad x \geq 0 \quad v = V_w, \quad T = T_w \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} y \rightarrow \infty \quad x \geq 0 \quad u = 0, \quad T = T_\infty \end{cases} \quad (5)$$

where  $u$  and  $v$ , are respectively, the velocity components along  $x$  and  $y$  axes.  $T$  is the temperature of fluid and  $\phi$  is

the internal source of heat. The constants  $\nu$ ,  $k$ ,  $a$ ,  $g$  and  $\rho$  are respectively, kinematic viscosity, permeability, thermal diffusivity, gravitational acceleration and density.  $C_p$  and  $\beta$  are respectively the specific heat at constant pressure and coefficient of thermal expansion,  $V_w = B x^{(\lambda-1) / 2}$  is the lateral mass flux, where  $B$  is a constant. The radiation flux on the basis of the Rosseland diffusion model for radiation heat transfer is expressed as:

$$Q_r = -\left(\frac{4\sigma}{3\chi}\right) \frac{\partial T^4}{\partial y} \quad (6)$$

Equations (1) to (3) are non-linear, simultaneous partial differential equations (PDEs) and to obtain solutions for them are extremely difficult. Consequently, we adopt the method of seeking similarity solutions in order to reduce the system of PDEs (1) to (3) together with the continuity equation (1) into a set of ordinary differential equations (ODEs).

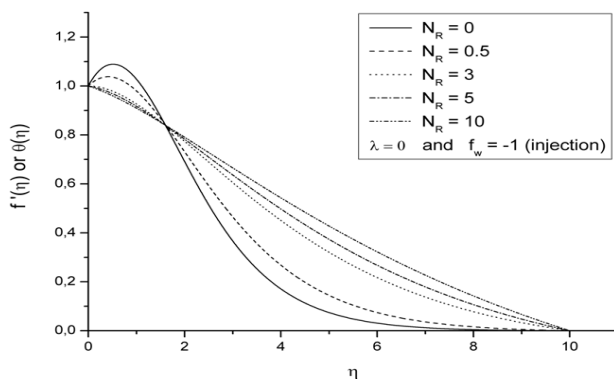
After substitution and development, the system of equation (1), (2) and (3) can be written :

$$\begin{cases} (1 + \frac{4}{3} N_R) f'''(\eta) - \lambda f'^2 + \frac{\lambda+1}{2} f(\eta) f''(\eta) + e^{-\eta} = 0 & (7) \\ \eta=0 & f(0) = f_w, \quad f'(0) = 1 & (8) \\ \eta \rightarrow \infty & f'(\infty) = 0 & (9) \end{cases}$$

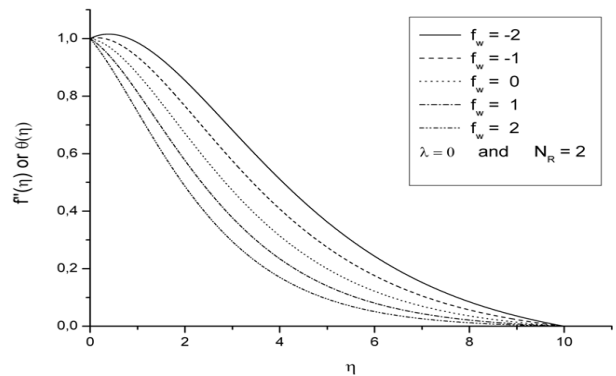
with  $\eta$  is the similarity variable and  $f$  is the similarity function .

The ordinary differential equation (13), subject to the boundary conditions (14) and (15) is solved numerically by the fifth-order Runge-Kutta scheme, associated with the secant method.

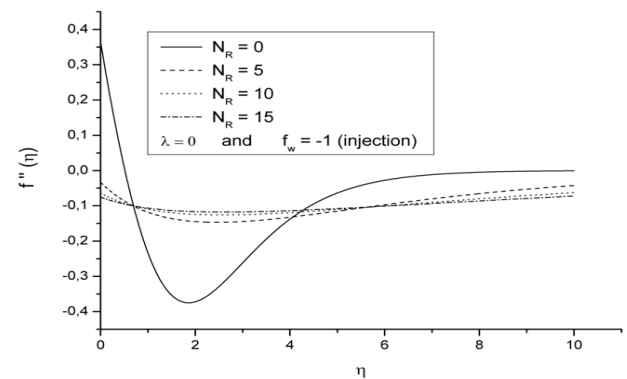
### Results



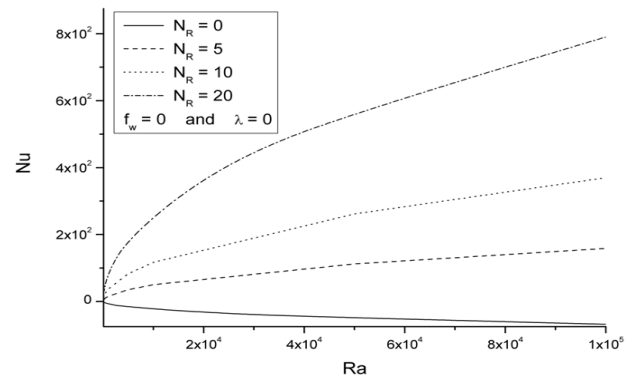
**Fig. 2 :** Velocity or temperature profiles at  $\lambda = 0$ ,  $f_w = -1$  and several values of  $N_R$ .



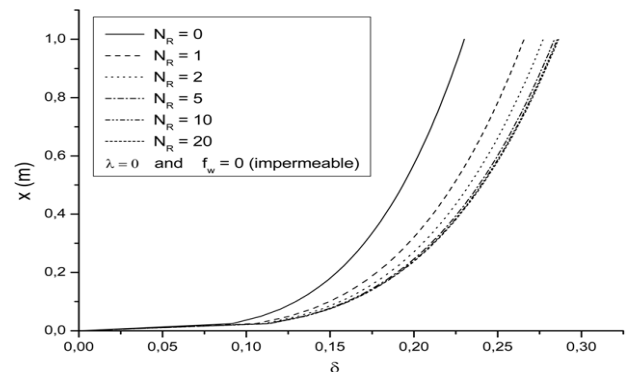
**Fig. 3 :** Velocity or temperature profiles at  $\lambda = 0$ ,  $N_R = 2$  and several values of  $f_w$ .



**Fig.4 :** Shear stress profiles for various values of  $N_R$ ,  $\lambda = 0$  and for  $f_w = -1$



**Fig. 5 :** Influence of  $Ra$  on  $Nu$  for impermeable and isothermal plate with and without thermal radiation flux.



**Fig.6 :** Boundary layer thickness profile for  $\lambda = 0$ ,  $f_w = 0$  and for various values of  $N_R$ .

### Discussion and conclusion

In this paper, we discuss thermal radiation, suction/injection parameter and temperature exponent parameter effects on free convective flow over a heated vertical flat plate embedded in saturated porous medium with a variable internal heat source. The set of governing equations and the boundary conditions are reduced to ordinary differential equations with appropriate boundary conditions. Furthermore, the similarity equations are solved numerically by using the fifth-order Runge-Kutta scheme associated with the shooting method. The influence of thermal radiation parameter  $N_R$ , suction/injection parameter  $f_w$  and temperature exponent parameter  $\lambda$  on velocity or temperature, dimensionless shear stress, Nusselt number and boundary layer thickness profiles have been examined and discussed in detail. From the present numerical investigation we conclude that:

The presence of the thermal radiation term in the energy equation increases the velocity or the temperature distribution.

The reduction in velocity or temperature profile at any point of the flow field is faster as the suction parameter becomes larger.

The minimum shear stress increases with  $N_R$  increase and this minimum moves to the plate surface for more suction.

The shear stress at the plate surface decreases with the presence of thermal radiation when compared with the case where the thermal radiation is absent for the values of the temperature exponent parameter  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1/3$  and  $\lambda = 1$  and it also decreases as the suction increase.

The boundary layer thickness increases with the increase of the thermal radiation parameter and it is clear that the larger value of this parameter has no significant influence on the boundary layer thickness.

The effect of Rayleigh number which characterizes the intensity of natural convection was highlighted. The heat transfer increases with the Rayleigh number, and this increase and even more important than increasing  $N_R$

### References

- [1] M.A. Hossain and I. Pop, Radiation effect on Darcy convection flow along an inclined surface placed in porous media, Heat Mass Transfert, Vol 32, pp. 223-227, (1997).
- [2] S.K. Ghosh and O. Anwar Bég, Theoretical analysis of radiative effects on transient free convection heat transfer past a hot vertical surface in porous media, Nonlinear Analysis : Modelling and Control, Vol 13, pp. 419-432, (2008).
- [3] R. Cortell, Internal heat generation and radiation effects on a certain free convection flow, Int. Journal of Nonlinear Science, Vol 9, pp. 468-479, (2010).
- [4] I.A. Badruddin et al, free convection and radiation for a vertical wall with varying temperature embedded in a porous medium, Int. J. Thermal Sci, Vol 45, pp. 487-493, (2006).
- [5] M.Z. Salleh et al, Free Convection over a permeable horizontal flat plate embedded in a porous medium with radiation effects and mixed thermal boundary conditions,



# COUPLAGE CONVECTION DE DOUBLE DIFFUSION-RAYONNEMENT DANS UNE CAVITÉ INCLINÉE REMPLIE DE L'AIR-CO<sub>2</sub> OU L'AIR-H<sub>2</sub>O.

MOUFEKKIR<sup>A</sup>, MOHAMMED AMINE MOUSSAOUI<sup>A</sup>, AHMED MEZRHAB<sup>A,\*</sup>, HASSAN NAJI<sup>B,C</sup>, M'HAMED BOUZIDI<sup>D</sup>

<sup>a</sup> Laboratoire de Mécanique & Energétique, Faculté des sciences, Département de Physique 60000 Oujda, Maroc.

<sup>b</sup> Laboratoire Génie Civil & géo-Environnement (LGCgE-EA 4515), UArtois/FSA Béthune, F-62400 Béthune, France.

<sup>c</sup> Université Lille Nord de France, F-59000 Lille, France.

<sup>d</sup> Institut Pascal UBP/CNRS/IFMA, IUT d'Aillier, B.P. 2235, Avenue Aristide Briand, 03101, Montluçon cedex, France.

\*Correspondence author: [amezrh@yahoofr](mailto:amezrh@yahoofr)

**Résumé:** L'étude du couplage convection naturelle-rayonnement volumique continue de susciter beaucoup d'intérêt et demeure un sujet d'actualité pour les recherches scientifiques en raison de ses diverses applications dans l'industrie telles que la conception des fours, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques, les réacteurs nucléaires, l'efficacité énergétique dans les bâtiments, la métallurgie et les capteurs solaires, etc. L'approche numérique adoptée dans cette étude utilise le schéma hybride de la méthode de Boltzmann thermique sur réseau (HTLBM) couplé à la méthode des ordonnées discrètes (MOD) en utilisant la quadrature  $S_8$  pour évaluer le terme source de l'équation énergétique. L'aspect spectral et les propriétés radiatives du gaz non-gris sont modélisés en utilisant le modèle de ligne spectrale basé sur la somme pondérée des raies spectrales d'un modèle de gaz gris (SLW), qui semble être le meilleur compromis entre précision et temps de calcul. Le choix de ce couplage numérique est dicté par sa simplicité de programmation et son gain en temps de calcul.

## 1. Introduction

Les transferts couplés convection naturelle-rayonnement en milieux semi transparents confinés ont fait ces dernières années l'objet de plusieurs études [1] dont certaines d'entre elles tiennent compte des propriétés radiatives réelles des gaz. Toutefois, le problème de la double diffusion, où le gaz est un mélange binaire dont un des composants absorbe et émet le rayonnement, n'a été que très rarement abordé [2-3] et toujours en se référant à un milieu fictif gris. Les modèles globaux sont les plus simples. En effet, la méthode de la somme pondérée des gaz gris (WSGG), développée initialement par Hottel et Sarofim [4] est reconnue comme l'outil le plus pratique parmi les modèles globaux. Le concept général de cette méthode a été récemment adapté par Denison et Webb [5], qui ont développé le modèle de la ligne spectrale basée sur la somme pondérée des gaz gris (SLW). Denison et Webb [5] ont proposé le modèle de la ligne spectrale basée sur la somme pondérée des gaz-gris (SLW) où les paramètres du modèle ont été déterminés à

partir des bases de données spectroscopiques. La méthodologie de modélisation dans le modèle SLW a été systématiquement améliorée au cours des années et a abouti à des modèles plus récents. C'est dans cette optique que s'inscrit notre travail qui vise à mettre en évidence les effets de rayonnement du gaz réels sur la convection naturelle de double diffusion et à estimer leurs impacts sur les transferts de chaleur et de masse par de larges études paramétriques.

## 2. Formulation

Le système physique étudié est représenté sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée dont les parois verticales sont noires et maintenues à des températures et concentrations uniformes tandis que les parois horizontales sont complètement réfléchissantes, adiabatiques et imperméables. Le fluide dans la cavité est supposé newtonien, incompressible à propriétés thermophysiques constantes et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq.

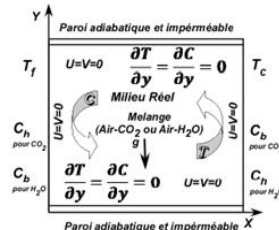


Fig. 1: Géométrie du problème

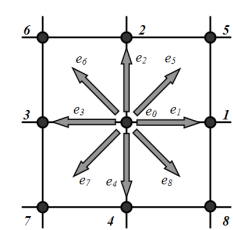


Fig. 2: Modèle D2Q9 en réseau carré.

## 2.1 Méthode de Boltzmann sur réseau

On considère le modèle bidimensionnel de la méthode LBE avec neuf vitesses discrètes (D2Q9) sur une grille carrée de pas  $\delta x$ . Dans l'étape d'advection, les particules fluides se déplacent d'un nœud de la grille vers le nœud voisin (fig. 2). Les vitesses discrètes sont données par :

$$e_i = \begin{cases} (0, 0), & i = 0 \\ (\cos[(i-1)\pi/2], \sin[(i-1)\pi/2])c, & i = 1-4 \\ (\cos[(2i-9)\pi/4], \sin[(2i-9)\pi/4])\sqrt{2}c, & i = 5-8 \end{cases} \quad (1)$$

On rappelle que les pas spatial et temporel sont choisis égaux à 1. L'équation d'évolution temporelle de l'état du fluide suit l'équation générale :

$$f_i(x + e_i, t + 1) = f_i(x, t) + \Omega f_i(x, t), \quad i = 0, 1, \dots, 8 \quad (2)$$

Où  $f_i$  est la fonction de distribution d'une particule et  $\Omega$  est l'opérateur de collision. La linéarisation de cet opérateur autour de la fonction à l'équilibre locale  $f_i^{eq}$  apporte une simplification importante de la méthode LBE. Avec l'approximation BGK, l'équation (2) s'écrit :

$$f_i(x + e_i, t + 1) = f_i(x, t) - \frac{1}{\chi} (f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)), \quad i = 0, 1, \dots, 8 \quad (3)$$

Où  $\chi$  est le temps de relaxation. Le développement de Chapman-Enskog est utilisé pour obtenir les équations de NS à partir de la méthode LBE. A chaque nœud du domaine, on calcule un ensemble de neuf moments venant des neuf fonctions de distribution et qui sont liés par la transformation linéaire :

$$m = Mf \quad (4)$$

Où la matrice  $M$  d'ordre 9 est donnée dans [3]. Les collisions modifient les moments comme suit: quelques uns sont conservés (la densité et l'impulsion mais pas l'énergie). Les six moments restant sont calculés à partir d'une simple équation de relaxation linéaire vers les valeurs d'équilibre qui dépendent des quantités conservées. Les

nouvelles fonctions de distribution  $f^c$  sont calculées à partir des nouveaux moments :

$$f^c = M^l m^c \quad (5)$$

La densité et la vitesse sont données par:

$$\rho(x,t) = \sum_i f_i(x,t) \text{ et } \vec{u}(x,t) = \sum_i f_i(x,t) e_i / \rho(x,t) \quad (6)$$

### 2.2 Calcul du flux de chaleur radiatif

Avec les hypothèses précédentes, les équations du mouvement et de conservation d'énergie et d'espèce s'écrivent en formulation vorticité-fonction de courant :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + S_R \quad (7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

où  $S_R$  désigne le terme source volumique :

$$S_R(x,y) = -\nabla q_r(x,y) = \sum_{k=0}^{Ng} \kappa_k(x,y) \left( \sum_{m=1}^M w_m I_{k,m}(x,y) - 4a_k \sigma T^4(x,y) \right) \quad (9)$$

Ce terme se calcule à partir du champ de luminance  $I_{k_s}$  lui-même solution de l'équation de transfert radiatif qui, pour chaque direction de propagation  $s$ , est exprimée par :

$$\mu_m \frac{\partial I_{k,m}(x,y)}{\partial x} + \eta_m \frac{\partial I_{k,m}(x,y)}{\partial y} + \kappa_k(x,y) I_{k,m}(x,y) = \kappa_k(x,y) a_k \frac{\sigma T^4(x,y)}{\pi} \quad (10)$$

On a utilisé ici le modèle SLW [5] qui consiste à remplacer le gaz réel par une somme pondérée de  $Ng$  gaz gris, chacun d'entre eux étant caractérisé localement par un coefficient d'absorption  $\kappa_k$  et un facteur de pondération  $a_k$  ( $\kappa_0 = 0$ ). Le coefficient d'absorption est directement proportionnel à la concentration molaire locale :

$$\kappa_k(x,y) = Cabs_k \times C(x,y) \quad (11)$$

Où  $Cabs_k$  est la section efficace du  $k^{ième}$  gaz gris. Les conditions aux limites du problème sont données sur la figure 1. Le calcul s'effectue en régime instationnaire jusqu'à atteindre une solution permanente en partant d'un fluide au repos, isotherme à  $T_0 = (T_c + T_j)/2$  et homogène en concentration à  $C_0 = (C_h + C_b)/2$ . Les caractéristiques des différents gaz gris sont déterminées à partir d'une discrétisation des sections efficaces d'absorption de  $CO_2$  faite à un état de référence. Les coefficients de pondération se calculent en chaque point en fonction de  $Cabs_k$ ,  $Cabs_{k-1}$  et de la température locale suivant une corrélation donnée dans [5]. Le présent test de validation concerne le cas du couplage convection de double diffusion et le rayonnement de gaz non gris (réel). Afin d'être aux mêmes conditions d'études considérées par la référence [6], nous avons utilisé un maillage régulier de  $69 \times 69$  et une quadrature  $S_8$  pour résoudre l'équation de l'ETR par la méthode des ordonnées discrètes et onze gaz gris pour représenter le gaz réel contenu dans la cavité. Le tableau (1) montre une bonne concordance des résultats.

**Tableau 1 Nombres de Nusselt et de Sherwood en couplage convection double diffusive et rayonnement de gaz réel.**

Fraction molaire	Mebah [14]			Présent travail		
	$Nu_{CO_2}$	$Nu_T$	$Sh$	$Nu_{CO_2}$	$Nu_T$	$Sh$
$x_{CO_2}$	5%	15.06	197.69	19.65	15.29	198.5
	10%	15.97	198.56	21.45	16.021	199.01
	25%	18.5	202.77	25.13	18.158	202.054
$x_{H_2O}$	5%	14.99	196.58	15.8	14.68	196.894
	10%	15.44	194.8	17.04	15.117	194.368
	25%	16.6	191.13	19.95	16.239	189.231

### 3. Résultats et discussions

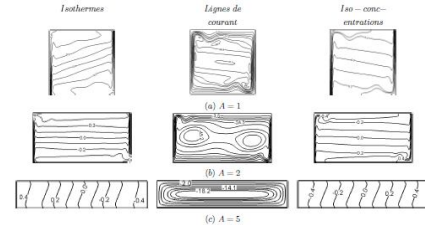
Pour mener l'étude d'influence du rapport de forme sur le champ dynamique et la distribution de température et de concentration ainsi que sur le transfert de chaleur et de masse, nous fixons les nombres adimensionnels aux valeurs

données dans [6] et nous considérons une cavité rectangulaire remplie d'un gaz binaire non gris (mélange de l'air- $CO_2$  ou l'air- $H_2O$ ) de rapport de forme variant de 1 à 5 pour les deux types d'écoulement aidant et opposant.

#### 3.1 Effet du rapport de forme en cas aidant

##### 3.1.1 Mélange à 25% de $CO_2$

Pour une cavité de rapport de forme  $A = 2$  (Figure 3), une structure de couches limites aux parois pour les isothermes et les iso-concentrations est retrouvée. En plus, l'écoulement est accéléré et présente une structure bicellulaire en comparaison avec le cas précédent.



**Figure 3 Iso-lignes dans un écoulement aidant d'un mélange d'air et de 25% de  $CO_2$  pour différents rapport de forme.**

En effet, les forces massiques sont plus importantes et la prépondérance des forces solutales se traduit par l'inclinaison des iso-lignes pour des cavités avec des allongements horizontaux de l'ordre de  $A=5$ . Cet allongement favorise une structure monocellulaire.

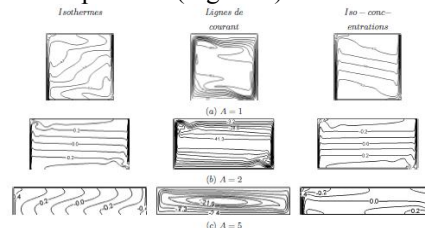
**Tableau 2 Nombres de Nusselt et de Sherwood en fonction du rapport de forme pour l' air- $CO_2$  en écoulement aidant.**

$x$	A	1	2	5
5%	$Nu$	198.5	169.567	95.997
	$Sh$	19.406	19.024	5.128
10%	$Nu$	199.01	170.970	88.424
	$Sh$	20.877	20.446	0.258
25%	$Nu$	202.054	177.375	87.519
	$Sh$	24.105	23.171	0.220

Le transfert de chaleur et de masse pour un mélange air- $CO_2$  en écoulement aidant, diminue en fonction de l'augmentation du rapport de forme. Le transfert de chaleur et de masse augmente lorsque la concentration du polluant augmente au mélange, sauf pour le cas des cavités à grands allongement ( $A = 5$ ), où il diminue en fonction de la concentration (Tableau 2).

##### 3.1.2 Mélange à 25% de $H_2O$

L'augmentation de la concentration en eau dans le mélange, favorise les forces massiques et accélère l'écoulement pour des cavités à grands rapport de forme. Les iso-lignes changent légèrement avec l'augmentation de la concentration en polluant (Figure 4).



**Figure 4 Iso-lignes dans un écoulement aidant d'un mélange d'air et de 25% de  $H_2O$  pour différents rapport de forme.**

Cependant la structure d'écoulement est devenue monocellulaire au centre de la cavité pour le mélange air- $H_2O$ . On note également pour les grands rapports de forme ( $A = 5$ ), que les effets conductifs et diffusifs sont moins présents en comparaison avec le cas du  $CO_2$  et l'écoulement est accéléré, ce qui explique que les effets du rayonnement sont plus accentués en présence d'un mélange en  $H_2O$  qu'en présence du  $CO_2$  dans les cavités aplaties.

**Tableau 3 Nombres de Nusselt et de Sherwood en fonction du rapport de forme pour l'air-H<sub>2</sub>O en écoulement aidant.**

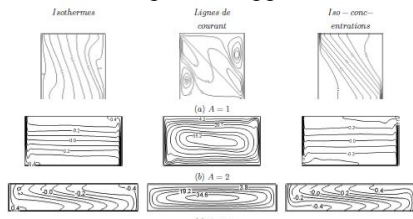
$\varphi$	A	1	2	5
5%	Nu	196.894	175.520	91.162
	Sh	15.568	14.887	3.691
10%	Nu	194.968	192.017	85.849
	Sh	16.736	16.052	3.937
25%	Nu	189.231	233.143	76.108
	Sh	19.446	18.681	4.237

On enregistre un maximum de transfert de chaleur et de masse dans une cavité de rapport de forme (A = 2) pour un fluide chargé en polluant. Cela est la cause de la distribution du polluant et de température résultants du rapport de flottabilité et les dimensions de la cavité (Tableau 3).

**3.2 Effet du rapport de forme en cas opposant**

**3.2.1 Mélange à 25% de CO<sub>2</sub>**

La dominance des effets massiques pour un mélange plus chargé en CO<sub>2</sub> permet le redressement des iso-lignes qui retrouvent leur stratification (régime de couche limite) et engendre une structure monocellulaire et une accélération du champ d'écoulement pour le rapport de forme (A = 2).



**Figure 5 Iso-lignes dans un écoulement opposant d'un mélange d'air et de 25% de CO<sub>2</sub> pour différents rapport de forme.**

Cette situation est expliquée par la diminution des effets radiatifs dans la cavité, vu que le rayonnement est atténué suite à l'augmentation du rapport de forme (Figure 5).

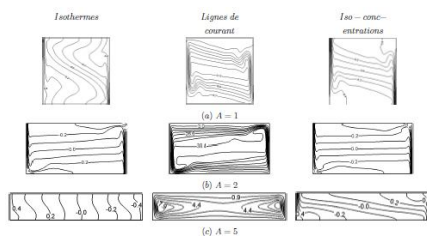
**Tableau 4 Nombres de Nusselt et de Sherwood en fonction du rapport de forme pour l'air-CO<sub>2</sub> en écoulement opposant.**

$\varphi$	A	1	2	5
5%	Nu	195.139	175.540	92.317
	Sh	14.432	14.082	1.596
10%	Nu	188.668	294.412	88.894
	Sh	8.912	4.398	0.393
25%	Nu	181.938	306.205	90.134
	Sh	3.165	18.928	1.249

Le maximum de transfert de chaleur et de masse est noté pour la cavité carrée pour les mélange faiblement chargé en polluant, or le maximum du nombre de Nusselt et de Sherwood est donné pour une cavité de rapport de forme (A = 2) contenant un mélange plus chargé de CO<sub>2</sub> en écoulement opposant (Tableau 4).

**3.2.2 Mélange à 25% de H<sub>2</sub>O**

L'évolution de la concentration de l'eau dans le mélange en écoulement opposant donne lieu à la stratification des isothermes et des iso-concentrations (régime de couche limite), accéléré l'écoulement et limite la formation des structures multicellulaires pour un rapport de forme (A = 2).



**Figure 6 Iso-lignes dans un écoulement opposant d'un mélange d'air et de 25% de H<sub>2</sub>O pour différents rapport de forme.**

La dominance des effets conductifs et diffusifs a légèrement diminué et l'écoulement est bicellulaire (Figure 6). Cette situation reflète la légère augmentation des effets radiatifs caractérisés par l'inclinaison des iso-lignes en raison de la dominance des forces massiques au mélange. Pour les cavités aplaties (A = 5), l'écoulement monocellulaire et les effets conductifs et diffusifs sont défavorisés par le passage de l'écoulement aidant vers l'opposant.

**Table 5 Nombres de Nusselt et de Sherwood en fonction du rapport de forme pour l'air-H<sub>2</sub>O en écoulement opposant.**

$\varphi$	A	1	2	5
5%	Nu	193.823	174.767	88.356
	Sh	11.767	10.855	1.545
10%	Nu	186.082	177.081	79.988
	Sh	7.596	3.937	0.424
25%	Nu	178.534	143.694	72.360
	Sh	13.977	15.343	2.487

Les nombres de Nusselt et de Sherwood diminuent en fonction de l'augmentation du rapport de forme. D'autre part le transfert de chaleur et de masse diminuent également en fonction de l'augmentation de la concentration de l'eau dans le mélange en écoulement opposant (Tableau 5).

**4. Conclusion:**

Généralement l'écoulement aidant offre un noyau stable et des gradients des vitesses aux parois plus importantes par comparaison avec le cas opposant pour les deux mélanges étudiés en régime massique. Les structures multicellulaires apparaissent dans la cavité lorsque les forces thermiques et massiques s'équilibrent dans un écoulement opposant. L'augmentation du rapport de forme de la cavité défavorise les effets radiatifs et les effets conductifs deviennent de plus en plus dominants vu que les extrémités actives n'influent pas l'écoulement au cœur de la cavité.

**5. Références**

[1] G. Lauriat, Combined radiation-convection in gray fluids enclosed in vertical cavities, J. Heat Transfer, Vol. 104, pp. 609-615, 1982.  
 [2] F. Moufekkik, M.A. Moussaoui, A. Mezrhab, D. Lemonnier, H. Naji, MRT-lattice Boltzmann computations of natural convection and volumetric radiation in a tilted square enclosure, International Journal of Thermal Sciences, Vol.54, pp.125-141, 2012.  
 [3] A.Mezrhab, M.Bouzidi And P.Lallemand, Hybrid lattice Boltzmann finite- difference simulation of convective flows, Computer and Fluids, Vol. 33, pp.623-641,2004.  
 [4] H. Hottel, A. Sarofim, Radiative transfer, McGraw-Hill, New York, 1967.  
 [5] M.K. Denison, B.W. Webb, The spectral line-based weighted sum of gray gases model in nonisothermal and nonhomogenous media, ASME J. Heat Transfer, Vol.117, pp.359-363, 1995.  
 [6] S.Laouar Meftah, Modeling of Natural double diffusion convection in mixture gases absorbing and emitting radiation, Doctorat thesis, University M'hamed Bougara-Boumerdes Algeria, 2010.



# RECHERCHE DE LA GÉOMÉTRIE OPTIMALE D'UN DISSIPATEUR POUR LE REFROIDISSEMENT DE MICROPROCESSEURS

D. M. MEDJAHED\* , A. ARIS\* , A. GUESSAB\* , T. BAKI\*\*

\*Département de Mécanique, Ecole Normale Supérieure d'Enseignement Technologique d'Oran

\*\*Université des Sciences et de la Technologie d'Oran  
Mohamed Boudiaf  
BP 1505 El m'naouer, Oran. Algérie.  
E-mail : [boumoussa@gmail.com](mailto:boumoussa@gmail.com) ; [arisaek@yahoo.fr](mailto:arisaek@yahoo.fr)

## 1. Introduction :

L'objectif de ce travail est de déterminer expérimentalement la géométrie optimale d'un dissipateur à ailettes pour refroidir un microprocesseur monté sur un micro-ordinateur personnel.

La théorie de génération d'entropie est utilisée pour définir la résistance thermique minimale.

Une étude numérique de transfert de chaleur par convection forcée à travers des ailettes verticales a été réalisée avec le logiciel COMSOL multiphysics. Les équations élaborées par le modèle mathématique ont été résolues numériquement par la méthode des éléments finis.

La problématique consiste à déterminer la géométrie de dissipateur (dimensions l, b, s, e, L de l'ailette) réalisant un bon transfert de chaleur (dissipateur optimal). Ainsi que l'influence des modifications apportées à la base du dissipateur par un ajout de un à deux canaux de forme rectangulaire pour faire une comparaison de résultats des différents cas étudiés.

## 2. Modèle mathématique :

La géométrie du problème considéré est schématisé par la figure.1 représentant un simple dissipateur avec ailettes parallèles avec le modèle schématisé en figure .2

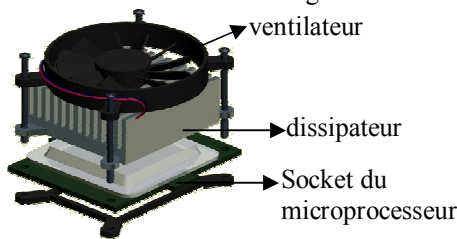


Fig.1 montage du dissipateur sur microprocesseur d'un ordinateur personnel

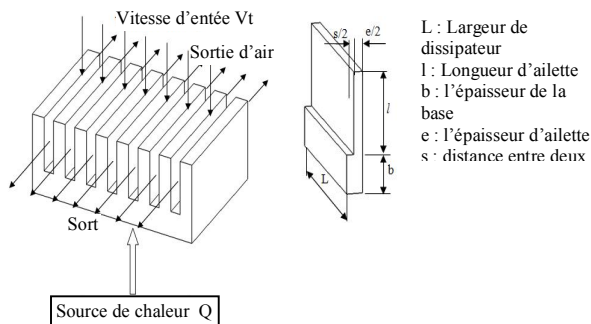


Fig.2 dissipateur à ailettes (écoulement vertical)

## 3. Génération d'entropie et analyse thermique :

Une ailette peut produire de l'entropie liée à l'écoulement externe, elle peut également produire de l'entropie intérieurement parce que l'ailette est mono-isothermale, le taux de génération d'entropie [2], [3] est définie comme :

$$S_{gen} = \frac{q_b \cdot R_{sin}}{T_s^2} + \frac{F_d V_f}{T_s} \quad (1)$$

Le paramètre  $q_b$  représente le transfert thermique de la base d'ailette ;  $V_f$  est la vitesse de l'air de refroidissement  $R_{sin}$  la résistance thermique de l'ailette par unité de surface.

$F_d$  :force de résistance à l'avancement.

Le taux de transfert thermique entre chaque corps d'ailette est le courant d'air est  $q''$  ;

Théoriquement, un dissipateur satisfait à :

$$\int \int q'' dA \cong Q \quad (2)$$

Ainsi, la première partie du taux de génération d'entropie en (1) peut être écrite  $Q \Delta T / T_s^2$ .

La différence de la température ( $\Delta T$ ) de la base d'ailette est donnée par :  $(T_s - T_c)$ , où  $T_c$  est la température absolue du fluide à travers l'ailette et  $T_s$  est la température de surface du solide.

Le frottement du fluide se manifeste sous forme de force de résistance  $F_d$  à l'avancement le long de la direction de  $V_f$ .

Pour un ensemble de radiateur, l'excès de la température ( $\Delta T$ ) est lié à la résistance globale et la résistance thermique de radiateur :

$$\Delta T = Q \cdot R_{sin} \quad (3)$$

Où Q est le taux de dissipation thermique du radiateur.

Donc, le taux de génération d'entropie d'un ensemble de radiateur peut être réécrit comme suit :

$$S_{gen} = \frac{Q^2 \cdot R_{sin}}{T_s^2} + \frac{F_d V_f}{T_s} \quad (4)$$

Qui est une fonction contenant la résistance du radiateur et la dissipation visqueuse.

Le composant visqueux de dissipation est petit et peut être négligé pour les basses vitesses (écoulement induit par flottabilité).

La résistance thermique globale de toute la surface ailetée est donnée sous la forme :

$$R_{sin} = \frac{1}{h_c A_f} \quad (5)$$

L'efficacité totale de surface est formulée par :

$$\eta_f = 1 - \frac{A_f}{A} (1 - \eta_f) \quad (6)$$

Où  $A_f$  est la superficie des ailettes ;  $A$  est la surface totale de transfert thermique comprenant les ailettes et les autres surfaces exposées.

L'efficacité d'ailette est fonction d'un paramètre  $\chi$  d'ailette qui peut être écrit sous la forme compacte suivante :

$$\eta_f = \frac{\tanh \chi}{\chi} \quad (7)$$

Le paramètre d'ailette  $\chi$  égal  $m \cdot l$  où  $l$  est la longueur de l'ailette et  $m$  se calcule d'après l'expression suivante :

$$m = \sqrt{\frac{h_c \cdot P}{\sum_{i=1}^N \lambda A_{ci}}} \quad (8)$$

$\lambda$  représente la conductivité thermique la matière de l'ailette, La section  $A_c$  pour la conduction de la chaleur de chaque ailette est représentée par  $A_{ci}$ . Le périmètre  $P$  est la superficie par unité de



longueur des ailettes,  $h_c h_f$  est le coefficient de transfert de chaleur par convection, peut être calculé en utilisant le modèle développé par Teertstra et al [2].

$$h_c = \frac{N_{uss} \lambda_f}{s} \quad (9)$$

Où  $\lambda_f$  représente la conductivité thermique du fluide. Ainsi, le nombre de Nusselt  $N_{uss}$  peut être écrit dans le cas suivant [7]

$$N_{uss} = \left[ \left( \frac{R_{ss} Pr}{s} \right)^{-3} + \left( 0.664 \sqrt{R_{ss} Pr} \left( 1 + \frac{0.625}{R_{ss}} \right) \right)^{-3} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (10)$$

$$N_{uss} = \left[ \left( \frac{R_{ss} Pr}{s} \right)^{-3} + \left( 0.664 \sqrt{R_{ss} Pr} \left( 1 + \frac{0.625}{R_{ss}} \right) \right)^{-3} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (10)$$

Où  $Pr$  représente le nombre de Prandtl. Le nombre de Reynolds modifié du canal  $R_{ss}^*$  est défini par :

$$R_{ss}^* = R_{ss} \frac{s}{L} \quad (11)$$

Le nombre de Reynolds  $R_{ss}$  est définie par :

$$R_{ss} = \frac{s V_{ch}}{\nu} \quad (12)$$

$$V_{ch} = \frac{V_f L}{2l} \quad (13)$$

On note que la vitesse du canal  $V_{ch}$  de l'écoulement horizontal d'admission est égale à  $V_f \left( 1 + \frac{s}{L} \right)$ , écrite en [1],

Toute la force de résistance à l'avancement du radiateur peut être obtenue par l'équilibre de force sur le radiateur [4]

$$Fd = \frac{1}{2} \rho V_{ch}^2 f_{app} N (2l + sL) + K_c LW + K_e LW \quad (14)$$

Où  $f_{app}$  est le facteur apparent de frottement pour un écoulement se développant hydrodynamiquement. Ce facteur de  $f_{app}$  pour un canal rectangulaire peut être évalué en employant la formulation laminaire suivante d'écoulement développée par Muzychka et Yovanovich [5]

$$f_{app} = \frac{1}{R_{ss} D_h} \left[ \left( \frac{3.44}{\sqrt{L}} \right)^2 + \left( f_{ss} R_{ss} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$L^* = \frac{L}{D_h R_{ss} D_h} \quad (16)$$

$$R_{ss} D_h = \frac{D_h V_{ch}}{\nu} \quad (17)$$

Le paramètre  $D_h$  représente le diamètre hydraulique du canal  $D_h = 2 \cdot l \cdot s / (s + l)$  [6].

Le paramètre  $R_{ss} D_h$  représente le nombre de Reynolds de canal, et  $\nu$  représente la viscosité cinématique du fluide.

Les coefficients  $K_c$  et  $K_e$  dans (14) pour une contraction et une expansion soudaines, respectivement, peuvent être calculés en utilisant la forme simple suivante:

$$K_c = 0.42 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{N s}{L} \right)^2 \right] \quad (18) \quad K_e = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{N s}{L} \right)^2 \right]^2 \quad (19)$$

Un groupe de nombre de Reynolds écrit sous forme  $f_{ss} R_{ss} D_h$  en (15) représente le facteur de frottement de l'écoulement entièrement développé [1] :

$$f_{ss} R_{ss} D_h = 24 - 32.817 \left( \frac{s}{L} \right) + 46.711 \left( \frac{s}{L} \right)^2 - 40.629 \left( \frac{s}{L} \right)^3 + 22.924 \left( \frac{s}{L} \right)^4 - 5.289 \left( \frac{s}{L} \right)^5 \quad (20)$$

#### 4. Dimensions du dissipateur:

Le concept de conception suivant peut être considéré : comment concevoir de façon optimale un radiateur rapportant une dissipation thermique maximum dans laquelle une température  $T_b$  de base d'ailette est prescrite à l'avance ?

Pour traiter un tel cas, on peut substituer (21) dans (4).

$$Q = (T_s - T_\infty) h_c A_{eff} \quad (21)$$

La tâche principale dans cette partie est de déterminer le nombre optimal  $N$  d'ailettes, la hauteur optimale  $a$  des ailettes, l'épaisseur optimale  $e$  de chaque ailette, et la vitesse optimale  $V_f$  de l'écoulement de refroidissement.

Le nombre d'ailettes doit être un nombre entier et peut être limité dans le domaine suivant [7]:

$$2 \leq N \leq \left[ 1 + \left( \frac{W-s}{e} \right) \right] \quad (22)$$

On procède par la suite, aux changements des améliorations sur la géométrie du dissipateur pour obtenir un meilleur transfert de chaleur.

Des canaux rectangulaires sont usinés dans la base du dissipateur pour faciliter le passage de l'air et intensifier le transfert thermique.

#### 5. Résultats et discussions :

Considérant l'écoulement de refroidissement d'entrée vertical. La longueur de la base  $L$  et la largeur  $W$  sont de 71x63mm. Toute la dissipation thermique de 30 W est uniformément appliquée au-dessus de la base du radiateur. L'épaisseur de la base  $b$  de 21.4mm,

La conductivité thermique du radiateur  $\lambda$  est 200 W/mK, la température de l'air ambiant  $T_\infty$  est 25 °C, la conductivité  $\lambda_f$  de l'air est 0.0267 W/mK, la densité d'air  $\rho$  est 1.177 kg/m, le coefficient de viscosité cinématique  $\nu = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

##### 5.1 Cas de dissipateur sans canaux:

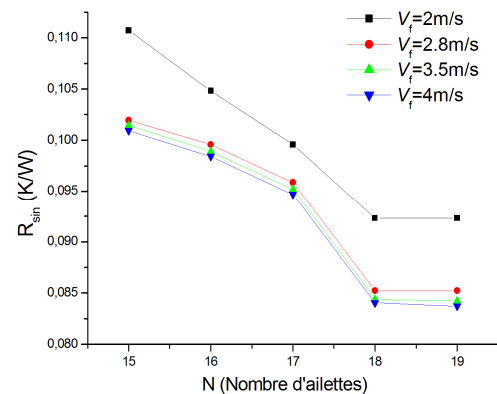


Fig.3. Variation de résistance thermique en fonction du nombre d'ailettes pour différentes vitesses d'écoulement

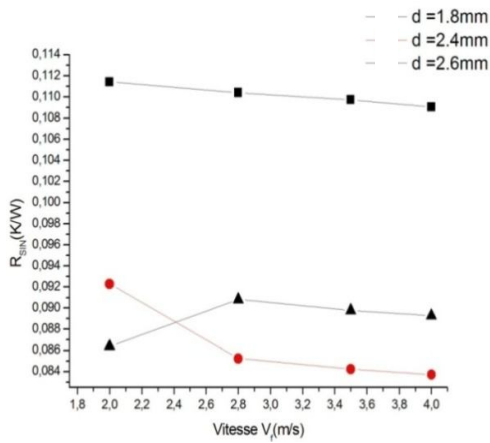


Fig. 4. Variation de résistance thermique en fonction de vitesse de l'écoulement pour différentes valeurs de l'épaisseur de l'ailette,  $N=19$

D'après ces graphes, on remarque que les points qui réalisent un dissipateur assurant un bon transfert de chaleur et vérifiant une faible résistance thermique, sont vérifiés pour  $N=19$  ailettes,  $e=2.4\text{mm}$ ,  $a=21.4\text{mm}$  et  $V_f=4\text{m/s}$ .

### 5.2 Cas d'un dissipateur avec canaux :

Plusieurs dissipateurs ont été étudiés. Nous présentons à titre d'exemple qu'un seul cas schématisé par la figure.5

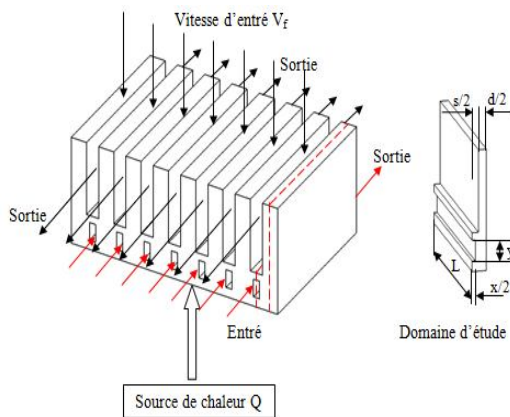


Fig.5 dissipateur avec un canal rectangulaire

Après la résolution du problème par le code de calcul COMSOL. On a étudié la résistance thermique en fonction de la largeur  $x$  et la hauteur  $y$  de chaque canal:

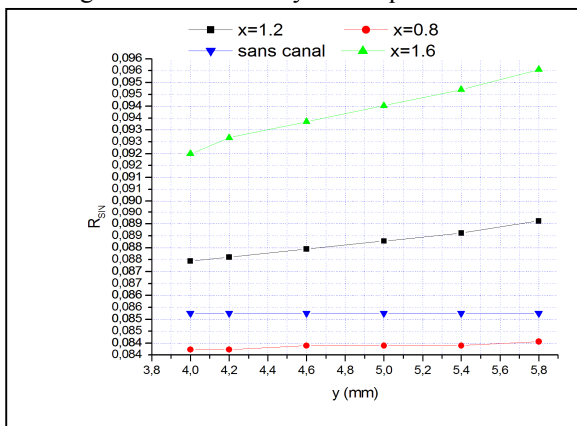


Fig.6 Variation de la résistance thermique en fonction de la hauteur du canal pour  $N=19$  et  $e=2.4\text{mm}$  et  $V_f=2.8\text{m/s}$

Il est clair que pour n'importe quelle valeur de la hauteur du canal, la résistance thermique diminue pour la petite

largeur  $x=0.8\text{mm}$ . Pour les valeurs  $x=1.2$  et  $x=1.6$  l'utilisation du canal n'est pas utile dans ce cas.

Nous observons une température constante  $29.7\text{ }^\circ\text{C}$  dans le cas d'une simple ailette sans modification de sa géométrie. Pour le cas des ailettes avec deux canaux, la température chute de  $29.2\text{ }^\circ\text{C}$  jusqu'à  $25.8\text{ }^\circ\text{C}$ . L'écart de température permet de confirmer l'influence de ces canaux sur le refroidissement du bloc.

### 6. Conclusion

On remarque, d'après la fig.7, que le dissipateur avec deux canaux remplit mieux la fonction de refroidissement pour les différentes valeurs de la distance  $y$ . Par contre, un dissipateur avec un canal ne donne pas une optimisation remarquable.

Donc on peut constater, après cette tentative de simulation, qu'un dissipateur avec deux canaux est plus performant que les deux autres (avec un seul canal et sans canaux).

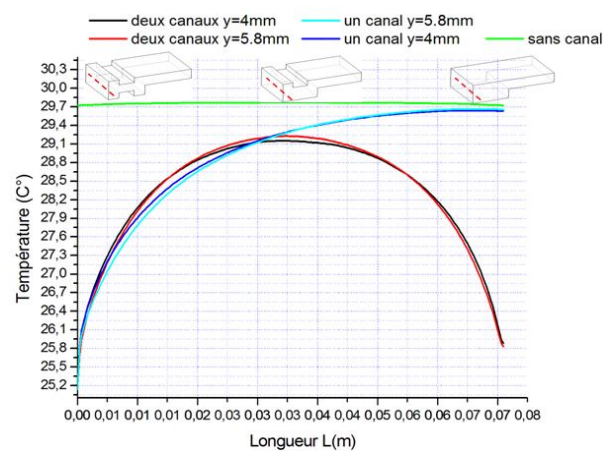


Fig.7 Variation de la température sur la longueur du dissipateur pour  $N=19$  et  $e=2.4\text{mm}$ ,  $x=0.8\text{mm}$ , et  $V_f=2.8\text{m/s}$

Pour les raisons déjà citées, le dissipateur optimal avec deux canaux rectangulaires dont les grandeurs sont regroupés dans le tableau.1:

N	L(mm)	e(mm)	s(mm)
19	21.4	2.4	0.9666
$V_f(\text{m/s})$	$l/s$	Vol( $\text{mm}^3$ )	$R_{\text{SIN}}$
2.8	22.139	100753	0,0764

Tableau.1. Les valeurs optimales du dissipateur à 2 canaux rectangulaires

A l'issue de la présente étude, nous avons constaté l'importance des caractéristiques géométriques des ailettes qui jouent un rôle significatif dans le refroidissement de l'élément chauffé

D'un point de vue technologique, la conception de tels dissipateurs peut être réalisée avec les moyens de fabrication à haute technologie (procédés de fabrication avancés).

### 5. Références bibliographiques

- [1] M. K.Subha, R. M. John, Optimization of Elliptical Fin Heat sink Design in Forced Convection: Single and Multiple Heat Sink, Interpack, pages : 350-369, 2003.
- [2] P. Teertstra, M. M. Yovanovich, J. R. Culham, and T. Lemczyk, "Analytical forced convection modeling of plate fin heat sinks," in Proc. IEEE. 1999.

- [3] W. Aung, Heat transfer in a electronic systems with emphasis on asymmetric heating, Bell Syst. Tech. J. 52, pages: 907-925, 1973.
- [4] G. Desrayaud, A. Fichera and G. Lauriat, Natural convection air-cooling of a substrate-mounted protruding heat source in a stack of parallel boards, Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol.28., pages: 469-482, 2007.
- [5] T.J. Heindel, S. Ramadhyani, F. P. Incropera, Conjugate natural convection from an array of discrete heat sources: part 1 -2 and 3-dimensional model validation, Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol.16, pages: 501-510, 1995.
- [6] JA Visser, DJ de Kock and FD Conradie (2000) minimisation of heat sink mass using mathematical optimisation Sixteenth ieeec .
- [7] C. J. Shih and G. C. Liu (2004) Optimal Design Methodology of Plate-Fin Heat Sinks for Electronic Cooling Using Entropy Generation Strategy IEEE.

# OPTIMIZATION OF THE CYCLE TIME IN RESIN TRANSFER MOULDING PROCESS

AOUATIF SAAD<sup>1\*</sup>, ADIL ECHCHELH<sup>1</sup>, MOHAMED HATTABI<sup>2</sup>, MOHAMMED EL GANAOUTI<sup>3</sup>, FOUAD LAHLOU<sup>1</sup>

(1) Laboratory of electrical engineering and energetic systems  
Faculty of Sciences BOP: 133, Ibn Tofail University, Kenitra, Morocco.

(2) Applied research team on polymers, Department of mechanical engineering,  
ENSEM, Hassan II University, POB: 8118, Oasis, Casablanca, Morocco.

(3) Université de Lorraine, LERMAB/IUT Longwy, Institut Carnot, Nancy, France.

\*Corresponding author Email: [saad\\_aouatif@yahoo.fr](mailto:saad_aouatif@yahoo.fr)

## Introduction

Resin transfer molding (RTM) is a popular manufacturing process for composite materials because of its ability to manufacture complex shaped parts with high efficiency and low pollution. Minimization of mold filling time without losing the part quality remains an important issue in the Resin Transfer Molding (RTM) process. Various methods in the literature are suggested to achieve this. However, inappropriate injection methods lead to numerous air entrapments, and fiber mat deformation. In this study, we are interested in developing and improving new methods to optimize the cycle time. A computer code based on the Control Volume Finite Element Method (CV/FEM) [1, 2] is developed to study the mold filling process in all cases. The validity of the computer code used is checked by analytical results and close agreement is found [2].

In our study we will be interested by a bi-dimensional simulation of the problem. Since the resin transfer molding is a process devoted to manufacture thin composite parts thus the resin flow has been modelled as a 2-D problem in the most simulations.

## Mathematical model

The filling process in RTM can be regarded as liquid flowing through porous media, where we assume that the flow is fully saturated, such an assumption allows one the use of the quasi-steady-state approximation for the flow of resin. The mass balance at a point within the domain for an isothermal, incompressible fluid flow inside a fiber preform is expressed as:

$$\text{div}\vec{V} = 0 \quad (1)$$

The liquid flow through porous media in the RTM process can be expressed by Darcy's law; it has reasonable agreement with experimental result for low Reynolds number ( $Re < 1$ ) [3]. The most commonly used equation for Darcy's law is expressed as:

$$\vec{V} = -\frac{[K]}{\mu} \text{grad}.P \quad (2)$$

Where  $\vec{V}$  is the volume-averaged Darcy's velocity,  $[K]$  is the permeability tensor of the medium,  $\mu$  is the viscosity, and  $P$  is the pore-averaged resin pressure. In general, the mold filling process is not an isothermal process. As the resin fills the mold, heat transfer takes place between the resin, fiber preform and mold walls. The heat transfer equation is the following:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_r C_{pr} (\vec{V} \cdot \nabla T) = \nabla (\lambda \nabla T) + \phi \Delta H \dot{G} \quad (3)$$

Where  $\lambda$  is the effective thermal conductivity,  $\rho$  is the density,  $C_p$  is the heat capacity,  $\Delta H$  is the reaction heat and  $\dot{G}$  is the reaction rate.

In our work, we considered the quasi-steady concept studied by Yu et al. [4] where no source heat is observed, the equation (3) becomes:

$$\nabla (\lambda \nabla T) = 0 \quad (4)$$

Where the effective thermal conductivity  $\lambda$  may be expressed by the rule of mixture as follows [5, 6]:

$$\lambda = \frac{\lambda_r \lambda_f}{\lambda_r w_f + \lambda_f w_r} \quad (5)$$

$$w_r = \frac{\frac{\phi}{\rho_f}}{\frac{\phi}{\rho_f} + \frac{1-\phi}{\rho_r}} \quad (6)$$

$$w_f = 1 - w_r \quad (7)$$

Where  $\phi$  is the fiber porosity, indices  $f$  and  $r$  denotes respectively fiber and resin.

In order to compute the mathematical model, the governing equation must be solved in conjunction with an appropriate set of boundary conditions. These conditions are divided into three regions: mold wall, inlet gate and flow front. At the mold walls there is no flow in the normal direction and the condition is expressed as:

$$\begin{cases} P = P_{inj}, & T = T_{inj} \\ P = P_{front}, & T = T_f = T_m \\ \frac{\partial P}{\partial n} = 0, & T = T_m \end{cases} \begin{array}{l} \text{At the inlet gate} \\ \text{At the flow front} \\ \text{At the mold wall} \end{array}$$

$$\begin{cases} P \geq 0 \\ P = 0 \\ 0 \leq f \leq 1 \end{cases} \begin{array}{l} \text{For all nodes;} \\ \text{For all nodes where} \\ 0 \leq f < 1; \end{array}$$

For all nodes

### Numerical procedure

In the present paper, the control volume/finite element method CV/FEM [7-9] is used for the numerical solution of the problem. This method is the most popular to solve the filling stage because of their simplicity in handling the moving boundary problems. The coupling of the control volume concept with the finite element method renders it ideal for simulating the filling process of complex parts. It is a combination of two very powerful techniques, blending accuracy of front tracking with the capability for modelling complex geometries.

### Optimization of the cycle time in RTM process

#### Strategy 1: Increase of the temperature

In order to reduce the processing time, one of the widely used practices is to elevate the resin temperature by heating the mold. The viscosity is not a constant but follows the power-law model, for a polyester resin the temperature dependence of the resin viscosity is given by the law [10]:

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp\left(\frac{\alpha_T}{T}\right) \quad (8)$$

Where  $\mu_0$  and  $\alpha_T$  are material properties.

When the resin is heated, the viscosity decreases. As a consequence, the flow speed is enhanced (figure1).

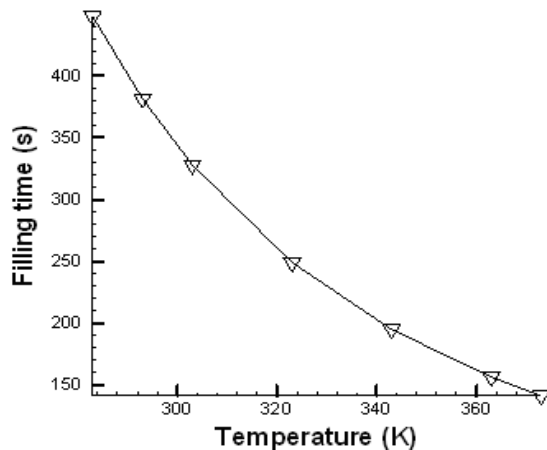


Figure 1: Time process evolution with temperature

Hence, the heated mold reduces the total manufacturing time by accelerated curing as well as the reduced resin viscosity. Indeed, the flow front location changes with an elevation of the temperature (figure2); this can be explained by the fact that the resin with higher temperature advances ahead of that with lower temperature due to its small viscosity and higher velocity.

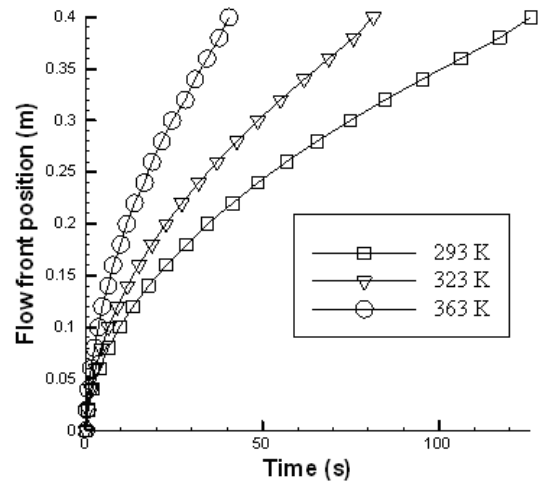


Figure 2: Flow front position with different temperature of the mold

Two important advantages of increasing temperature of the resin are, one the one hand, to enhance the mechanical properties of the final composite part by increasing fiber volume fraction, and on the other hand to minimize the processing cost by decreasing the time of the process.

#### Strategy 2: Optimization of the injection gate positioning

RTM process is devoted to produce pieces with complex geometries. In the industry of the composite, the plates used often consist of reinforcements with a variable number of layers and stacking sequences. A correct simulation of this process requires taking into account all these parameters. This thickness variation leads finally to an increase in the time of the process “the cycle time”, where it is found that this time is equal to 1613.6s (case 1: Thickness 1 < Thickness 2) and 3238.2s (case 2: Thickness 1 > Thickness 2) against 807.09s in the case of uniform thickness. This variation in the time of filling in the two cases is explained by Saad et al. [11], who imputed this to a variation of the pressure at the interface of the two thickness variable regions.

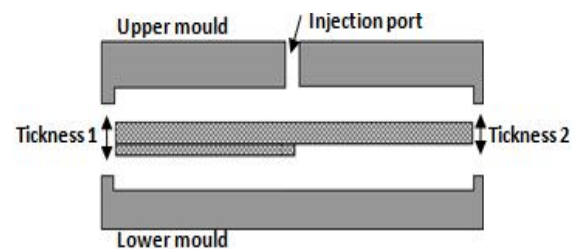


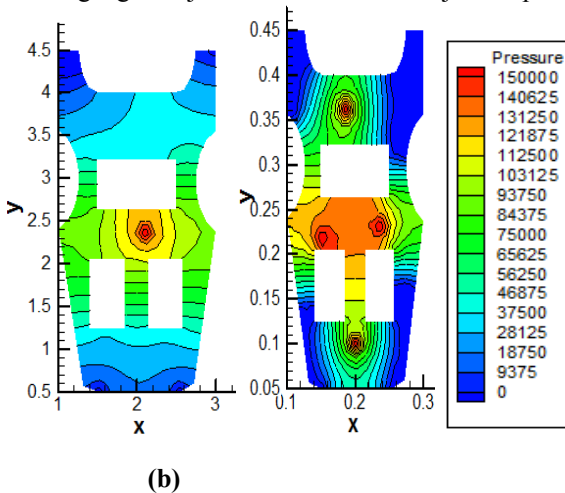
Figure 3: A mould cavity with two different reinforcement thickness

As a consequence, to optimize the filling process of a mold with two different reinforcement thicknesses, the injection ports must be located at the surface with lower thickness (case1) in order to minimize the cycle time and to reduce processing cost of the composite part.



### Strategy 3: Multiple injection gates

Injection strategy is a practical design issue in RTM in which the resin can be injected through the multiple gates into the mold under constant pressure or flow rate. In this method, all the injection gates are opened simultaneously. Since each gate fills a smaller volume than the gate in a single gate injection should, thus, the filling time can be reduced. Figure 4 a-b shows a comparison in the filling strategy of a complex shaped mold with single and multiple injection gates. Indeed, the filling time with a single injection gate is 73.93 s whereas it is reduced to only 13.9 s in the case of multiple injection gates. This shows that the later strategy reduces the filling time by 81% compared to the single gate injection with the same injection pressure.



**Figure 4: Mold filling patterns: (a) single injection gate (b) multiple injection gate.**

### Conclusion

In this work, different injection strategies to enhance the flow during mold filling process have been investigated. Mold filling is studied by a computer code developed to simulate the filling process.

In summary, we conclude from this study, that the preheating of the mold has proven to be effective in enhancing the product quality and reducing the injection time by a big margin. Resin injection through multiple injection gates seems to be the most practical way for reducing the mold filling time. In complex geometries with different reinforcement thicknesses, optimization of injection ports location is an unavoidable step to enhance the time process.

The numerical code developed in this study can be thus applied with reasonable accuracy in predicting the resin flow, the related process variables and thus assists in the mold design and process optimization.

### References

[1] A. SAAD, A. ECHCHELH, M. HATTABI, M. EL GANAOU, Numerical Simulation and Analysis of Flow in Resin Transfer Molding process, Fluid Dynamics &

Materials Processing, Vol. 8, No. 3, pp. 277-294, 2012.

[2] A. SAAD, A. ECHCHELH, M. HATTABI, M. EL GANAOU, Optimization of the cycle time in resin transfer moulding process by numerical simulation, Journal of reinforced plastics and composites, Journal of Reinforced Plastics and composites, 31(20) 1388–1399.

[3] B.M. Das. Advanced Soil Mechanics, McGraw-Hill 1983.

[4] B. Yu, H. T. Chiu, Z. Ding and L. J. Lee, Analysis of flow and heat in liquid composite molding, intern. Polymer Processing XV (2000).

[5] L.J. Lee, W.B. Young, R.J. Lin. Mold filling and cure modeling of RTM and SRIM processes. Composites Structures, 27 (1994) 109–120.

[6] A. Shojaeia, S.R. Ghaffariana and S. M. H Karimianb, Three-dimensional process cycle simulation of composite parts manufactured by resin transfer molding, Composite Structures 65 (2004) 381–390.

[7] R. Gauvin, and F. Trochu, Plastics, Rubber and Composites processing and Applications, 19 (1993)151–157.

[8] Bruschke, M.V. and Advani, S.G. International Journal For Numerical Methods in Fluids,19 (1994) 575–603.

[9] A. Saad, A. Echchelh, M. Hattabi, M. EL Ganaoui, An Improved Computational Method For Non Isothermal Resin Transfer Molding Simulation, thermal sciences, 15, suppl. 2 , pp: 275-289 (2011).

[10] J. F. Gonzalez-Romero and C. W. Mascosko, Viscosity rise during radical crosslinking polymerization with inhibition. Journal of rheology, 29 (1985) 259-272.

[11] A. Saad, A. Echchelh, M. Hattabi, M. EL Ganaoui, Numerical simulation of thickness variation effect on resin transfer molding process, Journal of polymer composites, 33, 1: (2012) 10-21.



# PREDICTION DES PROPRIETES ELASTIQUES ET ACOUSTIQUES EFFECTIVES DES MILIEUX POREUX

A. RAHMOUNI<sup>1\*</sup>, A. SAMAOUALI<sup>1</sup>,  
A. BOULANOUAR<sup>1</sup>, M. BOUKALOUCHE<sup>1</sup>,  
Y. GÉRAUD<sup>2</sup>, M. HARNAFF<sup>3</sup>, M. J. SEBBANI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Thermodynamique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Mohamed V, B.P. 1014, Rabat, Maroc.

<sup>2</sup>Université de Strasbourg, EOST, Institut de physique du globe 1 rue Blessing, F- 67084 Strasbourg Cedex, France.

<sup>3</sup>Laboratoire de Recherche sur les Géomatériaux, Institut Scientifique, Université Mohamed V, B.P. 703 Rabat, Maroc.

\*a.rahmouni@yahoo.fr

## 1. Introduction

La prédiction des propriétés élastiques effectives des matériaux poreux a connu un développement important dans de nombreux domaines, comme la physique des roches, la construction ou encore l'étude du comportement des monuments historiques. Cet intérêt s'est traduit par la mise au point des modèles qui correspondent à des variantes des approches fondamentales.

Les premiers modèles consacrés au calcul des propriétés élastiques effectives de matériaux composites sont les moyennes de Voigt et Reuss (Le Ravalec, 1995). Hashin et Strickman (Hashin et al; 1963) développent une approche variationnelle qui permet d'identifier, pour les milieux isotropes, un domaine plus étroit pour les modules effectifs que les moyennes de Voigt et Reuss. Ces modèles conduisent à un encadrement assez large des modules élastiques de milieux composites, essentiellement lorsque les phases en présence ont des propriétés élastiques très distinctes.

Certains auteurs ont appliqués des modèles pour décrire le comportement des milieux poreux. Ainsi Guéguen (1997) a utilisé le modèle différentiel auto cohérent pour déterminer les modules élastiques des milieux poreux. Sarout (2006) a utilisé le modèle Mori-Tanaka pour décrire la propagation des ondes élastiques dans des roches argileuses sèches.

Cette étude concerne la modélisation du comportement mécanique et acoustique des milieux poreux en utilisant une technique d'homogénéisation basée sur le modèle de Mori-Tanaka, dont le but est de relier les propriétés mécaniques et acoustiques effectives à la microstructure de ces matériaux. Une technique expérimentale ultrasonique a été utilisée pour déterminer les propriétés élastiques à partir de mesure des vitesses des ondes P.

## 2. Méthode d'homogénéisation

La méthode d'homogénéisation consiste généralement à remplacer un milieu réel hétérogène par un milieu fictif homogène équivalent (Xu, 2004). Nous considérons un milieu biphasique élastique linéaire isotrope constituée d'une matrice contenant des inclusions. Le tenseur d'élasticité, les modules de compression et de cisaillement de la phase  $i$  ( $i$ =matrice, inclusion) sont respectivement  $C_i$ ,  $k_i$ ,  $\mu_i$ . le

comportement macroscopique est alors élastique linéaire et isotrope. Les tenseurs de contrainte ( $\Sigma$ ) et de déformation ( $E$ ) macroscopiques sont reliés par l'équation:

$$\Sigma = C^{\text{hom}} : E \quad (1)$$

### 2.1. Propriétés élastiques et acoustiques effectives

Le modèle de Mori-Tanaka est caractérisé par la prise en compte de la géométrie des phases constitutives du milieu, il permet de tenir compte de l'interaction entre les inclusions (Huynh, 2006). L'estimation du tenseur élastique macroscopique s'écrit :

$$C_{\text{sec}}^{MT} = C_m + f_{\text{inc}} [f_m S^E : C_m^{-1} + (C_{\text{inc}} - C_m)^{-1}]^{-1} \quad (2)$$

Dans le cas particulier d'un milieu constitué d'une matrice isotrope et des inclusions sphériques, l'estimation de schéma de Mori-Tanaka s'écrit:

$$k_{\text{sec}}^{MT} = k_m \left( 1 + f_{\text{inc}} \frac{k_{\text{inc}} - k_m}{k_m + f_m \alpha (k_{\text{inc}} - k_m)} \right) \quad (3)$$

$$\mu_{\text{sec}}^{MT} = \mu_m \left( 1 + f_{\text{inc}} \frac{\mu_{\text{inc}} - \mu_m}{\mu_m + f_m \beta (\mu_{\text{inc}} - \mu_m)} \right) \quad (4)$$

Dans un milieu homogène isotrope et élastique, la vitesse des ondes de propagation plane de type compressif (onde P) ou de cisailant (onde S) est donnée par :

$$V_p = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (5)$$

#### 2.1.1. Propriétés effectives d'un milieu poreux sec

En mettant  $K_{\text{inc}} = 0$  et  $\mu_{\text{inc}} = 0$  dans les équations (3) et (4), on obtient les propriétés élastiques ( $k_{\text{sec}}^*$ ,  $\mu_{\text{sec}}^*$ ,  $E_{\text{sec}}^*$ ) dans le cas du milieu poreux contenant des inclusions vides.

$$k_{\text{sec}}^* = k_m (1 - f_p)(1 + af_p)^{-1} \quad (6)$$

$$\mu_{\text{sec}}^* = \mu_m (1 - f_p)(1 + bf_p)^{-1} \quad (7)$$

$$E_{\text{sec}}^* = E_0 (1 - f_p)(1 + cf_p)^{-1} \quad (8)$$

Les propriétés acoustiques effectives ( $V_p$ ,  $V_s$ ) dans le cas du milieu poreux sec contenant des inclusions sphériques sont:

$$V_p = V_p^m \sqrt{\frac{(1 + af_p)}{(1 + bf_p)(1 + cf_p)}}, \quad V_s = V_s^m \sqrt{\frac{1}{(1 + cf_p)}}$$

#### 2.2.2. Propriétés effectives d'un milieu poreux saturé

Dans le cas d'un milieu poreux saturé par un fluide, le tenseur élastique s'écrit :

$$C_{\text{sat}}^{MT} = C_f - (1 - f_p)(C_f - C_m) [ (1 - f_p)I + f_p [I + S^E : C_m^{-1} : (C_f - C_m)]^{-1} ]^{-1}$$

Les propriétés élastiques effectives ( $k_{\text{sat}}^*$ ,  $\mu_{\text{sat}}^*$ ,  $E_{\text{sat}}^*$ ) du milieu poreux saturé sont respectivement :

$$k_{\text{sat}}^* = k_m (1 - af_p)(1 + ef_p)^{-1} \quad (9)$$

$$\mu_{\text{sat}}^* = \mu_m^* = \mu_m (1 - f_p)(1 + df_p)^{-1} \quad (10)$$

$$E_{\text{sat}}^* = E_0 \frac{(1 - f_p)(1 - af_p)}{1 + bf_p - cf_p^2} \quad (11)$$

Les propriétés acoustiques ( $V_p$ ,  $V_s$ ) dans le cas du milieu poreux saturé sont:

$$V_p^{sat} = \sqrt{\frac{1}{\rho_m(1-f_p) + \rho_f f_p} \left[ k_m \frac{(1-af_p)}{(1+bf_p)} + \frac{4}{3} \mu_m \frac{(1-f_p)}{(1+cf_p)} \right]}$$

$$V_s^{sat} = \sqrt{\frac{\mu_m}{\rho_m(1-f_p) + \rho_f f_p} \frac{(1-f_p)}{(1+cf_p)}}$$

$\rho_f$  : densité volumique du fluide

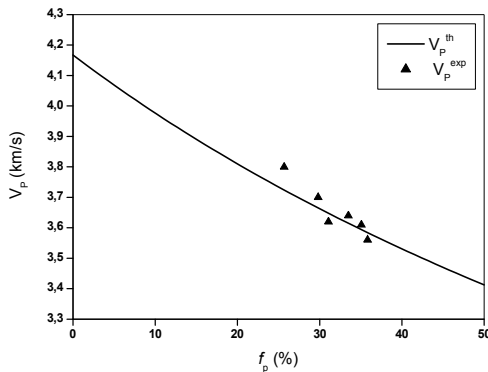


Figure 1: Comparaison des données de vitesse d'ondes P en fonction de la porosité pour des calcarenites secs avec les prédictions du modèle Mori-Tanaka ( $K_m=63.3$  GPa,  $\mu_m=17.1$  GPa (Lion, 2004)).

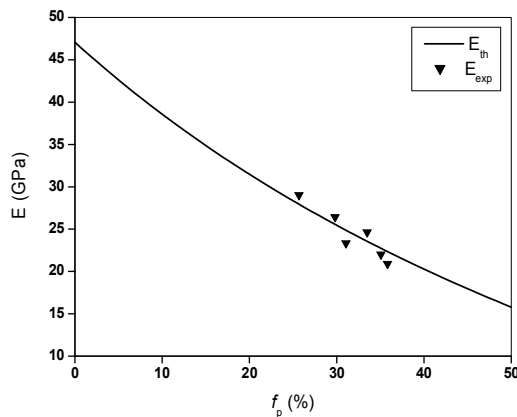


Figure 2: Comparaison des mesures du Module de Young E en fonction de la porosité pour des calcarenites secs avec les prédictions du modèle Mori-Tanaka.

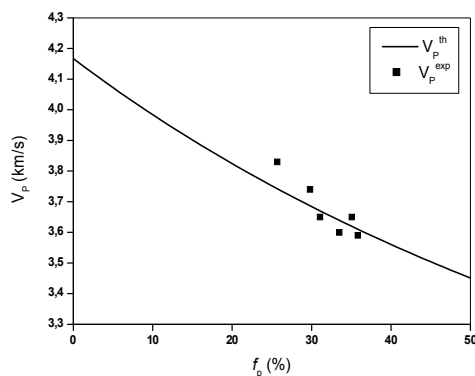


Figure 3: Comparaison des données de vitesse d'ondes P en fonction de la porosité pour des calcarenites saturées avec les prédictions du modèle Mori-Tanaka.

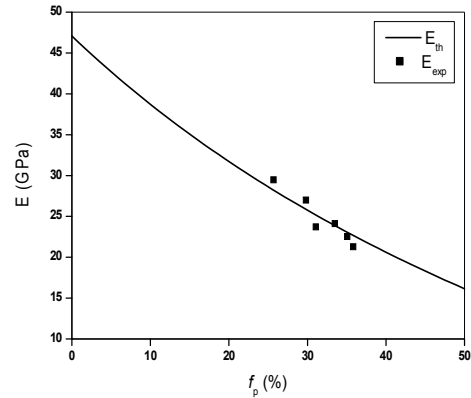


Figure 4: Comparaison des mesures du Module de Young E en fonction de la porosité pour des calcarenites saturées avec les prédictions du modèle Mori-Tanaka.

Les matériaux utilisés dans cette étude sont des roches sédimentaires calcarenitiques prélevées dans une carrière à proximité de la ville de Rabat. Nous avons utilisé la méthode de la porosité à l'eau pour déterminer la porosité totale des échantillons. Une technique ultrasonique a été utilisée pour déterminer les vitesses des ondes P des échantillons.

### 3. Résultats et discussion

D'après les résultats de mesures, on constate que ces échantillons ont une différence de porosité. La porosité totale de ces échantillons varie entre 25,69 et 35,83%. La porosité moyenne est 31,83% (Rahmouni et al 2010).

Les résultats obtenus pour la mesure des vitesses des ondes P des échantillons secs varient de 3,57 à 3,8 km/s et ceux des échantillons saturés en eau varient entre 3,6 et 3,9 km/s.

#### Propriétés élastiques

Sur les figures 2 et 4, on a représenté les résultats obtenus en considérant une matrice solide (dont les propriétés élastiques sont  $k_m=63.3$  GPa et  $\mu_m=17.1$  GPa) contenant des inclusions sphériques vides ou saturées. Les courbes représentées montrent que les propriétés élastiques effectives (module de Young  $E^*$ ) diminuent avec l'augmentation de la porosité, ce qui va dans le même sens que les travaux de Guéguen (1997) et Huynh (2006). Les propriétés élastiques ( $E^*$ ,  $K^*$ ) dans le milieu saturé sont plus importantes que celles dans le milieu sec. Ce résultat est conforme avec les résultats expérimentaux obtenus sur des roches calcarénites (figures 2 et 4) et les travaux de Beck (2006).

#### Propriétés acoustiques

Les résultats de la modélisation d'un milieu poreux sec et saturé constitué d'une matrice contenant des inclusions sphériques en utilisant le schéma de Mori-Tanaka montrent que les propriétés acoustiques effectives diminuent en fonction de la porosité. Des résultats obtenus par Bourbie et al (1986) sur les grès de Fontainebleau totalement saturés et pour des échantillons de verre fritté et les résultats expérimentaux obtenus sur des roches calcarénites poreuses (figures 1 et 3) sont conformes avec les résultats théoriques.

Le module de compression  $K^*$  est plus grand en milieu saturé, le module de cisaillement  $\mu^*$  reste inchangé et la vitesse  $V_p$  est plus importante en milieu sec, ce dernier résultat est interprété par le fait que la densité est plus grande en milieu saturé. Contrairement des auteurs (Guéguen et al, 1992) ont comparé les vitesses  $V_p$  et  $V_s$  en milieu sec ( $S=0$ ) et saturé en eau ( $S=1$ ), ils ont observé en général  $V_p$  (sec) <  $V_p$  (saturé) et  $V_s$  (saturé) <  $V_s$  (sec) (confirmation de l'étude expérimentale). Beck (2006) a observé que la vitesse de compression  $V_p$  est plus importante dans l'état saturé pour le tuffeau blanc et la pierre de Sébastopol. Il est interprété ce résultat par le fait que le module de compression est plus grand en milieu saturé et que la vitesse du son est plus grande dans l'eau que dans l'air.

#### 4. Conclusions

Nous avons étudié un milieu constitué d'une matrice solide contenant des inclusions sphériques vides ou saturées en utilisant le schéma de Mori-Tanaka. Les résultats obtenus montrent que les propriétés élastiques et acoustiques effectives diminuent avec l'augmentation de la porosité et que le fluide n'a pas un effet sur les vitesses  $V_s$ . Le modèle Mori-Tanaka présente d'une part l'avantage de la détermination de modules élastiques effectifs même pour un milieu dont espace poreux est vide, et d'autre par ce modèle offre l'avantage de prendre en compte les effets d'interaction entre les pores, ce qui légitime le calcul des propriétés élastiques et acoustiques effectives jusque des valeurs élevées de la porosité.

Les vitesses acoustiques dans un milieu dépendent de ses propriétés élastiques et de sa densité volumique qui sont générées par la matrice solide (composition minéralogiques, taille des grains) et l'espace poreux (porosité, géométrie des inclusions) associé qui est saturé ou non saturé par un ou plusieurs fluides. L'étude des propriétés effectives des états secs et saturés par l'utilisation de ce modèle est simple, car ils représentent un milieu biphasique constitué d'une phase solide (matrice) et d'une phase fluide (eau ou air), mais les états partiellement saturés sont plus complexes, car ils représentent un milieu constitué de trois phases : la matrice solide et deux phases fluides (eau et air) c'est l'objet d'une autre étude.

#### Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet d'action intégrée Franco-Marocaine No. MA/07/168, en collaboration avec nos partenaires de l'Institut Scientifique Rabat et l'Institut de Physique du Globe, Strasbourg.

#### Références

Beck, J., 2006. Etude des propriétés hydriques et des mécanismes d'altération de pierres calcaires à forte porosité. Thèse de doctorat, université d'Orléans.

Bourbie, T., Coussy, O., Zinszner, B., 1986. Acoustiques des milieux poreux. Editions Technip.

Hashin, Z., Shtikman S., 1963. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. J. Mech. Phys. solids, vol.11,p. 127-140.

Huynh, Q, V., 2006. Estimation des propriétés poromécaniques effectives des argilites: apport des

méthodes d'homogénéisation. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine.

Guéguen, Y., Chelidze, T., Le Ravalec, M., 1997. Microstructures, percolation thresholds, and rock physical properties. Tectonophysics 279, pp. 23-35.

Le Ravalec, M., 1995. Vitesses et perméabilité des roches : modélisation du rôle des fluides et des fissures. Thèse de doctorat, Université de Rennes.

Rahmouni. A et al., 2010. Influence de la microstructure et de la saturation en fluide sur la conductivité thermique des milieux hétérogènes et poreux. 1er Congrès de l'Association Marocaine de Thermique, 6-7 Mai Settat (Maroc).

Sarout, J., 2006. Propriétés physiques et anisotropie des roches argileuses : modélisation micromécanique et expérience triaxiales. Thèse de Doctorat, Université Paris XI.

Xu, Y., 2004. Approches multi-échelle pour l'étude du comportement des systèmes polyphasiques - application aux milieux poreux non saturés. Thèse de Doctorat, Ecole National des Ponts et chaussées.

# RELATIONSHIP BETWEEN POROSITY, THERMAL CONDUCTIVITY AND WATER SATURATION OF ROCKS CALCARENITES

A. RAHMOUNI<sup>1\*</sup>, A. SAMAOUALI<sup>1</sup>,  
A. BOULANOVAR<sup>1</sup>, M. BOUKALOUCH<sup>1</sup>,  
Y. GÉRAUD<sup>2</sup>, M. HARNAFI<sup>3</sup>, M. J. SEBBANI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Thermodynamique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Mohamed V, B.P. 1014, Rabat, Maroc.

<sup>2</sup>Université de Strasbourg, EOST, Institut de physique du globe 1 rue Blessing, F- 67084 Strasbourg Cedex, France.

<sup>3</sup>Laboratoire de Recherche sur les Géomatériaux, Institut Scientifique, Université Mohamed V, B.P. 703 Rabat, Maroc.

\*a.rahmouni@yahoo.fr

## 1. Introduction

Porosity and thermal conductivity play an important role in transfer properties of fluid-rock interactions. The understanding of the relationship between these two parameters could be a good way to understand the fluid-rock interactions between the porous and the fracture network and to predict the porosity of a porous media.

Thermal conductivity of rocks is a critical parameter used in geothermal utilization design. Generally, the thermal conductivity ranges given in the compilations of rock properties (Clauser and Huenges, 1995) are too broad to be useful in the application of a specific site because thermal properties are highly dependent on site specific characteristics. The distribution and spatial variability of the thermal conductivity are needed as input parameters in the design process. Knowledge of the thermal conductivity of rocks is essential for solving many geothermal utilization design problems (Schilling, 1999).

The thermal conductivity of rocks depends primarily on:  
Its mineral composition.

Its structural and textural features. These include mineral size fine grained or coarse grained, mineral shape and the presence of pores. Also the presence of micro cracks.

The amount of pore water present.

The condition it is in, when tested (e.g., temperature, water content) (Clauser and Huenges, 1995).

In this study, correlations between the thermal conductivity value and the porosity values. The effect of water saturation on the thermal conductivity is studied. We used the method of water porosity to determine the total porosity of the samples and the method optical scanning to characterize the thermal conductivity of these samples.

## 2. Materials and methods

The materials used in this study are sedimentary rocks calcarenitiques taken from a quarry near the town of Rabat. Calcarenite monuments of Rabat is a rock of Plio-Quaternary age, is characterized by high porosity and variable (18-47%) (Zaouia et al.2005). Its chemical composition is very rich in calcium carbonate.

Measurements of thermal conductivity and porosity of were carried out on samples 7×7×7 cm<sup>3</sup>. These measures will

help to better understand and identify the characteristics of the porous network of materials used in the construction of the monument Roman Chella Rabat.

### 2.1. Porosity

The method of measuring the total porosity to water is that defined by (Rosner 2007), which provides that the samples are soaked in the absence of air, ie in monophasic system. The porosity value  $N_t$ , is then obtained by the method of three weighing. Knowing the dry weight of the sample  $W_s$  and its weight soaked  $W_1$ , we obtain the total pore volume occupied by water ( $W_1 - W_s$ ), then from a hydrostatic weighing  $W_2$ , we can calculate the total volume of the sample ( $V_t = W_1 - W_2$ ). The porosity of the sample is given by:

$$N_t(\%) = \frac{W_1 - W_s}{W_1 - W_2} \times 100 \quad (1)$$

with  $W_1$  the weight of the sample saturated with water,  $W_2$  weight saturated obtained by hydrostatic weighing,  $W_s$  is the dry weight of the sample.

### 2.1. Thermal Conductivity

The technique presented here eliminates the effect of the thermal contact resistance. It is based on the change in surface temperature of the sample after a known heat input and controlled (Popov et al.1999). The experimental design is identical to that used by (Rosen 2007). The meter comes in the form of a movable block, consisting of two temperature sensors sensitive to electromagnetic radiation and a heat source, aligned parallel to the axis of movement, so it is possible to measure the temperature of the sample before and after heating. The block moves at constant speed ( $V=4.99$  mm/s) near the surface of the sample, along a measurement line, and thus allows to obtain a profile of thermal conductivity.

The two temperature sensors (T1 and T2) to measure the temperature difference due to the energy input. The distance between the source and temperature sensor measuring the temperature of the sample after heating and the speed are constant, it is possible to link the increase in temperature at  $x$ ,  $\theta(x)$  and conductivity heat by a relation of the form:

$$\theta(x) = \frac{q}{2\pi x \lambda} \quad (2)$$

With,  $q$  the source strength,  $x$  the distance between the source and the thermal sensor and  $\lambda$  the thermal conductivity at the measurement point (Popov et al.1999). To obtain an absolute value of the thermal conductivity of the material analyzed, it is sufficient to align the sample and a standard of known thermal conductivity  $\lambda_{std}$  (in this case  $\lambda_{std}=1.35$  W/m.K). The thermal conductivity of the material will be determined from  $\lambda_{std}$  and report temperature differences:

$$\lambda(x) = \lambda_{std} \frac{\theta_{std}}{\theta(x)} \quad (3)$$

Sample preparation is simple. To avoid a change of heat absorption due to color variations in the sample surface, a layer of black paint is applied. In this way, the coefficient of heat absorption is maximum and homogeneous. The range of measurable conductivity is between 0.2 and 70 W/m.K, and the measurement error is less than 3%. To

make a measurement, simply position the sample and two standards on the unit of measurement (thermal conductivity and temperature) itself is fully computer controlled.

### 3. Results and discussions

#### 3.1. Thermal conductivity versus porosity

Based on measurements of different sample weights that are extracted from the same block (same mineralogy and petrography) shows that these samples have a difference of porosity. The total porosity of the samples varies between 25.69 and 35.83%. The average porosity is 31.83%.

The experimental results show that the thermal conductivity of rocks calcarenites changes on a significant range and water saturation produces a higher conductivity. The thermal conductivities of dry samples are relatively close, they vary from 0.873 to 1.102 W/m.K and those samples saturated with water vary between 1.673 and 1.794 W/m.K. These results are in agreement with the literature (Popov et al. 1999, Surma et al. 2003).

Relations porosity and thermal conductivity of saturated samples and dry samples are shown in Figs 1 and 3.

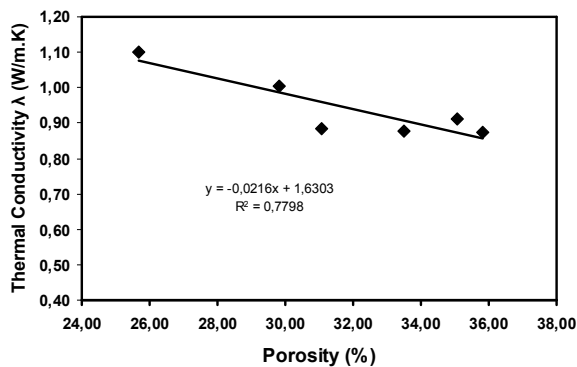


Fig.1. Thermal conductivity versus porosity for dry samples.

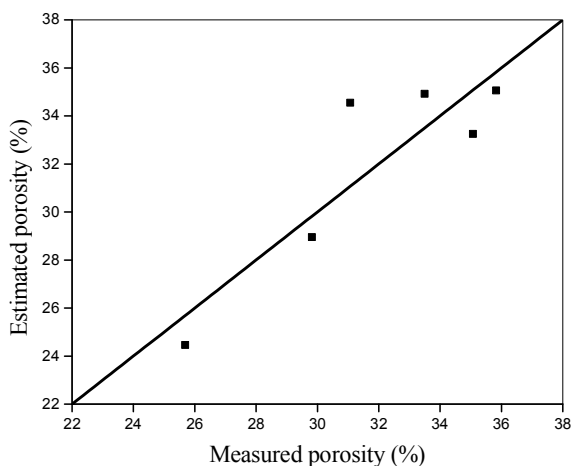


Fig.2. Estimated porosity and measured porosity from thermal conductivity for dry samples.

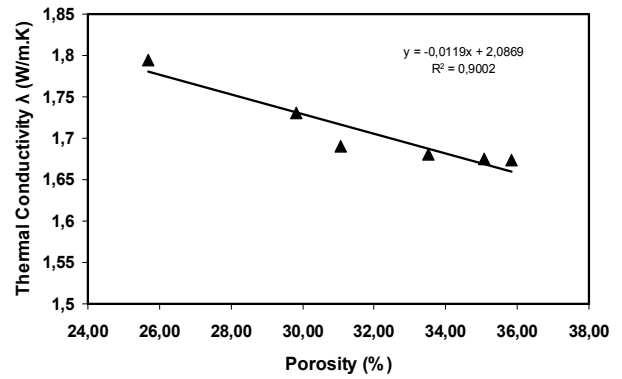


Fig.3. Thermal conductivity versus porosity for saturated samples.

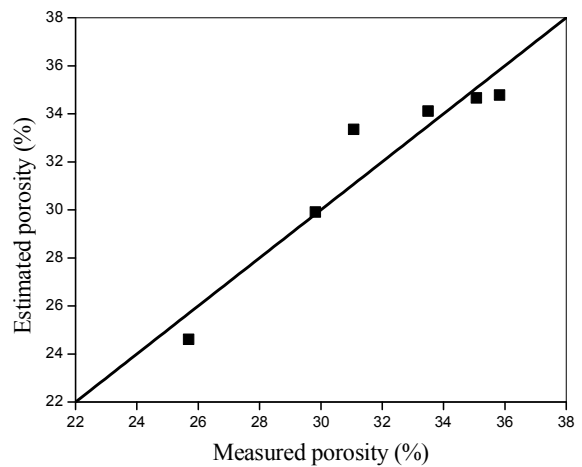


Fig.4. Estimated porosity and measured porosity from thermal conductivity for saturated samples

The results show that the thermal conductivity decreases with increasing porosity. Linear relationships between conductivity and porosity appear on figures 1 and 3. The correlation between the two parameters used to estimate the porosity of a porous media.

As a result, the relationship between the estimated values and the measured values of porosity for each sample is examined graphically in Figs. 2 and 4. The error in the estimated value is represented by the distance that each data point plots from diagonal line curves 1:1. A point lying on the line indicates an exact estimation, as shown in Figs.2 and 4.

#### 3.2. Influence of water saturation on the thermal conductivity

The effect of partial saturation in water varies depending whether the rock is porous or fractured. Porosity in porous rocks consists of “bottlenecks” formed at the contact between individual grains and the bulk pore space. Dry bottlenecks act as thermal contact resistances between grains, while the bulk pore volume contributes according to its size to the effective thermal conductivity (Clauser and Huenges 1995). In Fig.5 shows how the thermal conductivity varies in a rock calcarenite porosity of 31.07% with the degree of water saturation. It is found that the thermal conductivity increases as a function of water saturation, and that the thermal conductivity does not vary linearly with the

change of water saturation. This has been observed in other materials such as sandstone and granite (Popov et al. 1999). For low water saturations, the transfer of heat takes place mainly at the contact points between the particles forming the material, where the small increase in the value of the thermal conductivity. The increase in water saturation, resulting in the formation of thermal bridges of heat within the material, hence the increase in conductivity of the material.

Zaouia, N et al. 2005. Superficial alteration and soluble salts in the calcarenite weathering. case study of almohade monuments in Rabat: Morocco. *Environ Geol* 48: 742–747.

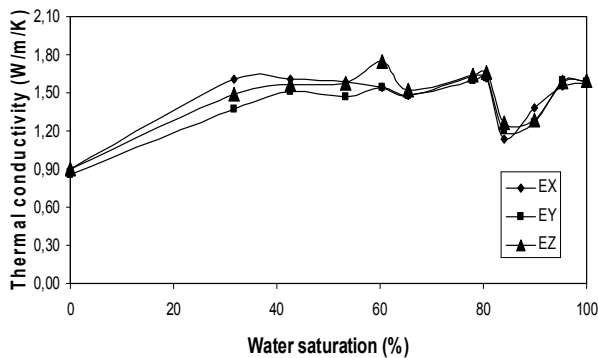


Fig.5. Variation of thermal conductivity with partial saturation of rock calcarenite (31.07% porosity).

#### 4. Conclusion

Petrophysical properties of 6 calcarenite rock samples were measured and analyzed. Laboratory measurements have been carried out on the following physical parameters: thermal conductivity and porosity.

The graphs of thermal conductivity against porosity have been presented. From the graphs it can be seen that, porosities of the rock specimens are directly proportional to thermal conductivity. The correlation between the two parameters used to estimate the porosity of a porous media.

The results show that the thermal conductivity decreases with increase of the porosity and water saturation has an effect on the thermal conductivity of rocks calcarenites.

#### Acknowledgements

This work was carried out under the project of integrated action Franco-Moroccan N°. MA/07/168 in collaboration with our partners in the Scientific Institute of Rabat and the Institute of Physics of the Globe Strasbourg.

#### References

- Clauser, C. and Huenges, E. 1995. Thermal Conductivity of Rocks and Minerals. The American Geophysical Union, pp: 105-126.
- Popov, Y.A et al. 1999. Characterization of rock thermal conductivity by high - resolution optical scanning. *Geothermics* 28, pp: 253-276.
- Rosener, M.2007. Etude pétrophysique et modélisation des effets des transferts thermiques entre roche et fluide dans le contexte géothermique de Soultz-Sous-Forêts. Thèse de doctorat, Université Luis Pasteur, Strasbourg.
- Schilling, F.R.: 1999. A transient technique to measure thermal diffusivity at elevated temperatures, 11, 1115- 1124.
- Surma, F.and Geraud, Y. 2003. Porosity and Thermal Conductivity of the Soultz-Sous-Forêts Granite. *Pure and Applied Geophysics* 160, pp: 1125–1136.

# IDENTIFICATION DE LA DISTRIBUTION DE TAILLES DE PORES D'UN MILIEU POREUX PAR ANALYSE FRÉQUENTIELLE

A. OUKHLEF, G. MALVAULT, S. CHAMPMARTIN, A. AMBARI

LAMPA, Arts et Métiers ParisTech, 2 bd du Ronceray, 49035 Angers

## Introduction

Cette communication présente une nouvelle approche pour aider à la caractérisation de la topologie des milieux poreux en termes de distribution de tailles de pores (DTP). Cette technique repose sur l'analyse dynamique de l'écoulement oscillant d'un fluide newtonien (ou non newtonien) à travers le milieu poreux. Elle consiste en l'utilisation de la fonction de transfert hydrodynamique du milieu poreux et plus particulièrement en la caractérisation de son admittance complexe. Le principe de cette technique est basé sur le fait que l'épaisseur de pénétration hydrodynamique, fonction de la fréquence d'oscillation du gradient de pression imposé, permet de scanner les différentes tailles de pores. Le modèle de faisceau de capillaires parallèles (de type Carman-Kozeny) a été utilisé. Cette technique a été validée en utilisant plusieurs types de distributions, dans le cas où le fluide utilisé est newtonien (et pour des fluides en loi de puissance dans le cas non-newtonien). Par rapport aux techniques existantes, cette nouvelle méthode se distingue par sa simplicité, sa non-toxicité et son faible coût. Les différentes méthodes expérimentales pour déterminer la DTP d'un milieu poreux sont décrites dans les ouvrages classiques comme [1-3]. On peut par exemple citer la porosimétrie par intrusion du mercure, basée sur l'existence d'une pression d'invasion minimale inversement proportionnelle au rayon de pores. Une autre méthode classique est l'adsorption isotherme [4] basée sur les interactions moléculaires de type « Van-Der-Waals » entre la vapeur du gaz et la surface interne des pores. On distingue également la thermoporométrie [5], qui utilise deux approches différentes : soit la calorimétrie soit la RMN. Citons finalement la diffusion aux petits angles des rayons X ou des neutrons [6,7], l'analyse stéréologique [8], la microscopie (optique classique, à force atomique, électronique à balayage et électronique à transmission). Ces techniques de mesure de la distribution de tailles de pores présentent un certain nombre d'inconvénients comme la toxicité (utilisation du mercure), la destruction de l'échantillon (stéréologie ou les hautes pressions mises en œuvre), la complexité de l'interprétation des résultats (diffusion aux petits angles et thermoporométrie), la complexité et le prix des appareils (microscopie), la durée des campagnes de mesure (adsorption isotherme et thermoporométrie)... Dans ce travail, nous proposons une nouvelle méthode pouvant être utilisée pour la détermination de la DTP [9]. Cette technique est basée sur la réponse en débit d'un fluide newtonien à une perturbation sinusoïdale du gradient de pression au sein du milieu poreux. La fonction de transfert du système ou plus simplement son admittance, définie comme le rapport de la réponse en débit au gradient de pression sinusoïdale

imposé :  $\bar{G}(\omega) = \bar{Q}(\omega) / \nabla P_0$ , est mesurée en fonction de la pulsation  $\omega$ . Comme cette admittance complexe dépend de la distribution de la taille de pores constituant le poreux, il est possible de résoudre le problème inverse que constitue la détermination de cette distribution en taille de pores. Cette inversion est possible car le problème du développement de la couche limite hydrodynamique au sein des pores est linéaire. Pour justifier physiquement l'utilisation de cette technique, il faut se rappeler que la profondeur de pénétration hydrodynamique dépend de la fréquence d'oscillation du gradient de pression imposé et que l'amplitude du débit total est modulée par les amplitudes élémentaires complexes dans chaque capillaire en fonction de la fréquence. Rappelons que cette fonction de transfert élémentaire est caractérisée par une fréquence de coupure qui dépend du rayon  $r$  du capillaire concerné ( $\omega^* \propto \nu / r^2$ ). Par conséquent, le module et la phase de l'amplitude complexe du milieu poreux sont fortement dépendants de la fréquence et de la distribution de tailles de pores. Cette approche originale qui permet de scanner les différentes tailles de pores est développée dans le paragraphe suivant.

## Présentation du modèle

Dans une première approximation, à l'instar de ce qui a été utilisé par plusieurs chercheurs, nous adopterons le modèle de faisceau de capillaires en parallèle de sections circulaires, pour décrire l'écoulement dans un milieu poreux réel constitué de pores dont les rayons sont distribués de manière polydisperse (voir fig.1). Dans ces conditions, une série de capillaires parallèles, dont les rayons  $r$  sont distribués suivant une loi de probabilité  $p(r)$ , est soumise à une sollicitation sinusoïdale en gradient de pression  $\nabla P(t) = \nabla P_0 \exp(i\omega t)$ . Le système étant linéaire dans le cas des fluides newtoniens en régime laminaire, la réponse en débit est parfaitement sinusoïdale. L'amplitude complexe du débit total  $\bar{Q}(\omega)$  à travers ce faisceau de capillaires soumis à ce gradient de pression oscillatoire de pulsation  $\omega$  s'écrit sous la forme intégrale suivante :

$$\bar{Q}(\omega) = \int_0^{\infty} \tilde{q}(\omega, r) p(r) dr \quad (1)$$

où  $\tilde{q}(\omega, r)$  est l'amplitude complexe du débit élémentaire dans un seul tube capillaire de rayon  $r$ . Celui-ci constitue le noyau de cette équation intégrale de Fredholm [10].

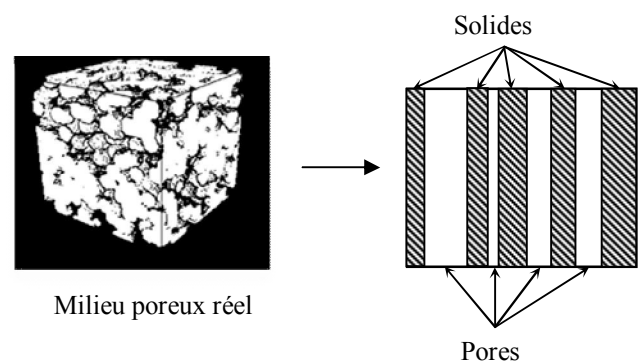


Figure 1 : Modèle de faisceau de capillaires.



### i) Calcul du noyau

Pour déterminer ce noyau, nous avons besoin de connaître la réponse en fréquence du débit d'un capillaire de section circulaire, de longueur  $L$  et de rayon  $r$ , à travers lequel s'écoule un fluide newtonien de masse volumique  $\rho$ , de viscosité dynamique  $\mu$  (et donc de viscosité cinématique  $\nu = \mu/\rho$ ), soumis à une sollicitation sinusoïdale en pression entre l'entrée et la sortie du capillaire (voir fig.2).

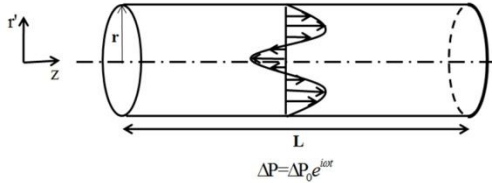


Figure 2 : Ecoulement oscillatoire à travers un capillaire

L'écoulement étant par droites parallèles l'équation de Navier Stokes se réduit à celle de l'amplitude de la vitesse :

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r'} + \frac{i^3 \omega}{\nu} \tilde{u} = \frac{-\nabla P_0}{\mu} \quad (2)$$

où  $u(r', \omega, t) = \tilde{u}(r', \omega) e^{i\omega t}$ ,  $\omega$  la pulsation et  $i = \sqrt{-1}$ .

En coordonnées cylindriques  $(r', \theta, z)$  la solution de cette équation différentielle de type Bessel a été obtenue par Womersley [11]. Finalement, l'amplitude complexe du débit volumique dans un capillaire est donnée par :

$$\tilde{q}(\alpha, r) = \frac{\pi r^4 \nabla P_0}{i \mu \alpha^2} \left[ 1 - \frac{2J_1(\alpha i^{3/2})}{\alpha i^{3/2} J_0(\alpha i^{3/2})} \right] \quad (3)$$

où  $\alpha = r/\delta$  est le nombre de Womersley, c'est-à-dire le rayon du tube normalisé par l'épaisseur de diffusion de quantité de mouvement  $\delta = \sqrt{\nu/\omega}$ . Dans ces conditions le tube capillaire de rayon  $r$  est caractérisé par l'admittance complexe :

$$\tilde{g}(\alpha, r) = \frac{\tilde{q}(\alpha, r)}{\nabla P_0} \quad (4)$$

La normalisation de l'admittance complexe par l'admittance aux très basses fréquences (TBF) :

$g_{TBF}(r) = \pi r^4 / 8\mu$  donne :

$$\tilde{g}_{Nor.}(\alpha) = \frac{\tilde{g}(\alpha, r)}{g_{TBF}(r)} = \frac{8}{i\alpha^2} \left[ 1 - \frac{2J_1(\alpha i^{3/2})}{\alpha i^{3/2} J_0(\alpha i^{3/2})} \right] \quad (5)$$

Le module  $\|\tilde{g}_{Nor.}(\alpha)\|$  et la phase  $\varphi(\alpha)$  de l'admittance complexe normalisée sont représentés en fonction du nombre de Womersley sur la fig. 3. On note que la pente du module de l'admittance normalisée est de  $(-2)$  et la fréquence de coupure  $\alpha^*$  est de l'ordre de 1 en coordonnées logarithmiques. Physiquement, cette coupure a lieu lorsque l'épaisseur de couche limite devient égale au rayon du tube.

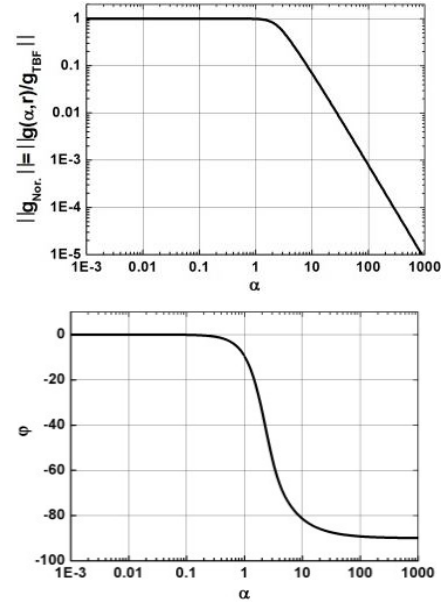


Figure 3 : Module et phase de l'admittance complexe en fonction du nombre de Womersley  $\alpha$

### ii) Calcul de l'admittance complexe du système

Le calcul direct permet d'obtenir la fonction de transfert hydrodynamique du milieu poreux, c'est-à-dire son admittance complexe définie comme le rapport de la réponse en débit au gradient de pression imposé  $\bar{G}(\omega) = \bar{Q}(\omega) / \nabla P_0$ . L'admittance complexe totale du système peut donc être calculée par :

$$\bar{G}(\omega) = \int_0^{\infty} \tilde{g}(\omega, r) p(r) dr \quad (6)$$

où  $\tilde{g}(\omega, r)$  est l'admittance complexe élémentaire qui représente le noyau de cette équation intégrale de Fredholm. Elle est donnée par l'équation (4) en remplaçant  $\alpha = r/\delta$  par  $\alpha = r\sqrt{\omega}/\nu$  pour l'analyse fréquentielle. Ici  $p(r)$  est la fonction à déterminer par inversion de l'équation (6).

### iii) Calcul inverse

La solution de l'équation de Fredholm (éq.6) est obtenue numériquement par une résolution basée sur une méthode matricielle. Rappelons que cette équation de Fredholm est inhomogène et de première espèce où  $\bar{G}(\omega)$  est le terme source et  $\tilde{g}(\omega, r)$  est le noyau de l'intégrale. On note  $\bar{G}_j = \bar{G}(\omega_j)$ ,  $\tilde{g}_{ij} = \tilde{g}(\omega_j, r_i)$  et  $p_i = p(r_i)$  avec j un indice variant de 1 à N (pulsations) et i un indice variant de 1 à N (rayons). L'équation de Fredholm se réécrit sous une forme matricielle comme :

$$\bar{G}_j = \sum_{i=1}^N \tilde{g}_{ij} p_i \Delta r_i \quad (7)$$

Ou bien :

$$\underline{\bar{G}} = \left( \underline{\tilde{g}} \cdot \underline{p} \right) \Delta r \quad (8)$$

Mathématiquement, si le noyau  $\underline{\underline{\tilde{g}}}$  n'est pas singulier, la solution existe, est unique et est donnée par la relation suivante :

$$\underline{p} = \frac{1}{\Delta r} (\underline{\underline{\tilde{g}}}^{-1} \cdot \underline{\underline{\tilde{G}}}) \quad (9)$$

$\underline{\underline{\tilde{g}}}^{-1}$  est la matrice inverse de  $\underline{\underline{\tilde{g}}}$ .

### Applications et résultats

En général, la densité de probabilité  $p(r)$  n'est pas connue. Cependant, pour vérifier notre méthode, nous sommes amenés à effectuer un calcul direct de l'admittance complexe totale en la supposant connue a priori. Cette distribution est choisie gaussienne, de moyenne  $m$  et d'écart-type  $\sigma$ . A titre d'exemple nous considérons  $m = 100 \mu\text{m}$  et  $\sigma = 20 \mu\text{m}$ . Pour obtenir l'admittance totale complexe du système, on utilise la relation (6). Par la suite on trace le module et la phase de l'admittance complexe du système en fonction de la pulsation  $\omega$ . Pour plus de clarté, nous procédons à une adimensionnalisation des équations en normalisant le rayon par la racine carrée du moment d'ordre 2 :  $r^+ = r/\sqrt{m_2}$  afin de respecter l'ordre de grandeur de la taille des pores (rappelons que  $m_2$  peut être connu grâce à la surface et la porosité de l'échantillon). La pulsation est aussi normalisée par l'inverse du temps de diffusion de la quantité de mouvement :  $\omega^+ = \omega / (v / m_2)$ . La figure 4 présente l'évolution du module et de la phase de l'admittance complexe totale adimensionnelle en fonction de la pulsation  $\omega^+$ .

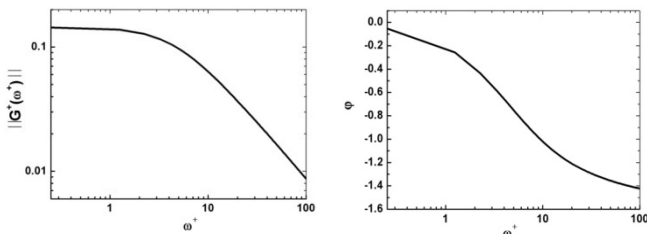


Figure 4 : Module et phase de l'admittance complexe adimensionnelle équivalente en fonction de la pulsation (100 points)

A ce stade nous « oublions » la distribution supposée et partant des valeurs tirées de la figure 4 (ici  $N=100$ ) du module et de la phase, on peut retrouver la distribution de tailles de pores initiale. En effet, pour inverser numériquement l'équation de Fredholm, nous avons besoin de discrétiser le noyau  $\underline{\underline{\tilde{g}}}$  en un même nombre de points dans l'espace des pulsations et des rayons pour la construction la matrice. Maintenant, il est possible après l'inversion de cette matrice complexe de calculer la densité de probabilité inconnue et de la comparer à celle supposée initialement. La figure 5 montre la parfaite concordance des résultats obtenus et confirme la validité de la méthode. D'autres types de distributions bi ou tri-modales ont également été testés et validés. Cette technique nécessite l'utilisation d'un fluide newtonien afin d'éviter l'apparition d'harmoniques qui viendraient fausser la détermination de la distribution.

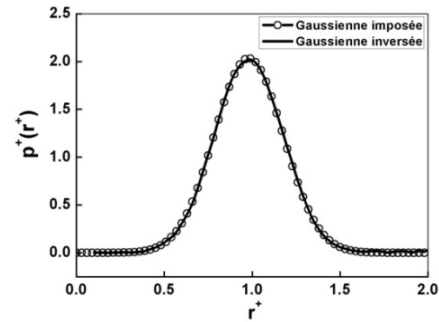


Figure 5 : Restitution de la distribution supposée à partir de la fonction de transfert hydrodynamique (100 points)

### Conclusion

Dans cette communication, nous avons effectué la résolution inverse du problème de l'identification de la distribution de tailles de pores  $p(r)$  par une méthode basée sur une analyse dynamique utilisant un fluide newtonien. L'efficacité de cette technique a été prouvée en l'appliquant à différentes distributions gaussiennes de tailles de pores (uni, bi ou/et tri-modales). Cette technique, est en court de validation expérimentale dans notre équipe (thèse de G. Malvault en préparation). Une fois confirmée, cette procédure pourrait constituer une nouvelle méthode originale, simple et peu chère pour l'industrie pour caractériser un milieu poreux.

### Références

- [1] A. E. Scheidegger, The physics of flow through porous media, 3<sup>ème</sup> éd., University of Toronto Press, 1974.
- [2] F. A. L. Dullien, Porous Media- Fluid Transport and Pore Structure, 2<sup>ème</sup> éd., Academic Press, 1992.
- [3] M. Kaviany, Principles of heat transfert in porous media, 2<sup>ème</sup> éd., Springer, 1995.
- [4] E. P. Barrett, L. G. Joyner et P. P. Halenda, «The determination of pore volume and area distributions in porous substances computations from Nitrogen Isotherms», *Journal of American Chemical Society*, vol. 73, pp. 373-380, 1951.
- [5] M. Brun, A. Lallemand, J-F Quinson et C. Eyraud, «A new method for determination the simultaneous of the size and the shape of pores: the thermoporometry», *Thermochim. Acta* 21, pp. 59-88, 1977.
- [6] H. Tamon et H. Ishizaka, «Saxs study on gelation process in preparation of resorcinol-formaldehyde aerogel», *J. of Colloid and Interface Science*, vol. 206, pp. 577-582, 1998.
- [7] D. Pearson et A. J. Allen, «A study of ultrafine porosity in hydrated cements using small angle neutron scattering», *J. of Material Science*, vol. 20, pp. 303-315, 1985.
- [8] J. M. Haynes, «Stereological analysis of pore structure», *J. Materials and Structures*, vol. 6, pp. 175-179, 1973.
- [9] A. Oukhlef, Détermination de la distribution de tailles de pores d'un milieu poreux, Thèse de doctorat de l'école Arts et Métiers ParisTech d'Angers, 2011.
- [10] M. Krasnov, A. Kissélev et G. Makarenko, Equations intégrales, Moscou: Editions MIR, 1976.
- [11] J. R. Womersley, «Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known» *J. Physiol*, vol. 127, pp. 553-563, 1955.

# NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TAILLE DES PORES D'UN MILIEU POREUX PAR L'INJECTION D'UN FLUIDE À SEUIL

G. MALVAULT, A. OUKHLEF, A. RODRIGUEZ DEL CASTRO, S. CHAMP MARTIN, A. AHMADI-SÉNICHAULT, A. AMBARI.

LAMPA, Arts et Métiers ParisTech, 2 bd du Ronceray, 49035 Angers  
TREFLE (UMR 8508), Esplanade des Arts et Métiers, 33405 Talence Cedex

## Introduction

La caractérisation des milieux poreux (M.P.) en termes de porosité, de surface spécifique, de distribution de tailles de pores (DTP) etc. est un enjeu important pour de nombreuses filières industrielles : récupération assistée de pétrole, thermique du bâtiment, séquestration de CO<sub>2</sub>, stockage d'énergie... Ainsi, les phénomènes de transports liés aux écoulements au sein des M.P. ont occupé et continuent à stimuler une forte activité de recherche aussi bien fondamentale qu'appliquée. La plupart du temps, ces recherches portent sur la mise au point de nouvelles méthodes de caractérisation géométrique des pores et de leur structure. Les méthodes expérimentales actuelles de caractérisation en termes de tailles de pores sont onéreuses lentes et compliquées (porosimètre au mercure [1], sorption isotherme [2], diffraction de rayons [3] ...), et parfois toxiques (porosimétrie à mercure).

Dans cette communication, nous présentons une méthode innovante qui s'appuie sur l'écoulement d'un fluide viscoplastique à seuil au travers d'un poreux permettant de scanner la distribution de taille de pores. L'analyse théorique de cette technique a été validée numériquement dans le cadre de la thèse d'A. Oukhlef [4]. Par ce travail nous montrons comment nous avons validé expérimentalement cette nouvelle méthode. En effet, celle-ci est relativement rapide : elle peut être menée en quinze minutes. Non-destructive, elle nécessite un appareillage simple et ne génère pas de déchet toxique comme la porosimétrie au mercure.

Après un rappel des fondements théoriques et des modèles employés, nous présentons des résultats expérimentaux qui démontrent l'applicabilité de la méthode sur des distributions mono- et multimodales, ses capacités et ses limites.

## Formulation et analyse théorique

A l'instar des autres méthodes utilisées, le modèle de faisceau de capillaires de type Carman-Kozeny a été adopté dans une première approche pour modéliser les M.P. Nous supposons que les pores sont de section circulaire et leurs rayons sont distribués selon une densité de probabilité  $p(r)$ . À remarquer que si ces sections ne sont pas circulaires, il est possible d'introduire leur rayon hydraulique. Quant à la tortuosité celle-ci ne pose aucun problème car elle peut être

intégrée dans les calculs par un allongement fictif de l'épaisseur du milieu poreux et non dans la distribution de ses rayons [5, 9]. L'idée physique est que pour mettre les fluides à seuil en écoulement dans un pore, il est nécessaire d'imposer entre ses extrémités un gradient de pression  $\nabla P$  supérieur à une valeur critique dépendant de son rayon  $r$  et de la contrainte seuil  $\tau_0$  du fluide utilisé. Globalement dans l'échantillon poreux, plus le gradient de pression augmente plus le fluide s'écoule au travers de pores de rayons de plus en plus petits. Ceci permet de scanner la courbe de la distribution de tailles des pores. Le principe consiste donc à acquérir la courbe d'évolution du débit total dans le M.P. en fonction du gradient de pression imposé au milieu poreux et d'en extraire, à partir de la formule d'inversion rappelée plus bas, la DTP. Les fluides utilisés sont des fluides à seuil de type Bingham. Comme il est difficile de trouver un fluide réel de ce type, nous avons généralisé le modèle au fluide de type Herschel-Bulkley qui décrit mieux la plupart des fluides à seuil. Dans ce modèle, au-delà de la contrainte seuil  $\tau_0$ , le comportement est prolongé par une loi de puissance. Il s'agit donc d'un modèle à trois paramètres : la contrainte seuil  $\tau_0$ , la consistance du fluide  $k$  et l'indice de fluidité  $n$ . La loi de comportement rhéologique décrivant ce modèle est donnée par :

$$\begin{cases} \underline{\tau} = 2 \left( k \left( \sqrt{2\underline{D} : \underline{D}} \right)^{n-1} + \frac{\tau_0}{\sqrt{2\underline{D} : \underline{D}}} \right) \underline{D} & \text{pour } \sqrt{\frac{\underline{\tau} : \underline{\tau}}{2}} > \tau_0 \\ \underline{D} = 0 & \text{pour } \sqrt{\frac{\underline{\tau} : \underline{\tau}}{2}} \leq \tau_0 \end{cases} \quad (1)$$

où  $\underline{\tau}$  est le tenseur des contraintes et  $\underline{D}$  le tenseur taux de déformation.

L'expression analytique du débit élémentaire  $q_v(\nabla P, r, n)$  de l'écoulement d'un fluide à seuil de type Herschel-Bulkley, dans un capillaire de section circulaire est donnée par [7] pour  $r > r_0$  (où  $r_0 = 2\tau_0/\nabla P$  est le rayon limite en dessous duquel le fluide ne s'écoule plus ou le rayon de la zone « bouchon ») :

$$q_v(\nabla P, r, n) = n\pi r^3 \left( \frac{\nabla P r}{2k} \right)^{\frac{1}{n}} \left( 1 - \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left[ \frac{(1 - \frac{r_0}{r})^2}{3n+1} + \frac{2r_0(1 - \frac{r_0}{r})}{2n+1} + \frac{(\frac{r_0}{r})^2}{n+1} \right] \quad (2)$$

Celle-ci constitue le noyau de l'équation intégrale linéaire de type Volterra de première espèce qui donne le débit total traversant le milieu poreux :

$$Q_V(\nabla P) = \int_{r_0}^{\infty} q_v(\nabla P, r, n) \cdot p(r) dr \quad (3)$$

$p(r)$  est la fonction inconnue. L'inversion de cette équation permet d'obtenir une relation entre  $p(r)$  et les dérivées partielles successives du débit  $\partial^i Q_V / \partial \nabla P^i$  qui peuvent être fractionnaires ( $i \in \mathbb{Q}$  [4,8]). Dans le cas où  $i$  est réel, il est toujours possible de l'encadrer par deux rationnels car  $\mathbb{Q}$  est un ensemble dense) :

$$p(r) = \frac{2^{\frac{3n-1}{n}} k^{\frac{1}{n}} (\nabla P)^2}{16 \cdot \Gamma\left(\frac{1}{n} + 1\right) \pi \tau_0 r^{\frac{3n+1}{n}}} \cdot \left[ \frac{4n+1}{n} \cdot \frac{\partial^{\frac{n+1}{n}} Q_V(\nabla P)}{\partial \nabla P^{\frac{n+1}{n}}} + \nabla P \cdot \frac{\partial^{\frac{2n+1}{n}} Q_V(\nabla P)}{\partial \nabla P^{\frac{2n+1}{n}}} \right] \Bigg|_{\nabla P = \frac{2\tau_0}{r}} \quad (4)$$

Pour vérifier la validité de cette formule, nous supposons connaître la DTP dans une première étape. Comme la plupart des distributions dans les milieux poreux naturels

sont gaussiennes, nous choisissons ce type de distribution de moyenne  $m$  et d'écart type  $\sigma$ . Dans ces conditions, le débit total par rapport au gradient de pression résultant de l'écoulement du fluide de Herschel-Bulkley est donné par la courbe caractéristique  $Q_v=f(\nabla P)$ , représentée fig. 1. Dans une seconde étape, la distribution initialement introduite est oubliée. La courbe débit-gradient de pression donnée par le calcul initial (à la place de celle donnée par une expérience) est alors utilisée comme point de départ. L'équation 4 est appliquée à cette courbe caractéristique et permet effectivement de retrouver la DTP initiale (cf. fig. 2). Ces résultats sont applicables à n'importe quel type de distribution [1].

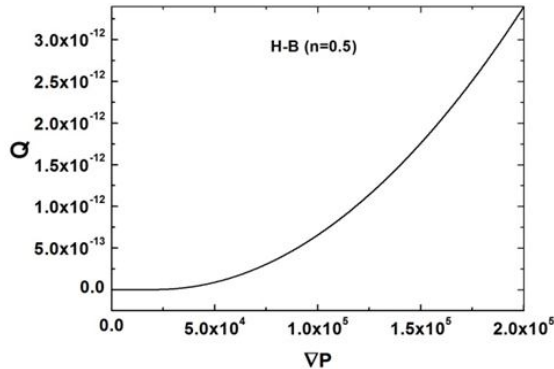


Figure 1 : Évolution de  $Q_v$  en fonction du gradient de pression  $\nabla P$  pour une distribution gaussienne ( $m=1\mu\text{m}$ ,  $\sigma=0,2\mu\text{m}$ ) en utilisant un fluide de Herschel-Bulkley ( $\tau_0=20\text{Pa}$  ;  $k=10\text{Pa}\cdot\text{s}^n$  ;  $n=0,5$ )

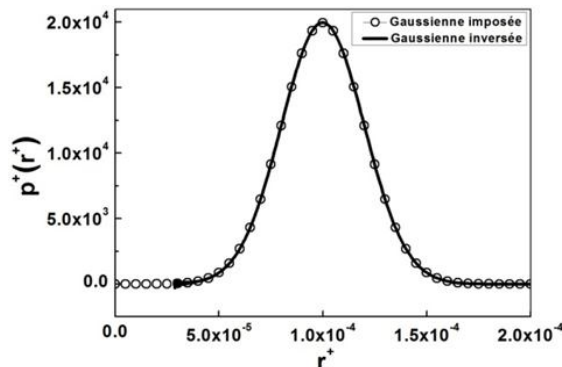


Figure 2 : Comparaison entre la DTP initiale et celle calculée pour la distribution gaussienne et le fluide de Herschel-Bulkley présentés fig. 1. Les rayons et la distribution ont été normalisés par la longueur du milieu poreux  $L=10^{-2}\text{m}$

### Dispositif expérimental et techniques de mesure

Afin de reproduire le modèle de Carman-Kozeny, nous avons fabriqué des M.P. à l'aide de capillaires de verre de diamètres calibrés ou de plaques épaisses forcées de part en part. Les pores ainsi réalisés sont mesurés optiquement et leurs distributions continues associées sont estimées par noyaux gaussiens (KDE) [9]. Afin d'éviter l'usage d'un rhéomètre coûteux, un capillaire seul de diamètre  $1025 \pm 2\mu\text{m}$  permet d'obtenir par une mesure directe l'expression du kernel  $q_v(\nabla P, r, n)$  en fonction du gradient de pression.

L'interpolation des points expérimentaux par l'expression (2) permet d'obtenir ainsi les paramètres rhéologiques ( $\tau_0$ ,  $k$ ,  $n$ ). La validité du montage expérimental est vérifiée par la comparaison de ces paramètres à ceux obtenus par un rhéomètre (Kinexus Malvern) comme on peut le voir sur la figure 3.

À partir des distributions de taille de pores d'un silicate fritté A10 [10] et d'un grès de Fontainebleau [11], nous

avons conçu deux distributions de capillaires correspondants à chacun des cas. Les valeurs des rayons ont été amplifiées d'un facteur 25 pour s'adapter à la rhéologie du fluide viscoplastique utilisé.

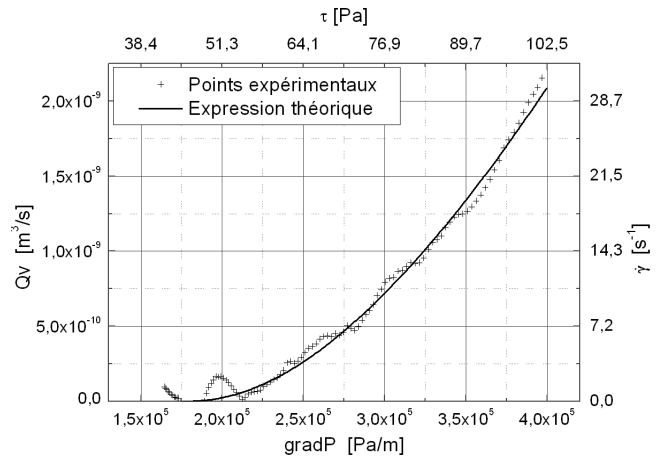


Figure 3 : Courbe expérimentale d'injection dans un capillaire unique et niveaux de contrainte et de taux de cisaillement maximaux vus par le fluide

Les distributions estimées sont représentées sur les fig. 5 et 6 avec leurs paramètres de lissage  $\sigma_{KDE}$  entre parenthèses. Le fluide à seuil employé est une émulsion huile-eau dont la distribution de taille des micelles est comprise entre  $7\mu\text{m}$  et  $40\mu\text{m}$ . Elle est préalablement dégazée dans une cloche à vide pour lui retirer les microbulles qui lui confèrent éventuellement une élasticité. Les paramètres rhéologiques ont été mesurés aussi avec un rhéomètre (Kinexus Malvern). La géométrie utilisée est un cône de diamètre  $60\text{mm}$  et d'un degré d'angle au sommet, mobile au-dessus d'un plan fixe. Une rampe logarithmique de contrainte de  $10^{-2}\text{Pa}$  à  $250\text{Pa}$  en 5 minutes est imposée. Les paramètres rhéologiques sont déterminés par régression non linéaire d'une loi de type Herschel-Bulkley sur la gamme de contraintes atteintes par le fluide dans le milieu poreux. Nous trouvons typiquement :

$$\tau_0 = 45 \pm 2 \text{ Pa} \quad k = 5,0 \pm 0,5 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n \quad n = 0,700 \pm 0,005$$

Ces niveaux de contrainte ( $\tau$ ) et de taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) vus par le fluide à la paroi sont également représentés dans la figure 3.

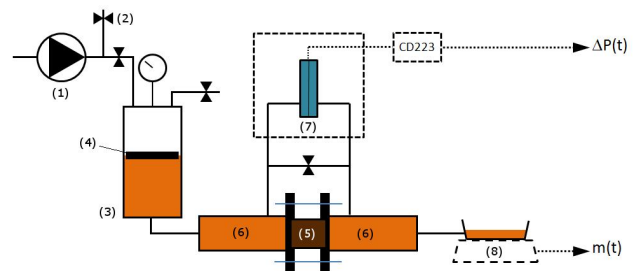


Figure 4 : Schéma du montage expérimental employé. (1) compresseur ; (2) vanne de régulation ; (3) réservoir vertical ; (4) piston libre ; (5) milieu poreux ; (6) chambres amont et aval ; (7) capteur de pression différentielle ; (8) balance de précision

Le montage expérimental (cf. fig. 4) permettant l'injection et l'acquisition du débit et du gradient de pression est composé d'un compresseur et d'un jeu de vannes qui permettent d'imposer à l'amont du milieu poreux une pression statique dans un réservoir cylindrique vertical. Cette pression est appliquée au fluide viscoplastique par l'intermédiaire d'un piston libre afin d'éviter la digitation. Le milieu poreux est placé entre deux chambres assurant

l'établissement de l'écoulement. Il est entièrement saturé au début de l'expérience. Un capteur de pression différentielle inductif à membrane (pleine échelle 88cm CE) est utilisé pour mesurer le gradient de pression avec une précision de  $\pm 3\%$  au niveau de 3 écarts-types. Une balance précise au milligramme, interfacée à un PC par une liaison de type RS232, fournit le débit qui, après filtrage, est entaché d'une erreur de  $2.10^{-4}$ g/s au niveau de 3 écarts-types. L'échantillonnage temporel est réalisé par l'horloge interne du PC.

L'inversion du problème a été réalisée soit par l'application de la formule (4) ou numériquement par la méthode suivante : l'équation intégrale du problème direct peut s'exprimer par une somme discrète :

$$[q_v(\nabla P_i, r_j)]. \{p(r_i). dr_i\} = \{Q_v(\nabla P_i)\} \quad (5)$$

La résolution de ce système se réduit à l'inversion de la matrice  $[q_v(\nabla P_i, r_j)]$ . Pour plus de stabilité numérique, les valeurs de  $\nabla P_i$  sont prises telles que :  $\frac{2.r_0}{r_i} + \frac{2.r_0}{r_{i+1}} = 2.\nabla P_i$

### Résultats et discussions

La comparaison des mesures expérimentales pour des DTP uni- et bimodale avec les mesures optiques (obtenues par profilométrie) effectuées sur ces échantillons est donnée dans les figures 5 et 6. Pour la DTP uni-modale, la concordance entre les deux approches est excellente. La méthode permet de retrouver la distribution de tailles de pores ainsi que ses différentes caractéristiques comme l'asymétrie de la distribution et l'ordre de grandeur des amplitudes. Pour la distribution bimodale, l'allure globale est également restituée. Le décalage dans les amplitudes est lié à l'erreur introduite lors du passage du modèle discret au modèle continu.

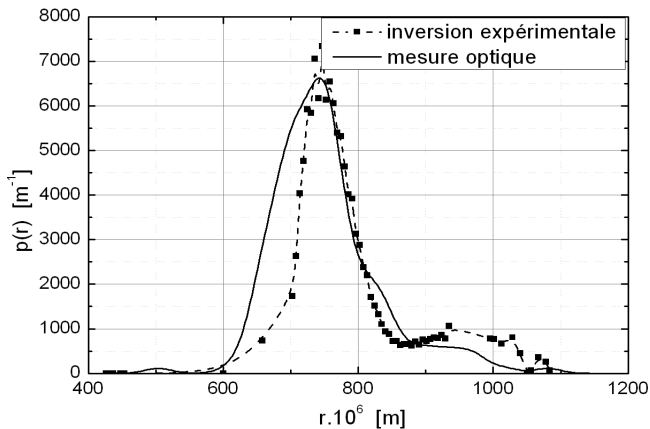


Figure 5 : Comparaison des distributions optiques ( $\sigma_{KDE}=20.10^{-6}$ ) et expérimentales de la réplique du grès de Fontainebleau

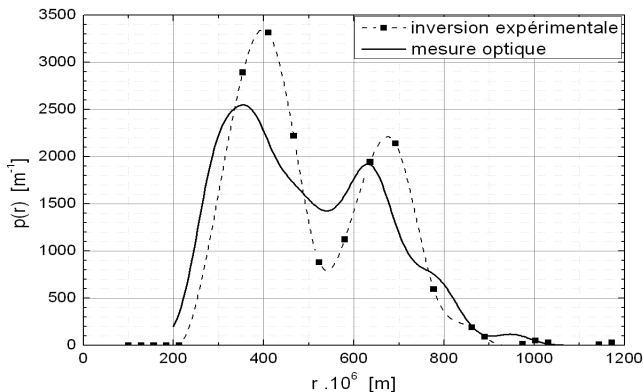


Figure 6 : Comparaison des distributions optiques ( $\sigma_{KDE}=40.10^{-6}$ ) et expérimentales de la réplique du silicate fritté A10.

### Conclusion

Nous avons montré qu'une expérience d'injection d'un fluide à seuil dans un milieu poreux quelconque permet de scanner la distribution de tailles de pores de ce milieu. Un montage expérimental simple utilisant une émulsion permet de retrouver cette distribution dans le cadre du modèle de Carman-Kozeny. Les distributions retrouvées sont fiables pourvu qu'un soin particulier soit apporté à la mesure des paramètres rhéologiques. La taille des micelles de notre émulsion, ou plus généralement de l'échelle élémentaire des éléments qui constituent tout fluide à seuil, conditionne la taille du plus petit pore qu'il est possible d'envahir et par conséquent de mesurer. L'emploi de nano-émulsions permettra d'atteindre des tailles de pores beaucoup plus petites. Devant ce succès, nous pouvons affirmer que dorénavant, cette technique pourra être utilisée à l'échelle industrielle dès que des comparaisons avec les techniques classiques existantes seront effectuées. Ces validations sont actuellement en cours au laboratoire TREFLE.

### Références

- [1] H. Giesche, *Mercury Porosimetry: A General (Practical) Overview*. Part. Part. Syst. Charact. 23 (2006) 9-19.
- [2] C.R. Reid, I.P.O'Koye et K.M.Thomas. *Adsorption of Gases on Carbon Molecular Sieves Used for Air Separation. Spherical Adsorptives as Probes for Kinetic Selectivity*. Langmuir 14 (1998) 2415-2425.
- [3] G. Zaccai et B. Jacrot. *Small Angle Neutron Scattering*. Annual Review of Biophysics and Bioengineering 12 (1983) 139-157.
- [4] A. Oukhlef, *Détermination de la distribution de tailles de pores d'un milieu poreux*, Thèse de doctorat de l'école Arts et Métiers ParisTech d'Angers, 2011, pp. 35.
- [5] A. E. Scheidegger, *The physics of flow through porous media*, 3e éd., University of Toronto Press, 1974.
- [6] F. A. L. Dullien, *Porous Media- Fluid Transport and Pore Structure*, 2e éd., Academic Press, 1992.
- [7] R. B. Bird, R. C. Armstrong et O. Hassager, *Dynamics of polymeric liquids*, 2e éd., vol. I, New York: John Wiley & Sons, 1987.
- [8] A. Oukhlef, A. Ambari, S. Champmartin, et A. Despeyroux, *Détermination de la distribution de tailles de pores d'un milieu poreux par la méthode des fluides à seuil*, 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, France, 2011.
- [9] D. W. Scott, *Multivariate Density Estimation. Theory, Practice, and Visualization*, John Wiley & Sons, 1992.
- [10] G.S. Armatas et P.J. Pomonis, *A Monte Carlo pore network for the simulation of porous characteristics of functionalized silica: pore size distribution, connectivity distribution and mean tortuosities*, Chem. Eng. Sci., 2004.
- [11] W.B. Lindquist et A. Ventakaranga, *Investigating 3D geometry of Porous Media from High Resolution Images*, Phys. Chem. Earth (A), 1998.



# MESURES DE LA VITESSE D'INFILTRATION DE L'EAU EN PROFONDEUR D'UN SOL ARGILEUX

HASSAN ASSELMAN<sup>1</sup>, MUSTAPHA EL HALAOU<sup>1</sup>,  
KHALID DRAOUI<sup>2</sup>, FERDAOUSE EL GUENYARI<sup>1</sup>  
ET SAIDA AHYOUD<sup>1</sup>

Laboratoire Systèmes de Télécommunication, Faculté des sciences Tétouan, Maroc, [Hassan\\_maestro@hotmail.com](mailto:Hassan_maestro@hotmail.com),  
[mustapha.halaoui@gmail.com](mailto:mustapha.halaoui@gmail.com)

Laboratoire : Matériaux et Environnement, Equipe Electrochimie et Systèmes interraciaux, Faculté des Sciences de Tétouan, Maroc.

## Résumé :

Le dispositif est un interféromètre de Michelson modifié. En effet sur le miroir mobile est collé un échantillon d'argile cylindrique, séché, de longueur L, de rayon R et façonnée de manière à retenir les gouttes d'eau à sa surface pour contrôler la teneur en eau. Lorsqu'on injecte un volume d'eau distillée (quelques gouttes) à la surface de l'échantillon, celui-ci se gonfle et le miroir se déplace et on peut ainsi mesurer la vitesse d'infiltration de l'eau en profondeur d'un sol argileux

## Introduction :

Parmi les phénomènes physiques non encore maîtrisés est celui du changement de volume d'un corps ou milieu soumis à des conditions particulières, notamment celui du gonflement des argiles compactées [2]. Ce phénomène est spécifique à certains sols argileux. Les grands changements des caractéristiques de ces sols sont liés principalement aux variations de leur teneur en eau. Lorsque celle-ci augmente on assistera à un phénomène de gonflement du sol, et lorsqu'elle diminue on observe par contre un phénomène de retrait-tassement se traduisant par des dommages souvent importants sur les ouvrages de génie civil. Mais selon la nature minéralogique de l'argile, le gonflement diffère par son amplitude et par les mécanismes de son développement.

Le matériau argileux présente la particularité de voir sa consistance se modifier en fonction de sa teneur en eau. Dur et cassant lorsqu'il est asséché, un certain degré d'humidité le fait se transformer en un matériau plastique et malléable. Ces modifications de consistance peuvent s'accompagner, en fonction de la structure particulière de certains minéraux argileux, de variations de volume plus ou moins conséquentes : fortes augmentations de volume (phénomène de gonflement) lorsque la teneur en eau augmente, et inversement, rétractation (phénomène de retrait) en période de déficit pluviométrique marqué.

Les caractéristiques de la structure interne des minéraux argileux expliquent leur comportement face aux variations de teneur en eau :

- ils présentent en effet une structure minéralogique « en feuillets », à la surface desquels les molécules d'eau peuvent s'adsorber sous l'effet de différents phénomènes physico-chimiques, et ce de façon d'autant plus marquée que les grains du sol, fins et aplatis, ont des surfaces

développées très grandes. Il en résulte un gonflement, plus ou moins réversible, du matériau. L'eau adsorbée assure les liaisons entre les grains et permet les modifications de structure du sol lors des variations de teneur en eau ;

- Certains grains argileux peuvent eux-mêmes voir leur volume changer, par variation de la distance entre les feuillets argileux élémentaires, du fait d'échanges d'ions entre l'eau interstitielle et l'eau adsorbée ;

- Les pores du sol sont très fins et accentuent les phénomènes de capillarité.

Le gonflement de certains sols ou des roches sédimentaires constitue un phénomène très important en géotechnique car il est à l'origine de nombreux dommages pour les ouvrages en surface et en souterrain.

Ce phénomène, qui est prépondérant dans les matériaux argileux, dépend des caractéristiques minéralogiques des minéraux argileux et se déclenche lorsque le matériau est mis en contact avec l'humidité [4]. Donc ce phénomène se développe à l'échelle microscopique. Mais dans la pratique il est préférable de le caractériser par une approche macroscopique. Les essais peuvent être faits soit in situ [3], soit en laboratoire [1]. Deux grandeurs sont utilisées pour caractériser le gonflement d'un sol :

Le potentiel de gonflement qui correspond à la variation relative de volume d'un échantillon libre non soumis à des charges mécaniques [7]

La pression de gonflement qui peut se définir comme étant la pression induite par l'hydratation d'un échantillon confiné dans des conditions isochores ou bien par la pression qu'il faudrait appliquer à un échantillon ayant gonflé librement pour le ramener à son état initial non déformé [8]

Rappelons que l'oedomètre est l'appareil classique le plus utilisé dans les laboratoires de géotechnique pour les études de gonflement. Cependant, les procédures et les normes d'essais différents, rendent les comparaisons délicates. L'estimation des caractéristiques du gonflement nécessite la disposition d'essais standards, à la fois simples, bien adaptés et surtout fiables.

Nous proposons dans le cadre de ce travail une nouvelle méthode expérimentale basée sur l'interférométrie laser pour mesurer la déformation de gonflement libre et la vitesse d'infiltration de l'eau sur l'argile. Cette technique admet une précision extraordinaire car on est capable de détecter un déplacement micrométrique [1]

## Matériels et méthodes :

### Dispositif expérimental :

Le dispositif expérimental que nous avons développé est une adaptation de l'interféromètre de Michelson. Il a été utilisé auparavant pour mesurer la dilatation thermique des solides [5]. Les applications de cet interféromètre que nous avons rencontré dans la bibliographie sont :

• Magnétostriction: Certains métaux et alliages ferromagnétiques changent de dimensions sous l'action d'un champ magnétique. Pour un barreau d'acier, la variation relative selon le courant I qui traverse la bobine, et donc selon le champ magnétique appliqué est exponentielle.

• Piézoélectricité : Un cristal piézoélectrique se polarise spontanément sous l'action d'un champ électrique. Il se déforme, ce qu'on appelle électrostriction. L'allongement du chemin optique selon la tension appliquée est linéaire.

- Détermination de l'indice de réfraction de l'air.
- Détermination de la longueur d'onde de la source laser.
- Détermination du coefficient de dilatation linéaire  $\alpha$  des solides [8].

La différence de marche entre deux franges, brillante-sombre, consécutives varie alors de ce qui correspond à une variation de l'épaisseur de la lame d'air de, inférieur au micromètre (environ 0,2  $\mu\text{m}$  pour  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) d'où l'intérêt et la sensibilité de notre méthode expérimentale

L'application originale de ce dispositif pour étudier le phénomène de gonflement des argiles a été présentée pour la première fois dans [9].

Le schéma du dispositif expérimental est représenté sur la figure 1 où Le miroir mobile est collé à un échantillon d'argile cylindrique, séché, de longueur L, de masse m, de rayon R et façonné de manière à retenir les gouttes d'eau à sa surface pour contrôler la teneur en eau.

Le système de détection est constitué d'une caméra reliée à l'ordinateur, un logiciel permettant de suivre le défilement des franges d'interférence et leur comptage.

Lorsqu'on injecte un faible volume d'eau (quelques gouttes) distillée à la surface de l'échantillon, celui-ci gonfle et le miroir se déplace. On observe le défilement des franges d'interférences et on procède au comptage de leur nombre N durant le temps t que dure le gonflement (environ 40 minutes). On peut ainsi mesurer le déplacement absolu du miroir et déterminer la valeur du gonflement.

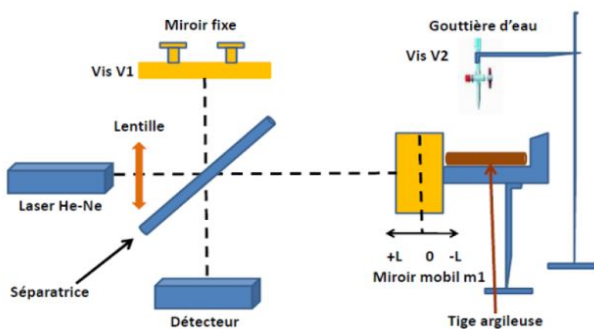


Figure 1: Schéma du dispositif expérimental.[1]

## Résultats et discussion :

### Caractérisation de l'échantillon par diffraction des RX :

Dans ce travail, nous avons sélectionné une argile de la région de Tétouan [10], [11]. Plusieurs techniques ont été sollicitées pour la caractérisation physico-chimique de cette argile. La capacité d'échange cationique CEC a été déterminée par adsorption du cation cobalthexamine. Elle est d'environ 19 meq/100g. L'aire spécifique évaluée par volumétrie d'adsorption d'azote est de 28  $\text{m}^2/\text{g}$ . Cette argile est caractérisée donc par une faible CEC et une faible aire spécifique. Nous avons ensuite réalisée une étude détaillée par diffraction des rayons X. le résultat obtenu est illustré sur la figure 2 qui représente le diffractogramme des

agrégats orientés de la fraction argileuse obtenue après traitement de l'argile par l'acide chlorhydrique afin d'éliminer les carbonates. Nous n'avons pas eu recours à l'élimination de la matière organique puisque sa teneur atteint à peine 0,11 %.

Le diagramme de diffraction des rayons X (Figure 1) révèle la présence des raies  $d_{001}$  vers 14,5 Å, 12,1 Å et 7,11 Å. Les raies situées vers 3,54 sont attribuée au quartz, minérale secondaire souvent associé aux argiles. Ces réflexions subissent une légère modification après traitement avec de l'éthylène glycol. Elles apparaissent à des distances de 14,2 Å, 10 Å et 7,12 Å, synonyme de l'absence de toute trace d'argile gonflante (Figure 2).

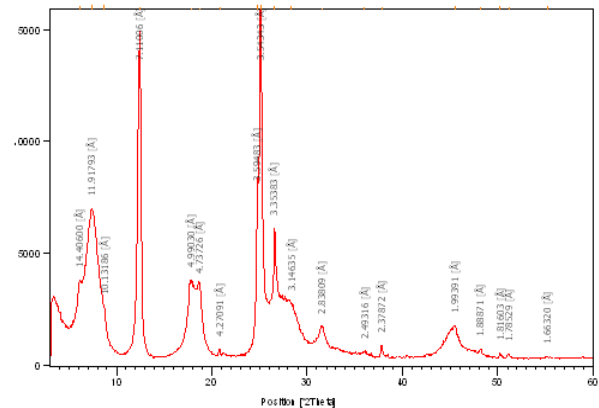


Figure 2: DRX des agrégats orientés de l'argile de Tétouan

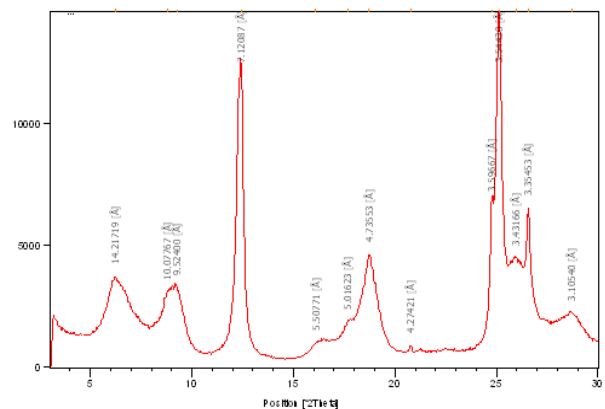


Figure 3 : DRX des agrégats orientés de l'argile traités à l'éthylène glycol

Après traitement thermique on note essentiellement la disparition de la raie à 7,11 Å. Ce comportement est attribué aux minéraux de la famille du kaolin dont la structure se détruit à partir de 500° C. Les raies à 13,9 Å et 10,1 Å (diagramme après traitement thermique) sont relatives à un interstratifié Chlorite-Illite. L'argile ANG-T1 est donc un interstratifié constituée principalement de trois familles argileuses non gonflantes, la chlorite, l'illite et la kaolinite. Ces résultats sont en bon accord avec la CEC et l'aire spécifique citées ci-dessus.

### Mesures de la vitesse d'infiltration :

La méthode de mesure expérimental de la vitesse d'infiltration en profondeur d'un sol argileux a été annoncé oralement lors du 10ème congrès de mécanique [5]



Cette expérience a été réalisée sur un échantillon de longueur  $L$ , de largeur  $l$  et de hauteur  $Z$  (Figure 3) en accord avec les allures des courbes rencontrées dans la littérature [11].

Nous mesurons le temps que met l'eau pour atteindre une profondeur  $Z$  et nous déterminons sa vitesse moyenne (constante) de diffusion :  $V=6\mu\text{m/s} \pm 3\%$  en bon accord avec les valeurs de la littérature qui sont comprises entre 0.2 et 10  $\mu\text{m/s}$  dans les argiles non saturés

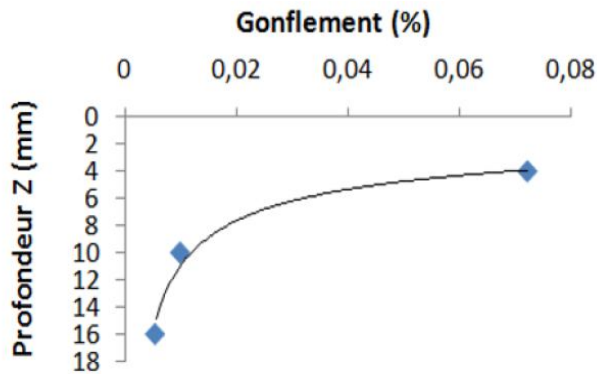


Figure 4 : Gonflement (%) en Fonction De La Profondeur Z (mm), pour une teneur en eau de 5,3%

### Conclusion :

Dans cette communication nous avons effectué une étude expérimentale de l'argile de la région de Tétouan par une nouvelle méthode optique basée sur l'interférométrie laser qui nous permet de mesurer d'une manière très précise le gonflement des argiles et la vitesse d'infiltration de l'eau en profondeur d'un sol argileux. En effet, à partir de quelques gouttes d'eau le phénomène est décelable de façon remarquable dans le cas des sols peu saturés.

Cette technique se distingue des autres techniques par :

La minimisation de temps, elle nous permet de mesurer le gonflement des argiles en temps record (environ 40 min) et avec une grande précision (environ 3%) et sensibilité (0.1  $\mu\text{m}$ )

C'est une nouvelle méthode expérimentale pour déterminer la vitesse d'infiltration de l'eau dans les sols argileux avec une bonne précision inférieure à 3%. Notre détermination est en bon accord avec les valeurs de la littérature qui sont comprises entre 0.2 et 10  $\mu\text{m/s}$  dans les argiles non saturés.

### Référence :

- [1] H. Asselman , A. Bakkali , M. Ajdour et M. Essaïdi. Novel experimental method to determine clay soil free swelling . *MATEC Web of Conferences* 2, 2012
- [2] Alonso E.E., Gens A., Hight D.W. General report. Special problem soils. Proceedings of the 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Dublin, Vol.3, 10987-1146. 1987.
- [3] Magnan D. Caractérisation in situ des sols gonflants: l'essai Expansol. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 190p. (1993).
- [4] Hossein Nowamooz, Farimah Masroufi. Hydromechanical behaviour of an expansive bentonite/silt

mixture in cyclic suction-controlled drying and wetting tests. *Engineering Geology*, 10 May 2008

- [5] H. Asselman , A. Khamlichi, A. Bakkali , et M. Essaïdi . Nouvelle methode expérimentale pour déterminer le potentiel de gonflement libre des sols argileux. 10eme Congrès de Mécanique. Oujda du 19 au 22 avril 2011
- [6] Muzahim Al-Mukhtar, Jean-Claude Touray, Faiza Bergaya. Une argile modèle pour l'étude du gonflement des sols argileux : la laponite-Na de synthèse. *Académie des sciences, Elsevier*, Paris. Juin 1999
- [7] Guiras-Skandaji H. Déformabilité des sols argileux non saturés : étude expérimentale et application à la modélisation. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Ecole Nationale Supérieure de Géologie, Nancy, 315p. 1996.
- [8] Tabani P Transfert hydrique dans des sols déformables. Thèse de Doctorat, Institut Nationale Polytechnique de Lorraine, Ecole Nationale Supérieure de Géologie, Nancy, 17. 1999.
- [9] H. Asselman, conception d'un dispositif expérimental pour mesurer la déformation des matériaux de construction par interférométrie laser, deuxième journée Argiles et développement durable, Tétouan, mai 2010
- [10] H. Azejjel, C. del Hoyo, K. Draoui; M.S. Rodríguez-Cruz, M.J. Sánchez-Martín Natural and modified clays from Morocco as sorbents of ionizable herbicides in aqueous medium
- [11] H. Azejjel, Synthèse et caractérisation des argiles marocaines organophiles. Application à la rétention des pesticides, Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences de Tétouan ; juin 2011

# MODÉLISATION ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES HYDRO-DISPERSIFS PAR MÉTHODE DIRECTE ET MÉTHODE INVERSE

H. QANZA<sup>1</sup>, A. MASLOUHI, A. HMIMOU

L.I.R.N.E Département de Physique Université Ibn Tofail, Kenitra, Maroc  
1: hqanza@gmail.com

## Résumé

Les processus d'écoulement et de transport dans les sols non saturés constituent une étape déterminante pour gérer les ressources en eau et assurer leur préservation. L'établissement de prédictions fiables et robuste représente une aide précieuse pour les décideurs, de manière à ce que les actions envisagées soient adaptées à l'évolution de la situation dans le temps. Ce travail présente une approche de modélisation mécaniste des écoulements dans les sols et s'intéresse plus particulièrement à la question des modèles hydrodynamiques caractérisant l'humidité des sols non saturés et à la détermination des paramètres associés à ces modèles par méthode inverse en utilisant le code Hydrus 1D.

## I-INTRODUCTION

La modélisation du transport de l'eau à travers la zone non saturée de Mnasra sera calée et validé sur les essais d'infiltrations effectuées au niveau de différentes parcelles des sols du Gharb [1],[2]. Les paramètres hydrodynamiques seront évalués en utilisant des techniques de résolution directe et inverse. Pour cela, nous utilisons le code Hydrus-1D qui utilisent plusieurs formulations de la fonction objective selon le type d'observations utilisée (données de pressions, de teneurs en eau mesurées, etc). L'objectif de ce travail est de développer une méthodologie permettant l'estimation des paramètres hydrodynamiques pour la modélisation des transferts d'eau unidirectionnelle dans la zone non saturée par la méthode directe et la méthode inverse.

## II-MATERIEL ET METHODE

La région de Mnasra est située dans la zone côtière de la plaine du Gharb au Nord-ouest du Maroc. C'est une bande parallèle à la côte atlantique d'une surface d'environ 50 000 ha, située en rive droite de la rivière Sebou, de 7 à 14 Km de large et qui s'étend sur une longueur d'environ 50 Km à partir du nord de la ville de Kenitra. Cette région est dominée par des formations sableuses d'origine marine associées sur les bordures de la rivière Sebou aux dépôts alluviaux de texture fine. De ce fait, la région de Mnasra peut être subdivisée en deux grands domaines différents géomorphologiquement qui sont [4], [8] :

- Le domaine de la zone côtière sableuse constitué par un ensemble de formations dunaires et de dépressions interdunaires.

Le domaine de la plaine alluviale de la rivière Sebou.

Dans la présente étude, nous avons effectuée des essais d'infiltration sur des parcelles se trouvent dans le domaine sableux. Ces mesures sont réalisées par une méthode destructive qui utilise la double pesée d'un échantillon humide avant et après séchage à l'étuve. La teneur volumique en eau est déterminée par l'équation :

$$\theta = \frac{M_{humide} - M_{sèche}}{\rho_w V_t} \quad (1)$$

Où  $M_{humide}$  et  $M_{sèche}$  sont les masses de l'échantillon du sol aux états humide et sec respectivement.

Nous utilisons pour la modélisation les prélèvements des teneurs en eau obtenus d'une parcelle homogène nu.

## III-FORMULATION MATHÉMATIQUE

Dans cette partie, nous présenterons les équations pour l'écoulement d'eau en milieu poreux non saturé, classiquement la description du transport de l'eau dans les sols est basée sur l'équation de Richards qui combinent l'équation de Darcy-Buckingham pour le flux d'eau avec l'équation de conservation de masse. L'équation de Richards prédit l'écoulement dans zone non saturée, en utilisant la variation spatiale des propriétés hydrauliques du sol.

L'écoulement uniforme d'eau est décrit par l'équation de Richard exprimé par [8], [9] :

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (2)$$

Où

$\theta$  : La teneur en eau du sol de dimension  $[L^3 L^{-3}]$

$h$  : La pression capillaire en eau du sol [L]

$K$  : La conductivité hydraulique [L/T]

$z$  : la profondeur (orientée vers le bas) [L]

$t$  : le temps [T]

L'équation (2) est fortement non linéaire, plusieurs auteurs (Brooks and Corey, 1964 ; Campell, 1974 ; Van Genuchten, 1980) ont proposé des solutions analytiques de  $\theta(h)$ , nous présentons ici l'expression du modèle de Mualem-Van Genuchten couramment utilisé dans la littérature :

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[ 1 + (|\alpha h|)^n \right]^{-m} \quad \text{Pour } h < 0 \quad (3)$$

$$\theta(h) = \theta_r \quad \text{Pour } h > 0$$

et

$$k(h) = k_s S_e^l \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad (4)$$

avec

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$$

Où

$\theta_r$  : La teneur en eau résiduelle [ $L^3 L^{-3}$ ]

$\theta_s$  : La teneur en eau à saturation [ $L^3 L^{-3}$ ]

$n$  : Un paramètre du modèle lié à la distribution des tailles de pores [-] et  $m=1-1/n$ .

$\alpha$  : Un paramètre du modèle dont l'inverse correspond à la pression d'air [ $L^{-1}$ ].

$K_s$  : La conductivité hydraulique à la limite de la saturation [ $L/T$ ]

$L$  : Un paramètre [-], qui intervient uniquement dans la relation  $K(\theta)$ , il vaut 0.5 en général.

Le grand avantage de ce modèle est la simplicité de ces équations surtout au niveau de la modélisation et du calcul analytique.

#### IV-PROCEDURE NUMERIQUE

Pour résoudre l'équation de Richards il faut déterminer les fonctions hydrauliques du sol non saturée. A cet effet, le code Hydrus 1D propose différentes modèles d'infiltration, dans notre étude on a utilisé le modèle analytique de Van Genuchten (Van Genuchten 1980), tel que La fonction hydraulique du sol comporte 5 paramètres :  $\theta$ ,  $\theta_r$ ,  $\alpha$ ,  $n$  et  $k_s$ . La condition initiale correspond à la teneur en eau du sol dans la parcelle :  $\theta(z,t) = \theta(z)_{t=0}$ . La condition à la surfaces de la parcelle ( $Z=0$  cm) correspond à [3] : « Atmospheric Boundary conditions with surface Run Off », ce type de condition permet de prendre en compte les flux d'entrée comme la précipitation, l'évapotranspiration en fonction du temps. La condition correspondant au niveau de la couche géotextile de la parcelle est appelée « seepage face »

$$\left| k \frac{\partial h}{\partial z} - k \right| \leq E \text{ à } z = 0$$

et

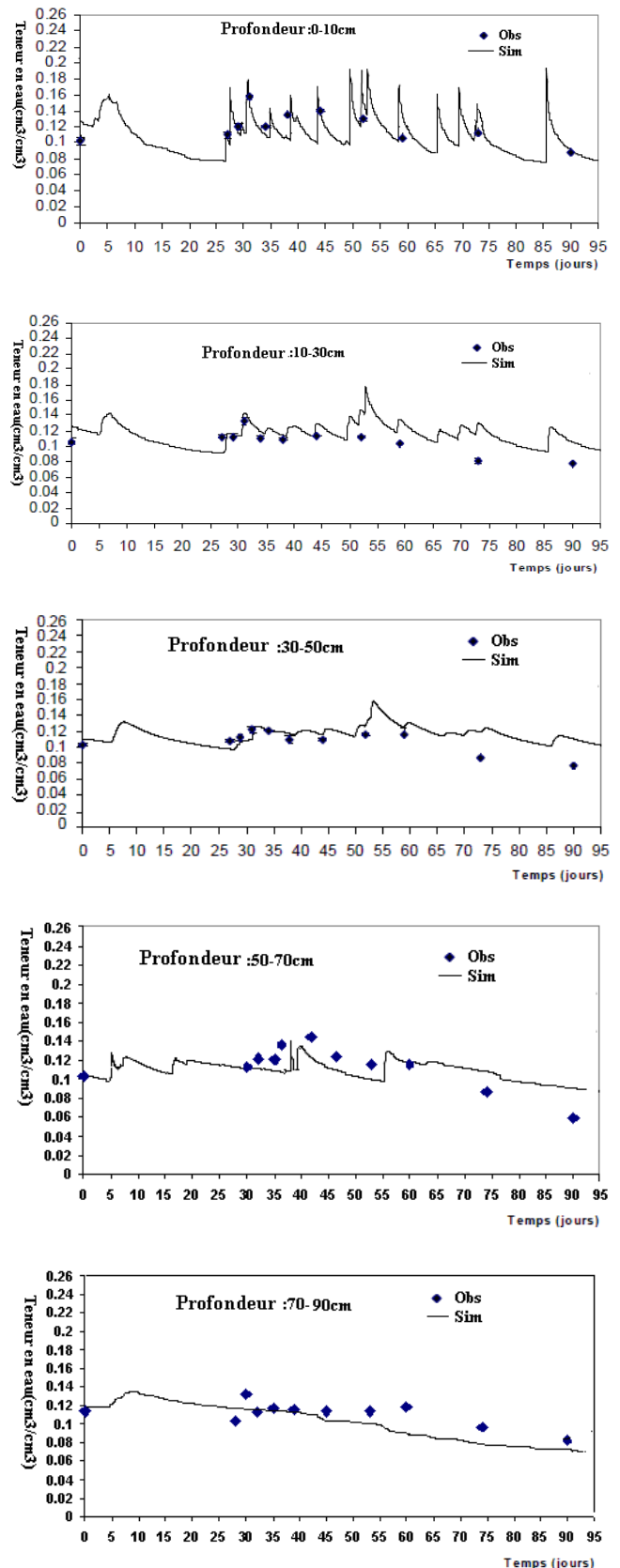
$$\theta_r \leq \theta \leq \theta_s \text{ à } z = 0$$

avec  $E$  est l'évapotranspiration quotidienne maximale.

#### V-RESULTATS ET DISCUSSION

##### 1-Méthode directe :

Cette approche consiste à acquérir des points expérimentaux des courbes de la teneur en eau  $\theta$ , et de calibrer ensuite les relations entre les autres paramètres afin que les courbes respectent au mieux les données expérimentales.



Figures 1 : Courbes de variation temporelle, numériques et expérimentales, de la teneur en eau à différentes profondeurs du sol

La Figure 1 montre les profils de la teneur en eau simulés et mesurés durant 3 mois sur les verticales 10, 30, 50, 70, et 90cm. On constate qu'aux différents niveaux du profil du sol, la teneur volumique en eau est caractérisée par

de faibles variations, notamment dans les profondeurs les plus basses. Ceci est dû à la nature du sol étudié, qui est de texture sableuse caractérisé par une faible capacité de rétention et de faible teneur volumique initiale en eau. On constate aussi que le modèle prédit des signaux en phase avec les pics des valeurs de la teneur en eau observés, notamment au profil (0-10cm). Cette constatation confirme que les valeurs simulées par le modèle sont de bon accord avec celles mesurées. Par ailleurs, le bilan de masse hydrique a été bien respecté et qui était toujours égal à 100%. Ceci prouve que le modèle numérique est stable et qu'il reproduit de façon correcte l'évolution des teneurs volumiques en eau dans le sol par la méthode directe.

## 2-Méthode inverse

Un problème d'estimation par approche inverse consiste à rechercher les coefficients d'une équation aux dérivées partielles à partir de mesures de la variable d'état [5], [6], [7]. Ce problème est formulé comme un problème de minimisation, la variable de minimisation étant le vecteur des paramètres à estimer et la fonction à minimiser étant une évaluation de la différence entre la variable calculée par le modèle donné de paramètres et celle observée. L'estimation des paramètres hydrodynamiques est alors itérativement améliorée lors du processus de minimisation jusqu'à ce qu'une précision désirée soit obtenue.

Dans le cas présent les coefficients d'équation de Richards à estimer par approche inverse sont  $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$  et  $K_s$ . pour ce faire, on utilise le code Hydrus-1D pour identifier l'infiltration verticale isotherme de l'eau à l'échelle des parcelles du sol sablonneux de la zone Mnasra et on se limitera à des parcelles nues soumis à des cycles d'irrigations et précipitations.

Nous représentons dans le tableau suivant les résultats calés à travers les mesures expérimentales et les résultats simulés par Hydrus-1D par approche inverse.

Paramètre	$\theta_r$ (cm <sup>3</sup> / cm <sup>3</sup> )	$\theta_s$ (cm <sup>3</sup> / cm <sup>3</sup> )	$\alpha$ (cm <sup>-1</sup> )	n	$K_s$ (m/j)
Valeurs Calées	0	0.40	0.016	1.209	7.27
Valeurs estimées par problème inverse	0,017	0,39	0,020	1,403	5.5

Les résultats montrent en général, qu'il y a une bonne corrélation entre les valeurs simulées et celles mesurées, ceci nous permet de dire que le code Hydrus1D simule assez bien les paramètres hydrodynamiques des parcelles.

## VI-CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La démarche de travail proposée a permis de caractériser et identifier les paramètres hydrodynamiques dans un sol non saturé, en combinant deux approches différentes l'une est

directe basée sur le calage des mesures et l'autre basée sur l'approche inverse. L'étape de validation de l'outil de modélisation numérique par approche inverse sur l'expérience a montré des résultats numériques proches des résultats expérimentaux. Ceci permettra par la suite, de quantifier le transport de l'eau dans la zone non saturé.

## VII-REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **A. Hmimou, A. Maslouhi, K. Tamoh, L. Candela** : Mesures et modélisation du transport de produits phytosanitaires dans les sols à l'échelle de la parcelle, Revue de Mécanique Appliquée et Théorique, Vol. 2, 4. 323-335 (2011).
- [2] **M.Ibnoussina** thèse: Expérimentation et Modélisation de l'écoulement de l'azote nitrique dans un sol sablonneux. Application aux sols de Mnasra
- [3] **Simunek, J., M.Th. van Genuchten, and M. Sejna.** The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media, Department of Environmental Sciences, University of California, Riverside, CA, 270p. Simunek, J., M.Th. van Genuchten, and M.Sejna. (2005).
- [4] **K.Tamoh**, thèse: Etude des transferts hydriques et de Nitrates dans les sols de Mnasra : Caractérisation hydrodynamique, Modélisation et SIG. (2005)
- [5] **F. Lehmann**, thèse: hydrodynamique en milieux poreux hétérogènes non saturés : Identification des paramètres par approche inverse, université louis pasteur Strasbourg, institut de mécanique des fluides - ura cnrs 854, (1996).
- [6] **H.Fahs**: thèse, Identification des paramètres par approche inverse pour la simulation de l'hydrodynamique en milieu fracturé, LHyGes-UMR 7517, (2010).
- [7] **S.Schneider** : Estimation des paramètres hydrodynamiques des sols à partir d'une inversion jointe de données d'infiltration et de résistivité électrique, thèse de doctorat de l'université paris-sud 11, (2009).
- [8] **Z.saadi**: premières tentatives de modélisation des transferts d'eau et d'azote dans les sols agricoles de Mnasra, université ibn tofail Kenitra, ( 2002).

# MULTISCALE MODELING OF ELASTOPLASTIC DAMAGE BEHAVIOR OF THE HUMAN PROXIMAL FEMUR UNDER COMPRESSION LOADING

J. RAHMOUN<sup>1</sup>, H. NACEUR<sup>1</sup>, D. KONDO<sup>2</sup>, P. DRAZETIC<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LAMIH, UMR8201 CNRS, Université1 Lille Nord de France, 59313 Valenciennes cedex 9, France. jamila.rahmoun@univ-valenciennes.fr

<sup>2</sup>Institut d'Alembert, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, F-75005 Paris, France

**Abstract :** This study presents a new elastoplastic damage coupling model for the micromechanical modeling of the human femur bone behavior. The damage is carried out by the framework of the limit analysis based on the MCK criterion and the bone elastic anisotropic properties are estimated by Mori-Tanaka homogenization scheme. The obtained model is implemented within the LS-DYNA code. This model has been applied successfully for the estimation of the mechanical properties of a human proximal femur under compression loading.

**Résumé :** Cette étude présente un nouveau modèle élastoplastique couplé à l'endommagement pour la modélisation micromécanique du comportement de l'os de fémur humain. L'endommagement est pris en compte par l'approche de l'analyse limite basée sur le critère de MCK et les propriétés élastiques anisotropes de l'os sont estimés par le schéma d'homogénéisation de Mori Tanaka. Le modèle obtenu est implémenté dans le code LS-DYNA. Ce modèle a été appliqué avec succès pour l'estimation des propriétés mécaniques du fémur proximale humain sous compression.

Keywords: Biomechanics, Micromechanics, Human proximal, microtomography, damage.

## INTRODUCTION

Osteoporotic hip fractures represent a burden of mortality on the growing population of old patients. To estimate hip fracture and plan the preventive intervention, the strength of the proximal femur must be precisely quantified. For this end, computed tomography based Finite Element analysis which incorporates information on both 3D architecture and bone density, can be used. Furthermore, micromechanical approaches coupled with CT-based FE models were revealed to be more appropriate when the robustness of computation and accuracy of results are of interest.

In this paper, we propose a micromechanical elastoplastic damage model of the human femur bone behavior. The determination of elastic properties has been made by using the Mori-Tanaka scheme and experimental measurements of anisotropy by microtomography techniques [5]. The nonlinear behavior is performed by a coupling between plasticity and damage on a microscopic scale by using the MCK criterion [6]. The obtained behavior law is

implemented via a UMAT routine within the LS-DYNA software for the prediction of the global response of the femur under compression loading.

## FORMULATION OF THE MICROMECHANICS BASED ELASTOPLASTIC DAMAGE MODEL

### Homogenization scheme for the elastic anisotropic bone behavior

In the present study, the human femoral bone is considered as a multiscale porous material composed of an isotropic elastic solid matrix with stiffness tensor  $\mathbf{C}^{(m)}$  weakened by a random distribution of ellipsoidal shaped voids with  $\mathbf{C}^{(v)}$  tensor. Based on matrix-inclusion problems [2] and the Mori-Tanaka homogenization scheme [5] an estimate for the homogenized elastic stiffness tensor of the bone material reads as:

$$\mathbf{C}^{(h)} = \mathbf{C}^{(m)} + f(\mathbf{C}^{(v)} - \mathbf{C}^{(m)}) : \mathbf{A}_p : ((1-f)\mathbf{I} + f\mathbf{A}_p)^{-1} \quad (1)$$

where  $f$  is the porosity and  $\mathbf{A}_p$  denotes the strain concentration tensor which writes :

$$\mathbf{A}_p = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_p : f(\mathbf{C}^{(v)} - \mathbf{C}^{(m)}))^{-1} \quad (2)$$

$\mathbf{P}_p$  is the Hill tensor [4] which depends on the shape and orientation of the voids and the matrix stiffness  $\mathbf{C}^{(m)}$ .

Finally, the tensor (1) is coupled with experimental measurements of the architectural anisotropy obtained from X-ray micro tomography in order to calculate the porosity.

### The constitutive plastic-damage model based on the MCK criterion.

In this section, we present the nonlinear model based on a coupling between plasticity and damage on a microscopic scale. The considered domain is composed of a spherical cavity with the radius  $a$  subjected to a uniform eigen-strain rate  $\mathbf{d}^*$  and embedded in a spherical cell with the radius  $b$ . The trial velocity field in the matrix,  $\underline{\mathbf{v}}$ , required for the limit analysis of the hollow sphere [3], is classically decomposed into a uniform field  $\mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{x}}$  and an heterogeneous velocity field  $\underline{\mathbf{v}}^E$ :

$$\underline{\mathbf{v}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{v}}^E \quad (3)$$

From the exterior point Eshelby solution [2], a more refined field  $\underline{\mathbf{v}}^E$  for a spherical inclusion, can be given by:

$$\underline{\mathbf{v}}^E = \sum_{r=1}^{\infty} \underline{\mathbf{v}}^r d_r^* \quad (4)$$

$d_r^*$  is related to the eigenstrain in the inhomogeneity  $\mathbf{d}^*$ . Following the limit analysis method of Gurson [3], the approximate expression of the macroscopic yield function of the MCK criterion is obtained as [6]:

$$\Phi(\Sigma, f) = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_m^2} + 2f \cosh \left( \sqrt{\frac{9 \Sigma_{eq}^2}{4 \sigma_m^2} + \frac{2 \Sigma_h^2}{3 \sigma_m^2}} \right) - 1 - f^2 = 0 \quad (6)$$

where  $\Sigma_h$  denotes the hydrostatic stress and  $f$  the material porosity.  $\Sigma_{eq}$  is the macroscopic Von-Mises equivalent stress and  $\sigma_m$  the yield stress of the matrix.

### The Multiscale finite element modelling

For the implementation of our model within the LS-DYNA software via the user-routine UMAT, an additional non



linear hardening variable  $\bar{\sigma}$  is introduced in the MCK criterion (6) representing the updated matrix yield stress. The problem to solve the weak form of equilibrium equation, expressed by:

$$W_{int} - W_{ext} - W_{hg} + W_{acc} = 0 \quad \forall \delta \underline{u} \quad (7)$$

where  $W_{int}$ ,  $W_{ext}$ ,  $W_{hg}$  and  $W_{acc}$  are the internal, the external, the hourglass and the inertia virtual works respectively. Eq. (7) is solved for the displacement vector  $\underline{u}$  using the central difference time integration method.

### STUDY OF THE TRABECULAR BONE FAILURE OF HUMAN FEMUR

#### Global mechanical testing on proximal femora.

Twenty-one previously frozen, human cadaveric proximal specimens were obtained from 19 donors for this study (5 men and 14 women). The femora were initially conserved in a freezer at -21°C. The mean donor age was 87 years (range 63-94). This investigation was approved by the clinical research ethics board at the University Hospital de la Timone at Marseille, France.

CT scans for each human cadaveric femora were performed using a LightSpeed VCT scanner from GE Medical Systems. The experimental device was designed according to the loading configurations developed by De Bakker et al. [1]. The proposed experimental setup is able to simulate a sideways fall on the greater trochanter with a mechanical tension/compression machine (see figure 1).

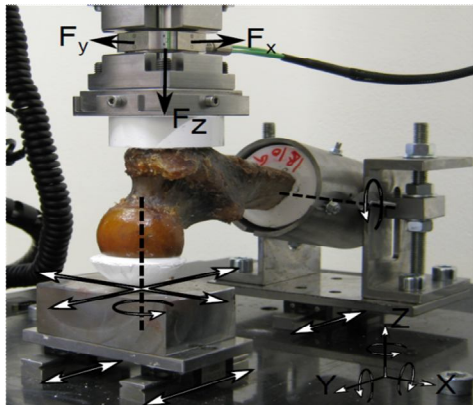


Fig.1 : Test set-up of the mechanical testing apparatus

The 21 femurs were tested mechanically up to failure under quasi-static conditions using constant vertical displacement of 10 mm/min through Z direction. Before the test recording, the specimens have been preloaded to 5N which was defined as the starting zero reference measurements.

#### Local testing of the trabecular bone extracted from the femoral head

In order to use the micromechanical elastoplastic damage model presented in section 2, mechanical properties of the trabecular bone have to be identified locally. In order to limit the number of unknown parameters, the assumption of a linear hardening of the matrix bone is chosen ( $\bar{\sigma} = E_F^{mat} \bar{\epsilon}^p$ ) leading to an additional variable represented by a constant tangent elastoplastic modulus  $E_F^{mat}$ . To this end, 3 cubic samples of  $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}^3$  were extracted from the same femoral head along the neck axis. The selected area of the head is divided into several sections of

10mm thickness. The 3 samples were scanned using a SKYSCAN 1172 micro scanner with a resolution of 20  $\mu\text{m}$  for the identification of initial porosity. Each of the specimens is instrumented using gauges for strain measurement and provides a load/displacement, characteristic of the local mechanical behavior of the femoral bone.

Table 1 summaries the measured material parameters. All compression tests have been done up to 50% of deformation with a velocity of 10 mm/min.

Tab.1 Summary of the experimentally local measured material parameters

N° exp.	E (MPa)	$\nu$	$f$ (%)
Sample1	39	0.19	77.95
Sample2	40	0.19	85.05
Sample3	50	0.19	87.20
Mean	43	0.19	83.4

#### Numerical identification of local trabecular bone mechanical properties

Based on the above experimental results, a numerical identification of the femur matrix material parameters has been carried out using the developed homogenized finite element model. The cubic samples were meshed using a  $10 \times 10 \times 10$  hex-shell elements, and compression was performed using a controlled velocity of 10 mm/min. Each specimen was loaded up to 90% deformation.

For the inverse identification, we used a Sequential Quadratic Programming (SQP) algorithm in order to perform the fitting of computed results with the experimental measurements by finding the optimal set of constitutive parameters (see Table 2).

Tab.2 Identified material parameters of the cancellous bone in MPa (matrix and homogenized parameters)

N° exp	$E^{mat}$	$\sigma_{mat}$	$E_F^{mat}$	$E^{hom}$	$E^{SQP}$	$\sigma_{mat}^{hom}$
Sample1	304	6.13	8.25	40.21	39	1.04
Sample2	425	5.52	6.34	39.57	40	0.99
Sample3	517	5.34	3.22	48.83	50	0.68
Mean	415	5.67	5.93	42.87	43	0.90

In Figure 2 are presented the obtained results using inverse identification. We can observe that the obtained model response presents a strong nonlinear character. This is due to the trabecular bone densification effects. Mean values of materials parameters shown in Figure 2 are used as bone material data in the present model to carry out a global compression testing on the femora.

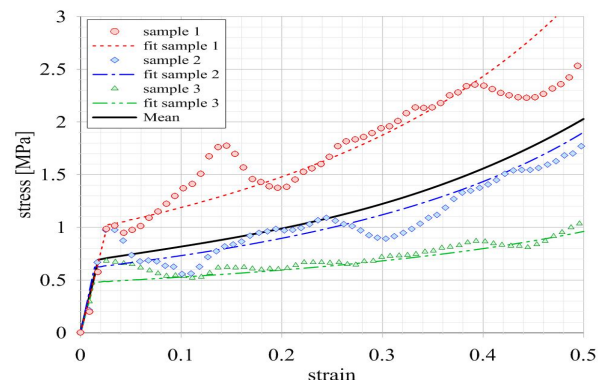
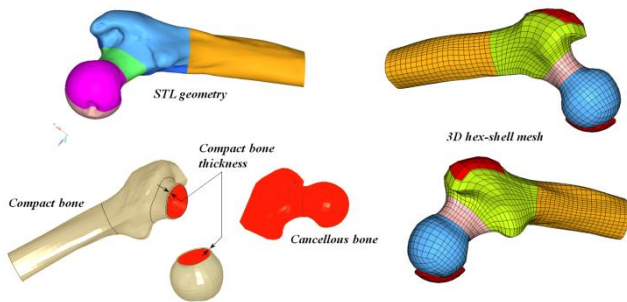


Fig.2 : Numerical vs experimental results obtained for the femoral head specimens under compression test



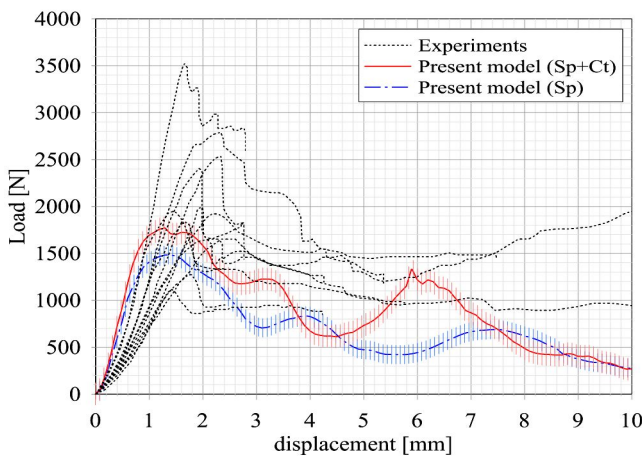
**Numerical validation using the global testing on proximal femur**

The final stage is a numerical validation of the implemented model, through the use of a global sideways fall on the greater trochanter as exposed in section 3.1.



**Fig.3 :** Proximal femur CAD geometry and FE mesh using 7400 elements.

The first step in this phase was the reconstruction of the 3D geometry of the femur starting from the digitalized STL inner and outer surfaces of the femur. As shown in Figure 3, The outer surface is constituted by cortical bone of initial porosity  $f = 10\%$  and the inner one by trabecular bone of initial porosity  $f = 77\%$  obtained using a SKYSCAN 1172 micro scanner. Once the total surfaces are built up, a 3D mesh (7400 hex-shell elements) of the femur volume is generated using HYPERMESH software (Figure 3). The Finite Element simulation was carried out using the Explicit Dynamic algorithm within LS-DYNA code.

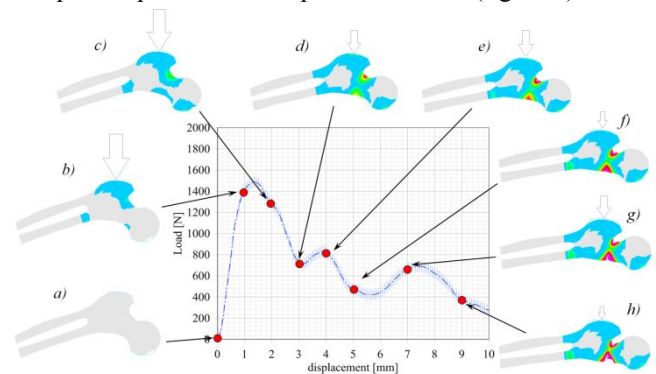


**Fig.4 :** Load-displacement femora response : Experimental vs. numerical comparison.

Figure 4 shows the load-displacement response of the modeled femur compared to the corridor obtained experimentally using the set of 21 tested femurs. We can observe globally, that a good agreement is obtained for the estimation of the ultimate load supported by the femur before collapse.

Moreover, from figure 5 we can observe that the damage evolution was started locally at the superior cortex of femoral neck (see figure 5). As the load augmented, the damage starts invading the inferior tensile side of femoral neck. Then due to a maximum tensile and compressive strains, the damage propagated rapidly to the lower surface

following a diagonal path, resulting at the end to almost a complete separation of the proximal femur (figure 5).



**Fig.5 :** Damage evolution in the cancellous femoral bone during compression.

**CONCLUSION**

The aim of the present investigation was to show the potential of the proposed micromechanical model taking into account the anisotropic behavior and ductile damage to predict the human proximal femora response. For this end, a human femur was simulated until complete fracture under sideways loading. Predicted load-displacement response shows a same tendency as those observed experimentally. Further improvements will be performed to simulate the bone behavior taking into account the strain rate effects.

**ACKNOWLEDGEMENT**

The authors are grateful to Dr. Julien Halgrin for his valuable help in the preparation of the anatomical specimens and achieving the different scans and mechanical experiments.

**REFERENCES**

De Bakker P.M., Manske S.L., Ebacher V., Oxland T.R., Crompton P.A., Guy P. During sideways falls proximal femur fractures initiate in the superolateral cortex: Evidence from high-speed video of simulated fractures. *J. Biomech*, 42, n°12, pp.1917-1925, 2009.

Eshelby J.D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, *Proceedings of the Royal Society, Series A*, 252, pp. 561-569, 1957.

Gurson A.L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I. Yield criterion and flow rules for porous ductile media, *J. Eng. Mat. Tech.*, 99, pp. 2-15, 1977.

Hill R. A self-consistent mechanics of composite materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13, pp. 213-222, 1965.

Mori T., Tanaka K. Averages stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallia*, 21, pp. 571-574, 1973.

Monchiet V., Charkaluk E., Kondo D. A micromechanics-based modification of the Gurson criterion by using Eshelby-like velocity fields. *European journal of mechanics A/Solids*, 30, pp. 940-949, 2011.

# ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE BIDIMENSIONNELLE DANS UN CANAL VERTICAL REMPLI PARTIELLEMENT DE DEUX COUCHES POREUSES DISPOSEES VERTICALEMENT

N. DIHMANI, S. AMRAQUI\*, A. MEZRHAB

Faculté des Sciences, Département de Physique,  
Laboratoire de Mécanique & Energétique, 60000 Oujda,  
Maroc.

\* (auteur correspondant : samir.nova@gmail.com)

**Résumé :** Dans ce travail, nous proposons une étude numérique bidimensionnelle de l'écoulement et du transfert de chaleur, dans un canal vertical rempli partiellement par un milieu poreux. Ce dernier est globalement homogène et présente une anisotropie thermique. Le modèle Darcy-Brinkman est utilisé pour la modélisation de l'écoulement. Le système d'équations couplées est résolu par la méthode des volumes finis. Le couplage pression - vitesse est traité par l'algorithme SIMPLER. Une étude paramétrique a été réalisée en fonction du nombre de Rayleigh  $Ra$  et du nombre de Darcy  $Da$  sur le transfert de chaleur et l'écoulement. Les résultats obtenus sont analysés en termes d'isothermes, de lignes de courant, du nombre de Nusselt moyen  $Nu_w$  et de température adimensionnelle  $\theta$ .

## 1. Introduction

Les phénomènes de transfert dans les milieux poreux font l'objet de nombreux travaux entrepris pour résoudre beaucoup de problèmes dans plusieurs domaines. Nous pouvons citer, l'industrie pétrolière, l'isolation thermique, les composants électroniques, les procédés de séchage, les écoulements géophysiques, la croissance cristalline [1-3].

Parmi les travaux sur la convection naturelle dans les milieux poreux, on cite ceux de Yan et al. [4] qui ont examiné numériquement la convection naturelle dans un canal vertical chauffé asymétriquement. Ils ont présenté les résultats pour un système air-eau sous différentes conditions de chauffage afin d'illustrer le transfert de chaleur lors des processus de l'évaporation et de condensation. Les effets de la longueur du canal et de températures de la paroi humide sur le transfert de chaleur et de masse ont été examinés. Plus récemment Nimr et Hader [5] ont analysé la convection naturelle transitoire développée dans un canal vertical contenant un milieu poreux. Ils ont obtenu des solutions pour quatre conditions aux limites fondamentales et ont donné l'expression du taux du débit volumétrique, de la température du mélange et du Nusselt local correspondant à chaque cas. Ils ont conclu que lorsqu'un flux de convection naturelle est entièrement développé, l'écoulement atteint sa valeur supérieure et toute augmentation supplémentaire de la hauteur du canal ne produit aucune augmentation de la vitesse d'écoulement. En revanche, en conditions aux limites thermiques, le nombre de Nusselt diminue et atteint une valeur minimale. Ensuite, il reste constant indépendamment de toute nouvelle augmentation de la hauteur du canal. Dhifaoui et al. [6] ont étudié expérimentalement et numériquement les échanges

thermiques en convection naturelle dans un canal vertical poreux formé de deux plaques planes parallèles, l'une soumise à un flux de chaleur constant tandis que l'autre est considérée comme adiabatique. Ils ont trouvé que la température dans le milieu augmente en présence de la matrice solide et que l'augmentation du nombre de Rayleigh (flux de chauffage) entraîne une augmentation de la température du milieu, de la vitesse d'infiltration, et une diminution de la pression dans le milieu.

Le travail qui fait l'objet de cette communication concerne la convection naturelle générée dans un canal vertical contenant deux couches poreuses disposées verticalement.

## 2. Modèle physique et formulation mathématique

Le modèle physique étudié est un canal vertical constitué de deux parois parallèles supposées isothermes et maintenues à la température chaude  $T_c$  (figure 1) et partiellement occupé par deux couches poreuses. Le fluide est supposé incompressible et de propriétés thermophysiques indépendantes de la température, à part sa densité, pour laquelle l'approximation de Boussinesq est supposée valable. L'écoulement est considéré comme laminaire, bidimensionnel, newtonien et soumis au champ de pesanteur. Le modèle pris en compte est celui de Darcy-Brinkman. L'ensemble des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement, de l'énergie s'écrivent sous la forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{Pr}{Da} \frac{U}{K_x} + RaPr\theta \sin \phi - Biv(U - U_\infty) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{Pr}{Da} \frac{V}{K_y} + RaPr\theta \cos \phi - Biv(V - V_\infty) \quad (3)$$

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = R_k \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) - Bio(\theta - \theta_\infty) \quad (4)$$

Où  $\lambda$  et  $R_k$  sont égales à 1 dans la région fluide,  $\lambda = \infty$  et  $R_k = k_s/k_f$  dans le solide.

## 3. Méthode numérique

Dans ce travail, un maillage de 30×140 nœuds a été retenu en se basant sur l'étude de la sensibilité du code de calcul au maillage. Les équations de conservation sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis. Le couplage pression-vitesse est traité à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Le code numérique que nous avons élaboré pour résoudre les équations de base a été validé en prenant comme référence les résultats présentés dans la thèse [3].

## 4. Résultats et discussions

Dans cette étude le nombre de Prandtl  $Pr$  et le rapport de la conductivité thermique  $R_k$  ainsi que l'épaisseur des couches poreuse sont fixés respectivement à 0.71, 1 et 0.3. Par

ailleurs, la gamme de variation du nombre de Rayleigh, du nombre de Darcy et de l'épaisseur est :  $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ ,  $10^{-9} \leq Da \leq 10$ .

Les structures de l'écoulement et des isothermes en fonction du nombre de Darcy  $Da$  sont présentées dans la figure 2.

Dans un premier temps, on note que la vitesse de l'écoulement croît avec le nombre de Darcy et cette augmentation est d'autant plus élevée que le nombre de Rayleigh est élevé. Pour  $Da=10^{-6}$ , le milieu poreux se comporte comme des parois solides et le fluide ne pénètre pas dans les couches poreuses. Toutefois, plus le nombre de Darcy augmente, plus le fluide commence à pénétrer dans le milieu poreux. Pour des  $Da \geq 10^{-2}$ , la pénétration du fluide est quasi-totale et l'écoulement devient similaire à celui d'un canal rempli que du fluide.

Les isothermes sont parallèles aux parois du canal et deviennent de plus en plus fines à mesure que le nombre de Darcy et le nombre de Rayleigh augmentent.

Nous reportons sur la figure 3, l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Darcy pour différents nombres de Rayleigh et pour  $e_p^* = 0.2$ .

On observe que pour un nombre de Darcy fixé, le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Cependant pour  $Ra$  fixé, on remarque une diminution importante de  $Nu_w$  lorsque la perméabilité diminue. Par ailleurs, à partir de cette figure, on peut distinguer trois zones : une zone à faibles valeurs de la perméabilité  $Da \leq 10^{-6}$ , le nombre de Nusselt demeure pratiquement constant, la couche poreuse dans cette gamme de  $Da$  se comporte comme une paroi imperméable où l'écoulement est quasiment nul. Pour une zone à haut nombres de Darcy  $Da \geq 10^{-2}$ , le nombre de Nusselt moyen est plus élevé et quasiment indépendant de  $Da$ . La couche poreuse ne freine pratiquement plus l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur est d'autant plus important que le nombre de Rayleigh augmente. Dans la zone intermédiaire  $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$ , on remarque que le nombre de Nusselt moyen augmente considérablement avec la perméabilité. Cette augmentation est plus prononcée pour  $Ra \geq 10^6$ .

Nous avons enfin présenté sur la figure 4 la température adimensionnelle dans le plan médian horizontal pour illustrer l'effet de Darcy sur les champs thermiques pour deux valeurs de  $Ra$  et pour différentes valeurs de  $Da$ . On remarque sur les deux figures que la température est nulle dans la zone centrale du canal tandis qu'elle prend des valeurs élevées dans les couches poreuses. Pour de faibles perméabilités, la température adimensionnelle  $\theta$  croît avec la diminution du nombre de Darcy. D'autre part,  $\theta$  est d'autant plus élevée dans la couche poreuse que le nombre de Rayleigh est faible.

### 5. Conclusion

Nous avons étudié numériquement l'influence de l'introduction de minces couches poreuses sur les parois, d'un canal vertical sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Rayleigh. Pour  $Ra$  donné et pour de fortes valeurs de  $Da$ ,  $Nu_w$  est presque

constant et l'écoulement devient similaire à celui d'un canal sans couches poreuses. Pour de faibles valeurs de  $Da$ , le nombre de Nusselt moyen diminue jusqu'à atteindre son minimum pour  $Da = 10^{-6}$  où il n'y a pas d'échanges convectifs dans les couches poreuses.

### Références

- [1] Chu R. C. and Hwang U. P., Dielectric fluidized cooling système, IBM Technical Disclosure Bulletin, 20, No. 2, 678-679 (1977)
- [2] Nield D. A. and Bejan A., Convection in Porous Media, Springer, New York (1992).
- [3] Mezrhab A. Thèse Contribution à l'étude des transferts thermiques par convection naturelle et par rayonnement dans des systèmes complexes, (1997).
- [4] Yan W. M., Tsay Y. L. and Lin T. F., Effects of wetted walls on laminar natural convection between vertical parallel plates with asymmetric heating, Volume 47, Number 1, 45-64 (1990).
- [5] Al-Nimr M. A. and Hader M. A., MHD free convection flow in open-ended vertical porous channels, Chemical Engineering Science, Vol. 54, Number 12, pp. 1883-1889(7) (1999).
- [6] Dhifaoui B., Foudhil W., Jabrallah S., Belghith A., Etude numérique et expérimental des échanges thermiques au sein d'un canal de milieu poreux et soumis à un chauffage pariétal, (2005).

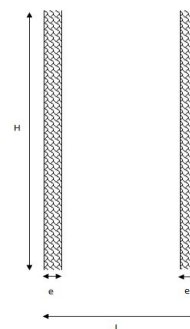
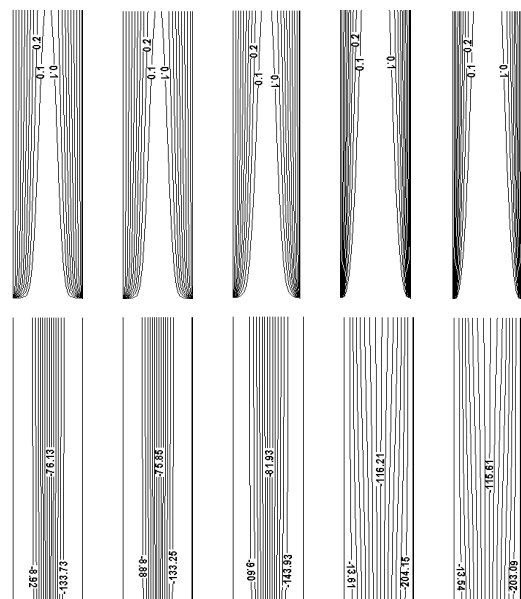


Figure 1 : Représentation schématique du modèle étudiée.



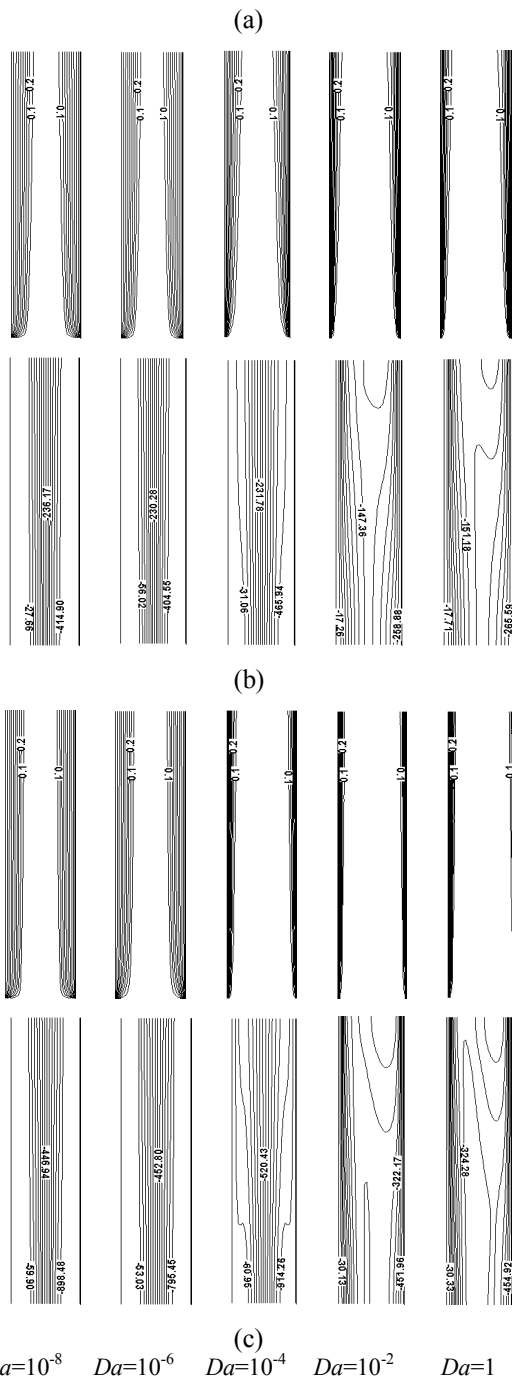


Figure 2 : Isothermes et lignes de courant en fonction de  $Da$ , pour  $e_p^* = 0.2$ , (a) :  $Ra = 10^5$ , (b) :  $Ra = 10^6$ , (c) :  $Ra = 10^7$ .

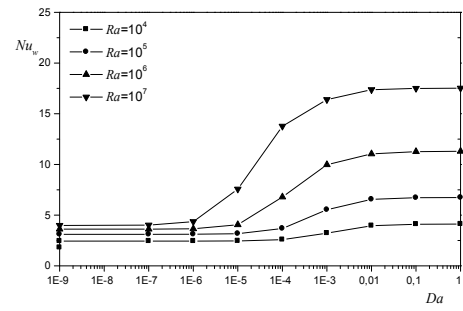
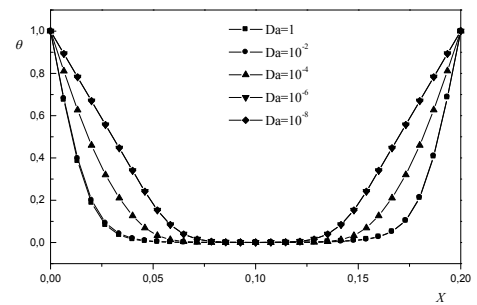
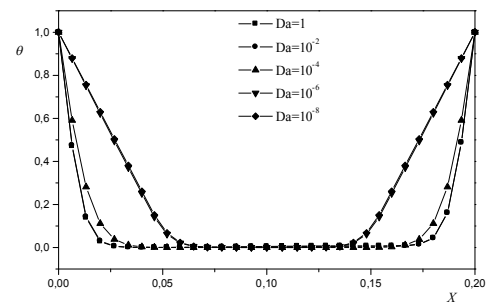


Figure 3 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Darcy pour différents  $Ra$  :  $e_p^* = 0.2$ .



(a)



(b)

Figure 4 : Evolution de la température adimensionnelle en fonction de  $X$  pour  $e_p^* = 0.2$  et pour différentes valeurs du nombre de Darcy, (a) :  $Ra = 10^6$  et (b) :  $Ra = 10^7$ .

# NUMERICAL SIMULATION OF NON-NEWTONIAN POROUS ELASTIC SQUEEZE FILM

M. NABHANI<sup>1</sup>, M. EL KHLIFI<sup>1</sup>, B. BOU-SAÏD<sup>2</sup>

<sup>1</sup>University Hassan II Mohammedia – Casablanca  
Faculty of Sciences and Techniques, LMCM  
P.O. Box 146, 20650 Mohammedia, Morocco  
<sup>2</sup>University of Lyon, CNRS INSA-Lyon, LaMCoS  
UMR CNRS 5259, 18-20 Avenue Albert Einstein  
69621 Villeurbanne, France

## Introduction

The technology of porous squeeze film has attracted the attention of many researchers because it is widely used in industry and biomechanics. Typical studies are the squeeze film behavior of Newtonian fluid between parallel circular discs by, Lin<sup>1</sup>, by Megat *et al.*<sup>2</sup> and by Nabhani *et al.*<sup>3,4</sup>. However, some modern lubricants contain added polymer chains to improve their properties under various operating conditions. The resulting nonlinear behavior significantly influences the characteristics of the fluid, thus non-Newtonian effects must be taken into account.

Based on the Reynolds equation and the Darcy-Brinkman model, Nabhani *et al.*<sup>5</sup> investigated recently the porous squeeze film of a non-Newtonian lubricant between a rigid fixed porous disc and another mobile disc. In order to predict more correctly the performance of the porous squeeze film, considering the elastic deformation of the porous matrix is necessary.

In this paper, we use the Reduced Navier-Stokes equations for non-Newtonian couple stress fluids. We also propose an approach, based on the thin elastic layer model, to investigate the elastic deformation effect of the porous interface. The flow model in the porous medium is based on the Darcy-Brinkman-Forchheimer equations. A numerical solution of the governing equations is obtained using the finite difference method.

## Governing equations and numerical procedure

We consider two parallel circular discs of the same radius  $R$ , one of which has a poroelastic face of thickness  $H$ , separated by a fluid film lubricant. The upper rigid disc approaches the lower porous one with a normal velocity  $dg/dt$ , where  $g$  is the upper disc position and  $t$  is the time.

Under the assumptions of thin fluid films<sup>6</sup> and in absence of body forces, the momentum and continuity equations of laminar axisymmetric flow of an incompressible non-Newtonian couple stress lubricant in the film region are given in cylindrical coordinates by:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \eta \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

where  $\rho$  is the fluid density,  $p$  is the pressure,  $\mu$  is the fluid dynamic viscosity,  $\eta$  is a material constant responsible for couple stress effect, and  $u$  and  $w$  are the fluid film radial and axial velocities. We refer to this set of equations as the Reduced Navier-Stokes equations of Prandtl (RNSP).

The porous disc, considered homogeneous and isotropic, is saturated with a Newtonian fluid having the same viscosity as the fluid film. The generalized momentum equations of the fluid in the porous disc are given in the case of an axisymmetric flow<sup>7</sup> by:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\phi} \left( \frac{\partial u^*}{\partial t} + \frac{u^*}{\phi} \frac{\partial u^*}{\partial r} + \frac{w^*}{\phi} \frac{\partial u^*}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p^*}{\partial r} - \frac{\mu}{k} u^* \\ &+ \frac{\mu}{\phi} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial ru^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^2} \right) - \frac{\rho C_f}{\sqrt{k}} \left| \vec{u}^* \right| u^* \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\phi} \left( \frac{\partial w^*}{\partial t} + \frac{u^*}{\phi} \frac{\partial w^*}{\partial r} + \frac{w^*}{\phi} \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p^*}{\partial z} - \frac{\mu}{k} w^* \\ &+ \frac{\mu}{\phi} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^2} \right) - \frac{\rho C_f}{\sqrt{k}} \left| \vec{u}^* \right| w^* \end{aligned} \quad (5)$$

When applying the divergence operator to the equations (4) and (5) in the  $r$  and  $z$  directions, taking into account the fluid incompressibility, one obtains

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p^*}{\partial z^2} &= -\frac{\rho C_f}{\sqrt{k}} \vec{u}^* \cdot \vec{grad} \left| \vec{u}^* \right| \\ -\frac{\rho}{\phi^2} \left( \left( \frac{\partial u^*}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{u^*}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial w^*}{\partial z} \right)^2 + 2 \frac{\partial u^*}{\partial z} \frac{\partial w^*}{\partial r} \right) & \end{aligned} \quad (6)$$

where  $p^*$  is the pressure,  $\vec{u}^*$  is the velocity vector,  $u^*$  and  $w^*$  are the radial and axial velocities in the porous disc,  $k$  is the permeability and  $\phi$  is the porosity.

The axial component of the motion equation for the upper disc of mass  $m$  is written as:

$$m \frac{d^2 g}{dt^2}(t) = W(t) - F_0 \quad (7)$$

where  $W(t) = 2\pi \int_0^R p r dr$  is the applied load on the disk due

to the fluid film forces and  $F_0$  is the upper disc weight. The squeeze velocity  $dg/dt$  and the position  $g$  of the upper disc are therefore deduced using an Euler explicit scheme of acceleration in equation 7.

The film thickness, considering elastic deformation of the porous interface under pressure effect, is given by:

$$h(r, t) = g(t) - H + \delta(r, t) \quad (8)$$

The deformation  $\delta$  of the porous interface is given in the case of the elastic thin layer model by the expression<sup>8</sup>:

$$\delta(r, t) = \frac{H(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} p(r, t) \quad (9)$$

where  $E$  is the Young modulus and  $\nu$  is the Poisson ratio.

The following initial and boundary conditions are used. In the fluid film at  $t=0$ :  $u$ ,  $w$  and  $p$  are given by the analytical solution of the Reynolds equation for the non porous case. In the porous region:  $u^*$  and  $w^*$  are taken to be zero, but  $p^*$  is identical to the pressure  $p$  for each radial section. The beginning of the squeezing occurs at zero acceleration and the porous matrix is assumed to be initially undeformed.

We use the no slip and the impermeability conditions on the lower wall  $z=0$  and on the upper disc  $z=g(t)$ :

$$u=0 \text{ and } w = \frac{dg}{dt} \text{ at } z=g(t) \quad (10)$$

$$u^* = w^* = 0 \text{ at } z=0 \quad (11)$$

On the symmetry axis, we have

$$u = u^* = 0 \text{ and } \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\partial w^*}{\partial r} = 0 \text{ at } r=0 \quad (12)$$

At the periphery of the fluid film and the porous media, we assume a zero ambient pressure

$$p = p^* = 0 \text{ at } r=R \quad (13)$$

At the interface  $z=g-h$  between the fluid and the porous medium, the continuity equations of velocity, tangential stress, normal stress and pressure are applied:

$$u = u^* \text{ and } w = w^* \quad (14)$$

$$\mu \frac{\partial u}{\partial z} - \eta \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = \frac{\mu}{\phi} \frac{\partial u^*}{\partial z} \quad (15)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

$$p = p^* \quad (17)$$

At the lower wall, the condition of the impermeability is

$$\frac{\partial p^*}{\partial z} = 0 \text{ at } z=0 \quad (18)$$

The fluid flow is assumed to be continually smooth through the porous disc edge

$$\frac{\partial u^*}{\partial r} = \frac{\partial w^*}{\partial r} = 0 \text{ at } r=R \quad (19)$$

The conditions of absence of local fluid particle rotation at the interface between the fluid and solid boundaries are:

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right|_{z=g-h} = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right|_{z=g} = 0 \quad (20)$$

The governing equations and boundary conditions are transformed and discretized in dimensionless cylindrical coordinates using an implicit finite difference scheme.

Initially, velocity and pressure conditions are specified. At each time step, the squeezing velocity and position of the upper disc are calculated from its equation of motion written in the previous time step by an explicit time scheme. The flow in the fluid film is coupled to that in the porous medium by using a sequential iterative algorithm. This iterative process begins by fixing a pressure field within the fluid film. A good estimate is to consider that of the previous time step. This pressure field permits the calculation of the fluid film thickness. The porous disc geometry is then known, which therefore enables solving the generalized Darcy-Brinkman-Forchheimer and Poisson equations by Gauss-Seidel method with a coefficient of over-relaxation. A new pressure field within the fluid film is then calculated by solving the RNSP equations and by an inverse method<sup>9</sup>.

The convergence of the global iterative process is monitored by the fluid film pressure. The convergence is considered reached when the root mean square change of the difference between the obtained pressures for two successive iterations is less than  $10^{-3}$ . Five to seven iterations were sufficient to obtain the solution convergence. This calculation process is repeated for each iteration squeeze time step until achieving a possible minimum fluid film thickness.

A grid experiment was performed before computation. It was ensured that the results were grid independent. A  $41 \times 21$  grid configuration for both the fluid film and the porous medium was found to adequate.

## Results and conclusions

The calculation was performed using the data as follows:  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 0.1 \text{ Pa.s}$ ,  $\eta = 2.3$  and  $5.76 \cdot 10^{-9} \text{ Pa.s.m}^2$ ,  $H = 1.6 \text{ mm}$ ,  $R = 40 \text{ mm}$ ,  $h_o = 1.2 \text{ mm}$ ,  $k = 1.0 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ ,  $\phi = 0.4$ ,  $E = 1.5 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.4$ ,  $m = 30 \text{ kg}$  and  $F_0 = 300 \text{ N}$ .

Figure 1 shows the evolution of the upper disc position with respect to the squeeze time. At the beginning of squeezing, the decrease in the position of the upper disc is very rapid, but then it becomes less significant. At a given time step, the disc reaches a lower position and therefore travels a longer distance in the case of Newtonian lubricant. The greater the couple stress parameter, the slower the descent of the disc. This shows the high resistance of the non-Newtonian lubricant to the motion of the disc. It should also be noted that the effect of the porous disc deformation is that the disc attains a lower position than in the case of a rigid disc. The disc experiences less resistance to its movement when the porous disc is deformable. At a given time step, the fluid film has a smaller thickness when the porous disc is deformable, due to the lower position reached by the upper disc.



The couple stresses effect on the film thickness and comparison with the impermeable case are shown in Figure 2. At a given squeezing time, the Newtonian lubricant exhibits the smallest film thickness. The increase in the couple stress parameter significantly increases the non-Newtonian lubricant film thickness at every squeezing time step. The last result is very favorable for the contact life.

Finally, it must be noted that the presence of the porous disc reduces the fluid film thickness regardless of the lubricant used. Note that the deformation is maximum on the symmetry axis of the disc, and it decreases to zero at the end of the contact. This is a direct consequence of pressure distribution in the fluid film and therefore the application of thin elastic model.

**Acknowledgements**

The authors would like to thank the French-Moroccan Mixed Inter-University Committee for supporting this work under Grant number SPI 06/12.

**References**

1. Lin JR. Viscous shear effects on the squeeze film behaviour in porous circular discs. *Int. J. Mech. Sc.* 1996; **38(4)**: 373-384.
2. Megat Ahmed MMH, Gethin DT, Claypole TC, Roylance BJ. Numerical and experimental investigation

- into porous squeeze films. *Tribology International* 1998; **31(4)**: 189-189.
3. Nabhani M, El Khelifi M, Bou-Saïd B. A general model for porous medium flow in squeezing film situations. *Lubrication Sciences* 2010; **22(2)**: 37-52.
4. Nabhani M, El Khelifi M, Bou-Saïd B. Numerical investigation of porous squeeze film using the Darcy-Brinkman-Forchheimer model, *10<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique*, Oujda, April 19-22, 2011, p.75-77.
5. Nabhani M, El Khelifi M, Bou-Saïd B. Combined non-Newtonian and viscous shear effects on a porous squeeze film. *Tribology Transactions* 2012; **55(4)**: 491-502.
6. Cameron A. *Basic Lubrication Theory*, Wiley Eastern Ltd, 1987.
7. Hsu CT, Chang P. Thermal dispersion in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1990; **33(8)**: 1587-1597.
8. El Sharqaoui AA, Guedouar LH. Hydrodynamic lubrication of porous journal bearing using a modified Brinkman-extended Darcy model. *Tribology International* 2001; **34**: 767-777.
9. Peyret R, Taylor TD. *Computational methods fluid flow*. Springer-Verlag, 1983.

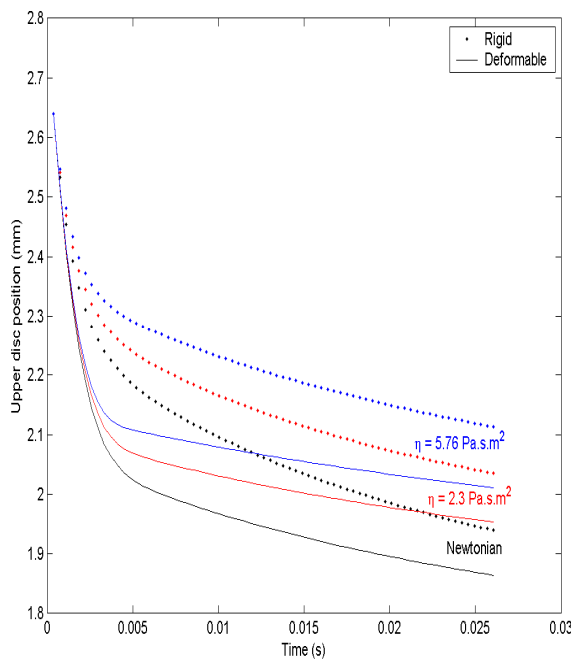


Figure 1. Upper disc position for different values of the couple stress in the porous case.

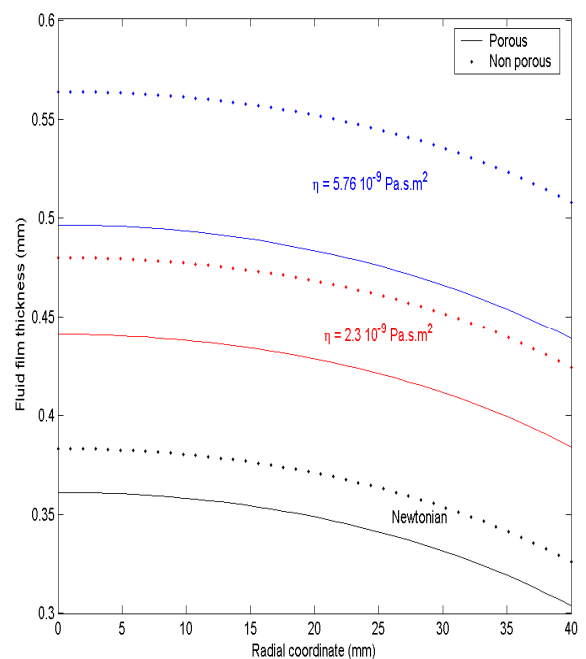


Figure 2. Fluid film thickness for different couple stress parameters in the deformable case.

# MODELISATION ET SIMULATION A BASE DE METHODES NUMERIQUES ALTERNATIVES DES DEPLACEMENTS DIPHASIQUES EN MILIEU POREUX

A. SMAIL,<sup>1</sup> M. KAMAL<sup>2</sup>

<sup>1</sup>LEMI, Université M'Hamed BougaraBoumerdes  
35000 Algérie, Doctorant, [alioui\\_s@yahoo.fr](mailto:alioui_s@yahoo.fr)

<sup>2</sup>LEMI, Université M'Hamed BougaraBoumerdes  
35000 Algérie, Professeur, [mohammedik@yahoo.com](mailto:mohammedik@yahoo.com)

## Introduction

L'exploitation naturelle des gisements pétroliers, dite primaire, met en jeu l'énergie emmagasinée dans les réservoirs à leurs découvertes essentiellement la capacité d'expansion des fluides et des roches soutenues de façon marginale par les effets de la pesanteur.

Depuis une trentaine d'années on tente systématiquement d'améliorer la récupération de l'huile en place par l'injection d'eau ou bien de gaz d'où leur appellation méthode de récupération secondaire.

L'importance de la simulation numérique dans l'étude des réservoirs n'est plus à discuter, car utilisant énormément des données. Le choix de la méthode alternative Lattice Boltzmann sur réseaux (LBM) est dû à sa très grande utilisation dans le domaine de la simulation des déplacements diphasiques et poly phasiques en milieu poreux à l'échelle microscopique (pores) ainsi l'importance d'utilisation le code de calcul ECLIPSE dans cette étude aux bons résultats obtenus dans le réservoir engineering à l'échelle macroscopique (réservoirs).

## Description la méthode LBM

La méthode de Boltzmann sur réseau, elle considère les distributions de particules sur les nœuds de réseau avec un pas de déplacement  $\Delta t$ . La forme générale de l'équation de Boltzmann sur réseau est :

$$f_i(x + \Delta t c_{i,t} + \Delta t) = f_i(x, t) + \Omega_i \quad (1)$$

Tel que :  $f_i$  est la concentration des particules qui déplace avec la vitesse  $c_i$ . (Vitesse discrète  $c_i$ ), les distributions de particules voyagent au prochain nœud de réseau dans une étape  $\Delta t$ .

## Description le code de calcul Eclipse

Dans la simulation des réservoirs pétroliers il existe plusieurs codes de calculs parmi lesquels on utilise ECLIPSE, le code écrit en FORTRAN, très robuste, exécuté soit sur un super ordinateur ou on station de travail, les deux modèles black oil et compositionnel on peut exécuter on parallèle mode, le simulateur a la capacité de simuler de façon satisfaisante les phénomènes très complexes et permet également de considérer le phénomène de diffusion entre toutes les phases.

La description mathématique des phénomènes de transport en milieux poreux repose sur la géométrie du milieu poreux, les équations fondamentales de l'écoulement et du transport multi phase pour plusieurs composants. Ces équations de base sont : l'équation de conservation de la

masse, l'équation de pression et l'équation d'énergie.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \sum_{i=1}^{n_p} (S_i C_{ki}) \rho_k) + \bar{\nabla} \cdot [\sum_{i=1}^{n_p} \rho_k (C_{ki} \bar{u}_i)] = Q_k \quad \text{pour } k=1,2 \text{ ou } 3 \\ \text{avec} \\ \bar{u}_i = -\frac{k_{r_i} \bar{k}}{\mu_i} (\bar{\nabla} P_i - \gamma_i \bar{\nabla} z) \\ \phi C_j \frac{\partial P}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{k} \left( \frac{k_{r1}}{\mu_1} \rho_1 + \frac{k_{r2}}{\mu_2} \rho_2 + \frac{k_{r3}}{\mu_3} \rho_3 \right) \bar{\nabla} P_i = -\bar{\nabla} \cdot \left[ \bar{k} \left( \frac{k_{r1}}{\mu_1} \rho_1 + \frac{k_{r2}}{\mu_2} \rho_2 + \frac{k_{r3}}{\mu_3} \rho_3 \right) \bar{\nabla} h \right] \\ + \bar{\nabla} \cdot \left[ \bar{k} \left( \frac{k_{r1}}{\mu_1} \rho_1 \bar{\nabla} P_{c11} + \frac{k_{r2}}{\mu_2} \rho_2 \bar{\nabla} P_{c21} + \frac{k_{r3}}{\mu_3} \rho_3 \bar{\nabla} P_{c31} \right) \right] + Q_k \end{array} \right. \quad (2)$$

## Résultats et discussions

Dans la suite un milieu poreux est prélevé à 3495m de profondeur dans un réservoir de pétrole, on a arrivé d'obtenir une image à l'échelle millimétrique avec une dimension 170×170 pixels de milieu poreux, avec ces caractéristiques petro physiques (roche) et dynamiques (fluide) puis traitée de manière à distinguer les zones fluides et les zones solides. Afin d'applique les conditions aux limites.



FIG 1 : Milieu poreux à simuler

## 1) Profil de pression des déplacements diphasiques dans un milieu poreux (couple eau/huile et gaz/ huile)

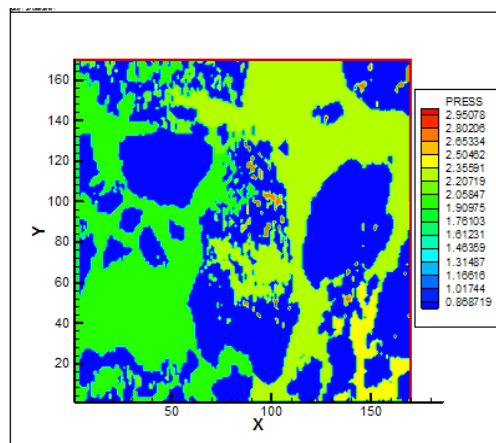


FIG 2 : Profil Pression couple eau/huile

Le processus de déplacement d'un fluide par un autre avec le phénomène de pression capillaire dans le milieu poreux considéré, il y a un mouillage élevé anormal de saturation, c'est des forces capillaires qui ralentir le déplacement des fluides dans le milieu poreux.

Par contre au début de balayage on remarque une forte distribution de la pression d'où à la géométrie des pores qui très connectés entre eux et avec le temps prend le chemin le plus poreux et perméable.

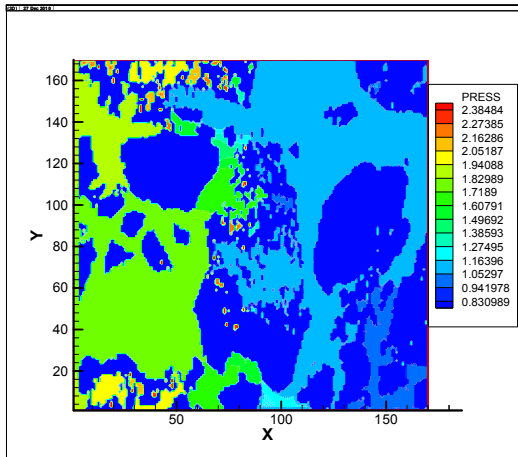


FIG 3 : Profil Pression couple gaz/huile

Le processus de déplacement d'un fluide par un autre dépend de la saturation initiale de gaz qui plus rapide à saturer le milieu, le phénomène de mouillabilité qui facilite le déplacement et distribution de pression.

Lorsque en injectant le gaz sur un échantillon saturé en huile à haute pression, on trouve généralement on trouve une basse tension interfaciale entre l'huile en place et le gaz injecté.

## 2) Simulation des déplacements diphasiques en milieu poreux avec le code Eclipse (couple eau/huile et gaz/huile)

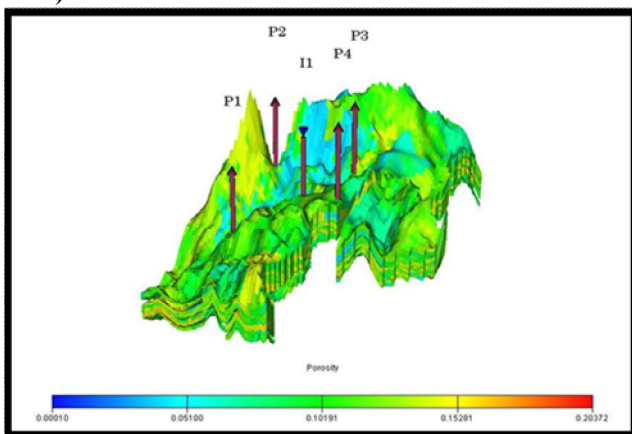


FIG 4 : Description 3D du réservoir avec la porosité

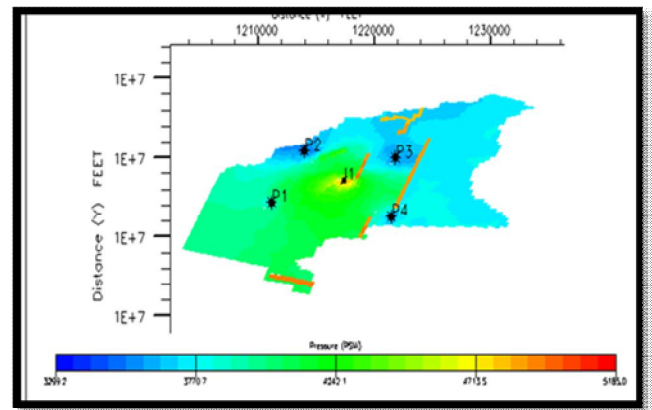


FIG 5 : Profil Pression couple eau/huile.

On enregistre une remarquable augmentation de la pression dans une grande partie du réservoir. Donc le gradient de pression dans les zones à faible pression ne permet pas de chasser rapidement les phases fluides vers les puits producteurs.

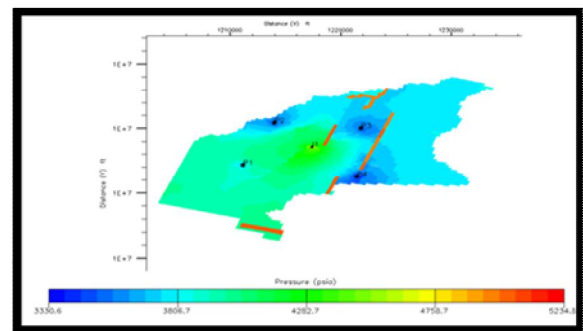


FIG 6 : Profil Pression couple gaz/huile

La pression commence à chuter à part au bord de puits injecteur implique un meilleur balayage de l'huile par le gaz. On trouve la relation mathématique de la pression du gaz dans le réservoir est quadratique ( $Q_g = IP (P_r^2 - P_i^2)$ ).

### Conclusions & Perspectives

L'étude des déplacements polyphasiques en milieu poreux présente un intérêt technico-économique évident. Elle joue un rôle primordial dans la prédiction de l'exploitation de certains réservoirs de pétrole.

L'importance de faire une étude sur la simulation des déplacements diphasiques en milieux poreux à l'échelle microscopique par des méthodes numériques alternatives, afin de faciliter de développer un plan d'exploitation d'un réservoir pétrolier.

A partir de la capacité du code Eclipse à simuler des phénomènes de déplacements diphasiques en milieux poreux complexes, on peut faire un plan de développement d'un grand gisement et l'implantation des puits.

Actuellement, les méthodes numériques avec maillage et sans maillage sont très utilisées avant de réaliser le projet pour avoir les procédures à suivre lors de développement d'un phénomène de récupération assistée (EOR).

Par contre, la méthode de Boltzmann sur réseau (Lattice Boltzmann Method : LBM) facilite l'intégration de géométries complexes qu'il aurait été difficile de modéliser avec les méthodes classiques (CFD). À l'instar de celles trouvées dans les milieux poreux, ce sont des paramètres qui influent sur la récupération assistée ; la mouillabilité de

la roche, pression capillaire, tortuosité, perméabilité relative.

Le code de calcul an\_LBM élaboré offre des possibilités d'élargissement à l'avenir, aux écoulements plus de deux phase dans les géométries complexes en 3D.

A partir des résultats trouvés aux échelles microscopique et macroscopique pour les deux couples, le meilleur fluide moteur à injecter dans ce cas-là c'est le gaz sec.

D'après les taux de récupération trouvés entre les deux couples eau/huile-gaz/huile, il serait intéressant de refaire une étude similaire avec une autre technique de récupération assistée, l'injection alternée d'eau et de gaz naturel (WAG), pour améliorer le taux de récupération et surtout assurant un meilleur contact entre le gaz miscible et le volume de réservoir.

### **Références**

- 1-René, C, 1920, Techniques d'Exploitation Pétrolière, Institut Française du Pétrole, pp.243-249.
- 2- Tarek, A, 1998, Reservoir engineering, Oklahoma, pp. 304-309.
- 3-Peng, Y, 2005, Thermal Lattice Boltzmann Two-Phase Flow Model for Fluid Dynamics, These de doctorat, University of Pittsburgh
- 4- Nor, A. C. S et Takahiko, T, December 2007, Two-phase flow simulation with lattice Boltzmann method, JournalMechanical, pp. 68 – 79.
- 5- Ziegler, P, 1993, Boundary conditions for lattice Boltzmann simulations, J. Stat. Phys., 71, pp. 1171-1177.
- 6 -He, X, et Chen, S, et Zhang, R, 1999, A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh-Taylor instability, J. Comput. Phys., 152, pp. 642-663.
- 7 -Nabil, D, et Djebbar, T, SPE88482, the performance of WAG in a stratified Reservoir, Hassi-Messaoud field, Algeria, University of Oklahoma.

# DETERMINATION THE THERMAL CONDUCTIVITY OF POROUS MEDIA FROM P-WAVE VELOCITY

A. RAHMOUNI<sup>1\*</sup>, A. BOULANOUAR<sup>1</sup>,  
A. SAMAOUALI<sup>1</sup>, M. BOUKALOUCH<sup>1</sup>, Y. GÉRAUD<sup>2</sup>,  
M. HARNAFI<sup>3</sup>, M. J. E. SEBBANI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Thermodynamique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Mohamed V, B.P. 1014, Rabat, Maroc.

<sup>2</sup>Université de Strasbourg, EOST, Institut de physique du globe 1 rue Blessing, F- 67084 Strasbourg Cedex, France.

<sup>3</sup>Laboratoire de Recherche sur les Géomatériaux, Institut Scientifique, Université Mohamed V, B.P. 703 Rabat, Maroc.

\*a.rahmouni@yahoo.fr

## Introduction

Ultrasonic techniques have been used for many years in geotechnical practice and mining science. They are employed in the field for geophysical investigations and in the laboratory for the determination of the dynamic properties of rocks. Since these techniques are non-destructive and easy to apply, they are increasingly being used in geotechnical engineering.

The determination of P-wave velocity is an easy and simple task and it can be determined in field as well as in laboratory. Determination of P-wave velocity is non-destructive and easy to apply, that is why it is increasingly being used in geotechnical engineering. The P-wave velocity of a rock is closely related to the intact rock properties and measuring the velocity in rock masses describes the rock structure and texture. The important influencing parameters are grain size and shape, density, porosity, anisotropy, pore water, confining pressure, temperature, weathering and alteration zones, bedding planes, and joint properties (Kahraman, 2001a).

Most researchers (Gaviglio 1989; Boadu 2000; Kahraman 2008; Boulanouar et al. 2012) studied the relations between rock properties and sound velocity and found that the sound velocity is closely related with rock properties.

Many studies have shown that the thermal conductivity of a porous rock depends mainly on the mineralogical composition, the porosity of the rock, the presence of fluids filling the pores, and the ambient temperature and pressure (Clauser and Huenges, 1995). Porosity and thermal conductivity play an important role in the transport properties of fluid-rock interactions and to characterize building materials. The method optical scanning is a technique used for measuring thermo-physical. Some theoretical and experimental studies have been conducted on this method (Popov et al 1999, Surma et al 2003). It is characterized by non-destructive measurement of thermal properties (conductivity, diffusivity) of a large number of minerals and rocks.

In this study, correlations between the thermal conductivity value and the P-wave velocity values obtained from laboratory measurements were investigated.

## Materials and methods

The materials used in this study are sedimentary rocks calcarenite. Measurements of thermal conductivity and P-wave velocity of were carried out on samples 7×7×7 cm<sup>3</sup>. These measures will help to better understand and identify the characteristics of the porous network of materials used in the construction of the monument Roman Chella Rabat.

## Thermal conductivity

The technique presented here eliminates the effect of the thermal contact resistance. It is based on the change in surface temperature of the sample after a known heat input and controlled (Popov et al.1999). The experimental design is identical to that used by (Rosener 2007). The meter comes in the form of a movable block, consisting of two temperature sensors sensitive to electromagnetic radiation and a heat source, aligned parallel to the axis of movement, so it is possible to measure the temperature of the sample before and after heating. The block moves at constant speed (V=4.99 mm/s) near the surface of the sample, along a measurement line, and thus allows to obtain a profile of thermal conductivity.

The two temperature sensors (T1 and T2) to measure the temperature difference due to the energy input. The distance between the source and temperature sensor measuring the temperature of the sample after heating and the speed are constant, it is possible to link the increase in temperature at x,  $\theta(x)$  and conductivity heat by a relation of the form:

$$\theta(x) = \frac{q}{2\pi x \lambda} \quad (1)$$

With, q the source strength, x the distance between the source and the thermal sensor and  $\lambda$  the thermal conductivity at the measurement point (Popov et al.1999). To obtain an absolute value of the thermal conductivity of the material analyzed, it is sufficient to align the sample and a standard of known thermal conductivity  $\lambda_{std}$  (in this case  $\lambda_{std}=1.35$  W/m.K). The thermal conductivity of the material will be determined from  $\lambda_{std}$  and report temperature differences:

$$\lambda(x) = \lambda_{std} \frac{\theta_{std}}{\theta(x)} \quad (2)$$

Sample preparation is simple. To avoid a change of heat absorption due to color variations in the sample surface, a layer of black paint is applied. In this way, the coefficient of heat absorption is maximum and homogeneous. The range of measurable conductivity is between 0.2 and 70 W/m.K, and the measurement error is less than 3%. To make a measurement, simply position the sample and two standards on the unit of measurement (thermal conductivity and temperature) itself is fully computer controlled.

## P-wave velocity

The measuring principle is based on the production of a pulse train of vibration using a transmitter (transducer) applied on one side of the sample to be tested. After crossing a path length (L) in the rock, the impulse of vibration is converted into an electrical signal with a receiver (transducer) and the time base to display the electronic delay ultrasonic waves (t). As soon as the

measured value is stable for 3 seconds, a beep sounds and the speed of sound appears. The P-wave velocity is given by the formula:

$$V = \frac{L}{t} \quad (3)$$

For there to be a perfect contact between the rocks and the transducers, it is necessary to sand and level the part of the surface where the transducer is fixed, and it is recommended to use a paste made of coupling kaolin and glycerol at both ends of rocks and taking care to ensure that the transducers are pressed against the surface to be tested. The standard 54 kHz transducers are calibrated on the display unit must be controlled by a calibration test. The calibration factor is marked on the standard toolbar (20.6 $\mu$ m).

### Results and discussions

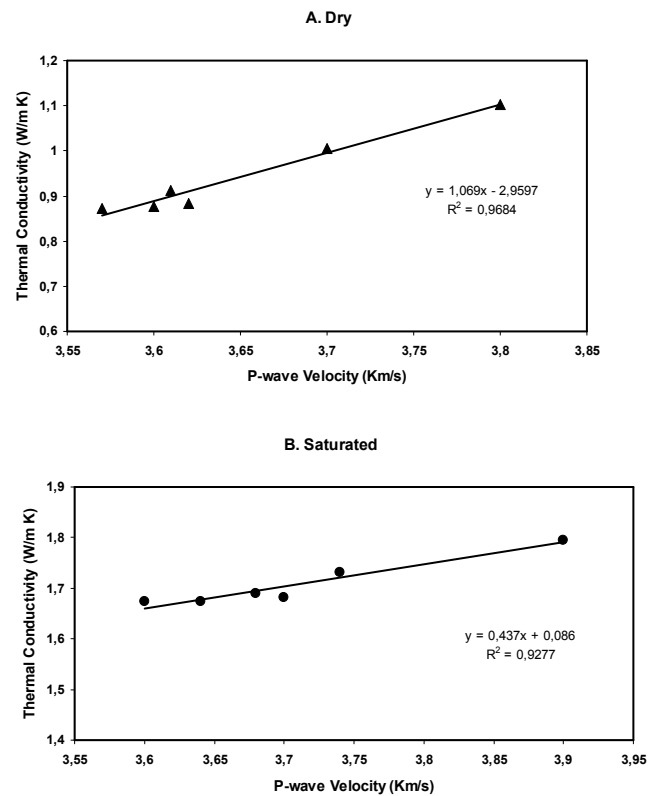
The thermal conductivity of dry and saturated of total rock samples was measured. The saturated thermal conductivities of the samples range from 1,673 to 1,794 W/m.K. The thermal conductivities of dry samples are relatively close, they range from 0.873 to 1.102 W/m.K. These results are consistent with the literature (Clauser and Huenges 1995). The results obtained for the measurement of P-wave velocities of dry samples range from 3.57 to 3.8 km/s and those of water saturated samples vary between 3.6 and 3.9 km/s. These results are consistent with literature results (Boulanouar et al 2012).

The results of P-wave velocity and thermal conductivity of the rocks were analyzed using the method of least square regression method. The equation of best fit line and coefficient of determination ( $R^2$ ) were determined for each regression.

The values of P-wave velocity of the calcarenite rocks were correlated with the thermal conductivity of the rocks.

The graphs between P-wave velocity and thermal conductivity of the rocks are shown in Fig.1.

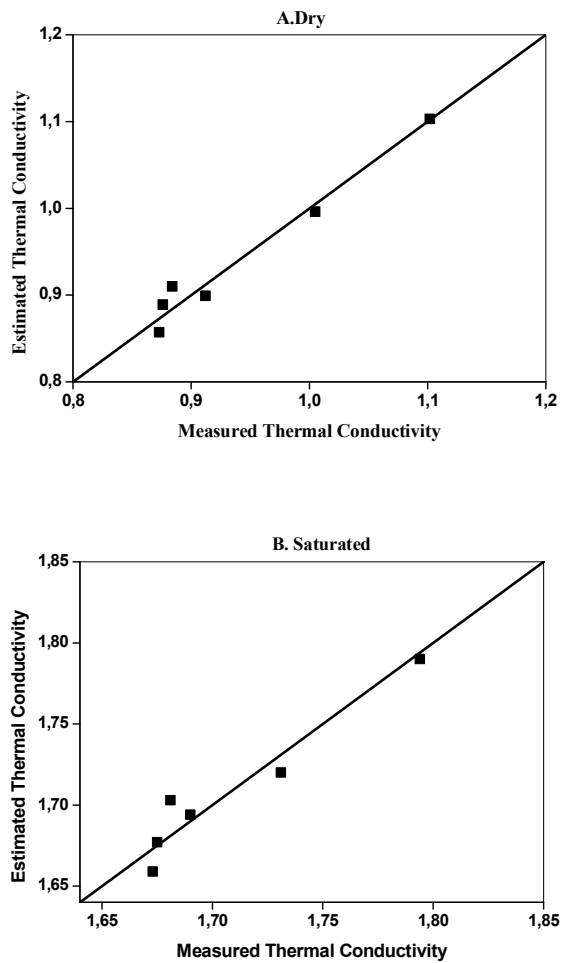
A very strong correlation between P-wave velocity and thermal conductivity of the rocks was found. It can be observed that there is linear relation between the thermal conductivity of rocks with P-wave velocity of the calcarenite rocks. The result of regression equations and the coefficient of determination are presented in Fig.1.



**Fig.1.** Thermal conductivity and P-wave velocity for dry (A) and water saturated (B) samples.

Data from each test were used in the developed empirical equations to estimate the thermal conductivity of the rocks. The estimated values of thermal conductivity of the rocks were plotted against the measured values for each test (Fig.2). The error in the estimated value is represented by the distance of each data point from the 1:1 slope line. A point lying on the 1:1 slope line indicates an exact estimation, whereas, away from the line shows the error, as shown in Fig.2.





**Fig.2.** Estimated thermal conductivity and measured thermal conductivity from P-wave velocity tests.

### Conclusions

The relations, thermal conductivity against P wave velocity has the best correlation  $R=0.9684$  (A. Dry) and  $R=0.9277$  (B. Saturated). This means that the thermal conductivity of rock can readily be calculated from laboratory determined P-wave velocity, from the relations:

$$y = 1.069x - 2.9597 \text{ (A. Dry)}$$

$$y = 0.437x + 0.086 \text{ (B. Saturated)}$$

### Acknowledgements

This work was carried out under the project of integrated action Franco-Moroccan N°. MA/07/168 in collaboration with our partners in the Scientific Institute of Rabat and the Institute of Physics of the Globe Strasbourg.

### References

- Boadu, F.K. 2000. Predicting the transport properties of fractured rocks from seismic information: numerical experiments. *Journal of Applied Geophysics*, 44: 103–113.
- Boulanouar, A., Rahmouni, A., Boukalouch, M., Géraud, Y., El Amrani El Hassani, I., Harnafi, M., and Sebbani, M.J. 2012. Corrélation entre la vitesse d'onde P et

la conductivité thermique des matériaux hétérogènes et poreux. *MATEC Web of Conferences* 2, 05004.

Clauser, C., Huenges, E. 1995. *Thermal Conductivity of Rocks and Minerals*. The American Geophysical Union, pp: 105-126.

Gaviglio P. Longitudinal waves propagation in a limestone: the relationship between velocity and density. *Rock Mech Rock Eng* 1989;22:299–306.

Kahraman, S. 2001a. A correlation between P-wave velocity, number of joints and Schmidt hammer rebound number. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 38, 729–733.

Kahraman, S., Yeken, T. 2008. Determination of physical properties of carbonate rocks from P-wave velocity. *Bull Eng Geol Environ* 67:277–281.

Popov, Y., Pribnow, D., Sass, J.H., Williams, C.F & Burkhardt, H. 1999. Characterization of rock thermal conductivity by high resolution optical scanning, *Geothermics*, 28, 253-276.

Rosener, M. 2007. Etude pétrophysique et modélisation des effets des transferts thermiques entre roche et fluide dans le contexte géothermique de Soultz-Sous-Forêts. Thesis (PhD). Université Luis Pasteur, Strasbourg.

Surma, F. and Géraud, Y. 2003. Porosity and Thermal Conductivity of the Soultz-Sous-Forêts Granite. *Pure and Applied Geophysics* 160, pp: 1125–1136.

# ESTIMATION DES PARAMÈTRES HYDRODYNAMIQUES DU SOL DE MNASRA PAR INFILTROMÉTRIE À DISQUE ET PAR MÉTHODE INVERSE

M. HACHIMI <sup>(1)</sup>, A. MASLOUHI <sup>(1)</sup>, K. TAMOH <sup>(2)</sup>

(1) Laboratoire Interdisciplinaire en Ressources Naturelles et en Environnement –LIRNE. Département de Physique Faculté des sciences, Université IBN TOFAIL P. B. 133, KENITRA, MAROC.

(2) Department of Geotechnical Engineering and Geosciences, Technical University of Catalonia, UPC, Barcelona, Spain.

## Introduction

La compréhension des processus d'écoulement et de transport dans les sols constitue une étape déterminante pour gérer les ressources en eau et assurer leur préservation. Au-delà de cette compréhension physique, la description et la modélisation du transport hydrique et de solutés dans la zone non saturé, nécessite la connaissance primordiale de paramètres hydrodynamiques difficilement mesurables et/ou identifiables sur le terrain. Une procédure d'estimation de paramètres par méthode inverse est présentée sommairement dans ce travail. Une attention particulière est donnée aux fonctions caractéristiques  $\Theta(h)$  et  $K(h)$ , solution de l'équation de Richard, dans lesquelles interviennent les paramètres hydrodynamiques ( $\Theta_r, \Theta_s, \alpha, n, K_s, l$ ) caractérisant l'écoulement en milieu poreux non saturé.

Dans cette étude, nous utilisons d'une part l'infiltromètre à disque qui permet de mesurer les propriétés hydrauliques des sols au voisinage de la saturation. Son intérêt réside dans son utilisation in situ ainsi que dans sa rapidité de mise en œuvre. Ainsi que, de sa rapidité à provoquer une infiltration à un potentiel négatif.

La technique de la méthode inverse est utilisée pour estimer les paramètres hydrodynamiques. Cette approche permet une estimation des paramètres hydrodynamiques à partir des mesures in-situ en minimisant une fonction objective représentant les écarts quadratiques entre les observations et les simulations à l'aide d'un algorithme d'optimisation (Kool et al.). Dans la modélisation directe, on suppose les paramètres connus et on utilise le modèle pour décrire les variables. Dans la modélisation inverse, on suppose les variables connues et on utilise le modèle pour identifier les paramètres (Fig.1). Dans notre cas, le système est un sol sableux, les variables sont :  $\Theta_r, \Theta_s, \alpha, n, K_s$  (Beydoun).

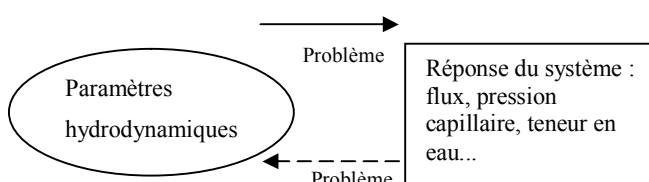


Fig. 1 : Représentation schématique des problèmes direct et inverse.

## Matériel et Méthode

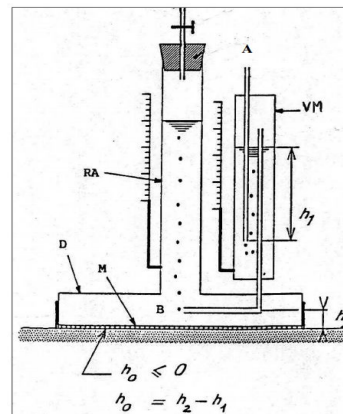
### Site d'étude

La région de Mnasra est située dans la zone côtière de la plaine du Gharb, dans le Nord-Ouest du Maroc.

C'est une bande parallèle à la côte atlantique, d'une surface d'environ 50000 ha, située en rive droite de la rivière Sebou, de 7 à 14 km de large, et qui s'étend sur une longueur d'environ 50 km à partir du nord de la ville Kenitra. Elle se caractérise par une diversité de cultures telles les céréales, les légumineuses, les fourrages et les maraichages. Les mesures concernent les deux sites Ouled Assal et Ouled Ziane sur la zone dunaire (Tamoh, 2005).

### Infiltromètre à disque à charge négative

Le principe de fonctionnement de l'infiltromètre à disque à charge négative (Fig.2) consiste l'application d'une charge hydraulique, qui est contrôlé par le vase de Mariotte VM, à la surface du sol afin de suivre la cinétique d'infiltration. Pour chaque essai, on fixe une valeur de la pression  $h$  (en hauteur de colonne d'eau) et, au cours de l'infiltration, on note le dénivèlement de l'eau dans le réservoir RA. Une fois l'expérience achevée, on prélève des échantillons du sol sous disque pour déterminer la teneur en eau associée à la pression imposée. Une description de mise en place expérimentale de l'infiltromètre à disque est trouvée dans la thèse Vandervaere (Vandervaere 1995).



RA : réservoir d'alimentation en eau  
VM : vase de Mariotte  
D : disque creux  
M : membrane de nylon  
A : tube d'aération du vase de Mariotte  
B : tube d'aération du réservoir d'alimentation

Fig. 2 : Schéma de l'infiltromètre à disque

### Relations caractéristiques : Courbes de rétention

#### $\Theta(h)$ et de conductivité hydraulique $K(h)$

Il existe plusieurs formulations proposées dans la littérature pour rendre compte de la dépendance entre ces deux paramètres  $h$  et  $\Theta$ , parmi lesquelles celle de Van Genuchten (1980) est aujourd'hui la plus couramment employée :

$$h(\theta) = h_s \left[ \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{n}{1-n}} \quad (1)$$

Où :

$\Theta$  : la teneur en du sol [L-3 L-3]

$h$  : la pression capillaire en eau du sol [L]

$\theta_r$  : la teneur en eau résiduelle pour  $h \geq 0$ , [L-3 L-3]

$\theta_s$  : la teneur en eau à saturation [L-3 L-3]

$hg$  : un paramètre d'échelle lié à la pression d'entrée d'aire de forme [L], et  $\alpha=1/hg$ .

$n$  : un paramètre lié à la distribution des tailles des pores, sans dimension, et liés soit par la condition de Burdine (1953)  $m=1-2/n$ , soit par celle de Mualem (1976) :  $m=1-1/n$ .

Le formalisme le plus courant, qui décrit la conductivité hydraulique, est celui de Brooks & Corey (1964) :

$$K(\theta) = K_s \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\eta \quad (2)$$

Où  $K_s$  est la conductivité hydraulique à saturation [ $LT^{-1}$ ] et  $\eta$  un paramètre de forme. Et ainsi de Van Genuchten :

$$k(h) = k_s \cdot S_e^l \left[ 1 - (1 - S_e^{\frac{l}{m}})^m \right]^2 \quad (3)$$

avec  $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$

Où  $l$  est un paramètre lié à la tortuosité du sol (sans dimension), les autres paramètres sont cités auparavant.

### Méthode inverse & Hydrus 2D

L'approche inverse est fondée sur la minimisation d'une fonction mathématique, souvent appelée fonction objective. Cette fonction traduit les écarts entre les valeurs calculées et mesurées. La forme la plus générale de la fonction objective à minimiser, s'écrit sous forme d'une différence quadratique :

$$\Phi(p_k) = \sum_{n=0}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_y} W_y [y_j^{n+1}(p_k) - \hat{y}_j^{n+1}]^2 \quad (4)$$

où  $W_y = \left[ \frac{1}{\max(\hat{y}_j^{n+1}) - \min(\hat{y}_j^{n+1})} \right]^2$

$W_y$ : le poids associé aux valeurs mesurées. Ce poids permet de normaliser les différents types de mesures (lame d'eau cumulée (Q), teneur en eau ( $\theta$ ) et pression ( $h$ )).

$N_t$  : Le nombre de pas de temps de mesures.

$N_y$  : Le nombre de points de mesures par pas de temps.

$y_j^{n+1}(p_k)$ : Les valeurs calculées par le modèle au pas de temps  $n+1$  et au  $j^{\text{ème}}$  point de mesure.

$\hat{y}_j^{n+1}$  : Les valeurs mesurées au pas de temps  $n+1$  et au  $j^{\text{ème}}$  point de mesure.

$p_k$ : Le vecteur des paramètres à identifier, de dimension  $n_p$ .

Le code HYDRUS 2D (Simunek et al.1996) qui est utilisé dans l'étude permet de résoudre l'équation de Richards sous sa forme mixte, et fournit en sortie, pour chaque nœud du maillage, les valeurs de pression, de la teneur en eau, les composantes verticales et les composantes verticales et horizontales du vecteur vitesse. Le code utilise le modèle de Mualem – Van Genuchten (1908) ou le modèle de Brooks et Corey (1984) pour paramétrer la courbe de rétention hydrique et le courbe de conductivité hydraulique. Ce code permet aussi de réaliser la résolution inverse. Il utilise l'algorithme de Levenberg-Marquardt comme fonction objective pour l'optimisation des paramètres hydrodynamiques, qui est objectif de cette étude.

### Résultats et discussion

Le tableau 1 présente les mesures expérimentales de la teneur en eau initiale  $\theta_0$  et de la densité apparente  $\rho_a$  collectées au niveau de deux sites de Mnasra à l'aide de l'infiltromètre à disque. Les valeurs très petites de la teneur en eau indique que les sols étudiés étaient sec initialement.

	Ouled Assal	Ouled Ziane
$\rho_a$ [ $10^3 kg.m^{-3}$ ]	1.447	1.552
$\theta_0$ [ $cm^3.cm^{-3}$ ]	0.017	0.01

Tab.1 : Mesure de la teneur en eau initiale  $\theta_0$  et la densité apparent  $\rho_a$  pour chaque sol étudiée.

Les point des mesures sont ajustés par le code Hydrus 2D afin d'obtenir les valeurs estimés des paramètres hydrodynamiques et les courbes de rétention  $\Theta(h)$  et de conductivité hydraulique  $K(h)$  pour chaque sol étudié. Une étude comparative a été effectuée avec ceux calculés par la méthode itérative.

Les tableaux (2 et 3) et les figures (3, 4) résument les valeurs estimées par les simulations de la méthode inverse et les courbes de rétention  $h(\Theta)$  et de conductivité hydraulique  $K(h)$ , présentent aussi la comparaison de nos résultats avec celles obtenus par la méthode itérative.

paramètres	$\Theta_s(m^3/m^3)$	$h_0(m)$	$\alpha(m^{-1})$	$n$	$K_s(m/s)$
Méthode itérative	0.39	-0.078	12.82	3.02	$3.8 E^{-5}$
Simulation	0.403	-0.092	10.82	2.6	$3.5E^{-5}$

Tab. 2 : Les paramètres hydrodynamiques estimés pour la zone Ouled Assal.

paramètres	$\Theta_s(m^3/m^3)$	$hg(m)$	$\alpha(m^{-1})$	$n$	$K_s(m/s)$
Méthode itérative	0.37	-0.058	17.24	2.75	$5.1 E^{-5}$
Simulation	0.35326	-0.0739	13.514	2.6	$4.7E^{-5}$

Tab. 3 : Les paramètres hydrodynamiques estimés pour la zone Ouled Ziane.

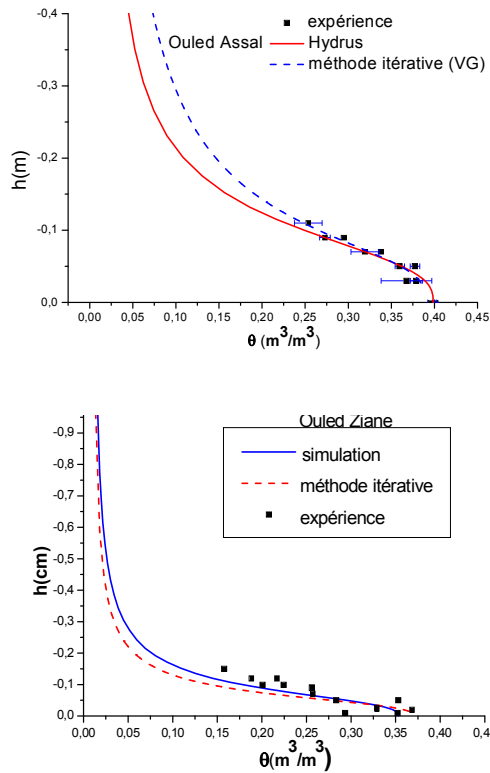


Fig. 3 : Les courbes de rétentions  $h(\theta)$  de deux sites : Ouled Assal et Ouled Ziane.

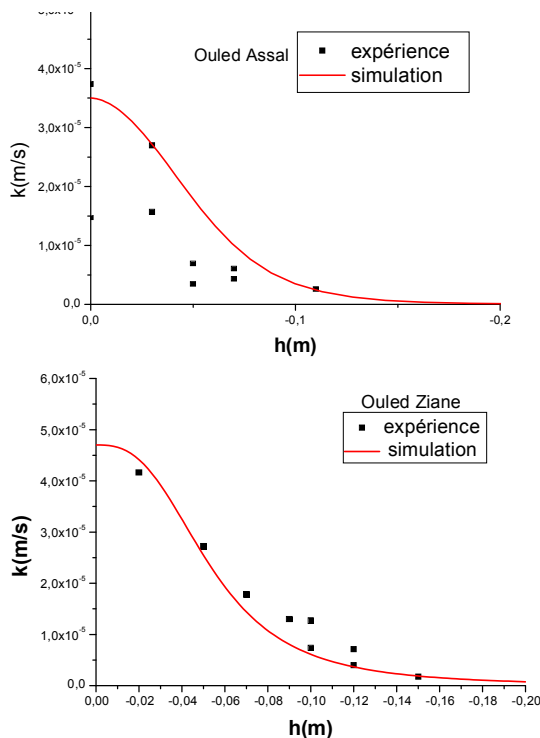


Fig. 4 : Les courbes de la conductivité hydraulique  $K(h)$  de deux sites : Ouled Assal et Ouled Ziane.

Les résultats comparés au niveau des tableaux et au niveau des figures montrent une bonne concordance entre les deux méthodes. Néanmoins on constate de faibles écarts entre les paramètres estimés et de la valeur de la conductivité à

saturation  $K_s$ . Ces sols sableux sont caractérisés par des paramètres voisins et des faibles valeurs de conductivité hydraulique dues à sa nature très argileux. Ces résultats convergent avec ceux trouvés par différents auteurs ayant travaillé sur des sols sablonneux.

Deux grandes idées sont importantes pour comprendre l'estimation de paramètres. D'une part, la prévision par simulation numérique doit utiliser un minimum de données mesurées (impératifs de temps et de coût) pour produire des résultats fiables et précis à plus au moins grande échelle. D'autre part, les mesures réalisées ne concernent pas spécifiquement des paramètres d'entrée de modèle, mais plutôt des variables de sortie utiles à leur validation.

### Conclusion

Les résultats présentés dans cette étude ne constitue qu'une approche préliminaire pour identifier des paramètres hydrodynamiques par approche inverse qui présente l'avantage d'être moins/non intrusive, de réduire les mesures in-situ et rapide. La comparaison permet de conclure que le code Hydrus a bien évalué les paramètres hydrodynamiques. En plus, ce code facilite l'utilisation du problème inverse et présente beaucoup d'avantages notamment l'estimation des paramètres hydrodynamiques.

### Références

**Brooks R.H. and Corey A.T.**, Hydraulic properties of porous media. Colorado State Univ., Hydrology Paper(3), 27 p, (1964).

**Beydoun H.**, Estimation de paramètres en milieux poreux non saturé en eau : Approche expérimentale et modélisation. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg, (2005).

**Kool, J. B. and J. C. Parker.** Analysis of the inverse problem for transient unsaturated flow. Water Resour. Res., 24, 817-830, (1988).

**Simunek J. and van Genuchten M.T.**, Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion. Wat. Res. Res. 32(9):2683-2696, (1996).

**Tamoh K.**, 'Études des transferts hydriques et de Nitrates dans les sols de Mnasra : Caractérisation hydrodynamique, Modélisation et SIG'. Thèse Doctorat, Université Ibn Tofail, faculté des sciences Kenitra, (2005).

**Vandervaere J.P.**, Caractérisation hydrodynamique du sol in situ par infiltrométrie à disques. Analyse critique des régimes pseudo-permanents, méthodes transitoires et cas des sols encroûtent. Thèse doctorat. Université Joseph Fourier: Grenoble, France (1995).

# THERMAL HYDRAULIC ANALYSIS OF A PEBBLE BED MODULAR REACTOR (PBMR); CONVECTIVE HEAT TRANSFER APPLIED TO A POROUS MEDIUM

KAMEL SIDI ALI<sup>1</sup>, YASMINA AMRI<sup>2</sup>, ABDELMOUMANE ALEM<sup>3</sup>,

<sup>1</sup> Commissariat à l'Energie Atomique, Centre de Recherche Nucléaire de Draria, Division Sureté Nucléaire et Radioprotection / BP, 43 sebal, Draria, Alger, Algeria. [kamelsidiali@gmail.com](mailto:kamelsidiali@gmail.com)

<sup>2</sup> Département thermo-énergétique USTHB, FGM&GP/ BP, 32 El Alia, Bab Ezzouar, Alger, Algeria.

<sup>3</sup> Département de mécanique USDB, faculté des sciences de l'ingénieur, Blida, Algeria.

**Abstract:** Among the SMRs (Small and Medium sized Reactors) for electricity generation currently under development we find the PBMRs (Pebble Bed Modular Reactors). These nuclear reactors work at very high temperature and are cooled generally by helium flowing through spherical fuel pebbles. In this work we focus on the thermal hydraulic differences when using air or helium as a cooling fluid. The porous media model can be used for PBMR thermal-hydraulic studies. A mathematical model is developed thanks to the conservation equation of mass, momentum and energy. The model is made for a two-dimensional permanent flow regime in an annular cylindrical geometry filled with a porous media saturated by a single fluid phase. The convective heat transfer is evaluated for different ratios of internal and external radius and for different Biot numbers, for both air and helium. The results show that helium still the best cooling fluid. Air can ensure the transfer of less than 40% of the heat generated in the nuclear reactor core. In some particular situations: as cooling accidents or when removing the residual heat, air can then play a significant role.

**Keywords:** PBMR, core, thermal hydraulic, loss of coolant, porous media, behavior

## 1. Introduction:

Pebble Bed Modular Reactors (PBMRs), are high temperature thermal reactors of 6.2 m diameter and 27 m height, Nam Zin Cho (2008) [2]. These reactors use uranium spheres as fuel and helium as coolant. The spheres are covered with carbon layers ensuring the thermal moderation of neutrons. This study deals with the cooling of a PBMR's core when using helium or air as cooling fluid. Therefore it is important to identify the thermal hydraulic transfer phenomena in the PBMR's core. The PBMR's core is a vertical annular cylinder as shown in figure.1, having inner and outer radius denoted  $r_i$  and  $r_o$ , and a height  $H$ . This cylinder is filled with a porous media saturated with a single fluid phase and the solid phase consist of fuel spheres of 6 cm diameter. The arrangement of spheres in the annular part of the nuclear reactor core can make the theory of porous media applicable and then the thermal

hydraulic calculations. The phase distribution in the porous medium is a function of the presence ratio of the solid phase and the fluid phase. As the porous media theory is considered, Darcy's law will be used. Some CFD results show that air can be used as a cooling fluid among some other gases, Sidi Ali and Meftah (2010)[2]. One is interested, in this work, to evaluate the capacity of cooling of air and that of helium.

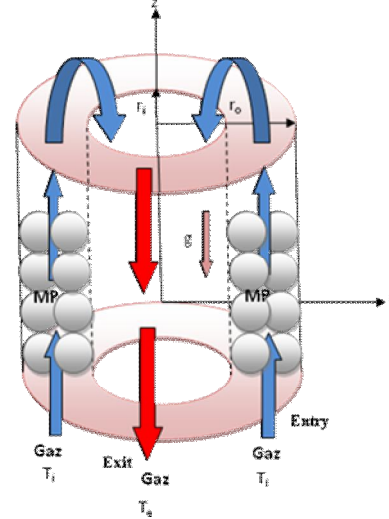


Figure 1 Thermal hydraulic configuration studied

## 2. Governing equations:

In this work, heat transfer by convection is evaluated for a two dimensional laminar flow in a reactive porous medium. The Darcy model is applied to a homogeneous and isotropic porous medium through which a gas flows at low velocity. The simplifying assumptions to establish the mathematical model are:

fluid is incompressible and the flow is laminar and stationary.

thermal equilibrium between the two phases (fluid/solid).

viscous dissipation negligible.

the thermal conductivity of spheres is constant.

Equations governing the flow are the conservation equation of mass, of momentum and of energy, as presented here after in cartesian coordinates.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{V} = \frac{-K}{\mu} (\nabla p + \rho \mathbf{g}) \quad (2)$$

$$\mathbf{V} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (3)$$

Where :  $\mathbf{V}$  is the fluid velocity,  $K$  the porosity of the medium,  $\mu$  the viscosity,  $p$  the pressure,  $\rho$  the density,  $\mathbf{g}$  the gravity,  $\alpha$  the thermal diffusivity and  $T$  the temperature.

In cylindrical coordinates, the equations of continuity, momentum and energy are written as follows:

for continuity:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (u r)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

for momentum:



$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right), \mathbf{w} = -\frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) \quad (5)$$

for energy:

$$(\rho C_p)_f \left( \mathbf{u} \frac{\partial T}{\partial r} + \mathbf{w} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\lambda^*}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda^* \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (6)$$

where :  $u$  and  $w$  are the velocity components,  $r$  the radius,  $z$  the height,  $C_p$  the specific heat of fluid and  $\lambda^*$  the conductivity of the medium at thermal equilibrium.

By introducing the dimensionless variables as proposed by Greenberg M.D (2001) [4]

$$\hat{u} = \frac{u}{\alpha/\lambda_a}, \quad \hat{w} = \frac{w}{\alpha/\lambda_a}, \quad \hat{r} = \frac{r}{\alpha/\lambda_a} + \frac{\beta_a \beta \beta}{\alpha \lambda_a / R}, \quad \theta = \frac{T - T_a}{T_1 - T_a},$$

$$\hat{z} = \frac{z}{r_a}, \quad \hat{r} = \frac{r}{r_a}$$

one obtains the dimensionless forms given in (7,8 and 9)

equation of continuity:

$$\frac{\partial(\hat{u} \hat{r})}{\partial \hat{r}^2} + \hat{r} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = 0 \quad (7)$$

equation of motion:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{r}} = -R_a \frac{\partial \theta}{\partial \hat{r}} \quad (8)$$

Where  $\hat{u}$  and  $\hat{w}$  are the dimensionless forms of the flow velocity components,  $\hat{r}$  and  $\hat{z}$  the dimensionless form of the spatial flow coordinates,  $\theta$  the dimensionless form of the medium temperature and  $R_a$  the modified Rayleigh number given by:  $R_a = \frac{k r_a g \beta_a \beta \Delta T}{\alpha \mu}$ , where  $\beta$  is the expansion coefficient

equation of energy:

$$Q_{cv} = \frac{2\gamma R_a \beta_i \pi}{(1 - \beta_i \ln \eta)^2} \left[ \frac{2(\eta^2 \ln \eta - \frac{\eta^2}{2} + \frac{1}{2})}{(\eta^2 - 1)} (1 + \beta_i - \eta^2 + \beta_i \eta^3 \ln \eta - \beta_i \eta^3) - \beta_i + \frac{1}{2} + \beta_i \eta^3 \right. \\ \left. - \eta^3 \ln \eta + \frac{\eta^3 \ln \eta}{2} - \frac{\eta^3}{2} \right] \quad (20)$$

### 3. Application, results and interpretation:

An application is done for a PBMR (400 MWe), and the obtained results are presented in figures (2, 3 and 4). In these figures, one presents the variations of the convective heat evacuated during cooling in normal situation when using helium as a coolant fluid and in the second case when air is used as a coolant fluid. A comparison between these two cooling cases is also presented.

In figure.2, is presented the convective heat flux variations when using helium as a coolant fluid according to the radius ratio between 0 and 0.8, and for Biot numbers

$$\left( \hat{u} \frac{\partial \theta}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \theta}{\partial \hat{z}} \right) = \left[ \frac{1}{\hat{r}} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \hat{r}} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{r}^2} + \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{z}^2} \right) \right] \quad (9)$$

One defines the radius ratio by:  $\eta = \frac{r_i}{r_a}$  and the ratio of the height and and the external radius by  $A = \frac{H}{r_a}$ .

To solve the problem, one introduces the stream function by writing :

$$\begin{cases} \hat{u} = \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \psi}{\partial \hat{z}} \\ \hat{w} = -\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial \psi}{\partial \hat{r}} \end{cases} \quad (14)$$

And the boundary conditions are:

where :  $C_1 = \frac{R_a \beta_i}{1 - \beta_i \ln \eta} \frac{\eta^2 \ln \eta - \frac{\eta^2}{2} + \frac{1}{2}}{\eta^2 - 1}$  and

$$D_1 = -\frac{R_a \beta_i}{2(1 - \beta_i \ln \eta)} \left[ \frac{1}{2} + \frac{\eta^2 \ln \eta - \frac{\eta^2}{2} + \frac{1}{2}}{\eta^2 - 1} \right]$$

$$\theta = \frac{1}{1 - \beta_i \ln \eta} (-\beta_i \ln \hat{r} + 1) \quad (17)$$

And we find:

$$\hat{w} = \frac{R_a \beta_i \ln \hat{r}}{1 - \beta_i \ln \eta} - C_1 \quad (18)$$

Where,  $\beta = \frac{k r_a}{\lambda}$ , is the Biot number.

The convective heat flux is calculated using:

$$Q_{cv} = \gamma \int_{\eta}^1 \hat{w} \theta 2\pi \hat{r} d\hat{r} \quad (19)$$

Where  $\gamma = 0.57$  is a proportionality constant.

Injecting (17) and (18) in (19) and integrating, one gets the final form of convective heat flux:

between 0.5 and 70. The Rayleigh number is maintained constant and equal



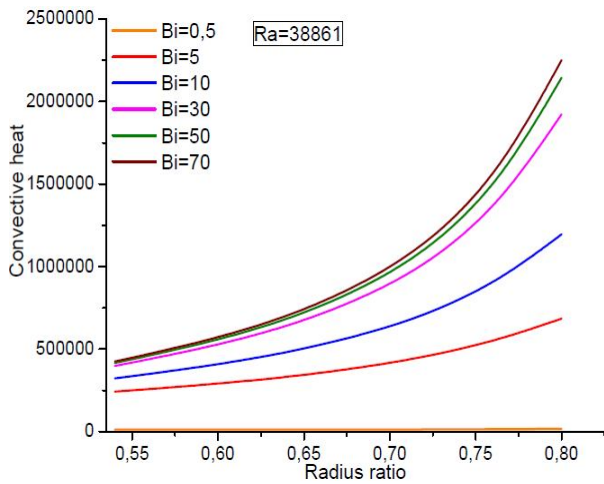


Figure.2. Variations of the convective heat for different Biot numbers according to the radius ratio for a  $Ra$  (helium)=38861, Alem (2011) [5]

to 38861. One sees that for each value of the Biot number, the convective heat is almost identical for low values of the radius (below 0.3). Then the convective heat increases according to the radius ratio and reaches maximum values. For large values of Biot number, one observes that convective heat variations are the same according to Alem (2011) [5].

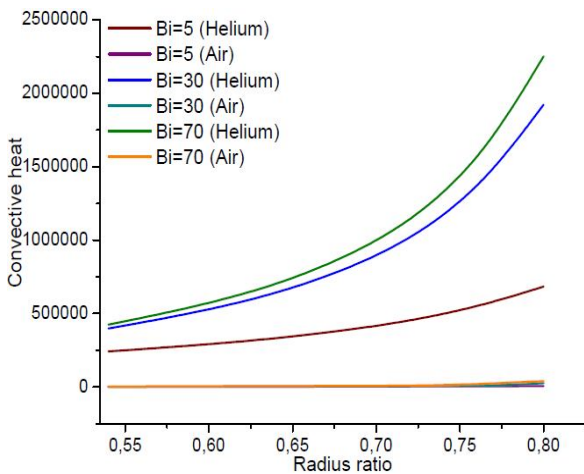


Figure.3. Variations of the convective heat for different Biot numbers according to the radius ratio for a  $Ra$ (air)=233

In figure.3 is presented the convective heat flux when air is used as a coolant according to the radius ratio  $r$  between 0 and 0.8 and for Biot number values between 0.5 and 70. One sees that for low variations of radius ratio, the convective heat flux is almost the same; it varies between 0 and 3000 and then increases according to  $r$ . For a low Biot number equal to 0.5, the convective heat flux is low and varies between 0 and 200. For large values of Biot number, the convective heat flux becomes important. We find that the convective heat variations are the same according to the radius ratio for large Biot number values.

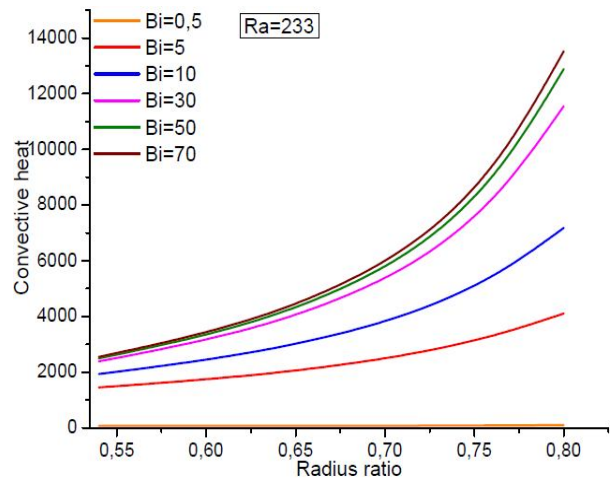


Figure.4. Comparison of the convective heat variations when using helium or air for  $Bi=5, 30, 70$

In figure.4, is presented a comparison between convective heat variations when using helium or when using air as a coolant according to the radius ratio for Biot numbers equal to 5, 30 and 70. We see that the heat removed when using helium as a coolant is greater than the one removed when using air for the three Biot values. It is also observed that for the three Biot numbers, the heat removed by air is very low, compared to the one removed by helium, as shown on the figure.4.

#### 4. Conclusion:

The application of the porous media theory to study the thermal-hydraulic behavior of a Pebble Bed Modular Reactor gives good analytical results. Comparison of the convective heat transfers when using air and when using helium shows big differences. We evaluate the ability of air to transfer heat by the order of 30 % to 40 % of the transfer capacity if helium is used. In some particular situations: as cooling accidents or when removing the residual heat, air can then play a significant role.

#### 5. References:

- [1] Nam Zin Cho, 2008, Two-temperature homogenized model for steady-state and transient thermal analyses of a pebble with distributed fuel particles.
- [2] Sidi Ali K., Meftah B., 2010, Analysis of gaseous flows over a fuel pebble of a PBMR; Behavior of pressure and shear stresses, CNPA, Ouargla.
- [3] Havstad M. A., Burns P. J., 1982, Convective heat transfer in vertical cylindrical annuli filled with a porous medium.
- [4] Greenberg M.D., 2001, math-advanced engineering mathematics 2nd Edition.
- [5] Alem A, 2011, the porous flow applied to Pebble Bed Nuclear Reactors, Master thesis, University of Blida.
- [6] Bousri A., Bouhadeh Kh., 2007, Etude numérique du transfert de chaleur et de masse dans un cylindre rempli d'un milieu poreux réactif, Eurotherm Seminar

**Thème 7:  
Mécanique des fluides, modélisation, instabilités et  
transition**

# UN INTEGRATEUR TEMPOREL BASE SUR LA RESOMMATION DE SERIES DIVERGENTES

AHMAD DEEB, AZIZ HAMDOUNI, DINA RAZAFINDRALANDY

Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement (LaSIE) FRE-CNRS 3474 - Université de La Rochelle - France

## Résumé

On présente deux schémas de résolution d'équation d'évolution, basés sur la décomposition de la solution en série temporelle, suivie d'une resommation par la méthode de Borel-Laplace. Cette resommation a pour but d'accélérer les calculs, rendant ainsi les schémas particulièrement bien adaptés aux calculs sur de grands intervalles de temps. On applique les schémas à la résolution d'équations différentielles ordinaires et d'équations aux dérivées partielles relevant du domaine de la mécanique des fluides.

## 1 Introduction

Dû aux schémas de discrétisation classiques (schémas d'Euler, Runge-Kutta, ...) qui requièrent un pas de temps très faible, la résolution de problèmes d'évolution demande généralement un temps de calcul long. Et pourtant, la solution n'est représentative de la physique sous-jacente qu'à un temps très grand. Ainsi, malgré les progrès techniques importants (calculateurs toujours plus puissants, possibilité de paralléliser), il est d'actualité de trouver des algorithmes temporels rapides. C'est dans cet esprit que nous proposons un algorithme d'intégration temporelle, adapté au calcul sur un grand intervalle de temps. La solution est recherchée sous forme de série entière temporelle, valide dans son disque de convergence (numérique). Ensuite, pour accélérer le calcul, on applique la méthode de resommation de série de Borel-Laplace qui permet d'élargir le domaine de validité de la solution approchée.

La méthode de resommation de Borel-Laplace, qui a en fait été développée initialement pour les séries divergentes, est rappelée dans la section suivante. Ensuite, un premier algorithme de resommation, utilisant les approximants de Padé est décrit. Cet algorithme est la transcription étape par étape de la méthode de Borel-Laplace en un outil numérique. Un deuxième algorithme, plus direct que le premier et utilisant les séries de factorielles généralisées, sera ensuite présenté. Quelques résultats numériques seront analysés.

## 2 La méthode de Borel-Laplace

Considérons une équation différentielle ou aux dérivées partielles

$$\frac{du}{dt} = A(u), \quad u(0) = u_0 \quad (1)$$

ayant comme solution formelle la série entière:

$$\hat{u}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n t^n \quad (2)$$

Si la série (2) est convergente alors elle fournit une solution de l'équation (1), holomorphe dans un disque centré à l'origine  $O$ . Si la série n'est pas convergente, mais que l'opérateur  $A$  est méromorphe, on montre qu'on peut trouver une solution  $S\hat{u}(t)$  de l'équation (1), holomorphe non pas dans un disque mais dans un secteur de sommet  $O$ , et ayant  $\hat{u}(t)$  comme développement asymptotique au sens de Gevrey [1,3]. Si la série est telle qu'il existe deux constantes  $C$  et  $A$  telles que  $u_n < CA^n t^n n!$  alors on peut trouver la fonction  $S\hat{u}(t)$  appelée somme de Borel de  $\hat{u}(t)$ , par la méthode de Borel-Laplace qui se décrit comme suit [4].

On calcule sa transformée de Borel

$$B\hat{u}(\xi) = \sum \frac{u_{n+1}}{n!} \xi^n$$

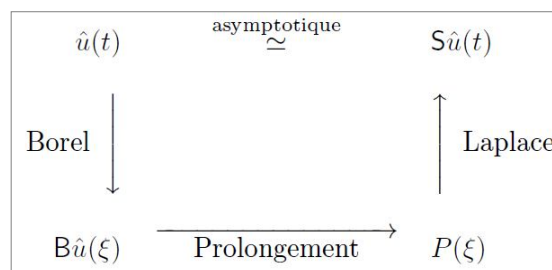
qui est alors analytique à l'origine.

Puis, on prolonge  $B\hat{u}(\xi)$  en une fonction  $P(\xi)$  de manière analytique dans un secteur de sommet  $O$  contenant une droite semi-infinie  $d$ .

Et enfin, on retourne dans l'espace physique par la transformée de Laplace habituelle le long de cette droite  $d$ :

$$S\hat{u}(t) = u_0 + \int_0^{\infty} P(\xi) e^{-\xi t} d\xi$$

Ces différentes étapes sont résumées dans le diagramme suivant.



Si la série  $\hat{u}(t)$  est divergente, cette méthode permet de trouver, comme on l'a dit, une solution holomorphe à l'équation (1). Et si la série  $\hat{u}(t)$  a un rayon de convergence non nul, cette méthode élargit le domaine de validité. Dans les deux cas, la resommation permet d'accélérer le calcul.

## 3 Algorithme utilisant les approximants de Padé

Dans la pratique, la série  $\hat{u}(t)$  se calcule par la méthode asymptotique numérique (MAN, [2]). Plus précisément, on obtient une série tronquée :

$$\hat{u}^l(t) = \sum u_n t^n \quad (3)$$

La somme de Borel peut être calculée numériquement par l'algorithme suivant (voir [5]).

On calcule la transformée de Borel de  $\hat{u}^l(t)$

$$B\hat{u}^l(\xi) = \sum \frac{u_{n+1}}{n!} \xi^n$$

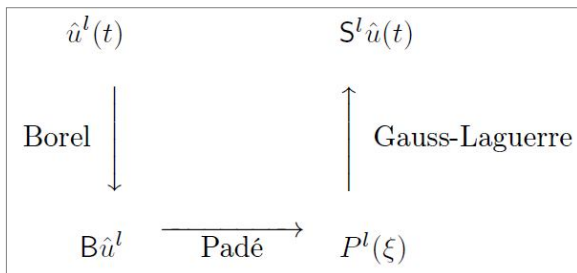
Puis, on prolonge analytiquement jusqu'à l'infini par un

$$P^l(\xi) = \frac{A_0 + A_1 t + \dots + A_{N_1} t^{N_1}}{1 + B_1 t + \dots + B_{N_2} t^{N_2}}$$

approximant de Padé:

Et enfin, on calcule la transformée de Laplace par une quadrature de Gauss-Laguerre.

A la fin, on obtient une fonction  $S^l \hat{u}(t)$  qui est une approximation de la somme de Borel  $S\hat{u}(t)$ . L'algorithme est résumé dans le diagramme suivant.



La solution approchée  $S^l \hat{u}(t)$  est valide jusqu'à une valeur  $\Delta t_R$  de  $t$  qu'on peut voir comme étant le "pas de temps" de la méthode. Pour obtenir la solution à des valeurs de  $t$  plus élevées, on recommence l'algorithme en prenant  $u(\Delta t_R)$  comme condition initiale.

#### 4 Résultats numériques

Pour tester l'algorithme, considérons l'équation de la chaleur, de coefficient de diffusion 1, dans le domaine  $[0, \pi]$ . Choisissons comme solution exacte  $u(t, x) = e^{-t} \sin x$ . En espace, une discrétisation en 16 points a été effectuée. La série temporelle est tronquée à l'ordre  $l=10$ .

Comme le montre la figure Fig. 1, notre algorithme donne une bonne approximation de la solution exacte. La figure Fig. 2 présente une comparaison entre le pas de temps  $\Delta t_R$  moyen de notre algorithme avec le pas de temps maximum  $\Delta t_E = \Delta x^2 / 2$  imposé par la stabilité de la méthode d'Euler explicite. On y voit que le pas de temps de notre méthode est environ 100 fois plus élevé que  $\Delta t_E$ . Les calculs sont donc plus rapides.

En ce qui concerne le temps CPU, un test sur une équation différentielle ordinaire simple, de solution  $2\pi$ -périodique, a été effectué. La figure Fig. 3 compare le temps de calcul nécessaire pour atteindre une valeur élevée  $t_{max}$ , avec notre algorithme et quelques algorithmes usuels, pour une précision de  $10^{-4}$ . Elle montre que, l'algorithme de resommation et la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 sont équivalents en terme de CPU pour des petits intervalles de temps. Mais on y voit aussi que la resommation nécessite beaucoup moins de temps CPU pour des calculs sur un grand intervalle de temps.

D'autres tests, sur l'équation de Burgers et d'autres équations modèles seront discutés lors de la présentation.

#### 5 Amélioration par les séries de factorielles généralisées

L'algorithme précédent peut devenir lourd dans le cas d'un grand système, dû au calcul des approximants de Padé. En effet, dans ce cas, il faut utiliser une technique de conditionnement à cause de la non-robustesse des approximants de Padé. Cela engendre un coût de calcul. Par ailleurs, la méthode de quadrature, bien que précise, introduit des erreurs supplémentaires. On propose alors une deuxième méthode de calcul pour approximer  $S\hat{u}(t)$ . Celle-ci se base sur le fait que la somme de Borel peut s'écrire sous forme d'une série de factorielles généralisées (SFG) [5]:

$$S\hat{u}(t) = \sum \frac{b_n}{t \left(\frac{1}{t} + 1\right) \dots \left(\frac{1}{t} + n\right)}$$

où les  $b_n$  sont définis par

$$b_{n+1} = \sum (S(n, k)) u_k$$

les  $S(n, k)$  étant nombres de Stirling du premier espèce. Plus direct, ce nouvel algorithme évite de calculer les approximants de Padé et la quadrature.

Pour illustrer cette nouvelle méthode, considérons l'équation quadratique suivante:

$$\frac{du}{dt} + u^2 = 0, \quad u(0) = 1. \tag{4}$$

La solution sous forme de série formelle est

$$\hat{u}(t) = \sum (-1)^k t^k$$

qui est convergente dans le disque unité. On peut montrer aisément que la méthode de resommation de Borel de cette série dans la direction  $d = [0, +\infty[$  donne

$$S\hat{u}(t) = \frac{1}{1+t}$$

qui est la solution de l'équation (5), valide pour tout  $t \geq 0$ .

La figure Fig. 4 compare la solution approchée donnée par la série et les deux algorithmes de resommation. On voit que la série s'écarte de la solution exacte bien avant que  $t$  s'approche de son rayon de convergence 1. L'algorithme de resommation avec les approximants de Padé donne une solution acceptable jusqu'à une valeur beaucoup plus élevée de  $t$ . Si théoriquement, la resommation redonne bien la solution exacte de l'équation, on voit tout de même que les différentes erreurs (tronquature, quadrature, ...) se font ressentir lorsque  $t$  est grand (environ  $t = 1.7$  pour un écart inférieur à  $10^{-4}$  avec la solution exacte). En revanche, la solution approchée avec la SFG colle parfaitement avec la solution analytique. En fait, la méthode est exacte, indépendamment de l'ordre de tronquature, dès que cette dernière est supérieure à  $l=1$ .

Dans ce cas simple, on voit que l'algorithme basé sur la SFG peut réduire les sources d'erreur. Des résultats numériques sur d'autres types d'équations comme l'équation de la chaleur et l'équation de Burgers seront exposés.

**Bibliographie**

Bender and Orszag. Advanced mathematical methods for scientists and engineers : Asymptotic numerical methods and perturbation theory. McGraw-Hill, 1978.

N. Damil and M. Potier-Ferry. A new method to compute perturbed bifurcations : application to the buckling of imperfect elastic structures. International Journal of Engineering Science, 28(9) :943–957, 1990.

J-P. Ramis. Séries divergentes et théories asymptotiques. In Journées X-UPS 1991, pages 7–67, 1991.

D. Razafindralandy and A. Hamdouni. Time integration algorithm based on divergent series resummation, for ordinary and partial differential equations. Journal of Computational Physics, 236, pages 56-73, 2013.

J. Thomann. Formal and numerical summation of formal power series solutions of ODE's. Technical report, CIRM Luminy, 2000.

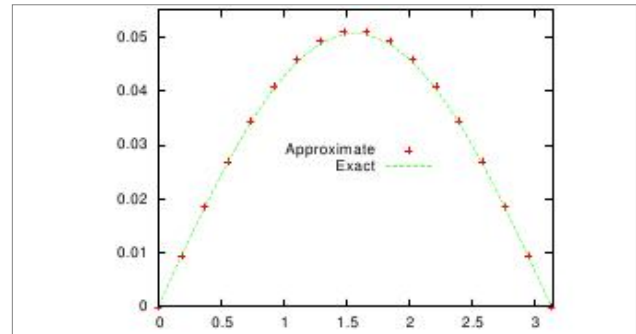


Fig. 1: Solution approchée à  $t = 2.98s$

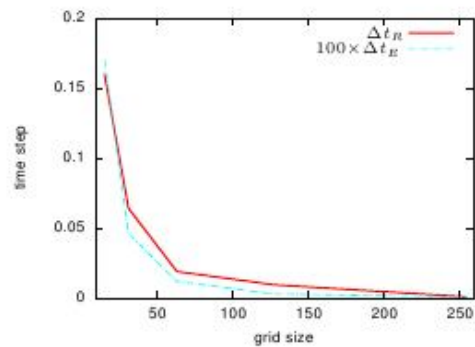


Fig. 2: Comparaison entre  $\Delta t_R$  et  $\Delta t_E$ .

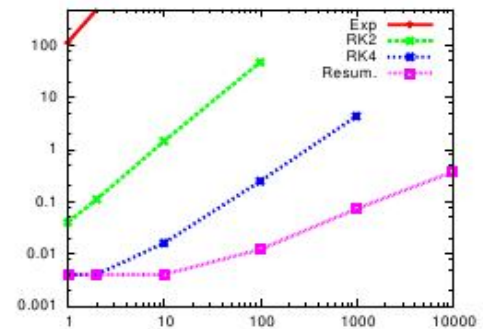


Fig. 2: Temps CPU en fonction de  $t_{max}/2\pi$ .  
Exp=Euler explicite, RK2/RK4=Runge-Kutta d'ordre 2 et 4, Resum=Resommation avec Padé

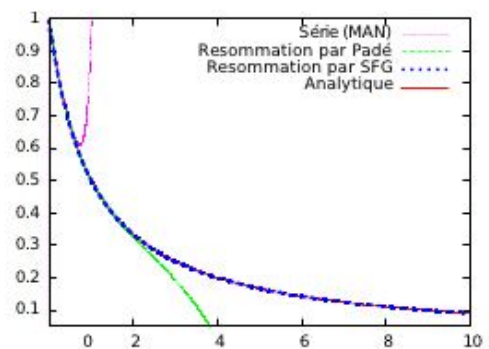


Fig. 4. Solutions approchés de l'équation (5)

# ETUDE EXPÉRIMENTALE POUR LE CHOIX ADÉQUAT DE LA ROUE À AUBES D'UNE POMPE CENTRIFUGE DE REFROIDISSEMENT DE MOTEUR VIS-À-VIS DE SA SENSIBILITÉ À LA CAVITATION

ALI NEMDILI

Département d'Hydraulique  
Faculté d'Architecture et de Génie Civil  
Université des Sciences et de la Technologie – Mohamed Boudiaf – d'Oran, B.P. 1505, El-M'Naouer, Oran 31000, Algérie  
e-mail : [alnemdili@yahoo.com](mailto:alnemdili@yahoo.com)

*Résumé :* Le but de cette étude expérimentale est d'examiner le choix adéquat de la géométrie de roue à aubes d'une pompe centrifuge de refroidissement de moteur par rapport à sa sensibilité à la cavitation. Les résultats obtenus montrent que les roues étroites avec un nombre réduit d'aubes donnent de plus hautes courbes de cavitation et que les roues à aubes fermées montrent une sensibilité plus élevée à la cavitation que les roues à aubes semi ouvertes. Une influence très faible du jeu frontal sur la capacité d'aspiration de la pompe a été constatée. Il s'est aussi avéré que les roues à aubes fermées et de nombre d'aubes réduit, conviennent mieux que celles semi fermées pour l'industrie automobile.

*Abstract :* The purpose of the this experimental study is to examine the adequate selection of the geometry of the impeller of an engine cooling centrifugal pump in relation to its sensitivity to cavitation. Obtained results show that narrow impellers with reduced blades number give higher cavitation curves and the closed impellers show higher sensitivity to cavitation than half open impellers. A very weak influence of the frontal clearance on the suction capacity of the pump is observed. It is proved that closed impellers with reduced blades number are appropriate for automotive industry than those half closed.

*Mots-Clés :* Pompe centrifuge, Refroidissement, Roue, Géométrie, Cavitation, NPSH, Débit.

## 1. INTRODUCTION

Les éléments de moteur à combustion travaillant dans un environnement chaud (culasse, éléments de cylindre, piston, ...) requièrent un refroidissement intensif, autrement les valeurs des températures permises seraient dangereusement dépassées. A cause des températures de combustion très élevées il y aurait une hausse des émissions d'oxyde nitrique, et dans le cas du moteur à essence apparaîtrait le danger d'une combustion à emballement et dans le cas du moteur diesel il y aurait comme conséquence la formation de suie. On utilise en général pour le refroidissement des moteurs à combustion des pompes centrifuges à roues semi fermées (sans flasque avant), à aubes courbées en arrière,

sans diffuseur mais à volute sous forme de spirale. Sur la base des tolérances des jeux fonctionnels, des roues à aubes fermées (munies de flasques avant et arrière) sont aussi souvent utilisées en particulier pour des grands débits, à cause de leur faible sensibilité aux jeux fonctionnels.

Le but de cette étude est d'examiner le choix adéquat de la roue à aubes d'une pompe centrifuge de refroidissement de moteur par rapport au rendement, à la hauteur, et à la sensibilité à la cavitation. Les influences du nombre d'aubes de la roue, du jeu frontal, du flasque avant et de la largeur de la roue sur la cavitation sont étudiées.

## 2. PARTICULARITÉS DES POMPES CENTRIFUGES DE REFROIDISSEMENT DES MOTEURS

À côté des refroidissements à huile et à air, les moteurs de voiture emploient actuellement le type de refroidissement le plus habituel qui est le refroidissement à eau. L'eau de refroidissement circule vers les éléments à refroidir en circuit fermé par l'intermédiaire d'une pompe entraînée par la courroie du moteur. Ensuite elle arrive dans un conduit collectif, où selon la température réglée par thermostat, que si elle est faible, cette eau coule directement à nouveau ; mais si la température est élevée, cette eau doit passer par le radiateur avant d'aller vers les éléments à refroidir. A travers les thermostats de court-circuit, la température de l'eau de refroidissement est maintenue entre 85 à 90°C. La fonction de la pompe d'eau de refroidissement est de mettre à disposition le débit nécessaire pour l'échange de chaleur entre l'élément à refroidir et le fluide de refroidissement. La quantité de chaleur transférée par le fluide de refroidissement représente 20 à 30 % de l'énergie produite par le combustible. A des débits ou pressions de refoulement faibles, des tampons de vapeur (film d'ébullition) peuvent se former localement sur les éléments chauds qui peuvent sur la base de leur effet isolant, porter atteinte sensiblement à la transmission de chaleur et conduire ainsi à la surchauffe des éléments du moteur. En outre, les bulles de vapeur se décomposant sur les surfaces à refroidir, peuvent conduire à l'érosion du matériel par cavitation, c'est pourquoi leur formation devrait absolument être évitée. Suite à l'abaissement de pression à l'entrée de la roue de la pompe, des bulles de vapeur peuvent également naître et conduire à la destruction de la roue ainsi qu'à la chute de la hauteur de refoulement de la pompe.

La pompe d'eau de refroidissement est généralement entraînée par le moteur, pour une large gamme de vitesses de rotation (environ de 850 à 6000 tours/min), il en ressort une large zone de réglage et d'adaptation de la pompe. Puisque le réservoir de compensation du système de refroidissement dans la voiture ne peut pas être disposé au choix plus haut sur la pompe, la pression statique dans la conduite d'aspiration n'est pas particulièrement haute et ainsi le danger de cavitation peut apparaître. Pour cette raison, une valeur de NPSH (Net Positive Suction Head) aussi élevée que possible de la pompe est exigée.

## 3. PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE

L'installation expérimentale consiste principalement en un banc d'essai et un système d'acquisition des données (Figure 1).

Le fluide (mélange de « Ethylen-Glycol ») est aspiré par la pompe d'essai (6) du réservoir (13) par l'intermédiaire de la



valve (9). La pompe d'essai (6) est entraînée par le moteur à vitesse variable (7). L'écoulement du fluide est réglé par la vanne de contrôle (14) et mesuré par le débitmètre (2).

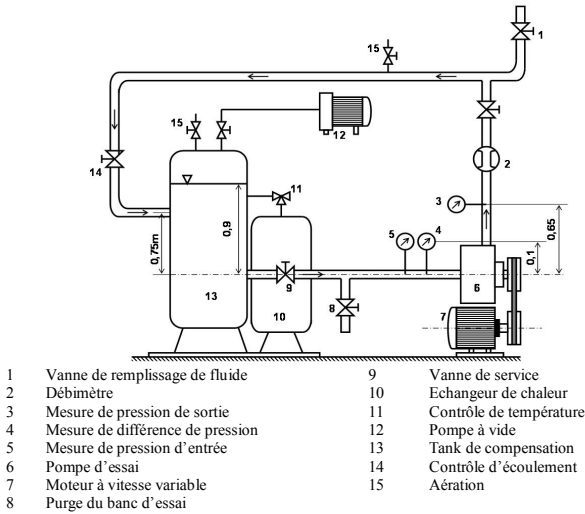


Fig.1 : Schéma du banc d'essai

La hauteur fournie par la pompe d'essai est obtenue par les instruments de mesure de pression (3), (4) et (5) entre l'aspiration et le refoulement. La vitesse de rotation est mesurée au moyen d'un tachymètre. Pour maintenir un certain niveau de température du fluide, l'échangeur de chaleur (10) est utilisé. Toutes les valeurs mesurées sont enregistrées et traitées par ordinateur.

Les expériences ont été conduites sur 5 roues à aubes sans et ensuite avec flasque avant (couvercle). Les aubes de toutes les roues sont à simple courbure avec les mêmes angles géométriques  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , mais un nombre d'aubes  $Z$  différent. Elles ont les mêmes rayons d'entrée et de sortie  $r_1$  et  $r_2$ , mais de largeur de sortie  $b_2$  différente (Figure 2, Tableau 1).

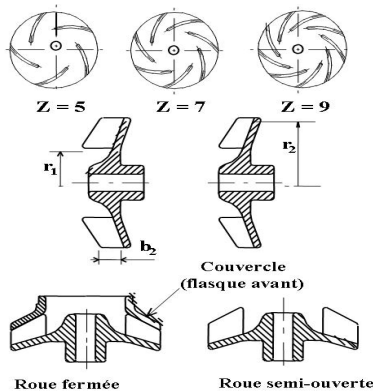


Fig. 2 : Configurations des roues

Tab. 1: Données géométriques des roues testées

Pompe n°	$r_1$ (mm)	$r_2$ (mm)	$\beta_1$ (°)	$\beta_2$ (°)	Z	$b_2$ (mm)	Jeu avant FC (mm)
1	35	60	17	32	5	10	0,3 et 1
2	35	60	17	32	7	10	0,3 et 1
3	35	60	17	32	7	7	0,3 et 1
4	35	60	17	32	9	10	0,3 et 1
5	35	60	17	32	9	7	0,3 et 1

Les tests ont été conduits pour les différentes roues avec des valeurs du jeu avant FC de 0,3 et 1 mm respectivement.

#### 4. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Sur le banc d'essai, les courbes de performance de la pompe sont mesurées. Dans le cadre de cette présente étude, on s'intéresse aux caractéristiques de NPSH-Q relatives à la cavitation.

Les résultats obtenus pour les différents cas de combinaison de pompes sont représentés aux Figures 3, 4, 5, 6 et 7.

Ces figures montrent la variation du NPSH en fonction du débit, en faisant varier le jeu avant (jeu frontal FC), la largeur des roues et le nombre d'aubes.

On peut tirer les conclusions suivantes :

Les pompes avec des roues fermées présentent des valeurs élevées de NPSH par comparaison aux pompes de roues semi-ouvertes ;

Les pompes de largeur de sortie des roues  $b_2 = 10$  mm ont de meilleures valeurs de NPSH que celles de largeur de 7 mm, et cela pour les deux valeurs du jeu avant ;

Avec l'utilisation du couvercle (flasque avant), la variation du jeu avant n'a pas une influence élevée sur les valeurs de NPSH ;

Avec l'augmentation du nombre d'aubes, le NPSH diminue, et s'améliore.

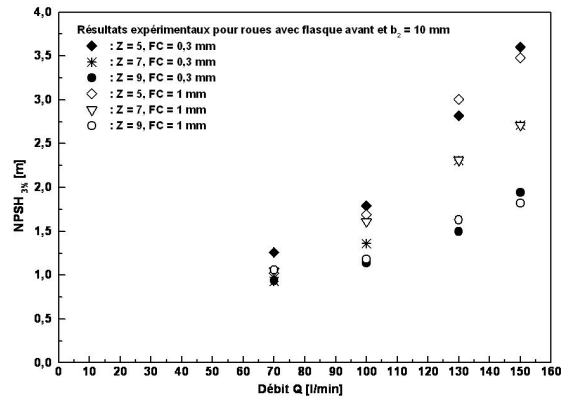


Fig. 3 : Courbes NPSH-Q pour les pompes testées avec couvercle et variation du jeu avant

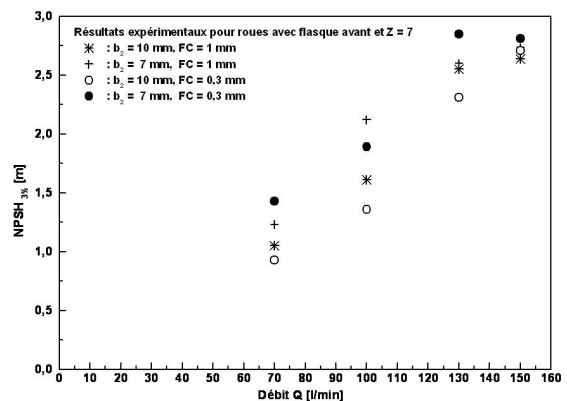


Fig. 4 : Courbes NPSH-Q pour les deux pompes n° 2 et 3 avec et sans couvercle et variation du jeu avant

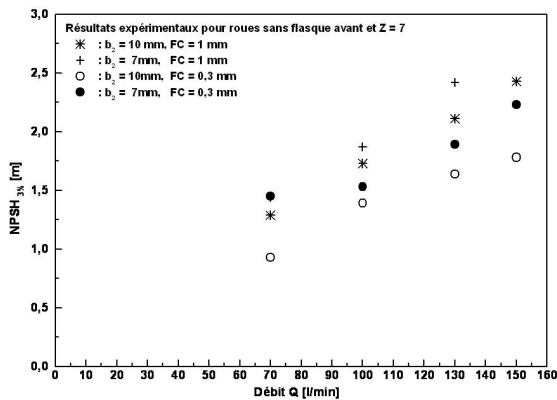


Fig. 5 : Courbes NPSH-Q pour la pompe n° 1 avec et sans couvercle et variation du jeu avant

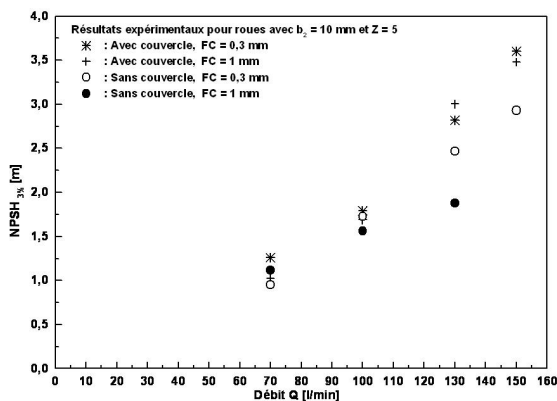


Fig. 6 : Courbes NPSH-Q pour la pompe n° 2 avec et sans couvercle et variation du jeu avant

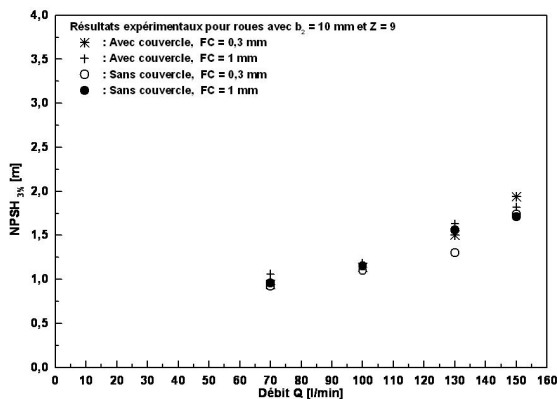


Fig. 7 : Courbes NPSH-Q pour la pompe n° 4 avec et sans couvercle et variation du jeu avant

## 5. CONCLUSION

Les résultats obtenus montrent que les roues étroites ayant un nombre réduit d'aubes sont caractérisées par de plus hautes courbes de cavitation et que les roues à aubes fermées montrent une sensibilité plus élevée à la cavitation que les roues à aubes semi ouvertes.

Il est évident ici que l'utilisation du flasque avant remplit les conditions pour toutes les roues à aubes. Cependant, cette couverture étant chère, on peut avec une roue à aubes semi fermée sous des conditions fixes et avec une géométrie variable (en particulier variation de la largeur de la roue) obtenir une courbe caractéristique semblable.

La sensibilité du jeu frontal peut être réduite par l'élargissement de la roue à aubes.

Les roues à aubes semi fermées ont montré de plus faibles valeurs de NPSH que celles des roues fermées.

Il a été aussi constaté une influence très faible du jeu avant sur la capacité d'aspiration de la pompe.

L'augmentation du nombre d'aubes se répercute qualitativement de manière favorable sur la valeur du NPSH.

Les roues à aubes les plus larges ont des valeurs de NPSH de tendance plus faibles que les roues à aubes étroites. Cette observation s'affaiblit pour un nombre d'aubes important. La cause possible pour ces faibles valeurs de NPSH des roues à aubes fermées est la non perturbation de l'écoulement dans le jeu, qui s'adapte à travers la chute de pression entre les côtés aspiration et refoulement.

L'écoulement dans le jeu conduit à l'entrée dans la région d'aspiration à une constriction plus forte de l'affluence du courant dans la roue à aubes.

D'après les expériences, il s'est avéré que les roues à aubes couvertes (fermées) conviennent mieux que les roues à aubes semi fermées pour l'industrie automobile.

Seulement avec le critère d'une bonne capacité d'aspiration pour des roues à aubes à flasque avant (roues fermées) ; des altérations doivent être prises en considération durant l'achat par rapport aux roues à aubes semi fermées. Au lieu de cela, si l'utilisation de roues à aubes semi fermées est préférée, on doit essayer par des modifications constructives des aubes de compenser ces désavantages. Par exemple la plus faible énergie produite des roues à aubes semi fermées peut avoir lieu par l'élargissement au niveau de la sortie de la roue à aubes, par comparaison aux réflexions théoriques ou à l'agrandissement des angles des aubes à la sortie.

## RÉFÉRENCES

- Ladouani A. and Nemdili A. Experimental investigation of the effect of solid-mixture on cavitation characteristic of a centrifugal pump. *WIT Transactions on the Built Environment Press Southampton, Boston*, Vol. 84, pp. 81-87, 2005.
- Nemdili A. Experimental study of the influence of geometrical parameters on the cavitation of a small centrifugal pump. *WIT Transactions on the Built Environment Press Southampton, Boston*, Vol. 84, pp. 89-96, 2005.
- Ladouani A. and Nemdili A. Experimental study of the cavitation of a centrifugal pump during solid – liquid mixtures transport. *Scientific Bulletin of the Politehnica University of Timisoara, Romania, Transactions on Mechanics*, Tom 53 (67), Special Issue, ISSN 1224-6077, pp. 233-237, 2008.
- Ladouani A. and Nemdili A. Influence of Reynolds number on net positive suction head of centrifugal pumps in relation to disc friction losses. *Journal "Engineering Research", Forschung im Ingenieurwesen* 73: 173-182, DOI 10.1007/s10010-009-0102-7, Springer Verlag, pp. 173-182, 2009.

# CARACTERISATION DE L'ÉCOULEMENT A L'ENTREE D'UN COMPRESSEUR CENTRIFUGE DURANT UNE PHASE DE POMPAGE

TOUSSAINT MICHEL.

Conservatoire National des Arts et Métiers LGPEES 292, rue Saint Martin 75141 PARIS 3<sup>ème</sup>.  
ANTOUN LABIB Joseph ENSAM 151, Boulevard de l'hôpital 75013 PARIS.

## Résumé.

Les compresseurs centrifuges présentent, à faible débit et fort taux de compression une zone de fonctionnement très dangereuse se caractérisant par d'importantes fluctuations du débit et du taux de compression. (Figure 1) Ces instationnarités (observées à des fréquences de quelques dizaines de hertz) de l'écoulement interne dans le compresseur se manifestent également par des vibrations et un bruit intense mais aussi par une température compresseur qui ne se stabilise jamais. Des tentatives (voulues ou non voulues) de fonctionnement sous ce régime conduisent rapidement à une détérioration du compresseur et du circuit qui lui est associé. Durant ce régime prohibé car dangereux le point de fonctionnement décrit une boucle plus ou moins étendue qui caractérise l'intensité de ce phénomène appelé « pompage du compresseur ». Sur la figure 2, on montre la boucle de pompage relevé expérimentalement sur un compresseur centrifuge « en pompage » pour un régime de rotation de 100 000 rpm. On présente également le banc d'essais et la PIV permettant de caractériser des écoulements instationnaires.

## Abstract.

Turbomachinery compressors operating at very low flow-rate are disturbed by the occurrence of aerodynamic flow instabilities : rotating stall and surge. These instabilities of the internal flow in the compressor are also reflected by vibrations and an intense noise but also by the compressor temperature which never stabilizes. These instabilities are observed at frequencies of some tens of hertz. Attempts (desired or not) to operate under this regime quickly lead to the compressor damage and its associated circuit. During this prohibited regime because it's dangerous, the operating point describes a loop more or less spread which characterizes the intensity of this phenomenon called "compressor surge". On the figure 2, we show the experimental surge loop raised in of a centrifugal compressor operating on its surge area in pumping for a

## 1) Introduction.

Lors des 8<sup>ème</sup> (El Jadida) et 10<sup>ème</sup> (Oujda) congrès de mécanique, nous avons présenté de nombreux résultats expérimentaux sur le pompage des compresseurs [1], [2], [3]. Dans ce papier nous nous proposons de caractériser le caractère très fortement instationnaire de l'écoulement à l'entrée d'un compresseur en phase de pompage. Des champs de vitesses instantannées ont été relevés grâce à la PIV (Particle Image Velocimetry) mise en oeuvre sur notre banc d'essais de turbocompresseurs.

rotational speed of 100000 rpm. We also present the bench test and the PIV allowing to characterize instationary flow.

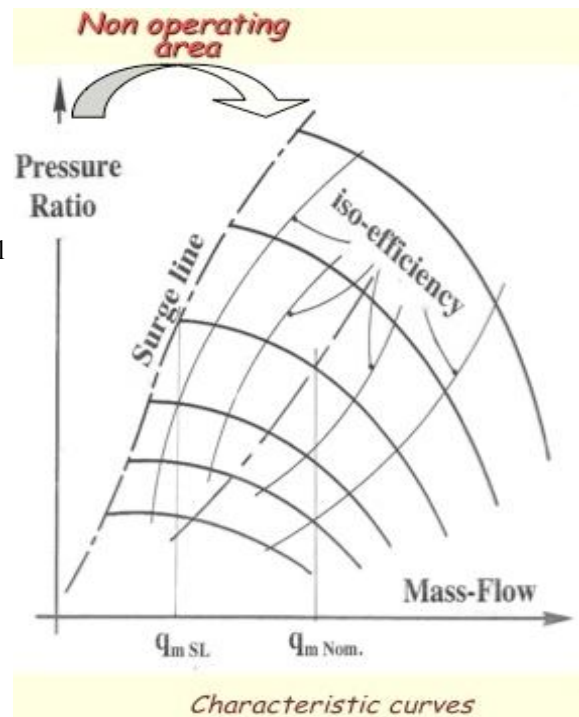


Figure 1.

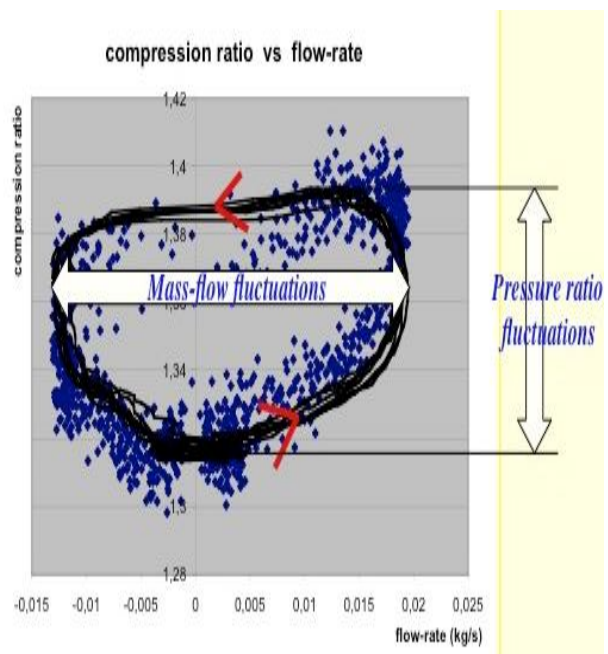


Figure 2.

## 2) Etude expérimentale. Technique PIV.

On illumine une fine couche de l'écoulement fluide étudié par un rayonnement laser plan. (figure 3) Lorsque les particules d'ensemencement (fumées) traversent ce plan laser, elles diffusent la lumière qui est récupérée sur le capteur CCD d'une caméra. Une corrélation et un traitement statistique de deux images consécutives permettent de déterminer le déplacement des particules durant les quelques microsecondes séparant les deux images. La



vitesse est donc immédiatement déterminée en intensité et en direction :  $V = \Delta x / \Delta t$ . On obtient ainsi des cartes de vitesse instantanée permettant de caractériser l'écoulement.

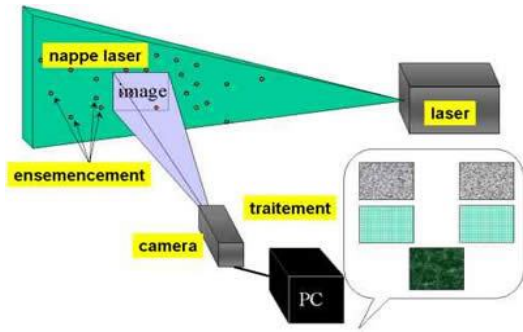


Figure 3.

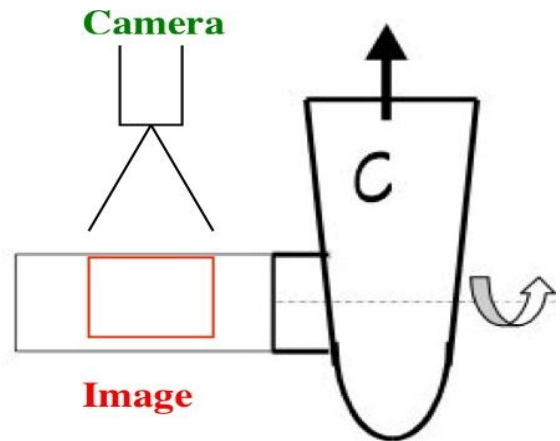


Figure 4.

**Résultats expérimentaux.** Analyse de ces champs de vitesses instantanées.

On présente sur les figures suivantes, des champs de vitesses à l'entrée du compresseur, comme indiqué sur la figure 4.

La photo de la figure 5 montre le banc d'essais du laboratoire de Saint-Cyr (LGP2ES).

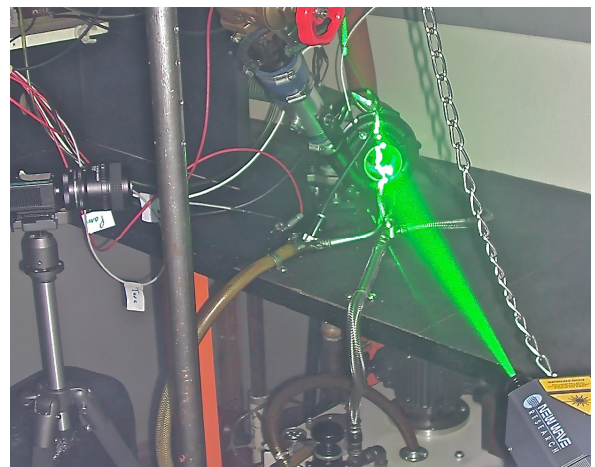


Figure 5.

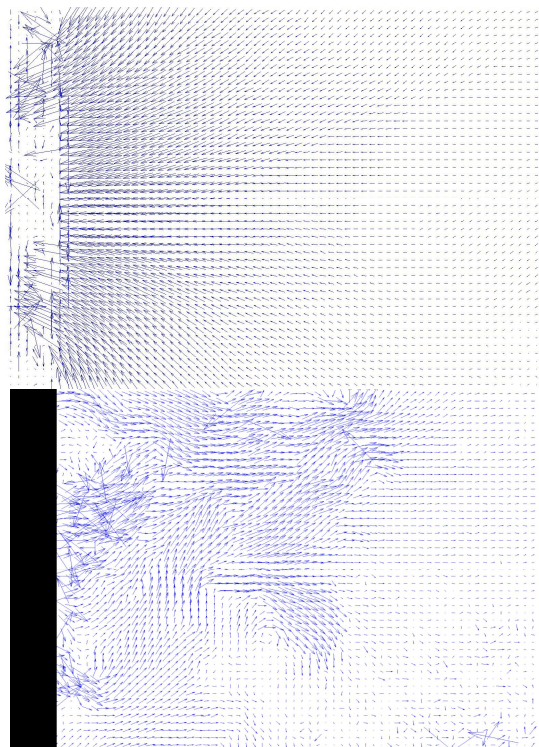


Figure 6.

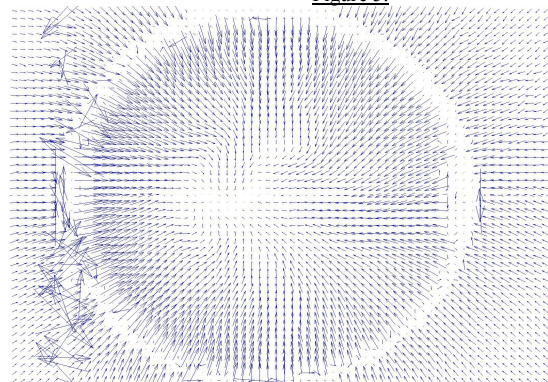
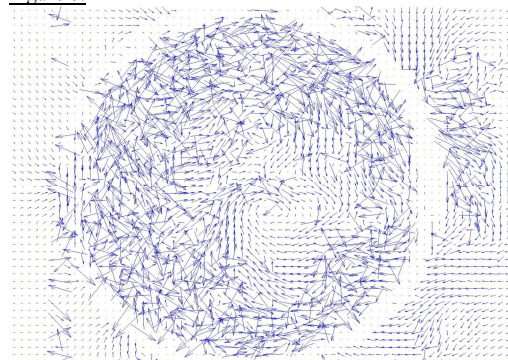


Figure 6.



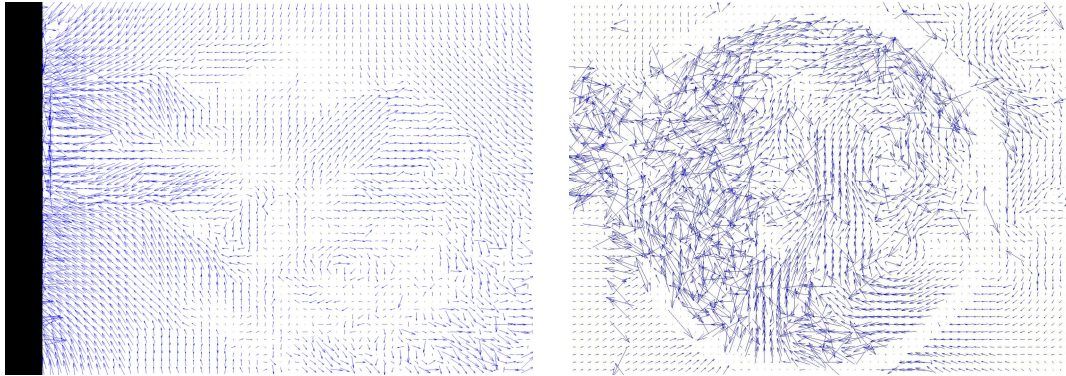


Figure 7

### 3) Conclusions et Perspectives.

La figure 6 montre les champs de vitesses axial et transversal à l'entrée du compresseur pour un point de fonctionnement « stable ». Les champs de vitesses de la figure 7, dès lors que le compresseur est dans sa zone de pompage correspondent à un régime ou le « point » de fonctionnement n'est plus un point stable mais décrit une boucle similaire à celle de la figure 2.

On distingue sur ces champs de vitesses de nombreuses structures tourbillonnaires semblant distribuées « au hasard » dans l'écoulement. Le débit est « aléatoire » : parties de l'écoulement en débit négatif, autres parties en débit positif...

L'analyse n'est pas aisée, d'autant que le compresseur fonctionnant à faible débit moyen, des recirculations entraînées en rotation par la roue affectent également cette zone d'entrée.

Ce début d'analyse permet de se faire une idée de la complexité des phénomènes à étudier et permet de comprendre pourquoi le mécanisme du pompage des

compresseurs est encore si mal connu. Les expérimentations se poursuivent, notamment en configuration compresseur suralimentant un moteur diesel, les instationnarités subissant l'influence supplémentaire de l'ouverture et de la fermeture des soupapes du moteur au refoulement du compresseur.

### 5) Bibliographie.

[1] TOUSSAINT Michel, PODEVIN Pierre : « Influence de la géométrie amont sur les caractéristiques au pompage des compresseurs centrifuges. » 8<sup>ème</sup> congrès de Mécanique 17-20 avril 2007 EL JADIDA Maroc.

[2] TOUSSAINT Michel: « La limite de pompage des compresseurs centrifuges. » 10<sup>ème</sup> congrès de Mécanique 19-22 avril 2011 OUJDA - Maroc.

[3] TOUSSAINT Michel, EL KAMEL Chiheb : « Influence of the network geometry on the surge characteristics of a centrifugal compressor. » ISROMAC 14 -The 14<sup>th</sup> International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery - Honolulu – Hawaii February-March 27-2 - 2012.

[4] EL KAMEL Chiheb : « Etude expérimentale de l'interaction moteur-compresseur pendant les phases de pompage. » Thèse de doctorat Université P et M Curie PARIS 6. Octobre 2011.



# IMPACT DES VENTS SUR L'UPWELLING AU SUD DU MAROC; APPORT DU MODELE ROMS FORCE PAR LES DONNEES ALADIN ET QUIKSCAT

ABDERRAHIM MOUJANE<sup>1,2</sup>, MOHAMED CHAGDALI<sup>2</sup>, BRUNO BLANKE<sup>3</sup>, SOUMIA MORDANE<sup>2</sup>

1. Direction de la Météorologie Nationale, Aéroport Casa-Anfa, B.P. 8106 Oasis, Casablanca, Maroc

2. Université Hassan II – Mohammedia, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Casablanca, Maroc

3. CNRS, Laboratoire de Physique des Océans, UMR 6523 CNRS-Ifremer-IRD-UBO, Brest, France

## Introduction

L'importance du forçage du vent dans la circulation océanique a été largement étudiée depuis les études d'Ekman en 1902, et le stress du vent a été reconnu comme étant le facteur producteur le plus important de l'upwelling côtier (Enriquez & Friehe 1995). Plus récemment, plusieurs études ont montré la sensibilité des courants océaniques de surface au vent à une échelle spatio-temporelle fine, dite méso-échelle (Capet *et al.* 2004), tandis que les échelles régionales dans les analyses de vent sont devenues disponibles pour mettre en évidence cette sensibilité.

Malgré des progrès sensibles ces dernières années, les connaissances sur le rôle du vent près de la côte ne semblent pas suffisamment précises, car les simulations montrent une sensibilité importante aux divers facteurs en jeu (Marchesiello *et al.* 2003). Cependant, l'utilisation de modèles atmosphériques régionaux et de la diffusiométrie de haute résolution apporte une amélioration certaine (Chao *et al.* 2002). La bande côtière jusqu'à 25 km au large est la zone la plus problématique, car la restitution des vents diffusiométriques n'y est pas opérationnelle et la paramétrisation des modèles n'est pas satisfaisante pour tenir compte des interactions terre-océan-atmosphère.

La zone sud marocaine comprise entre 20° et 32°N est une région où l'upwelling est pratiquement permanent tout au long de l'année, puisque les vents y soufflent constamment avec une composante Nord-Sud. Cette zone connaît des situations météorologiques à caractère exceptionnel, généralement difficiles à prévoir et à modéliser. Ceci explique l'intérêt d'étudier cette région et l'influence de certains paramètres atmosphériques sur le système d'upwelling du Maroc.

## Matériel et Méthode :

Les simulations interannuelles réalisées ont été forcées par les données mensuelles et journalières issues du modèle ALADIN (Aire Limitée Adaptation dynamique Développement InterNational ; Aladin International Team 1997) et du diffusiomètre SeaWinds embarqué sur le satellite QuikSCAT (NASA). Nous avons utilisé les données de méso-échelle issues de la version d'ALADIN de résolution horizontale 16 km, afin de mettre en évidence l'apport de ces données à la modélisation numérique de l'upwelling. Cet apport de la méso-échelle atmosphérique

sur la circulation d'upwelling est diagnostiqué en comparant les résultats d'une première simulation numérique ROMS forcée par des vents déduits du diffusiomètre QuikSCAT aux résultats d'une seconde simulation forcée par les données d'ALADIN (Fig. 1). Les sorties du modèle ROMS sont traitées et visualisées avec le logiciel MATLAB v. 6.0 et 7.0.

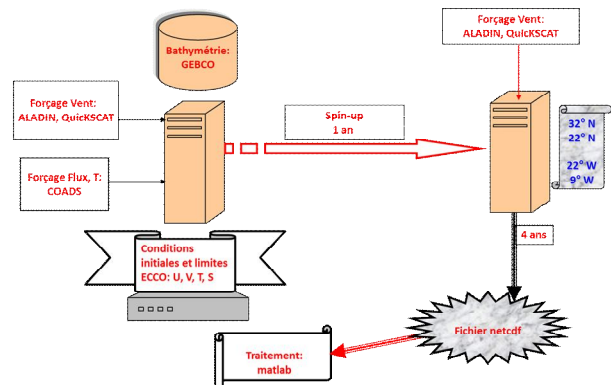


Figure 1. Organigramme d'implémentation du modèle ROMS.

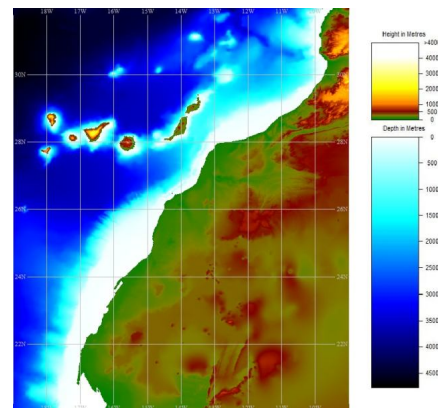


Figure 2: Bathymétrie GEBCO du Sud du Maroc.

Les simulations ROMS réalisées ont une résolution spatiale de  $8 \times 8$  km. Trente niveaux verticaux ont été choisis avec  $\theta_s = 6$  ;  $\theta_b = 0$  et une profondeur minimum de 10 m. Sur l'horizontale et la verticale, une approximation par différences finies du second ordre sur des grilles décalées est adoptée (Shchepetkin & McWilliams 2005), ([http://roms.mpl.ird.fr/user\\_manual/doc/index.html](http://roms.mpl.ird.fr/user_manual/doc/index.html)). Les simulations ont été réalisées avec une friction au fond de type linéaire.

La configuration utilisée pour les simulations a des frontières ouvertes au Nord, au Sud et à l'Ouest du domaine. Près de ces frontières, une couche éponge est définie, dans laquelle la viscosité augmente pour dissiper les énergies trop importantes. Une épaisseur de 50 km et un coefficient de friction de  $100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  dans la paramétrisation du modèle ont été choisis pour cette couche.

Le nombre de points de calcul de la grille tridimensionnelle du modèle est, dans cette configuration,  $119 \times 160 \times 30$  soit 571.200 points. La durée des simulations est de 4 ans, et la période d'archivage des sorties des résultats sur fichier est de 24 heures.

La bathymétrie (Fig. 2) est issue du produit GEBCO (*General Bathymetric Chart of the Oceans*) de résolution  $1 \times 1$  km. Elle a été lissée pour limiter les erreurs dues au



traitement du gradient de pression en coordonnées sigma (Shchepetkin & McWilliams 2003).

## Résultats

### Analyse des températures de surface

Les simulations permettent de constater une répartition des températures de surface allant des valeurs élevées au large vers des valeurs basses à la côte, mettant en évidence l'apport du forçage du vent sur l'upwelling côtier (Fig. 3, a, b et c). La distribution des températures de surface issues des diverses simulations montre relativement peu de différences : les températures côtières des simulations ROMS\_QSCAT sont relativement plus basses que celles des simulations ROMS\_ALADIN. L'origine de cette différence peut être due aux vents diffusiométriques, relativement plus forts que ceux du modèle ALADIN (Moujane *et al.* 2011).

### Analyse de l'élévation de la surface libre

La figure 4 montre les contrastes régionaux d'élévation de la surface de la mer. En particulier, le niveau de la mer à la côte est plus élevé qu'au large, ce qui s'explique par le processus d'upwelling. En effet, l'action du vent sur la surface entraîne une dérive d'Ekman vers le large et provoque la remontée d'eaux froides à la côte. Un maximum d'élévation de la surface (0,35 m) apparaît près du cap Ghir (30°37'N, 9°52'W) dans la simulation ROMS\_QSCAT et entre les îles Canaries occidentales dans les deux simulations, ce qui peut être expliqué par l'effet des îles et de l'orographie côtière sur la circulation marine de surface. Le maximum au niveau du cap Ghir n'est pas trouvé dans la simulation ALADIN, sans doute parce que l'intensité des vents ALADIN, est relativement plus faible que celle des vents QuikSCAT. En effet, après le passage des vents par les caps, ces vents accusent une expansion qui influe directement sur l'élévation de la surface de la mer. Nous constatons aussi un minimum d'élévation de la surface de la mer au sud des îles Canaries, ce qui montre l'impact de l'affaiblissement des vents loin des îles et met en évidence la signature d'un courant océanique de surface s'écoulant d'ouest en est.

### Validation des résultats

La validation des résultats du modèle a été effectuée à l'aide de la température de surface de la mer mesurée par le radiomètre AVHRR (*Advanced Very High Resolution Radiometer*) du satellite NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration). Ces observations sont des moyennes sur des périodes de 8 jours du 01/01/2003 au 31/12/2006.

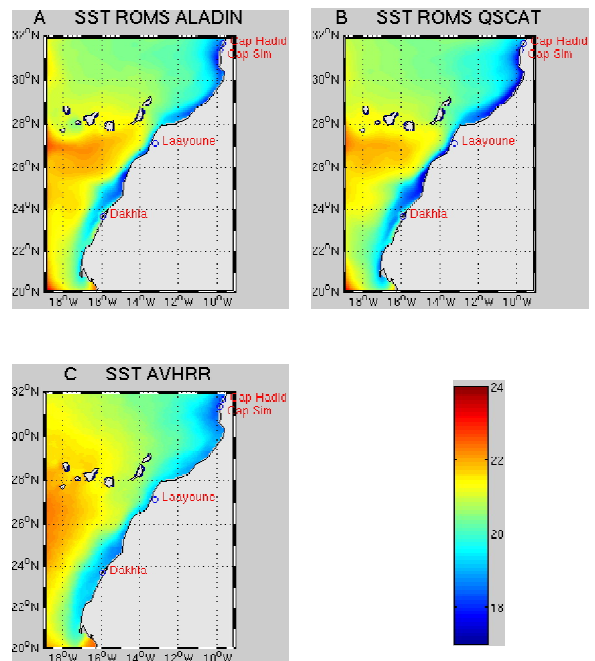


Figure 3. Températures de surface en °C de la région Sud du Maroc pour la période du 01/01/2003 au 31/12/2006.

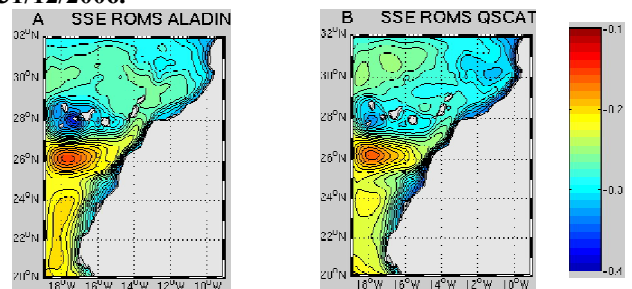


Figure 4. Élévation de la surface marine en m pour la période du 01/01/2003 au 31/12/2006.

La température moyenne simulée a été comparée avec la température observée. Les résultats de cette comparaison sont présentés dans le tableau I.

La variabilité temporelle de la température de la surface de la mer est mise en évidence par les écarts-types et les coefficients de corrélation sur la période d'étude.

Les cartes de température simulée (Fig. 3a et b) et mesurée (Fig. 3c) illustrent l'accord spatial entre les résultats et les observations satellitaires AVHRR sur l'ensemble du domaine, avec un écart-type maximal de 0,51 °C pour les mesures et de 0,47 °C à 0,52 °C pour les diverses simulations sur toute la période d'étude.

Le radiomètre AVHRR et le modèle ROMS reproduisent la même organisation générale des températures de surface, du large à la côte; en effet les températures les plus froides sont confinées à la côte mettant en évidence l'upwelling côtier. Ceci résulte de la dérive provoquée par l'effet du forçage du vent côtier sur les eaux superficielles côtières où les eaux sont peu profondes et la dynamique locale domine.

Forçage	Moyenne En °C	Ecart type en °C	Coefficient de corrélation
ALADIN	20.47	0.47	0.88
QuikSCAT	20.23	0.52	0.91
AVHRR	20.40	0.51	

**Tableau I : Représentation des paramètres statistiques concernant la température moyenne de surface.**

Le minimum d'upwelling, dont le gradient zonal est de l'ordre de 0,5 °C sur 50 km (Fig. 3), est bien localisé au nord de Dakhla (INRH 2002), ce qui représente un résultat réaliste enregistré au cours de cette analyse (Berraho *et al.* 2004). Le maximum de décollement de l'upwelling de gradient zonal d'environ 1°C sur 50 km se manifeste près du cap Hadid (31°41'N, 9°41'W).

L'analyse des coefficients de corrélation calculés pour les simulations réalisées avec des forçages journaliers, a mis en évidence l'effet de la résolution temporelle sur l'accord des températures simulées et celles observées.

La forte corrélation avec les données observées pour les deux simulations journalières réalisées, notamment avec le forçage ALADIN, met en relief l'impact de la résolution temporelle du vent et par conséquent l'effet de ce paramètre sur l'upwelling. Un bon accord est trouvé dans la partie nord car la physique de cette zone est dominée par le mélange vertical de la colonne d'eau forcé directement par le vent. En effet, la surface marine se réchauffe sous l'effet du rayonnement solaire, et un gradient vertical thermique s'établit. En générant du mélange vertical turbulent, l'action du vent est de nature à travailler contre ce gradient. L'instabilité verticale qui en résulte aboutit à une homogénéisation verticale de la couche de mélange, avant retour à une stratification stable.

#### **Discussion et conclusion**

Les vents atmosphériques le long de la côte sud marocaine sont sensiblement perturbés par l'orographie côtière, la géométrie du littoral, et les conditions atmosphériques synoptiques. La validation des résultats du modèle océanique indique un upwelling classique plus fort avec la modélisation ROMS\_QSCAT, probablement lié à la surestimation des vents côtiers par les données QuikSCAT (Bentamy *et al.* 2003). Les vents modélisés avec ALADIN, plus faibles d'environ 2 m.s<sup>-1</sup>, semblent corriger au moins partiellement l'erreur de température de surface du modèle (trop froide) obtenue avec les vents QuikSCAT.

Dans la zone côtière, la majorité des températures froides associées à l'upwelling sont reproduites par les deux simulations (forçage ALADIN et forçage QuikSCAT). L'utilisation d'ALADIN semble améliorer les corrélations pour l'upwelling à la côte nord (corrélations de 60 à 70%), alors que les corrélations avec les observations obtenues pour la simulation forcée par QuikSCAT ne sont que de 30 à 40%. Mais c'est sur la côte sud que les différences de forçage entraînent les différences les plus remarquables. Cette amélioration est considérable surtout avec le forçage journalier pour lequel la résolution temporelle sur le vent apporte un effet marquant sur la température de surface de

la mer à la côte. Cet effet exprime l'apport du forçage journalier par rapport au forçage mensuel. Le vent côtier extrapolé dans le produit QuikSCAT est trop fort, et entraîne un upwelling soutenu sur toute la côte et des températures trop froides.

L'utilisation parallèle des données de vent QuikSCAT et ALADIN a permis d'améliorer notre connaissance de la dynamique d'upwelling sur la côte du sud du Maroc, grâce à la mise en œuvre de simulations numériques régionales océaniques. Dans la zone côtière, la majorité des températures froides observées en situation d'upwelling est reproduite par les deux simulations. Deux résultats importants se dégagent de notre travail : un upwelling remarquable sur toute la côte d'une part, et une circulation vers le Nord liée au rotationnel du vent (constaté notamment entre Cap Boujdor et Dakhla) d'autre part. Les simulations utilisant les forçages atmosphériques résolvant la méso échelle (ALADIN) montrent que l'upwelling est mieux quantifié. Un upwelling classique trop important est en effet obtenu à la côte avec la modélisation utilisant les vents QuikSCAT. Notre étude montre que ce biais peut être corrigé par l'apport des données de vent à fine échelle spatio-temporelle déduites de la modélisation ALADIN.

#### **Références**

- Bentamy A., Katsaros K.B., Mestas-Nuñez A.M., Drennan W.M., Forde E.B. & Roquet H. 2003.** Satellite estimates of wind speed and latent heat flux over the global oceans. *J. Climate*, 16, 637-656.
- Berraho A., Ettahiri O., Letourneur Y., Orbi A. & Yahyaoui A. 2004.** Importance des paramètres hydrologiques dans la distribution des œufs et des larves des petits pélagiques du sud de l'Atlantique marocain, INIST-CNRS, Cote INIST : 18325, 35400012488616.0030.
- Capet X.J, Marchesiello P. & McWilliams J.C. 2004.** Upwelling response to coastal wind profiles. *Geophysical Research Letters*, Vol 31, n° 13, L13311.
- Enriquez A.G & Friehe C.A. 1995.** Effects of wind stress and wind stress curl variability on coastal upwelling. *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 25, n° 7, pp 1651-1671.
- INRH, 2002 :** Les Ressources halieutiques marocaines: Situation et Niveaux d'Exploitation. 167 p. Doc. Tech. INRH.
- Marchesiello P., J.C. McWilliams, and A. Shchepetkin, 2003:** Equilibrium structure and dynamics of the California Current System. *Journal of Physical Oceanography*, 33, 753-783.
- Moujane A, Bentamy A, Chagdali M, Mordane S. 2011:** Analysis of high spatial and temporal surface winds from Aladin model and from remotely sensed data over the Canarian upwelling region. Accepté le 11 mars 2011, mis en ligne le 30 mai 2011 © *Revue Télédétection*, 2011, vol. 10, n° 1, p. 11-22.
- Shchepetkin, A. F. & McWilliams J. C. 2003:** A method for computing horizontal pressure-gradient force in an oceanic model with a nonaligned vertical coordinate, *J. Geophys. Res.*, 108 (C3), 3090, doi: 10.1029/2001JC001047.
- Shchepetkin, A.F., McWilliams J.C., 2005:** The regional oceanic modeling system (ROMS): A split-explicit, free-surface, topography following- coordinate oceanic model, *Ocean Modelling.*, 9, 347-404.

# MODELISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'ANEVRISME ET SON COUPLAGE AVEC LE BATTEMENT DE CŒUR.

HAMADICHE MAHMOUD

Laboratoire de mécanique des fluides et d'acoustique  
École Centrale de Lyon/Université de Lyon1  
36 av. Guy de Collongue, 69134 Ecully, France

## Introduction

L'anévrisme est une dilatation anormale de la paroi des vaisseaux sanguins due à l'affaiblissement de leurs parois. Elle apparaît sous la forme d'une poche de taille variable. L'anévrisme peut se trouver dans tous les vaisseaux de corps des vivants en particulier dans des organes vitaux comme le cerveau, l'aorte et cœur. Une pathologie essentielle liée à l'anévrisme est sa rupture qui conduit à une hémorragie interne et à une compression des organes adjacents ce qui est particulièrement dangereux dans le cas d'un anévrisme cérébral. Dans ce travail, on propose un modèle mathématique traduisant le couplage entre l'écoulement sanguin à l'intérieur des artères et la paroi de l'anévrisme. Afin de tenir compte des grandes déformations, les équations de mouvement de la paroi de l'anévrisme sont formulées en utilisant la description lagrangienne [5], tandis que les équations de mouvement de fluide sont formulées en utilisant la description eulérienne de mouvement. La stabilité des écoulements dans les artères et les veines sont traités dans [1]-[4]. Il est montré dans ces travaux que les écoulements dans des tubes viscoélastiques sont instables à très bas nombre de Reynolds et que cette instabilité est de nature absolue. Cependant, ces études souffrent d'une limitation importante dans la mesure où les grands déplacements sont interdits dans le cadre de ces modèles, or le déplacement de la paroi de l'anévrisme entre sûrement dans le domaine de grande déformation car les parois des artères sont très affaiblies en sa présence. Dans ce travail nous avons traité seulement la version linéaire du modèle dans l'objectif de vérifier son aptitude à représenter correctement la dynamique du système.

## Formulation de problème, description cinématique.

L'artère est considérée comme un cylindre dans son état de référence (état no-déformé). L'anévrisme est supposée axis-symétrique et se développe dans le domaine ( $0 < z < L$ ), ( $r_i < r < r_o$ ) où  $z$  et  $r$  sont les variables lagrangiennes en coordonnées cylindrique  $R=(o, r, \theta, z)$ . Les variables  $r$ ,  $\theta$  et  $z$  sont les variables de Lagrange décrivant l'état de référence qui est ici l'état d'une artère saine. Soit  $\mathbf{u}$  le vecteur indiquant le déplacement des particules de la paroi à partir de leur état de référence,  $\mathbf{x}$  est le vecteur décrivant la position de ces particules, on a

$$\mathbf{x} = (r+u_r(z,t), \theta, z+u_z(z,t)).$$

Dans l'équation précédente le déplacement est supposé axis-symétrique et ne dépend que de la distance axiale  $z$  et de temps  $t$ . Il est bien connu que le tenseur des déformations est donné par l'équation suivante

$$\mathbf{X} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad ; \quad \mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad ; \quad \mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{a}} \mathbf{x}$$

Où l'indice sous le signe de gradient indique une dérivation par rapport aux variables de Lagrange. Après un peu de calcul algébrique, on trouve que le tenseur des déformations est

$$\mathbf{X} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ 0 & (1 + \frac{u_r}{r})^2 - 1 & 0 \\ \frac{\partial u_r}{\partial z} & 0 & (\frac{\partial u_r}{\partial z})^2 + (1 + \frac{\partial u_z}{\partial z})^2 - 1 \end{pmatrix}$$

## Équations de base

L'équation de continuité pour des milieux incompressibles en formulation lagrangienne est  $\text{Det}(\mathbf{F}) = 1$ , ce qui conduit à l'équation suivante

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} \left(1 + \frac{u_r}{r}\right) + \frac{u_r}{r} = 0$$

Afin de trouver l'équation de quantité de mouvement, on fait un bilan des forces sur l'élément de tube entre  $z$  et  $z + dz$  ce qui conduit à l'équation suivante

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = -\frac{\hat{\sigma}}{r_m} \mathbf{e}_r + \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial z} \mathbf{e}_z + \frac{1}{r_m} \frac{1}{1-r} \hat{\sigma}_e \mathbf{e}_r - \frac{1}{r_m} \frac{r}{1-r} \hat{\sigma}_i \mathbf{e}_r$$

Dans cette équation " $\hat{\sigma}$ " est le premier tenseur de Piola-Kirchhoff, l'indice  $e$  et  $i$  dans " $\hat{\sigma}$ " indiquent qu'ils sont pris à la frontière extérieure et intérieure de la paroi de l'anévrisme, respectivement, dans le domaine de référence. Afin d'écrire une loi de comportement on doit établir une relation entre le tenseur des déformations d'une part et le tenseur des contraintes d'autre part. Le tenseur des déformations  $\mathbf{X}$  est un tenseur lagrangien par nature tandis que le premier tenseur de Piola-Kirchhoff qui apparaît dans l'équation précédente est eulérien-lagrangien, or la loi de comportement doit relier deux tenseurs de même nature, c'est à dire la relation cherchée doit être entre le second tenseur de Piola-Kirchhoff qui est un tenseur lagrangien et le tenseur des déformations qui lui aussi un tenseur lagrangien. D'où, dans la limite de l'élasticité linéaire, on cherche une relation linéaire entre " $\hat{\sigma}$ " et  $\mathbf{X}$

$$\hat{\sigma} = \mathbf{F} \hat{\hat{\sigma}} \quad ; \quad \hat{\hat{\sigma}} = -P \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{X}$$

Où  $P$  est la pression à l'intérieur de la paroi,  $\mu$  est le coefficient d'élasticité de Lamé. Avec cette loi, l'équation de quantité de mouvement est fermée. Les conditions aux limites associées à ces équations sont

$$\hat{\sigma}_i = \sigma_F \mathbf{G}^T = -P_i \mathbf{G}^T$$

Où  $\mathbf{G} = \mathbf{F}^1$ ,  $P_i$  est la pression du fluide à la surface de contact fluide/solide,  $\sigma_F$  est le tenseur des contraintes dans le fluide. Un bilan de masse à l'intérieur du tube conduit à

l'équation intégrale suivante pour la vitesse à l'intérieur du fluide

$$v(z,t) = \frac{v_0(t)}{[r_i + U(z,t)]^2} - \frac{2}{[r_i + U(z,t)]^2} \int_0^z [r_i + U(z,t)] \frac{\partial U(z,t)}{\partial t} \cdot ndz$$

dans cette équation U est le déplacement radial de la paroi,  $U = u_r$ , et  $\mathbf{U} = \mathbf{u}$  est le vecteur de déplacement à l'interface intérieur de la paroi de l'anévrisme. La pression à l'intérieur du tube peut être calculée en utilisant l'équation d'Euler pour un écoulement unidimensionnel, c'est à dire

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} + v(z,t) \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial z}$$

**Version linéaire des équations de base.**

En négligeant tous les termes non-linéaires dans les équations régissant le mouvement de la paroi et en supposant que la vitesse de fluide est composée d'une vitesse de base périodique et d'une petite perturbation et après avoir négligé les termes quadratiques dans les équations de fluide aussi, on obtient les équations linéaires suivantes :

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \left[ \mu \left( 2 + \frac{r_0}{r_m} \right) + \frac{r_0 r [F(t)z + B(t)] - P_e}{r_m (1-r)} \right] \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \rho r_0 r_m \frac{\partial^4 u_z}{\partial t^2 \partial z^2} - \mu r_m r_0 \frac{\partial^4 u_z}{\partial z^4} - \frac{2r_0 r \rho}{r_i (1-r)} \left\{ \left( \frac{\partial}{\partial t} + v_0(t) \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u_z(z,t) + F(t) \right\}$$

Dans cette équation, on  $r_i$  est le rayon intérieure de l'artère dans son état de référence,  $r_e$  est le rayon extérieur de l'artère dans son état de référence,  $r_m = r_0 = (r_i + r_e)/2$ ,  $r = r_i/r_e$ . Les deux fonctions arbitraires de temps  $F(t)$  et  $B(t)$  sont données par les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie de l'artère,  $v_0(t)$  est la vitesse de base à l'instant  $t$ .

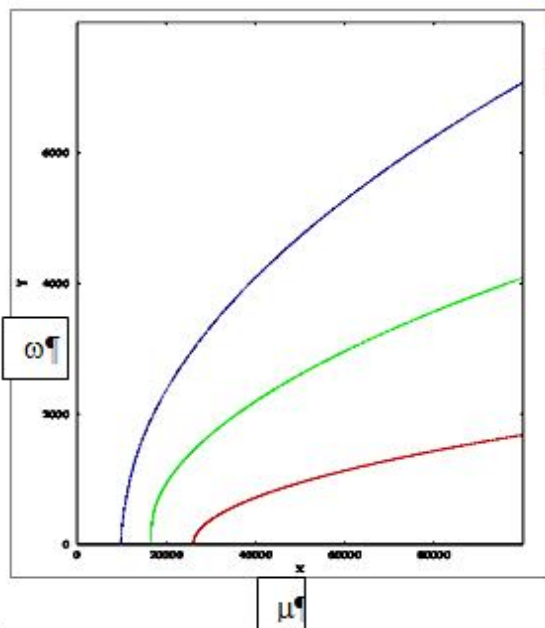


Figure 1. Les trois premières fréquences versus lamé coefficient

L'équation linéaire précédente est à coefficient périodique en  $t$ , Le théorème de Floquet est utilisé pour trouver ses valeurs propres. Dans cet objectif on remplace  $v_0(t)$  par  $v_0$  et on cherche une solution de la forme  $u(z,t) = \eta(z)e^{i\omega t}$ ,  $\omega$  est l'exposant de Floquet. Les valeurs propres sont trouvées bien entendu pour l'opérateur homogène, c'est à dire  $F(t) = 0$ . L'équation différentielle d'ordre quatre obtenue en  $\eta(z)$  est résolue par la méthode de Range-Kutta d'ordre 4, une procédure itératif basé sur la méthode de tir est utilisé pour trouver  $\omega$ . La méthode de continuation est utilisée pour trouver  $\omega$  fonction de  $\mu$ .

**Résultat**

La figure 1 montre les trois premières fréquences de l'anévrisme en fonction de coefficient d'élasticité, dans l'ordre, rouge, bleu et vert. On constate que pour des valeurs faibles de coefficient d'élasticité les fréquences propres tendent vers zéro lorsque le coefficient d'élasticité tende vers une valeur critique. Sachant que la fréquence de cœur est dans l'intervalle (1Hz, 2Hz), on constate que les structures de l'anévrisme entre en résonance avec le battement de cœur lorsque elles sont affaiblies ce qui conduit probablement à leurs rupture.

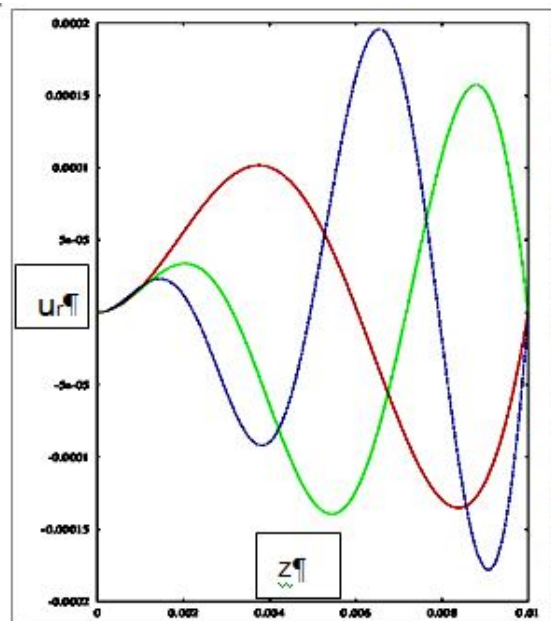
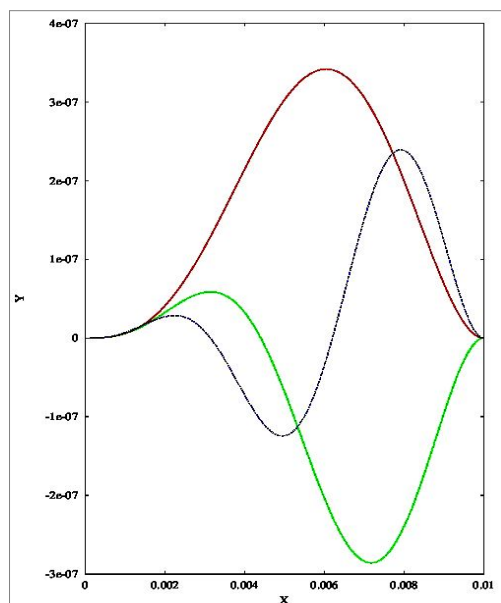


Figure 2. Le Déplacement radial de la paroi de l'anévrisme versus la distance

Les figures 2, 3 montre les parties réels des déplacements axiale et radiale de la paroi pour les trois valeurs propres mentionnées dans la figures 1. On constate que le déplacement axial est très faible par rapport au déplacement radial. Ce constat peut être le point de départ d'une approximation permettant de négliger les termes quadratiques en déplacement axial .

[4] M. Hamadiche, and M. Gad-el-Hak, Temporal Stability of Flow through Viscoelastic Tubes. *Journal of Fluids and Structures*, **16**, 2002, No 3, 331—359.

[5] G. Duvaut, *Mécanique des milieux continus*, 1998 Dunod, Paris.



**Figure 3.** *Le déplacement axial versus la distance axiale*

## Conclusion

Dans ce travail nous avons développé un modèle non-linéaire afin de décrire la dynamique de l'anévrisme et son interaction couplée avec l'écoulement sanguin dans les artères. Afin d'examiner la validité du modèle nous avons examiné une version linéarisée de ce modèle non-linéaire. La version linéaire du modèle conduit à un problème à valeurs propres. Une méthode numérique est développée afin de trouver les valeurs propres de modèle linéaire. Les valeurs propres (les fréquences) sont tracées comme fonction de coefficients d'élasticité. Les résultats obtenus montrent que l'anévrisme entre en résonance avec le battement de cœur lorsque les structures de sa paroi sont fragilisées. Dans la suite il nous paraît important de faire les études numériques des équations non-linéaires afin de comprendre la dynamique non linéaire de l'anévrisme. Le modèle développé ici possède un grand potentiel dans la mesure où son extension à des parois viscoélastique où le déplacement peut dépendre de la distance radiale ne présente pas de grandes difficultés.

## Reference

- [1] Hamadiche, M. A nonlinear steady solution of flow-wall nonlinear interaction in an aneurysm's similar structure. 9<sup>th</sup> European Fluid Mechanics Conference, Rome, 9-13 September 2012.
- [2] M. Hamadiche, N. Kizilova, and M. Gad-el-Hak, Suppression of Absolute Instabilities in the Flow Inside a Compliant Tube, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, **25**, 2009 505--531
- [3] M. Hamadiche, and M. Gad-el-Hak, Spatiotemporal Stability of Flow through Collapsible, viscoelastic tubes. *AIAA journal*, **42**, 2004, No. 4, 772--786.



# EXPERIMENTAL DETERMINATION OF WALL PARAMETERS OF FULLY DEVELOPED FLOW IN AN OPEN CHANNEL WITH A SHARP TRANSVERSE BOTTOM ROUGHNESS

SAHBI ZAOUALI<sup>1</sup>, AMEL SOUALMIA<sup>2</sup>, LUCIEN MASBERNAT<sup>3</sup>, CHOUAIB LABIOD<sup>4</sup>

<sup>1</sup> LMHE, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, BP 37 Le Belvédère, 1002 Tunis, Tunisie. Institut Supérieur des sciences et de technologie de l'énergie – Gafsa.

[sahbi.zaouali@enit.rnu.tn](mailto:sahbi.zaouali@enit.rnu.tn)

<sup>2</sup> Laboratoire Science et Technique de l'eau de l'INAT, 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie.

[Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn](mailto:Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn)

<sup>3</sup> Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, Allée du Prof. Camille Soula 31400, Toulouse, France.

<sup>4</sup> Université de Jijel, BP 98, 1800 Jijel, Algérie.

**Abstract:** We present experimental analysis on the structure of the fully developed flow in a straight, rectangular open channel with a sharp transverse variation of the bottom roughness. The contrast of roughness is created by parallelepiped barrettes glued with regular spaces in the central zone of the bed wall, the other parts of the bottom being smooth. Using a laser Doppler anemometer, we obtained a detailed description of the Reynolds tensor and mean velocity fields, including the secondary flows structure, which affect the parietal shear stress distribution. Such a refined definition of the flow is necessary in the determination of the wall parameters such as the roughness function, the origin of the logarithmic law and the friction velocity.

**Keywords:** Straight open channels, rib rough bed, Secondary flow, friction velocity, logarithmic law.

## 1. INTRODUCTION

In hydraulic engineering, nearly all practical flows are considered hydraulically rough. Historically, in experiments the most obvious form of roughness was created by grain irregularities at the wall and Nikuradse's sand roughness is used to classify the roughness type. Furthermore, as proved by many experimental works [1], [2], [3], [4], the presence of a transversal heterogeneity on the bottom roughness yields to multicellular secondary flows which alter significantly the transverse distribution of the bottom shear stress,  $\tau_b$ , (via lateral gradients), mean velocity, as well as the vertical evolution of the Reynolds tensor components. Morgan & al. (2008) illustrated also through some exemplary numerical studies, that for a given boundary surface, the energy losses leading to flow resistance arise not only from the local geometrical conditions but may be affected also by the nature of the turbulence and fluid properties.

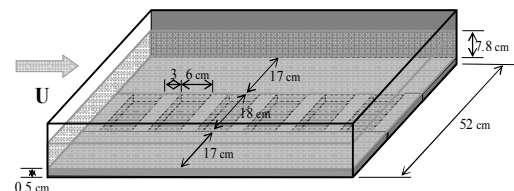
On the other hand, the presence of roughness improves the problem of the shift in the velocity profile in semi log plot.

According to Nezu & Nakagawa [2], there is no theoretical method to find the virtual origin for any roughness type; thus several procedures were proposed to locate the virtual origin over the channel bed. We note that despite all these findings, velocity profile for rough boundary flows is not completely defined, because the relation between the roughness geometry and the roughness function is full of controversy.

In fact, in this paper we elaborate, for a free surface flows above non-homogeneous rough bottom, a consistent and coherent method, which takes into account the hydrodynamic effects, to determine the transverse evolutions of the roughness function, the origin of the logarithmic law and the friction velocity, that scale the wall laws of the mean velocity.

## 2. EXPERIMENTAL EQUIPMENT

The experiments were conducted in a recirculating flume at the "Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse" (IMFT). The open channel is 0.52 m wide, 0.2 m deep and 13.5 m long, with walls made of steel. The bed slope was adjusted to 0.2% and kept constant during all the experiments. In the following,  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are the longitudinal, transverse and nearly vertical coordinates, respectively. Rectangular PVC plates, 5 mm thick and 3 cm wide, create the bed roughness, as shown in Fig.1. In this paper, we present results of two experiments, referred as Run Za and Run La II. The flow rates were  $Q=22$  l/s for Run Za and  $Q=11$  l/s for Run La II. The measurement section S1 is situated 9.5m downstream from the entrance, where the flow was fully developed and uniform. For the experiment (Run La II) which is first leaded [5], a one component laser Doppler anemometer (LDA-1D) is used. For the experiment (Run Za), which comes later [6], a two component laser Doppler anemometer (LDA-2D) is used.



**Fig. 1:** Roughness configuration in experiment Run Za.

For the experiment Run Za, we measured in the half section of the channel the mean longitudinal and vertical velocity  $U$  and  $W$  and the turbulent shear stress  $-\overline{uw}$ , following 25 transverse verticals. For the experiment Run La II, the measurements were made for only 12 transverse verticals. Detailed information on experimental techniques could be found in [5], [6] and [7]. The main characteristics of the flows in Run Za and Run La II are listed in Tab.1.

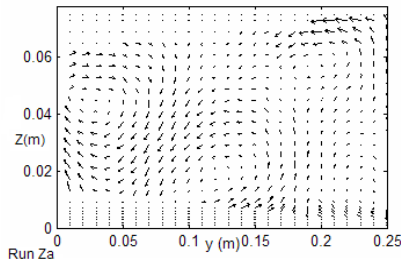
**Tab.1:** Main characteristics of experiments Run Za and Run La II

	$h$ (m)	$B$ (m)	Bed Slope $I$	$U_m$ (m/s)	$F_r$	$R_e$
Run Za	0.078	0.52	0.002	0.542	0.617	$1.29 \times 10^5$
Run La II	0.050	0.52	0.002	0.423	0.600	$7.11 \times 10^4$



**3. FIELD OF VELOCITY AND DETERMINATION OF  $u^*$ ,  $z_0$  AND  $C$**

The transverse distribution of turbulent shear stress  $-\overline{uw}$  in fig.3, shows that the bed shear stress is approximately three times higher in the centre of the channel than above the smooth zone, and consequently the flow is slower in the central zone of the channel. The transverse gradient of turbulence intensity gives rise to secondary flows, and the non-linear vertical evolution of the shear stress profiles in the sections,  $y=4\text{cm}$  to  $y=9\text{cm}$  (see fig.3) is a significant signature of their presence. In fact in fig.2 we plot the secondary flows field. An organization in three cells is observed: the principal vortex, induced by the contrast of roughness, extends on the major part of the section. Near the bottom, it's oriented from the rough zone towards the smooth zone; in the zone  $0.16 < y < 0.2$ , it joins on the corner surface cell that ascends along the side wall ( $y=0.26$ ) and then turns parallel to the free surface. In the centre of the channel, we note the presence of a contrarotating cell, ascending along the axis ( $y=0$ ).



**Fig. 2:** Secondary flow structure in a half section of the channel

The velocity logarithmic law in the wall region for smooth, fully rough or intermediate regime may be expressed, in Reynolds number formulation, as:

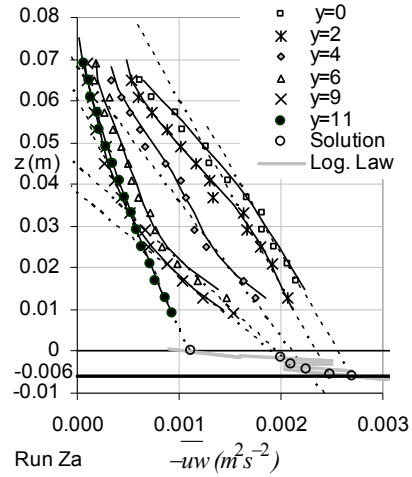
$$U^+ = U/u^* = \kappa^{-1} \ln(Z^+) + C(K_S^+) \quad (1)$$

$$\text{with } Z^+ = u^*Z/\nu \text{ and } Z = z + z_0 \quad (2)$$

$u^*$  Is the friction velocity,  $K_S^+ = u^*K_S/\nu$  is the roughness number associated to a roughness characteristic scale  $K_S$ . The shift,  $z_0$ , of the logarithmic law origin is defined with respect to the roughness top, with the convention  $z_0 > 0$  if the origin of  $Z$  is below and  $z_0 < 0$  otherwise. The Von Karman constant  $\kappa$  was taken here equal to 0.41.

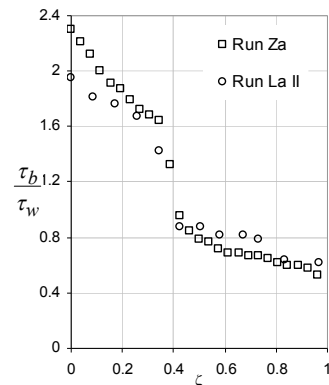
We determined  $u^*$ ,  $z_0$  and  $C$  from the logarithmic law (Equ. 1) and from the linear extrapolation of shear stress profiles till the logarithmic law origin  $z = -z_0$ , as shown by the dotted line in Fig.3

The analysis of  $U$  profiles by a linear regression of the relation  $U \rightarrow \kappa^{-1}u^* \ln(z + z_0)$  permitted to determine a large range of pairs  $(u^*, z_0)$  that verify the logarithmic law slope with a correlation coefficient  $R^2 > 0.99$ ; the grey line curve in fig.3 represent these relations. In the same figure, the dotted line curve represents the relations between  $u^*$  and  $z_0$ , these were obtained from the linear extrapolation of the shear stress (see fig.3 ( $0 < y < 9$ )); their intersection defines the pairs  $(u^*, z_0)$  in each section and also the value of  $C$  (as indicated in fig.4, 5, 6).



**Fig. 3:** Turbulent shear stress above the rough and the smooth bottom and Determination of the wall parameters ( $u^*$ ,  $z_0$ )

We may note, in Fig.3, that the linear extrapolation was achieved from the bottom to almost the free surface in the vertical  $y=4\text{cm}$ . On the other hand, in the sections  $y=6$  and  $y=9$ , where the influence of secondary flows is obvious, the linear extrapolation was limited to the wall zone, in the inferior third of depth flow. The choice of the extrapolation leads to various pairs  $(u^*, z_0)$ , and so constitute the delicate point of this method. In spite of this uncertainty, the error on the determination of the friction velocity does not exceed 13 % in the most sensitive zone  $8 < y < 10$ . This method was adapted, in Run Za, to give the values of the wall parameters,  $u^*$ ,  $z_0$  and  $C$  at the sections  $0 < y < 12$ . However, we note that a refined definition of the flow allowed us to characterize the wall laws above the smooth and rough bottom, and to determine the values of  $u^*$ ,  $z_0$  and  $C$  in the other measurement sections ( $y > 12$ ) from the logarithmic law, and the values of  $\overline{u^2}/u^{*2}$  in the near wall region.



**Fig. 4:** Distribution of the bottom shear stress

In figs. 4 to 6, the transverse profiles of the bottom wall parameters for Run Za and Run La II are plotted in non-dimensional form. In these figures,  $\zeta = y/B$  is the lateral coordinate normalized by the half channel width. In fig.4, for the two experiments, the bottom shear stress,  $\tau_b = \rho u^{*2}$  (normalized by the averaged shear stress), decreases continuously from the centre of the channel to the

lateral wall with a sharp diminution between the sections  $y=9$  and  $y=12$ cm, that is to say in the interval  $0.35 \leq \zeta \leq 0.43$ . In fig.5 for the two experiments, the increase of the roughness function  $C$  is of course correlated to the evolution of the bottom shear stress. The values of  $C$  above the rough bottom,  $0 \leq y \leq 9$ cm, correspond to a fully rough regime for which an universal relation between  $C$  and  $K_S^+$  is generally accepted and may be expressed as:

$$C = 8.5 - \kappa^{-1} \ln(K_S^+) \quad (3)$$

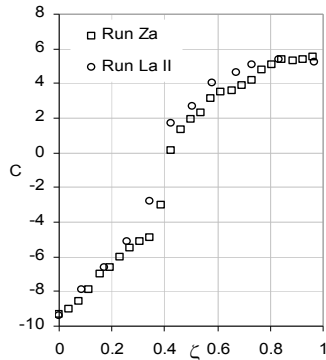


Fig. 5: Distribution of the roughness function C

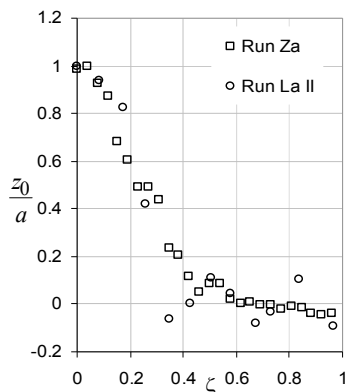


Fig. 6: Transverse profile of the dimensionless shift of the logarithmic law origin

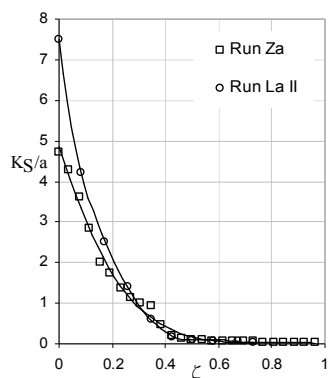


Fig. 7: Transverse profile of the dimensionless roughness for Run Za and La II

On fig.5 we note also that the roughness function  $C$  is the same for both experiments. Considering the relation (3), we expect that the evolutions of  $K_S^+$  still identical while in fig.7, where presented the transverse evolutions of the roughness  $K_S$  normalized by the height  $a$  of the roughness elements, shows a sensitive variation of  $K_S$ , above the

rough zone. This behaviour is controlled by the differences observed on the profiles of the bottom friction (fig.4). The distributions of  $K_S/a$  show also that the roughness is not only a geometrical characteristic of the wall but it expresses also effects of hydrodynamics interactions due in particular to secondary flows.

The same comment applies to the transverse distribution of the dimensionless shift  $z_0/a$  for Run Za and Run La II, presented in fig.6. We also note on this figure that in both experiments, the origin of the logarithmic law corresponds to the bottom of roughness, in the axis of the channel ( $\zeta = 0$ ), and to their top above the smooth zone.

#### 4. CONCLUSIONS

An inhomogeneous distribution of turbulent properties in the cross-stream section of a free surface flow has been generated by roughness contrast induced on the wall bottom. The mean velocity and turbulent stresses measurements are carried out by using the Laser Doppler Anemometry. This technique allowed us to constitute a complete data base on the flow structure with a coherent determination of the wall parameters. The experimental measurements show that:

- The roughness contrast used, affects the standard behaviour of velocity and turbulent shear stress in the cross-stream section and contributes to strengthening secondary flows. This compartment is clearly observed above the roughness zone and accentuated at change roughness zone.
- In presence of a roughness contrast that can generate an important transport of momentum by secondary flows, the turbulent shear stress profiles are essential to choose the optimal position of the shift of the logarithmic law origin and the corresponding friction velocity.
- The dimensionless equivalent sand roughness and shift of the logarithmic law origin are not only a geometrical characteristic of the wall, but they express also effects of hydrodynamics interactions induced by the roughness contrast, and the accompanied secondary flows.

#### REFERENCES

- [1] Nezu I. and Rodi W. *Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1986.
- [2] Nezu I. and Nakagawa H. *Turbulence in open channel flow*. IAHR-monograph, Balkema, 1993.
- [3] Albayrak, I. and Lemmin, U. *Secondary Currents and Corresponding Surface Velocity Patterns in a Turbulent Open-Channel Flow over a Rough Bed*. Journal of Hydraulic Engineering, 137(11), 2011.
- [4] Rodriguez J. F. and Garcia M. F. *Laboratory measurements of 3-D flow patterns and turbulence in straight open channel with rough bed*. Journal of Hydraulic Research, Vol. 46, No. 4, 2008.
- [5] Labiod C. *Écoulement à surface libre sur fond de rugosité inhomogène*. PhD Thesis, INPToulouse, 2005.
- [6] Zaouali S. *Structure et modélisation d'écoulements à surface libre dans des canaux de rugosité inhomogène*. PhD Thesis, I.N.P.Toulouse/E.N.I.Tunis, 2008.
- [7] Soualmia A. *Structure et modélisation de systèmes de fluides industriels et environnementaux*, Habilitation Universitaire, E.N.I.Tunis, 2008.

# ETUDE NUMERIQUE DE L'EFFET DE L'ÉCOULEMENT D'AIR ET DU CHAUFFAGE SUR LA DISPERSION DES POLLUANTS DANS UN LOCAL VENTILÉ

S. OTMANI (1), S. EL HAMDANI (1), A. BENDOU (1)

Laboratoire de mécanique, procédés, de l'énergie et de l'environnement. ENSA Agadir.

[otmanisamira@hotmail.fr](mailto:otmanisamira@hotmail.fr)

[otmanisamira@hotmail.fr](mailto:otmanisamira@hotmail.fr)

Tel : 06.18.72.44.33

## 1-Introduction :

Le développement industriel s'accompagne d'une détérioration notable de l'environnement qui ne cesse de se polluer. En plus de la pollution solide et liquide, la pollution de l'air préoccupe de plus en plus les citoyens. En effet les personnes passent plus de 80% de leur vie dans des espaces clos que ce soit dans leur lieu de travail, leur moyen de transport ou leur domicile. Il est donc primordial d'améliorer la qualité de l'air dans ces ambiances[1-10].

Le but de notre travail est d'étudier principalement l'effet de la ventilation et de la température sur la qualité de l'air dans une chambre de  $30\text{ m}^3$ .

## 2-Matériel et méthodes :

### 2-1 Configuration géométrique

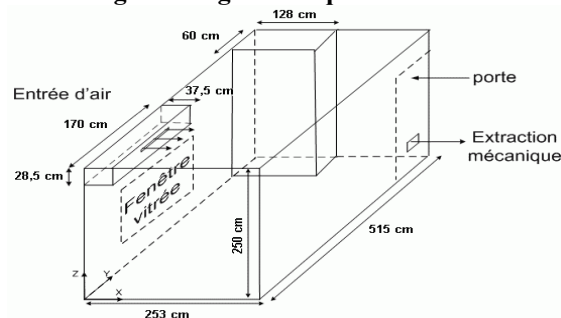


Figure 1 : Géométrie de la chambre

Cette pièce est ventilée mécaniquement par deux bouches de ventilation qui sont présentées ci-dessous :

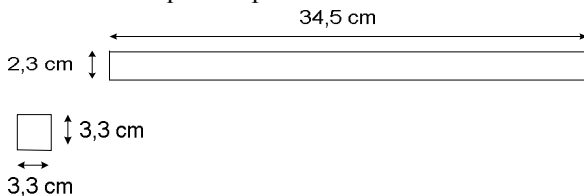


Figure 2 : Dimensions des bouches de ventilation

### 2-2. méthode de résolution :

La simulation numérique de la dispersion du polluant dans le domaine est traité à l'aide du logiciel « fluent 6.3.26 ». c'est un programme informatique conçu pour la simulation des écoulements de fluide et du transfert de masse et de chaleur dans des géométries complexes. La géométrie est construite à l'aide du logiciel « Gambit » qui se considère comme un préprocesseur intégré pour l'analyse en CFD (computational fluid dynamics) qui permet de construire une géométrie et lui générer un maillage.

Afin de modéliser la turbulence, on va utiliser le modèle k-ε RNG.

### 3-Résultats:

#### 3-1.Effet de la ventilation sur la distribution de polluant

Cette étape consiste à mettre au milieu de la chambre une source de pollution de section égale à  $4\text{ cm}^2$  qui émis un débit massique de  $\text{CO}_2$  égal à  $100\text{ }\mu\text{g}/\text{m}^3$ . puis on va mesurer la variation de la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'intérieur pour quatre vitesses  $V_1=0.533\text{ m/s}$ ,  $V_2=1.066\text{ m/s}$ ,  $V_3=2\text{ m/s}$  et  $V_4=3\text{ m/s}$

La figure 3 montre la localisation de la source dans la chambre, elle est placée au centre avec une hauteur de 150 cm

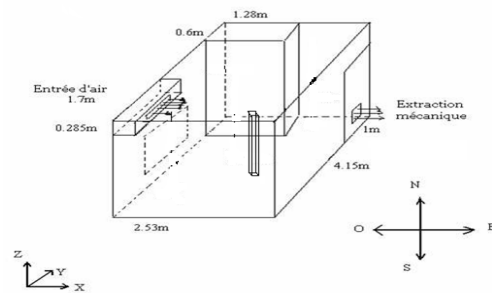


Figure 3: chambre avec position de la source polluante  
Nous avons choisi plusieurs points de calcul (figure4-tableau 1) pour qu'on puisse retirer les résultats nécessaires afin de connaître l'évolution de la concentration dans la zone de respiration.

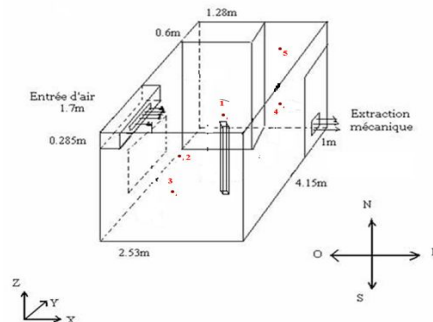


Figure 4: Localisation des points de calcul (zone de respiration)

Tableau 1- la localisation des points de calcul en cm:

	x	y	z
P 1	126.5	257.5	160
P 2	10	280	20
P 3	64	195	50
P 4	140	415	120
P 5	140	415	225

Les figures 5 et 6 montrent respectivement la concentration de  $\text{CO}_2$  dans le plan médian  $X=126.5\text{ cm}$ , et les lignes de

courant coloré par la concentration de CO<sub>2</sub> à l'intérieur de la chambre dans le plan Y= 257.5cm

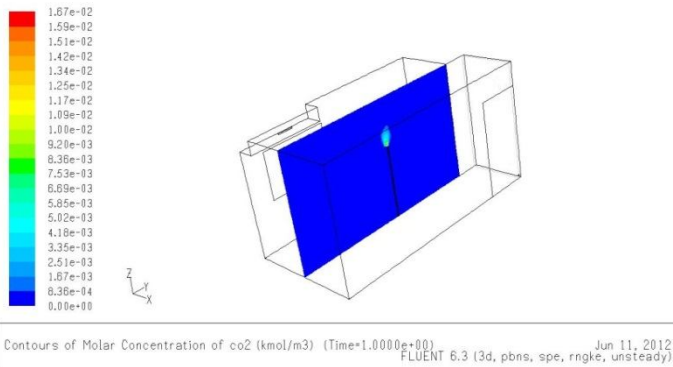


Figure 5 : concentration de CO<sub>2</sub> dans le plan médian X= 126.5cm

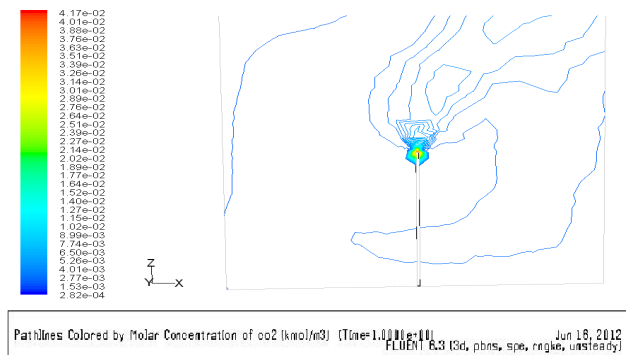


Figure 6 : ligne de courant coloré par la concentration de CO<sub>2</sub> à l'intérieur de la chambre.  
La figure 7 montre la variation de la concentration de CO<sub>2</sub> dans la chambre pour les quatre vitesses  
 $V_1 = 0.533m/s$ ,  $V_2 = 1.066m/s$ ,  $V_3 = 2m/s$ ,  $V_4 = 3m/s$

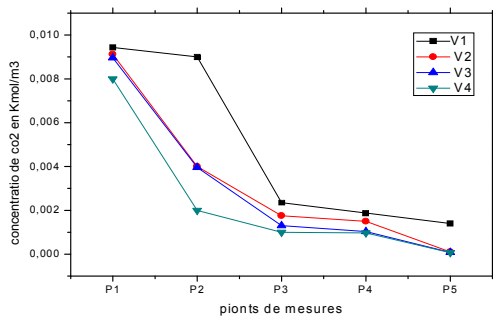


Figure 7: Variation de la concentration à l'intérieur de la chambre  
L'analyse de la figure 7 montre que la concentration de CO<sub>2</sub> diminue dans la zone de respiration en augmentant la vitesse d'entrée de l'air neuf d'où l'utilité de cette méthode pour éliminer ou pour réduire le taux des polluants dans les locaux.

### 3-2L'effet de la température sur la distribution du polluant :

Afin de déterminer l'effet de la température sur la distribution de polluant dans la chambre on va ajouter dans cette étape de simulation un chauffage maintenue à 295K et 300 k. la température de l'air frais est prise à 280K.

Les dimensions du chauffage ainsi que son emplacement sont présentés respectivement aux figures 8 et 9.

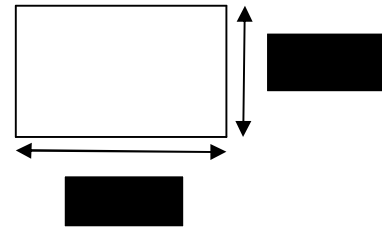


Figure 8: Dimensions du chauffage

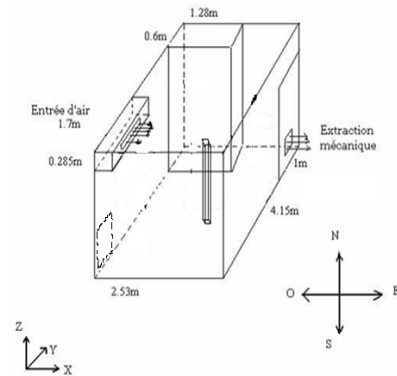


Figure 9: la chambre avec la source de pollution et le chauffage.

La figure 10 montre la variation de la concentration dans la chambre (1vol/h) en augmentant la température de la chambre.

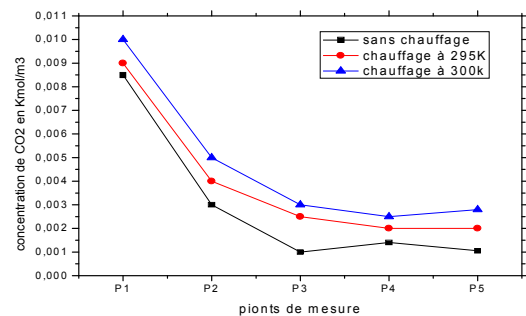


Figure 10 : Variation de la concentration dans la chambre (1vol/h).

L'augmentation de la température dans le domaine entraine une augmentation de la concentration de CO<sub>2</sub> dans la zone de respiration (la figure 10) cela due à l'effet de la convection : le gradient de température entre l'intérieur de la chambre et l'air neuf va influencer le chemin de ce dernier qui sera attiré vers la partie chaude de la chambre avant d'évacuer le polluant.

La variation de la concentration à l'intérieur de la chambre avec l'existence d'un chauffage maintenue à 295K puis à 300K pour les quatre vitesses V1, V2, V3 et V4 est illustré dans les figures 11 et 12.

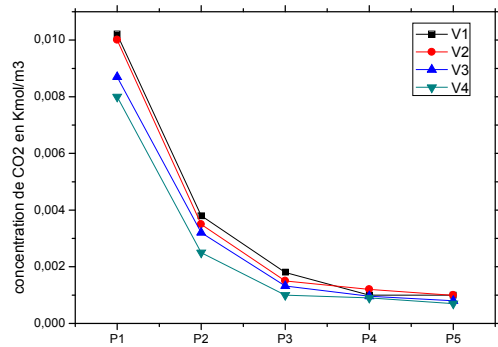


Figure 11: Concentration de co2 dans la chambre pour T= 295K.

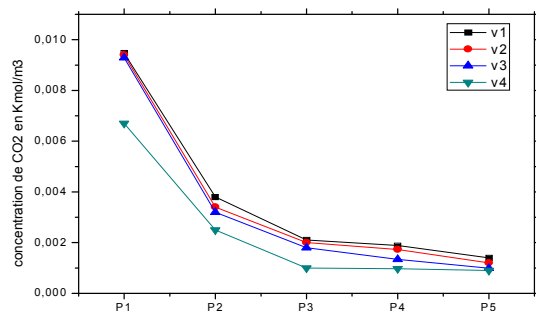


Figure 12: Concentration de co2 dans la chambre pour T= 300K.

D'après l'analyse des figures 11 et 12 on constate que lorsque le chauffage est maintenue à 295K (figure 11) l'effet de la ventilation est notable après l'utilisation de la troisième vitesse de ventilation mécanique. Mais lorsqu'il est maintenue à 300K (figure 12), la ventilation n'est capable d'évacuer le polluant qu'avec la grande vitesse V4

#### 4. Discussion et conclusion :

Les résultats obtenus par simulation numérique montrent que la ventilation a un rôle très important en élimination du polluant. Sans chauffage nous avons montré que la diminution de polluant dans la chambre est obtenue avec des faibles vitesses de ventilation, par contre l'augmentation de la température de la chambre nécessite des grandes vitesses de ventilation pour évacuer le polluant de la chambre.

#### 5. Références :

- [1] **S. El Hamdani, K. Limam , M.O. Abadie, A. Bendou** "Deposition of fine particles on building internal surfaces", 2008, Atmospheric Environment, vol 42, pages 8893-8901
- [2] **Jerome Bouilly, Karim Limam, Claudine Beghein, Francis Allard** "Effect of ventilation strategies on particle decay rates indoors: An experimental and modeling study" 2005, International Journal of Atmospheric Environment,
- [3] **KeZhong, Yanming Kang, Youjun Wang** "Effect of source location on particle dispersion in displacement ventilation rooms" 2008, International Journal of Atmospheric Environment.
- [4] **Donghyun Rim, Atila Novoselac** "Ventilation effectiveness as an indicator of occupant exposure to

particles from indoor sources" 2010, International Journal of Atmospheric Environment

[5] **Yanming Kang, Youjun Wang, KeZhong** "Effects of supply air temperature and inlet location on particle dispersion in displacement ventilation rooms", 2011, International Journal of Atmospheric Environment

[6] **Tracy L Thatchera, Alvin C. K. Laia, Rosa Moreno-Jacksona, Richard G. Sextroa, William W. Nazaroff** "Effects of room furnishings and air speed on particle deposition rates indoors", 2011, International Journal of Atmospheric Environment.

[7] **Richard J. de Dear, Gail S. Brager** "Thermal comfort in naturally ventilated buildings revisions to ASHRAE Standard 55" 2001, International Journal of Atmospheric Environment, vol 34 pages 549-561.

[8] **Yuguo Li, Mats Sandberg, Laszlo Fuchs** "Effects of thermal radiation on airflow with displacement ventilation: an experimental investigation", 1981, Vol 19 pages 263-274.

[9] **Jean Jack Akoua** "Appréciation de l'efficacité de la ventilation pour l'étude de la qualité de l'air intérieur", 2004, Thèse de l'Université de La Rochelle,

[10] **John D. Spengler, Jonathan M. Samet, John F. McCarthy** "Indoor Air Quality Handbook" 2001 (chap 3: indoor pollutants pages 29.3-29.21).



# AERODYNAMIC STUDY OF HORIZONTAL AXIS WIND TURBINE OPERATING IN YAW CONDITIONS

A. BOUATEM, A. AL MERS

<sup>1</sup>Department of mechanical engineering, Moulay Ismail University, ENSAM-MEKNES, PO. BOX. 4024 Meknes, Morocco

Bouatem1@hotmail.com

<sup>2</sup>Department of Energetic, Moulay Ismail University, ENSAM-MEKNES, P.O. BOX. 4024 Meknes, Morocco

almers\_a@hotmail.com

## INTRODUCTION

Predicting the blades loads accurately is one of the most important parts of calculation in wind turbine aerodynamics. The first theory used to model the wind turbine rotor has been developed by Froude [1] and Rankine [2]. This theory considers the rotor as an instrument modifying the kinetic energy of the fluid passing through it. Froude and Rankine theory ignores the presence of the blades and the geometry of the profile.

In 1935, the blade element theory is proposed by Glauert [5]. This theory assumes that the blade can be analyzed as a number of independent elements in spanwise direction. The aerodynamic forces are calculated from aerodynamic coefficients of the profile. The integration of the aerodynamic forces along the blade provides the axial force, the torque and power of the rotor.

Afterwards, the blade element method (BE) was coupled to the momentum theory to take into account the effect of induced velocities on the rotor plane [7]. Induced velocities are calculated for each blade element by applying the theorem of the momentum in axial and tangential direction. This theory is currently improved with various adjustments taking into account the finite number of blade, blade tip losses and cyclical variation of axial induction factor in yaw conditions [7].

Wind turbines are subject to a natural environment which is always unstable. Factors such as air turbulence, the boundary layer linked to the soil and the variation of the wind speed, have a significant impact on the flow around the blades. Accordingly, the wind turbines work generally in the yaw conditions and the blades are subject to cyclical variation of the angle of attack and the aerodynamic loads.

The main aim of this study is to evaluate the azimuthal variation of normal force and induced velocity in yaw condition at different radial positions using a BEM method. The cyclical variation of induced velocities are taken into account by using a Glauert model. Results are compared with measurements made on a wind turbine in yaw condition in the NASA Ames wind tunnel [9].

## MATHEMATICAL MODELS

### BEM theory

Classical momentum theory, introduced by Froude [1] as a continuation of the work of Rankine [2], assumes that the flow is inviscid, incompressible and irrotational. In this theory the blade is divided into several elements and the study is conducted element by element. The performance of each blade element is deduced by applying the principle of conservation of momentum.

The experience shows that a wind turbine generates a wake downstream of the rotor [7]. This wake has a significant impact on the flow upstream. Indeed, the wind speed just before the rotor  $V_2$  (fig1) is slowed by the wake induced velocity. By applying the theorem of momentum in the axial direction [3] and [4] we obtain:

$$V_2 = (1 - a)V_1 \quad (1)$$

$a$  is the axial induction factor.

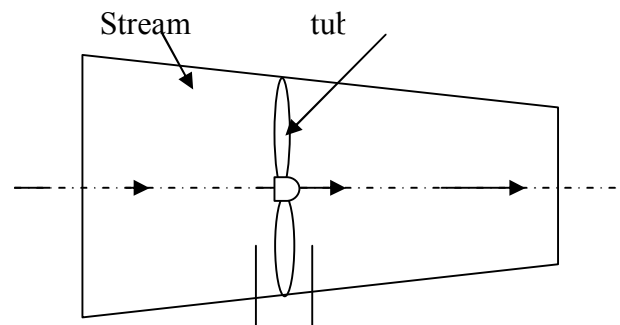


Figure 1: Actuator disk model of a wind turbine.

Similar relation for rotational speed is defined with  $a'$ , which is called as tangential induction factor [3] and [4].

$$a' = \frac{w_{i2}}{\Omega} \quad (2)$$

$w_{i2}$  is the tangential induced velocity at the plane just before the rotor.

We focus here on one section of the blade located at a radius  $r$  (fig 2).

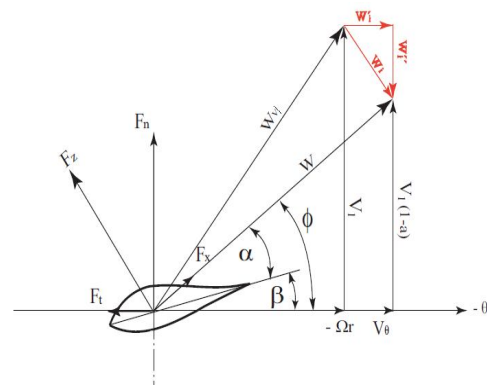


Figure 2: The section of a blade at radius  $r$ .

$W$  is the relative wind vector.



$\alpha$  is the angle of attack is denoted,  $\beta$  the twist angle of blade section and  $\phi$  the angle of relative wind to the plane of rotation.

Using the conservation of linear and angular momentum equations [7], we obtain:

$$a = \left\{ 1 + \frac{4 \sin^2(\phi)}{\sigma [C_l \cos(\phi) + C_d \sin(\phi)]} \right\}^{-1} \quad (3)$$

$$a' = \left\{ -1 + \frac{4 \sin(\phi) \cos(\phi)}{\sigma [C_l \sin(\phi) - C_d \cos(\phi)]} \right\}^{-1} \quad (4)$$

With:

$$\phi = \text{atan} \left( \frac{V_0 (1-a)}{\Omega r (1+a')} \right) \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{B C}{2 \pi r} \quad (6)$$

$$\alpha = \phi - \beta \quad (7)$$

The element axial force (normal at the rotor plane) is given by the following equation [7]:

$$d F_a = \frac{1}{2} \rho W^2 [C_l \cos(\phi) + C_d \sin(\phi)] c(r) dr \quad (8)$$

The element tangential force is given by the following equation:

$$d F_t = \frac{1}{2} \rho W^2 [C_l \sin(\phi) - C_d \cos(\phi)] c(r) dr \quad (9)$$

$C_N$  is the normal force coefficient,  $C_T$  is the tangential force coefficient,  $C_L$  the lift coefficient and  $V_{rel}$  the relative wind velocity.

The blade element momentum theory does not take into account the influence of vortices shed from the blade tips.. To compensate for this deficiency in BEM theory, we use a correction developed by Prandtl [7]. The Prandtl correction factor  $F$  is described by the following equations:

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos e^{-f} \quad (10)$$

$$f = \frac{B}{2} \frac{R-r}{r \sin(\phi)} \quad (11)$$

$B$  is the blade number,  $R$  wind turbine radius and  $r$  local radius.

When the axial induction factor is greater than 0.4, the basic BEM theory becomes invalid [7]. For these operating conditions, Buhl developed a correction to the rotor thrust coefficient. This correction is described by the following equation:

$$a = \frac{18F - 20 - 3\sqrt{C_T(50 - 36F) + 12F(3F - 4)}}{36F - 50} \quad (12)$$

The wind turbine operates in yaw conditions when the wind direction is not perpendicular to the rotor plane. Under these conditions of misalignment, the angle of attack is calculated by using the following relationship:

$$\alpha = a \tan \left( \frac{U \cos(\phi_y) - V_{induced}}{\Omega r + U \cos(\phi_y) \cos(\phi_r)} \right) - \beta \quad (13)$$

$$V_{rel} = \sqrt{(U \cos(\phi_y) - V_{induced})^2 + (\Omega r + U \sin(\phi_y) \cos(\phi_r))^2} \quad (14)$$

In yaw conditions, the induced velocities vary periodically depending on the azimuthal position. We use here the correction proposed by Pitt and Peters [7]:

$$a_{cor} = a \left[ 1 + \frac{15}{32} \frac{r}{R} \tan \left( \frac{\phi_y}{2} \right) \cos(\phi_r) \right] \quad (15)$$

#### COMPUTATIONAL ALGORITHM

The objective is to evaluate the normal force applied to an element of blade. The main steps of the simulation code are presented in the following algorithm:

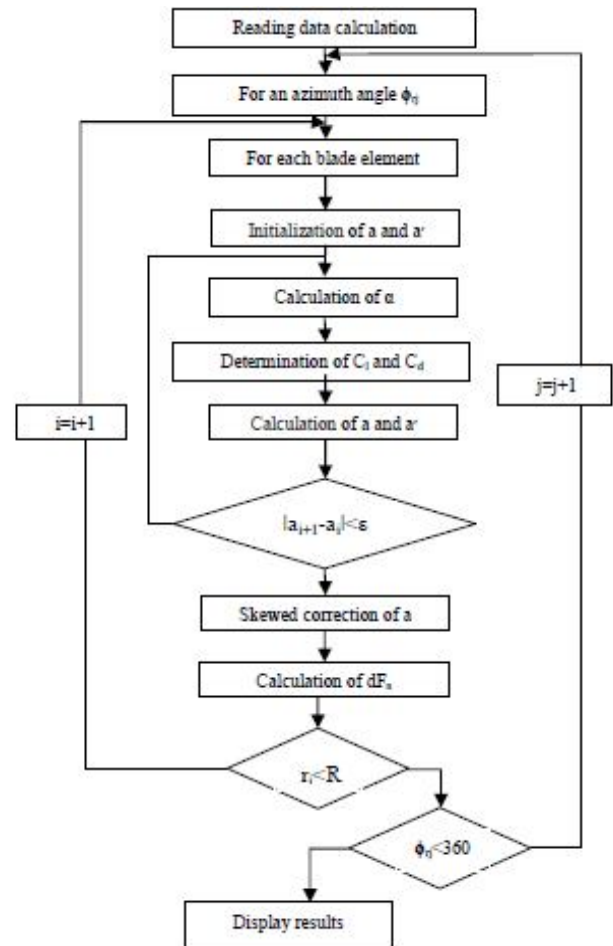


Figure 3: Computational algorithm

## VALIDATION OF THE ALGORITHM

Validation of the algorithm requires a comparison of calculations results with experiment. In the present work, we refer to wind tunnel tests from the National Renewable Energy Laboratories [9]:

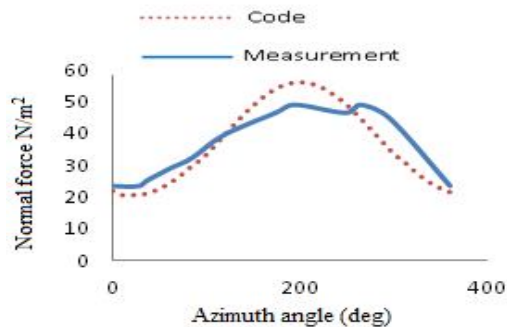


Figure 4: Normal force distribution at 30% span, for wind speed of 15 m/s.

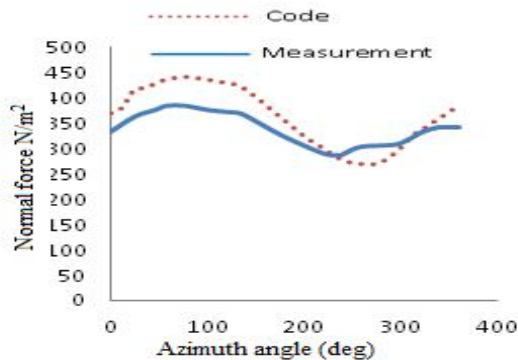


Figure 5: Normal force distribution at 95% span, for wind speed of 5 m/s.

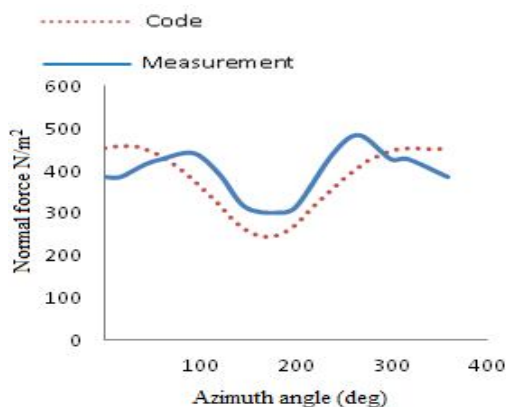


Figure 6: Normal force distribution at 30% span, for wind speed of 15 m/s.

We observe that the variation of the normal force as a function of the azimuthal position is cyclic. This cyclic variation is strictly related to the distribution of the relative velocity at the rotor plane and angle of attack.

The agreement between calculated and measured curves is excellent in terms of shape. However, a small difference in amplitude is observed. This difference is mainly caused by the stall delay phenomenon.

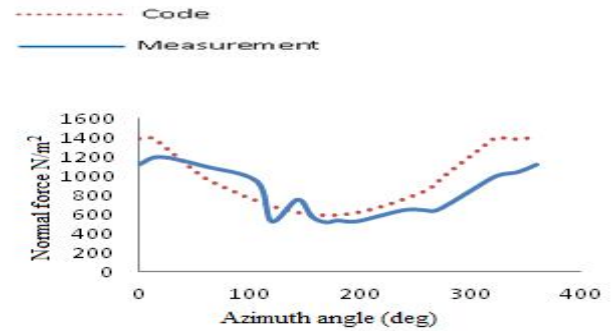


Figure 7: Normal force distribution at 95% span, for wind speed of 15 m/s.

## CONCLUSION

This work concerns the evaluation of the azimuthal variation of normal force at different radial positions. We have developed a FORTRAN code based on BEM theory. The numerical results are compared with the experimental data of NASA Ames. This comparison demonstrates the ability of the used model to produce results consistent with experience with an acceptable tolerance. However, we have demonstrated the existence of a difference in amplitude due to the different assumptions adopted in this model.

This study shows that the variation of the normal force as a function of the azimuthal angle is periodic. This fluctuation is due to the skewed wake and the advancing and retreating effect. On the other hand, the study confirms that the skewed wake effect plays a major role in the aerodynamic loads calculation at lower wind speed. However, the advancing and retreating blade effect is important at high wind speed and it can provide a strong dynamic stall effect. This phenomenon explains the important difference between experiment and theory at higher wind speed.

## References

- Froude RE. On the part played in propulsion by difference in pressure. *Trans Inst Naval Architects* 1889;30: 390–423.
- Rankine WJM. On the mechanical principles of the action of propellers. *Trans Inst Naval Architects* 1865;6: 13–39.
- Lanchester FW. A contribution to the theory of propulsion and the screw propeller. *Trans Inst Naval Architects* 1915;56:98–116 pp. 135–153.
- Betz A. *Windenergie und ihre ausnutzung durch. Vanderhoeck und ruprecht* 1926.
- Glauert H. *Airplane propellers*. In: Durand WF, editor. *Aerodynamic theory*, Dover ed, vol. 4.
- Wilson RE, Lissaman PBS. *Applied aerodynamics of wind power machines*. NTIS PV 238594.: Oregon State University; 1974.
- Hernandez J, Crespo A. *Aerodynamics calculation of the performance of horizontal axis wind turbines and comparison with experimental results*. *Wind Eng* 1987;11(4):177–87.
- Simon-Philippe Breton. *Study of the stall delay phenomenon and of wind turbine blade dynamics using numerical approaches and NREL's wind tunnel tests*. Doctoral thesis. Trondheim, June 2008. Norwegian University of Science and Technology.
- J.G. Shepers. *Final Report of IEA Annex XX: Comparison between calculations and measurements on a wind turbine in yaw in the NASA-Ames wind tunnel*, ECN-E-07-072.

# ÉTUDE DE STABILITÉ LINÉAIRE DE L'ÉCOULEMENT PLAN DE POISEUILLE D'UN FLUIDE DE MAXWELL GÉNÉRALISÉ PAR MÉTHODE SPECTRALE

A. RAFIKI<sup>1</sup>, A. HIFDI, M. OUZZANI-TOUHAMI

Laboratoire de Mécanique, Faculté des Sciences Ain Chock, BP 5366 Maârif, Casablanca, Maroc  
<sup>1</sup>E-Mail : [Abs.rafiki@gmail.com](mailto:Abs.rafiki@gmail.com)

## Introduction

La stabilité linéaire de l'écoulement plan de Poiseuille d'un fluide newtonien est communément étudiée en mécanique [1,2]. Toutefois, et malgré la grande multiplicité de ces travaux, plusieurs questions sont encore soulevées relatives particulièrement à la stabilité de ces écoulements lorsqu'il s'agit de fluides non-newtoniens. Notamment, le cas qui est celui de l'écoulement d'un polymère fondu.

Pour étudier de manière plus réaliste la stabilité de ces écoulements, il faut tenir compte du caractère viscoélastique du comportement de ces fluides.

Dans ce cadre, nous menons ici une étude de stabilité de l'écoulement plan de Poiseuille de fluide viscoélastique, ce dernier est modélisé par la loi de comportement du fluide de Maxwell généralisé (UCM : Upper Convected Maxwell). Ceci afin de mettre en évidence l'influence du temps de relaxation de ce fluide sur la stabilité de cet écoulement.

Cette étude repose sur l'élaboration d'un code de calcul numérique, basé sur la théorie linéaire de la stabilité en utilisant la méthode spectrale [3] comme un moyen de résolution de ce problème. Ce code nous permet d'avoir une carte de stabilité de cet écoulement et de cerner le comportement des perturbations infinitésimales de ce dernier à travers ces spectres de valeurs propres

## Formulation mathématique du problème :

Dans le système de coordonnées cartésiennes  $(x^*, y^*)$ , on considère l'écoulement de Poiseuille d'un fluide viscoélastique incompressible situé entre deux plans parallèles d'extension infini dans la direction  $x$  et d'équations  $y^* = h$  et  $y^* = -1$ . Les équations de conservation de la quantité de mouvement, et de la masse en forme adimensionnelle s'écrivent :

$$\text{Re} \left[ \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \quad (1)$$

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (2)$$

Où  $V(u,v)$  le vecteur vitesse,  $p$  la pression et  $\tau$  le tenseur des contraintes défini dans le cas où ce fluide non-newtonien est celui de Maxwell par la loi de comportement suivante :

$$\tau + We \left[ \frac{\partial \tau}{\partial t} + V \cdot \nabla \tau - (\nabla V)^T \cdot \tau - \tau \cdot \nabla V \right] = \nabla V + (\nabla V)^T \quad (3)$$

Où  $\text{Re} = \rho \frac{U_0 h}{\mu}$  est le nombre de Reynolds;  $We = \frac{\lambda U_0}{h}$

est le nombre de Weissenberg.  $\rho, \mu, \lambda$  sont des constantes

matérielles mesurables représentant respectivement, la masse volumique, la viscosité dynamique et le temps de relaxation.  $U_0$  est la vitesse au centre.

En forme adimensionnelle, les conditions aux limites traduisant l'adhérence du fluide aux parois et l'imperméabilité de ces dernières, s'écrivent :

$$u(x, \pm 1) = v(x, \pm 1) = 0 \quad (4)$$

On suppose que cet écoulement est légèrement perturbé par rapport à un écoulement de base stationnaire et unidirectionnel de la forme :  $U_b = 1 - y^2$ ;  $P_b = -2x$ ;

$\tau_{xx_b} = 8We y^2$ ;  $\tau_{xy_b} = -2y$ . et ce à travers l'introduction des perturbations de nature bidimensionnelle suivantes :

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= U_b(y) + u'(x, y, t); v(x, y, t) = v'(x, y, t); \\ p(x, y, t) &= P_b(x) + p'(x, y, t); \tau_{yy}(x, y, t) = \tau'_{yy}(x, y, t); \\ \tau_{xx}(x, y, t) &= \tau_{xx_b}(y) + \tau'_{xx}(x, y, t); \\ \tau_{xy}(x, y, t) &= \tau_{xy_b}(y) + \tau'_{xy}(x, y, t). \end{aligned} \quad (5)$$

Avec

$$u'(x, y, t); v'(x, y, t); p(x, y, t); \tau'_{xx}(x, y, t);$$

$\tau'_{yy}(x, y, t)$  et  $\tau'_{xy}(x, y, t)$  définissent respectivement les perturbations faibles, instationnaires des composantes des vitesses longitudinale et transversale, de la pression, des contraintes normales ( $\tau_{xx}, \tau_{yy}$ ) et tangentielle ( $\tau_{xy}$ ).

Pour la suite de la formulation, toutes les perturbations seront notées sans le caractère "prime".

Si nous introduisons la fonction de courant  $\psi(x, y, t)$  définie

$$\text{par : } u(x, y, t) = \frac{\partial \psi}{\partial y}(x, y, t); v(x, y, t) = -\frac{\partial \psi}{\partial x}(x, y, t). \quad (6)$$

et si nous tenons compte de (5) et (6), les équations (1), (2) et (3) s'écrivent après élimination de la pression:

$$\left\{ \begin{aligned} &\text{Re} \left[ \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + U_b \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 U_b}{\partial y^2} \right] = \\ &\quad + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\tau_{xx} - \tau_{yy}) + \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \tau_{xy} \\ \tau_{xx} + We &\left[ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} + U_b \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \tau_{xx_b}}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. - 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \tau_{xx_b} + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \tau_{xy_b} - 2 \frac{\partial U_b}{\partial y} \tau_{xy} \right] = 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \\ \tau_{yy} + We &\left[ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} + U_b \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} - 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \tau_{xy_b} \right] = -2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \\ \tau_{xy} + We &\left[ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} + U_b \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \tau_{xy_b}}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \tau_{xx_b} + \frac{\partial U_b}{\partial y} \tau_{yy} \right] = \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \psi \end{aligned} \right. \quad (7)$$

Nous décomposons les perturbations en modes de Fourier en  $x$  telle que :

$$[\psi, \tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}](x, y, t) = [F, G, H, M](y) e^{i\alpha(x-ct)} \quad (8)$$

avec  $i^2 = -1$ .  $\alpha$  (réel positif),  $c = c_r + ic_i$ ,  $F(y)$ ,  $G(y)$ ,  $H(y)$  et  $M(y)$  définissent respectivement le nombre d'ondes, la vitesse de propagation, l'amplitude complexe de la fonction de courant, les amplitudes complexes des contraintes normales suivant les directions  $x$  et  $y$ , et l'amplitude complexe de la contrainte tangentielle.

Compte tenu de ceci, le système d'équations (7) s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} i\alpha \operatorname{Re}[(1-y^2)(D^2-\alpha^2)+2]F - i\alpha D^1G + i\alpha D^1H - \\ \quad (D^2+\alpha^2)M = ci\alpha(D^2-\alpha^2)F \\ [4yWeD^2 - 16i\alpha We^2(y+y^2D^1) - 2i\alpha D^1]F + \\ \quad [1+i\alpha We(1-y^2)]G + 4yWeM = ci\alpha WeG \quad (9) \\ [4\alpha^2We y + 2i\alpha D^1]F + [1+i\alpha(1-y^2)]H = ci\alpha WeH \\ [2i\alpha We - 8\alpha^2We^2y^2 - (D^2-\alpha^2)]F + 2We yH + \\ \quad [1+i\alpha We(1-y^2)]M = ci\alpha WeM \end{cases}$$

où  $D^n = \frac{d^n}{dy^n}$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$F(\pm 1) = D^1F(\pm 1) = 0 \quad (10)$$

**Méthode de résolution et validation du code de calcul :**

Le système (9) et les conditions limites (10) constituent un problème aux valeurs propres  $c$  de la forme :

$$AZ = cBZ \quad \text{tel que } Z = [F, G, H, M]^T \quad (11)$$

Des solutions non triviales pour l'équation ci-dessus, n'existent que pour certaines valeurs de  $c$ ,  $\alpha$ ,  $We$ , et  $Re$ .

Pour la résolution de l'équation (11), nous utilisons la méthode spectrale de collocation de Tchebychev.

Des précisions concernant cette méthode sont explicitées dans [3].

Les matrices **A** et **B** d'ordre  $(4N-2) \times (4N-2)$  associées respectivement aux opérateurs  $A$  et  $B$  de l'équation (11) sont définies par :

$$A = \begin{pmatrix} A_3 & A_4 & -A_4 & -A_5 \\ A_7 & A_8 & 0 & 2A_6 \\ A_9 & 0 & A_8 & 0 \\ A_{10} & 0 & A_6 & A_8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} i\alpha A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2 \end{pmatrix}$$

Avec

$$\begin{aligned} A_1 &= (D^2 - \alpha^2 I); \quad A_2 = i\alpha We I; \\ A_3 &= i\alpha Re [(1-y^2)A_1 + 2I]; \quad A_4 = i\alpha D^1; \\ A_5 &= (D^2 + \alpha^2 I); \quad A_6 = 2yWe I; \\ A_7 &= 2A_6 D^2 - 16A_6 We (yI - y^2 D^2) - 2A_4; \\ A_8 &= I + A_2(1-y^2); \quad A_9 = 2(\alpha^2 A_6 + A_4); \\ A_{10} &= 2(A_2 - \alpha^2 A_6) - A_1 \end{aligned}$$

où  $D^n$ ,  $0$  et  $I$  sont des matrices d'ordre  $(N \times N)$  représentant respectivement les matrices de dérivation d'ordre  $n$  aux  $N$  points de collocation, la matrice nulle et la matrice unité.

Pour valider notre code de calcul, nous utilisons les résultats du tableau 5 d'Orszag [1] donnant pour le cas d'un fluide newtonien et pour le mode fondamental correspondant ( $\alpha = 1; Re = 10^4$ ) les 32 premières valeurs propres paires et impaires les moins stables. Nous avons constaté la parfaite concordance entre nos résultats et ceux dégagés par d'Orszag [1], notamment la grande précision correspondant au seuil de stabilité de l'écoulement d'un fluide newtonien :  $Re_c = 5772, 2220692$  et  $\alpha_c = 1, 0205$ .

Nous reportons sur la figure (1), le graphe  $c_i = g(c_r)$  de la partie la plus intéressante de ce spectre concernant

$c_i \in [-1, 0.2]$  et  $c_r \in [0, 1]$  (voir Drazin et al.[2]).

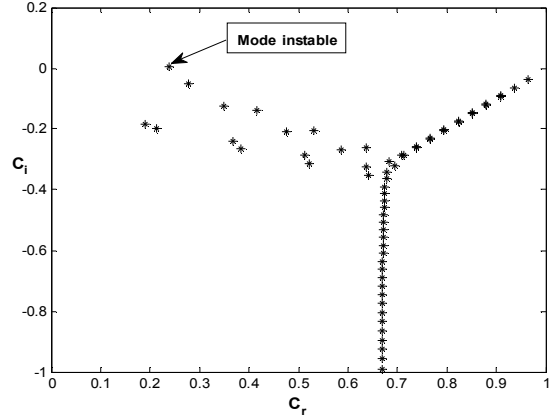


Fig.1 : Spectre de l'écoulement de Poiseuille du mode fondamental pour un fluide Newtonien.

Ce spectre en  $Y$  est la signature de l'équation d'Orr-Sommerfeld de l'écoulement plan de Poiseuille d'un fluide newtonien. On voit clairement l'existence d'une seule valeur propre instable. Elle correspond aux modes dits de parois en raison de leurs grandes variations en proximité des parois. Ce spectre nous renseigne d'une manière qualitative sur la qualité de nos résultats. Dans la suite de notre étude, nous prenons  $N = 120$  (nombre de points de collocation de Gauss-Lobatto).

**Résultats et discussion**

Après validation de notre code de calcul, nous procédons à la résolution numérique du problème et nous représentons nos résultats concernant les courbes de stabilité marginale et le spectre des valeurs propres de l'équation d'Orr-Sommerfeld pour un écoulement plan de Poiseuille de fluide de Maxwell généralisé (UCM).

La figure 2 donne une carte de stabilité de l'écoulement plan de Poiseuille du fluide de Maxwell (UCM). Chaque courbe de stabilité marginale de cette figure sépare la zone stable de la zone instable de l'écoulement, pour chaque couple du nombre de Reynolds critique  $Re_c$  et du nombre d'onde critique  $\alpha_c$ .

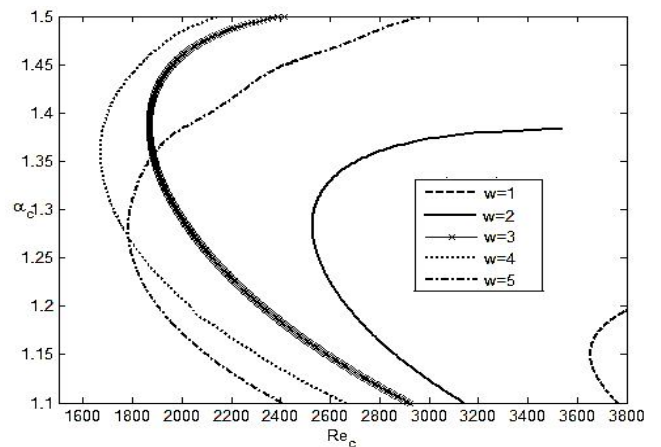


Fig. 2 : Courbes de stabilité marginale de l'écoulement plan de Poiseuille du fluide de Maxwell (UCM).

Pour mieux cerner l'effet du temps de relaxation de ce fluide représenté par le nombre de Weissenberg sur la



stabilité de l'écoulement considéré, nous reportons dans la figure 3, le nombre de Reynolds critique pour chaque valeur du nombre de Weissenberg ( $We$ ). Cette figure montre en premier lieu, que pour  $We \leq 4$ , la variation de  $Re_c$  est inversement proportionnelle à la variation de  $We$  et donc l'écoulement est de plus en plus instable lorsque l'on augmente  $We$ . En deuxième lieu, elle montre que lorsque  $4 \leq We \leq 5$ ,  $Re_c$  croît avec  $We$  et l'écoulement commence à reprendre sa stabilité.

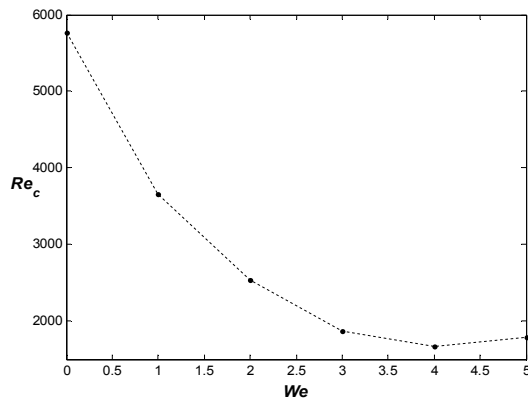


Fig. 3 : La variation de  $Re_c$  en fonction de  $We$ .

La figure 4 illustre l'effet du nombre de Weissenberg sur la branche en  $Y$  du spectre de valeurs propres du mode fondamental de cet écoulement lorsque  $We = 2$ . Pour pouvoir mieux comparer nos résultats avec ceux de Sureshkumar [4], nous choisissons le changement de variable produit par ce dernier en posant  $\sigma = -i\alpha c$ . En outre, la stabilité de l'écoulement est déterminée par le signe de la partie réelle de  $\sigma$  au lieu du signe de la partie imaginaire de  $c$ . Nous constatons sur cette figure que la signature du spectre de l'écoulement de Poiseuille est remarquablement modifiée par l'élasticité de ce fluide: d'une part, la branche horizontale correspondant au pied du spectre en  $Y$  du mode fondamental du fluide newtonien, qui représente d'ailleurs des modes très amortis, disparaît en donnant naissance à deux branches de valeurs propres distinctes.

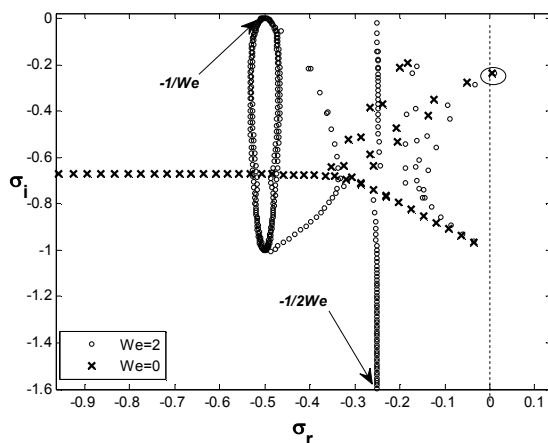


Fig. 4 : Spectre des valeurs propres de l'écoulement plan de Poiseuille des fluides Newtonien et de Maxwell (UCM)

La première correspond à des valeurs dont les parties réelles  $\sigma_r$  sont d'ordre  $(-1/We)$  et la deuxième correspond à des valeurs propres dont les parties réelles sont d'ordre  $(-1/2We)$ . D'autre part, la seule valeur propre instable de ce spectre pour un fluide Newtonien persiste dans le cas du fluide de Maxwell, et devient de plus en plus dangereuse avec l'augmentation de  $We$ . Le tableau 1 donne l'évolution de cette valeur instable en fonction de  $We$ .

Tab. 1 : Le mode le plus instable à différents  $We$ .

$We$	La valeur propre $c$ la plus dangereuse
0	0.2375265021253291 +0.003739709088539521i
1	0.2382580666602240 +0.007435349733886400i
2	0.2380500006044544 +0.01042658182003799i
3	0.2375071809199005 +0.01251118469261969i

### Conclusion

La méthode spectrale de collocation de Tchebychev nous a permis dans un premier temps de dégager une carte de stabilité de l'écoulement plan de Poiseuille de fluide viscoélastique de Maxwell généralisé (UCM). Par ailleurs, l'étude de la stabilité de l'écoulement de ces fluides pour  $We \in [0,5]$  montre que celle-ci diminue avec leur temps de relaxation pour des  $We$  inférieurs à une valeur seuil. Au-delà de ce seuil, l'écoulement reprend sa stabilité. Ceci met en évidence, à la fois, le caractère stabilisant et déstabilisant du temps de relaxation.

Dans un second lieu, l'étude de l'évolution de la stabilité du mode fondamental de ce fluide nous permet de prouver l'existence de deux familles de modes propres stables. Elle confirme aussi le caractère déstabilisateur du temps de relaxation sur la seule valeur propre instable qui est d'ailleurs paire.

### Références:

- [1] S. A. Orszag, "Accurate solution of the Orr-Sommerfeld stability equation", *J. Fluid Mech.*, vol. 50, no. 4, pp. 689-703, 1971.
- [2] P. G. Drazin and W. H. Reid, *Hydrodynamics Stability*. Cambridge: Cambridge University Press, 1981.
- [3] J. A. C. Weideman and S. C. Reddy, "A matlab differentiation matrix suite," *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 26, no. 4, pp. 465-519, 2000.
- [4] R. Sureshkumar, "Local linear stability characteristics of viscoelastics periodic channels", *J.N.N.F.M.*, vol. 97, pp. 125-148, 2001.



# INSTABILITE INTERFACIALE DE DEUX COUCHES FLUIDES VISQUEUSES EN CELLULE DE HELE-SHAW SOUMISE A DES VIBRATIONS PERIODIQUES HORIZONTALES

J. BOUCHGL<sup>1</sup>, S. ANISS<sup>1</sup>, M. SOUHAR<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Université Hassan II, Faculté des Sciences Ain Chock, Laboratoire de Mécanique, Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maârif, Casablanca, Maroc.

<sup>2</sup>Lemta-UMR CNRS 7563-Ensem, 2 avenue de la Forêt de Haye, BP 160, Vandœuvre-lès-Nancy54504, France.

## I. INTRODUCTION

L'instabilité de l'interface séparant deux couches fluides superposées en présence d'oscillations périodiques horizontales a été étudiée dans plusieurs travaux [1-5]. Kelly [1] a traité le cas général où la vitesse de chaque fluide dépend du temps. Avec une analyse de stabilité linéaire en modes normaux, il a montré que l'équation relative à l'élévation de l'interface par rapport à la ligne horizontale, représentant l'équilibre, est une équation différentielle à coefficients variables dans le temps. Dans le cas particulier où les vitesses des deux fluides sont périodiques, l'équation différentielle correspond à un oscillateur paramétrique de Mathieu. Une application du travail de Kelly [1] a été donnée par Khenner et al. [2] qui ont réduit le problème de stabilité linéaire non visqueuse de l'interface à une équation de Mathieu. Récemment, cette dernière étude [2] a été reprise à la fois théoriquement et expérimentalement par Talib et al. [3-4] pour inclure l'effet des viscosités des deux couches fluides de profondeurs finies. Talib et al. [3-4] ont résolu numériquement le problème de la stabilité linéaire pour une gamme exhaustive des paramètres des oscillations (amplitude et fréquences) et pour différents rapports de viscosités et de densités. Le modèle visqueux utilisé par Talib et al. [3-4] a permis de prédire l'apparition de chaque mode de l'instabilité en particulier dans la limite des larges rapports de viscosité. Dans ce travail, nous nous intéressons à analyser la stabilité d'une interface séparant deux fluides visqueux non miscibles et confinés dans une cellule de Hele-Shaw horizontale laquelle est soumise à des oscillations périodiques horizontales. Nous effectuons une analyse de stabilité linéaire et nous examinons l'effet des oscillations périodiques pour des rapports de viscosité quelconques sur le seuil de l'instabilité marginale.

## II. SOLUTION DE BASE

Nous considérons deux fluides Newtoniens incompressibles confinés dans une cellule de Hele-Shaw horizontale d'extension infinie en  $x$  (Figure 1) et de hauteur  $h = h_1 + h_2$ . La cellule de Hele-Shaw est soumise à un mouvement oscillant selon la loi  $a \cos(\omega t) \mathbf{x}$ . Nous notons par  $\mathbf{V}_j(u_j, v_j)$  la vitesse relative et  $p_j$  la pression. A l'équilibre, l'interface est plane et l'état de base est

instationnaire. Soit donc  $\mathbf{V}_j^b(z, t) = (U_j^b, 0, 0)$ , la solution de base qui satisfait nécessairement l'équation de continuité, les équations de la quantité de mouvement ainsi que les conditions aux limites au niveau des parois verticales :

$$U_j^b(z, t) = 0 \text{ en } z = \pm \frac{e}{2}. \text{ En approximation de Hele-Shaw,}$$

configuration dans laquelle le rapport,  $\varepsilon = \frac{e}{h} \ll 1$  [5], les

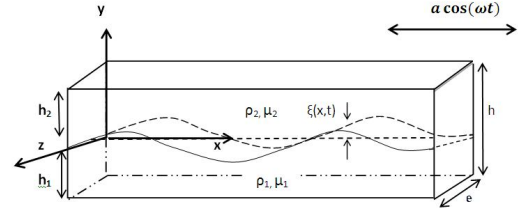


Figure 1: Couches fluides non miscibles confinées dans une cellule de Hele-Shaw en oscillations horizontales

équations de l'état de base, au premier ordre, dans le repère relatif,  $(O, x, y, z)$ , lié à la cellule sont données par

$$\rho_j \frac{\partial U_j^b}{\partial t} = -\frac{\partial p_j^b}{\partial x} + \mu_j \frac{\partial^2 U_j^b}{\partial z^2} + \rho_j a \omega^2 \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial p_j^b}{\partial y} + \mu_j \frac{\partial^2 U_j^b}{\partial z^2} - \rho_j g \quad (2)$$

Les parois verticales de la cellule, en  $x = 0, L$ , génèrent un écoulement au sein de la cellule et le volume déplacé des deux fluides vérifie la condition suivante :

$$\int_{-h_1}^0 \mathbf{V}_1^b \cdot \mathbf{x} \, dy = - \int_0^{h_2} \mathbf{V}_2^b \cdot \mathbf{x} \, dy \quad (3)$$

Nous intégrons ce système d'équations par rapport à la variable  $z$ , nous obtenons ainsi la vitesse et la pression de base. Par la suite, nous moyennons le champ de vitesse obtenu par rapport à la variable  $z$  pour obtenir:

$$\bar{U}_j^b(z, t) = \bar{F}_j \cos(\omega t) + \bar{G}_j \sin(\omega t), \quad P_j^b(z, t) = -\rho_j g y + C_j$$

où  $C_j$  est une constante et les fonctions  $\bar{F}_j(z)$  et  $\bar{G}_j(z)$  sont données par :

$$\bar{F}_1 = -H \bar{F}_1 = -\frac{a \omega H (\rho - 1)}{\rho H + 1} \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{\sinh(\Gamma) - \sin(\Gamma)}{\cos(\Gamma) + \cosh(\Gamma)} \right]$$

$$\bar{G}_1 = -H \bar{G}_2 = \frac{a \omega H (\rho - 1)}{\rho H + 1} \frac{1}{\Gamma} \left[ \frac{\sinh(\Gamma) - \sin(\Gamma)}{\cos(\Gamma) + \cosh(\Gamma)} \right]$$

avec  $\Gamma = \sigma_2 \sqrt{\frac{\rho H + 1}{\mu H + 1}}$  où  $H = \frac{h_2}{h_1}$ ,  $\sigma_2 = \left( \frac{\omega}{2\nu_2} \right)^{\frac{1}{2}}$  est le

nombre de fréquence,  $\rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}$  est le rapport de densités,

$\mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}$  est le rapport de viscosités qu'on peut exprimer en

fonction du contraste de viscosité,  $\mu = \frac{1 - A_\mu}{1 + A_\mu}$ , avec

$$A_\mu = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1} \text{ et } -1 \leq A_\mu \leq 1.$$

### III. STABILITE LINEAIRE PARFAITE DE LA SOLUTION DE BASE

Le système d'équations de conservation correspondant à l'étude de stabilité linéaire de l'état d'équilibre s'écrit :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x} + \frac{\partial v_j}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\rho_j \left[ \frac{\partial u_j(y,t)}{\partial t} + \bar{U}_j^b \frac{\partial u_j(y,t)}{\partial x} \right] = -\frac{\partial p_j}{\partial x} \quad (5)$$

$$\rho_j \left[ \frac{\partial v_j(y,t)}{\partial t} + \bar{U}_j^b \frac{\partial v_j(y,t)}{\partial x} \right] = -\frac{\partial p_j}{\partial y} \quad (6)$$

Ce système est associé aux conditions aux limites suivantes :

- Condition de glissement :

$$v_1 = 0 \text{ en } y = -h_1 \text{ et } v_2 = 0 \text{ en } y = h_2 \quad (7)$$

- Continuité des contraintes normales à l'interface:

$$\left( P_1^b + p_1 \right) - \left( P_2^b + p_2 \right) = \gamma \nabla \cdot \mathbf{n} + \left( 2\mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - 2\mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) \text{ en } y = 0 \quad (8)$$

où  $\mathbf{n}$  est la normale à l'interface et  $\gamma$  est la tension

superficielle avec  $\gamma \nabla \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial^2 \xi(t)}{\partial x^2}$ . La pression totale est développée au premier ordre au voisinage de  $y = 0$  :

$$\left( P_j^b + \tilde{p}_j \right) = P_j^b(0) + \frac{\partial P_j^b}{\partial y} \Big|_{y=0} \xi(t) + p_j(y) \quad (9)$$

Les solutions sont cherchées par la suite en modes normaux :

$$(p_j, u_j, v_j, \xi) = (\tilde{p}_j(y,t), \tilde{u}_j(y,t), \tilde{v}_j(y,t), \tilde{\xi}(t)) \exp(ikx) \quad (10)$$

où  $k$  est le nombre d'onde.

Le système (4)-(6) associé aux conditions aux limites (7)-(9) est réduit à l'équation d'amplitude de l'interface :

$$\frac{d^2 \tilde{\xi}(t)}{dt^2} + \left[ \delta + \chi \sin^2(t) + \beta \cos^2(t) + \Lambda \sin(2t) \right] \tilde{\xi}(t) = 0 \quad (11)$$

où  $\delta = \frac{n(1+n^2)(\rho-1)}{\alpha We}$ ,  $\alpha = \rho \coth(nH_1) + \coth(nH_2)$

$$\beta = \frac{4n^2 B_v}{\alpha We} \left[ \rho \coth(nH_1) \left[ \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_1) - 1 \right] \bar{F}_1^2 + \coth(nH_2) \right]$$

$$\left[ \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_2) - 1 \right] \bar{F}_2^2 + 2 \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_1) \coth(nH_2) \bar{F}_1 \bar{F}_2 \right]$$

$$\chi = \frac{4n^2 B_v}{\alpha We} \left[ \rho \coth(nH_1) \left[ \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_1) - 1 \right] \bar{G}_1^2 + \coth(nH_2) \right]$$

$$\left[ \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_2) - 1 \right] \bar{G}_2^2 + \frac{2\rho}{\alpha} \coth(nH_1) \coth(nH_2) \bar{G}_1 \bar{G}_2 \right]$$

$$\Lambda = \frac{4n^2 B_v}{\alpha We} \left[ \rho \coth(nH_1) \left[ \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_1) - 1 \right] \bar{F}_1 \bar{G}_1 + \coth(nH_2) \right]$$

$$\left[ \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_2) - 1 \right] \bar{F}_2 \bar{G}_2 + \frac{\rho}{\alpha} \coth(nH_1) \coth(nH_2) (\bar{F}_1 \bar{G}_2 + \bar{F}_2 \bar{G}_1) \right]$$

où  $We = \frac{\omega^2 l_c}{g}$  est le nombre de Weber,  $n = kl_c$  est le

nombre d'onde,  $H_j = \frac{h_j}{l_c}$  et  $B_v = \frac{a^2 \omega^2}{4} \left( \frac{\rho_1 - \rho_2}{g\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}$  est le paramètre sans dimension caractérisant l'intensité de vibration. Le temps a été adimensionné par  $\frac{1}{\omega}$  et les

coordonnées spatiales par  $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{g(\rho_1 - \rho_2)}}$ .

### III-1. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous nous intéressons aux courbes traduisant l'évolution du nombre caractérisant l'intensité de vibration,  $B_v$ , en fonction du nombre d'onde,  $n$ , en fixant le nombre de fréquence,  $\sigma_2$ , le contraste de viscosité,  $A_\mu$ , ainsi que les autres paramètres physiques du problème. Dans la figure 2, nous illustrons les courbes de stabilité marginale pour  $A_\mu = 0$ . Sur la figure 2-b, nous constatons que pour de grandes valeurs du nombre de fréquence  $\sigma_2$ , les résultats

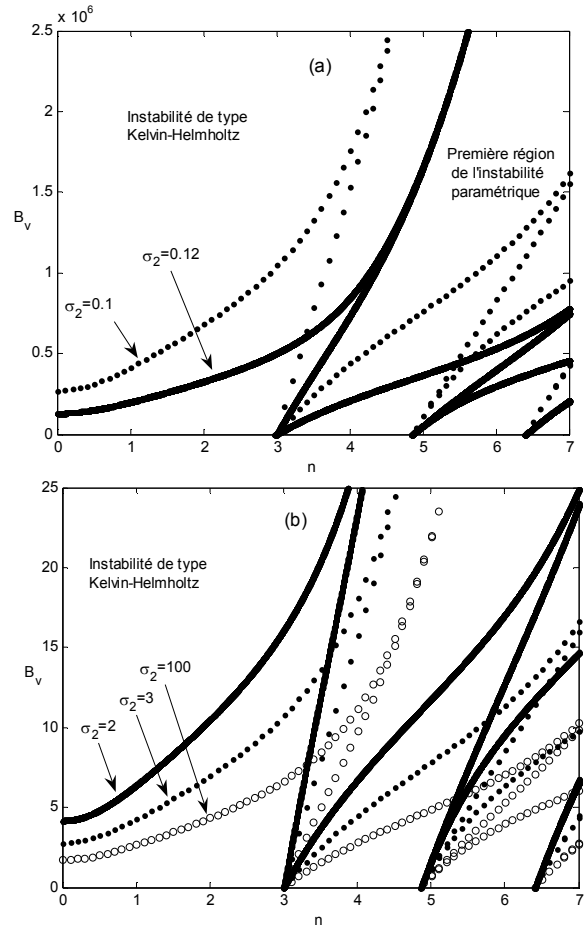


Figure 3: Courbes de stabilité marginale pour  $\rho = 2$  et  $We = 10$ .

coïncident avec ceux obtenus par Khenner et *al.* [2] dans le cas limite correspondant à l'étude non visqueuse. Pour de faibles valeurs de nombre de fréquence  $\sigma_2$ , figure 2-a, les résultats montrent qu'une augmentation de la viscosité du fluide supérieure a un effet stabilisant sur la zone d'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Le seuil d'instabilité se déplace vers des valeurs plus élevées. Par exemple  $B_{v0} = 3.809$  pour  $\sigma_2 = 3$  et  $B_{v0} = 1.08 \times 10^6$  pour  $\sigma_2 = 0.1$ .

#### IV. STABILITE LINEAIRE VISQUEUSE DE LA SOLUTION DE BASE

La perturbation du champ de vitesse est écrite de manière qu'elle tienne compte de la condition d'adhérence sur les parois verticales:  $\frac{2z}{e} \left( \frac{2z}{e} - 1 \right) (u_j(x, y, t), v_j(x, y, t))$ . Les équations de mouvement sont moyennées par rapport à  $z$  :

$$\frac{\rho_j}{3} \left[ \frac{\partial u_j(y, t)}{\partial t} + \bar{U}_j^b \frac{\partial u_j(y, t)}{\partial x} \right] = -\frac{\partial p_j}{\partial x} + \frac{4}{e^2} \mu_j u_j(y, t) \quad (12)$$

$$\frac{\rho_j}{3} \left[ \frac{\partial v_j(y, t)}{\partial t} + \bar{U}_j^b \frac{\partial v_j(y, t)}{\partial x} \right] = -\frac{\partial p_j}{\partial y} + \frac{4}{e^2} \mu_j v_j(y, t) \quad (13)$$

De manière analogue au cas des perturbations parfaites dans la section précédente, en utilisant l'équation (8) qui tient compte cette fois-ci des termes visqueux, nous obtenons l'équation régissant l'évolution de l'interface :

$$\frac{d^2 \bar{\xi}(t)}{dt^2} + [\delta' + \chi' \sin^2(t) + \beta' \cos^2(t) + \Lambda' \sin(2t) + \quad (14)$$

$$i\delta \sin(t) + i\lambda \cos(t)] \bar{\xi}(t) = 0$$

$$\text{où } \delta' = \frac{n(\rho-1)}{(R_1+R_2)} G_0 + \frac{n^3}{we_2(R_1+R_2)} - \frac{9}{(\sigma_2)^4} \frac{(R_1\nu+R_2)^2}{(R_1+R_2)^2}$$

$$\chi' = n^2 A^2 \left[ \alpha_1 \bar{F}_1^2 + \alpha_2 \bar{F}_2^2 + \frac{2R_1 R_2}{(R_1+R_2)^2} \bar{F}_1 \bar{F}_2 \right]$$

$$\beta' = n^2 A^2 \left[ \alpha_1 \bar{G}_1^2 + \alpha_2 \bar{G}_2^2 + \frac{2R_1 R_2}{(R_1+R_2)^2} \bar{G}_1 \bar{G}_2 \right]$$

$$\Lambda' = n^2 A^2 \left[ \alpha_1 \bar{G}_1 \bar{F}_1 + \alpha_2 \bar{G}_2 \bar{F}_2 + \frac{R_1 R_2}{(R_1+R_2)^2} (\bar{F}_1 \bar{G}_2 + \bar{F}_2 \bar{G}_1) \right]$$

$$\delta = \frac{6A}{(\sigma_2)^2} \left[ \frac{n\nu R_1}{R_1+R_2} \left( -1 + \frac{R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_1}{R_1+R_2} \right) \bar{F}_1^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{R_2}{R_1+R_2} \left( -1 + \frac{nR_1}{R_1+R_2} + \frac{nR_2}{R_1+R_2} \right) \bar{F}_2^2 \right]$$

$$\lambda = \frac{6A}{(\sigma_2)^2} \left[ \frac{n\nu R_1}{R_1+R_2} \left( -1 + \frac{R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_1}{R_1+R_2} \right) \bar{G}_1^2 + \right.$$

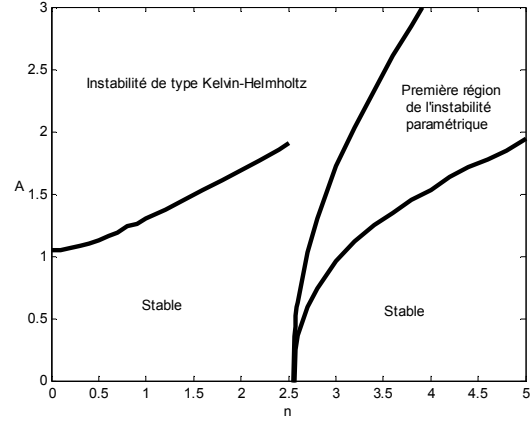
$$\left. + \frac{R_2}{R_1+R_2} \left( -1 + \frac{nR_1}{R_1+R_2} + \frac{nR_2}{R_1+R_2} \right) \bar{G}_2^2 \right]$$

$$\text{Avec } \alpha_j = \frac{R_j}{R_1+R_2} \left[ \frac{R_j}{R_1+R_2} - 1 \right], \quad R_j = \rho_j \coth(kh_j)$$

$$We_2 = \frac{\rho_2 h^3 \omega^2}{\gamma}, \quad G_0 = \frac{g}{h\omega^2}, \quad A = \frac{a}{h} \quad \text{et } \nu = \frac{\nu_1}{\nu_2}$$

#### IV. 1 RESULTATS ET DISCUSSION :

A ce stade de notre étude, nous avons validé le cas limite où  $\sigma_2 \rightarrow \infty$ , dans ce cas les résultats convergent vers ceux



obtenus par Khenner et *al.* [2].

**Figure 3: Courbe de stabilité marginale pour  $\rho = 2$ ,  $We_2 = 6.25$ ,  $Go = 0.16$ ,  $A_\mu = 0$**

La première région de cette courbe correspond à une instabilité de type Kelvin-Helmholtz où le mode le plus dangereux correspond à une longueur d'onde infini et la deuxième instabilité est une résonance paramétrique due aux oscillations.

#### V. CONCLUSION

Nous avons considéré l'étude de stabilité linéaire visqueuse et non visqueuse de l'interface séparant deux couches fluides immiscibles de masses volumiques différentes confinés dans une cellule de Hele-Shaw laquelle effectue un mouvement oscillant. Le problème perturbé a été réduit à une équation de Mathieu régissant l'évolution de l'amplitude de l'interface. Par la suite nous avons déterminé les zones stables et instables en fonction des différents paramètres physiques du problème pour les deux modèles étudiés.

#### REFERENCES

- [1] Kelly. R. E, The stability of an unsteady Kelvin-Helmholtz flow, J. Fluid Mech, Vol. 22, 1965.
- [2] Khenner M. V, Lyubimov. D. V, Belozero. T. S, Roux. B, Stability of plane-parallel vibrational flow in a two-layer system, J. Fluid Mech, Vol. 18, 1999.
- [3] Talib. E, Juel. A, Instability of a viscous interface under horizontal oscillation, Physics of Fluids, Vol.19, 2007.
- [4] Talib. E, Jalikop. S. V, Juel. A, The influence of viscosity on the frozen wave instability: theory and experiment, J. Fluid Mech, Vol. 584, 2007.
- [5] Abidate A, Aniss S, Caballina O, Souhar M, Effects of circular rigid boundaries and Coriolis forces on the interfacial instability in a rotating annular Hele-Shaw cell, Phys. Rev. E75, 046307, (2007).

# INSTABILITE D'UN SYSTEME A DEUX COUCHES FLUIDES MISCIBLES CONFINÉ DANS UNE CELLULE DE HELE-SHAW ANNULAIRE EN ROTATION AUTOUR DE SON AXE ET SOUMIS A UN RADIANT DE TEMPERATURE RADIAL

M. ECHCHADLI, S. ANISS

Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock,  
Laboratoire de mécanique,  
Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca,  
Maroc

## INTRODUCTION :

Le seuil de convection dans un manteau terrestre, où le rapport de densité augmente avec la profondeur résultant des changements dans la composition chimique, a été étudié par Johnson & Richter [1] dans le cas d'un système composé de deux couches fluides miscibles et chauffé par le bas. En effectuant une analyse de stabilité linéaire dans le cas où les propriétés physiques telles que la viscosité, la diffusivité thermique, le coefficient de dilatation thermique des deux fluides, excepté la densité, sont égaux, ils ont montré que la convection est séparée dans chacune des deux couches fluides et que la convection est oscillante avec instabilité de l'interface. Dans cette étude, les auteurs ont défini deux nombres de Rayleigh, l'un basé sur la différence de température et l'autre est basé sur la différence de densité. La convection est stationnaire lorsque le nombre de Rayleigh, basé sur la différence de densité, est supérieur à 5000, et elle est oscillante lorsqu'il est inférieur à 5000. L'étude du régime oscillatoire, où l'interface est déformée et où la convection est développée dans toute la cavité, a été traitée par Olson *et al.* [2] qui ont effectué une étude expérimentale sur l'écoulement de deux couches fluides dans une cuve et ont observé que l'interface est déstabilisée au voisinage d'une valeur critique du nombre de flottabilité. Par la suite, Olson *et al.* [3] ont effectué une analyse de stabilité linéaire en introduisant les termes dus aux effets de viscosité dans les équations de Navier-Stokes. Ils ont ainsi montré que les prévisions faites à partir de l'analyse linéaire de stabilité sont conformes aux mesures expérimentales. Motivé par un intérêt en géophysique, des expériences de laboratoire ont été récemment réalisées par Tackley [4] pour déterminer l'influence du contraste de viscosité sur la stabilité des deux couches fluides miscibles dans le cas où il n'y a aucune tension superficielle à l'interface. Il a montré que dans la situation où l'on a de très grandes valeurs du nombre de Rayleigh thermique et du nombre de Prandtl la convection thermique se développe dans les deux couches superposées et l'interface peut se déformer en fonction du nombre de flottabilité. Le Bars et Davaille [5] se sont concentrés sur le régime où l'interface se déforme largement et les mouvements se propagent sur toute la profondeur du

système. Ils ont utilisé l'analyse de stabilité linéaire et des expériences pour étudier davantage la stabilité et l'existence de deux régimes de convection l'un stationnaire et l'autre oscillant, en fonction du rapport de viscosité (supérieur à 5), de la profondeur et du rapport de densité. Il ont montré que le régime oscillant existe lorsque le nombre de flottabilité est inférieur à une valeur de 0.302. Nous considérons un système constitué de deux couches fluides miscibles confinées dans une cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation. Le système est soumis à un gradient de température radial. Nous effectuons une analyse de stabilité linéaire et nous étudions l'influence des forces de Coriolis, de la courbure ainsi que l'effet du rapport des viscosités sur le seuil de convection au sein des deux couches fluides.

## FORMULATION

Nous considérons un système composé de deux fluides, de viscosités respectives  $\mu_1$  et  $\mu_2$  et de densités  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , confiné dans une cellule de Hele-Shaw annulaire laquelle effectue un mouvement de rotation autour de son axe (figure 1). La vitesse angulaire de rotation étant  $\Omega = \Omega \mathbf{k}$ . Les parois horizontales situées en  $z^* = \pm e/2$  sont supposées parfaitement adiabatiques. Nous désignons respectivement par  $R_1^*$  et  $R_2^*$  les rayons intérieur et extérieur de la cellule (figure 1). Le rapport d'aspect géométrique de la cellule,  $\varepsilon = \frac{e}{\Delta R^*}$  où  $\Delta R^* = R_2^* - R_1^*$  est supposé très petit devant l'unité, et le paramètre de courbure sera désigné par  $\delta = \frac{\Delta R^*}{R_1^*}$ . Nous négligeons la pesanteur en considérant en considérant  $g \ll \Omega^2 R$ .

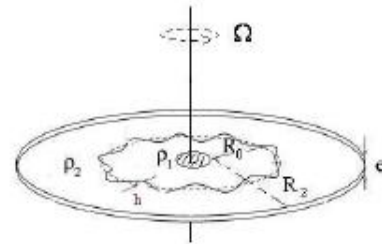


Figure 1 : Système à deux couches fluides miscible confiné dans une cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation

Dans le repère relatif,  $(O, \mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{k})$ , lié à la cellule, les équations de conservation s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_i^* = 0 \quad (1)$$

$$\rho_i \left( \frac{\partial \mathbf{V}_i^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}_i^* \cdot \nabla \mathbf{V}_i^* \right) = -\nabla p_i^* - \rho_i \Omega \wedge (\Omega \wedge \mathbf{O}\mathbf{M}) + \mu_i \Delta \mathbf{V}_i^* - 2\rho_i \Omega \wedge \mathbf{V}_i^* \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_i^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}_i^* \cdot \nabla T_i^* = \kappa \Delta T_i^* \quad (3)$$

où  $\mathbf{V}_i^* = (u_i^*, v_i^*, w_i^*)$  est le champ de vitesse ( $i=1$  ou 2 selon le fluide considéré),  $p_i^*$  la pression,  $\mu_i$  la viscosité de chaque fluide et  $\kappa$  est la diffusivité thermique des deux fluides.

### II-1 Solution de base

La solution de base correspond à un régime conductif avec un champ de vitesse nul:

$$\mathbf{V}_i^* = 0 \quad ; \quad -\nabla p_e^* - \rho_e \boldsymbol{\Omega} \wedge (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{OM}) = 0 \quad (4)$$

$$T_e^* = \frac{\left[ (T_2^* - T_1^*) \ln(r^*) + (T_1^* \ln R_2 - T_2^* \ln R_1) \right]}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (5)$$

### II-2 Analyse dimensionnelle

Nous adimensionnons le temps par,  $\Delta R/\kappa$  la coordonnée  $z^*$  par  $e$ , le champ de vitesse  $\mathbf{V}_i^* = (u_i^*, v_i^*, w_i^*)$  par  $(\kappa/\Delta R, \varepsilon\kappa/\Delta R, \kappa/\Delta R)$ , la pression par  $\rho v \kappa/e^2$  et la température par  $(T_2^* - T_1^*)$  [6]. Nous introduisons aussi le changement de variable  $r = (r^* - R_1)/\Delta R$ . Nous obtenons pour chaque fluide  $i$  les équations de conservation suivantes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\delta}{1+\delta} u_i + \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\partial v_i}{\partial \theta} + \frac{\partial w_i}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\varepsilon^2 \text{Pr}^{-1} \frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\partial p_i}{\partial r} + \varepsilon^2 \Delta_2 u_i - Ra \frac{1+\delta r}{\delta} T_i + \frac{2v_i}{E} + \frac{v_i}{v_2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \quad (7)$$

$$\varepsilon^2 \text{Pr}^{-1} \frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\delta}{1+\delta} \frac{\partial p_i}{\partial \theta} + \varepsilon^2 \frac{v_i}{v_2} \Delta_2 v_i - \frac{2u_i}{E} + \frac{v_i}{v_2} \frac{\partial^2 v_i}{\partial z^2} \quad (8)$$

$$\varepsilon^4 \text{Pr}^{-1} \frac{\partial w_i}{\partial t} = -\frac{\partial p_i}{\partial z} + \varepsilon^4 \frac{v_i}{v_2} \Delta_2 w_i + \frac{v_i}{v_2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial z^2} \quad (9)$$

$$\varepsilon^2 \left[ \frac{\partial T_i}{\partial t} - \frac{1}{\ln(\delta+1)} \frac{\delta}{1+\delta} u_i \right] = \varepsilon^2 \Delta_2 T_i + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} \quad (10)$$

où  $\Delta_2 = \frac{\partial}{\partial r^2} + \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\partial}{\partial r} + \left( \frac{\delta}{1+\delta} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$

$\delta = \frac{R_2 - R_1}{R_1}$  est la courbure de la cellule,

$Ra = \frac{\beta \Omega^2 R_1 (T_2 - T_1) \Delta R^3 \varepsilon^2}{v_2 \kappa}$  est le nombre de

Rayleigh,  $E^{-1} = \frac{\Omega e^2}{v_2}$  est le nombre d'Ekman et  $\text{Pr} = \frac{v_2}{\kappa}$  est le nombre de Prandtl du fluide 2.

### II-3 Approximation de Hele-schaw

Nous considérons dans cette étude la situation où  $\text{Pr} \sim 1$  ou  $\text{Pr} \gg 1$ , les termes inertiels sont négligés des équations de mouvement (7)-(9). On désigne par  $u_{oi}, v_{oi}, w_{oi}, T_{oi}, p_{oi}$  la solution du système (6)-(10) au premier ordre  $\varepsilon = 0$ . Ainsi la pression est indépendante de  $z$ . En utilisant les conditions d'adiabaticité en  $z = \pm 1/2$ , on montre que  $T_{oi}$  est aussi indépendante de  $z$ . Si l'on introduit les expressions des

$u_{oi}, v_{oi}$  dans l'équation de continuité et l'on intègre cette équation par rapport à  $z$ , on obtient :

$$\Delta_2 p_{oi} = -Ra \left[ 2T_{oi} + \frac{1+\delta r}{\delta} \frac{\partial T_{oi}}{\partial r} - F(\Gamma_i) \frac{\partial T_{oi}}{\partial \theta} \right] \quad (11)$$

avec  $F(\Gamma_i) = \frac{M_{1i}}{M_{2i}} \quad \Gamma_i = \frac{1}{2\sqrt{E} \frac{v_2}{v_i}}$

$$M_{1i} = \frac{1}{8\Gamma_i^2} \left[ -1 + \frac{\sin(\Gamma_i)\cos(\Gamma_i) + \sinh(\Gamma_i)\cosh(\Gamma_i)}{2\Gamma_i(\cosh^2(\Gamma_i) - \sinh^2(\Gamma_i))} \right]$$

$$M_{2i} = \frac{1}{8\Gamma_i^2} \left[ \frac{\sin(\Gamma_i)\cos(\Gamma_i) + \sinh(\Gamma_i)\cosh(\Gamma_i)}{2\Gamma_i(\cosh^2(\Gamma_i) - \sinh^2(\Gamma_i))} \right]$$

Nous exploitons l'équation de l'énergie à l'ordre  $\varepsilon^2$  et nous la moyennons par rapport à la variable  $z$  pour obtenir :

$$\Delta_2 T_{oi} - \frac{Ra M_{2i}}{\ln(1+\delta)} T_{oi} = \frac{\delta}{(1+\delta)\ln(1+\delta)}$$

$$\left[ M_1 \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\partial p_{oi}}{\partial \theta} + M_2 \frac{\partial p_{oi}}{\partial r} \right] \quad (12)$$

La solution de notre problème est cherchée en mode normaux  $p_{oi} = f_i(r) \exp(im\theta + \omega t)$  et  $T_{oi} = g_i(r) \exp(im\theta + \omega t)$  où  $m$  est le nombre d'onde azimutale qui est un entier. Ensuite, pour rendre la nature du problème réelle et non complexe, nous introduisons le changement de variable :

$\Lambda_i(r) = im M_{1i} f_i + \frac{1+\delta r}{\delta} M_{2i} \frac{df_i}{dr}$ . Nous obtenons donc:

$$D_m(g_i) - \frac{Ra M_{2i}}{\ln(1+\delta)} g_i = \frac{\delta^2}{(1+\delta r)^2} \frac{\Lambda_i}{\ln(1+\delta)} \quad (13)$$

$$D_m(\Lambda_i) = \frac{(1+\delta r)^2}{\delta^2} M_{2i}^2 Ra \frac{d^2 g_i}{dr^2} - \frac{4M_{2i}^2 + m^2 M_{1i}^2}{M_2} Ra g_i - 5Ra M_2 \frac{1+\delta r}{\delta} \frac{dg_i}{dr} \quad (14)$$

où  $D_m = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1+\delta r}{\delta} \frac{d}{dr} - \frac{m^2}{r^2}$ . Le système (13)-(14) est maintenant associé aux conditions aux limites et d'interface simplifiées suivantes :

**Conditions sur les frontières :**

$$\Lambda_i = g_i = 0 \quad \text{pour } r=0,1 \quad (15)$$

**Continuité des composantes normales du vitesse :**

$$\frac{\delta}{1+\delta r} \Lambda_1 + \frac{1+\delta r}{\delta} g_1 = \frac{\delta}{1+\delta r} \Lambda_2 + \frac{1+\delta r}{\delta} g_2 \quad (16)$$

**Continuité des contraintes normales :**

$$\frac{2m^2 \delta^2}{(1+\delta r)^2} (\gamma \Lambda_1 - \Lambda_2) - \left[ \frac{\delta}{1+\delta r} + \frac{2m^2 \delta^2}{1+\delta r} \right] \left( \gamma \frac{d\Lambda_1}{dr} - \frac{d\Lambda_2}{dr} \right) - Ra(2m^2 - 2)(\gamma g_1 - g_2) - \frac{1+\delta r}{\delta} Ra(2m^2 + 1) \left( \gamma \frac{dg_1}{dr} - \frac{dg_2}{dr} \right) = \frac{m^2}{i\omega} B \left( \frac{\delta}{1+\delta r} \Lambda_1 + Ra \frac{1+\delta r}{\delta} g_1 \right)$$



(17)

où  $B = \frac{\rho_{10} - \rho_{20}}{\rho \alpha \Delta T}$  est le nombre de flottabilité.

**Continuité des températures et des flux de chaleur :**

$$\begin{aligned} g_1 &= g_2 \\ \frac{dg_1}{dr} &= \frac{dg_2}{dr} \end{aligned} \quad (18)$$

## RESULTATS ET DISCUSSION

Nous avons validé, dans un premier temps, nos résultats numériques avec le cas de la convection stationnaire,  $\omega = 0$ , pour différentes valeurs du rayon de courbure,  $\delta$  et pour  $\gamma = 1$ , les deux fluides sont les mêmes, et ce pour un nombre de flottabilité nul ( $B = 0$ ). Dans ce cas, nous avons obtenu la même évolution du nombre de Rayleigh,  $Ra_c$ , en fonction de l'inverse du nombre d'Ekman,  $E^{-1}$  que celle dans [6]. Avec ces résultats, on montre que l'effet des forces de Coriolis est stabilisant.

Une fois la validation a été effectuée, nous présentons sur la figure 2, la variation du nombre de Rayleigh critique en fonction du rapport de viscosité,  $\gamma$ , pour différentes valeurs du nombre d'Ekman et pour  $B = 0$ . Nous constatons que le nombre de Rayleigh critique augmente avec le rapport des viscosités et cette augmentation est remarquable lorsque le nombre d'Ekman est très faible.

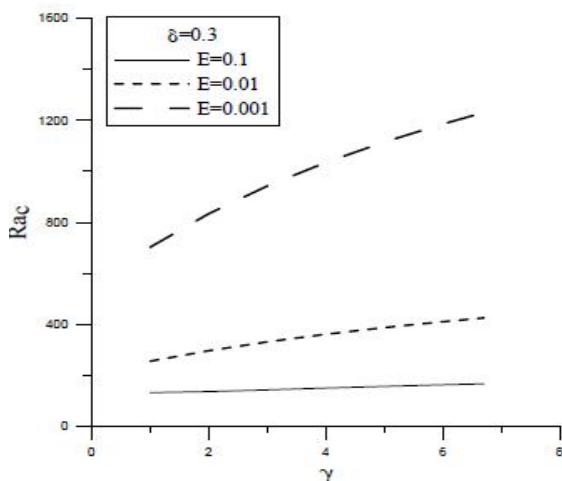


Figure 2: Variations du nombre de Rayleigh critique,  $Ra_c$ , en fonction du rapport de viscosité pour différentes valeurs du nombre d'Ekman et pour  $\delta = 0.3$ .

On peut donc conclure que ce rapport de viscosité a un effet stabilisant sur le seuil de convection lorsque le nombre d'Ekman est faible.

Lorsque la vitesse de l'interface entre les deux couches est nulle nous présentons sur la figure 3, l'évolution du rapport de viscosité sur la seuil convectif pour  $B=0$ . Nous observons, dans cette situation aussi, que le nombre de Rayleigh critique augmente avec le rapport des viscosités et donc ce rapport de viscosité a un effet stabilisant sur le seuil de convection. Enfin, nos premiers résultats numériques nous indiquent que le nombre d'onde critique ne dépend pas de ce rapport.

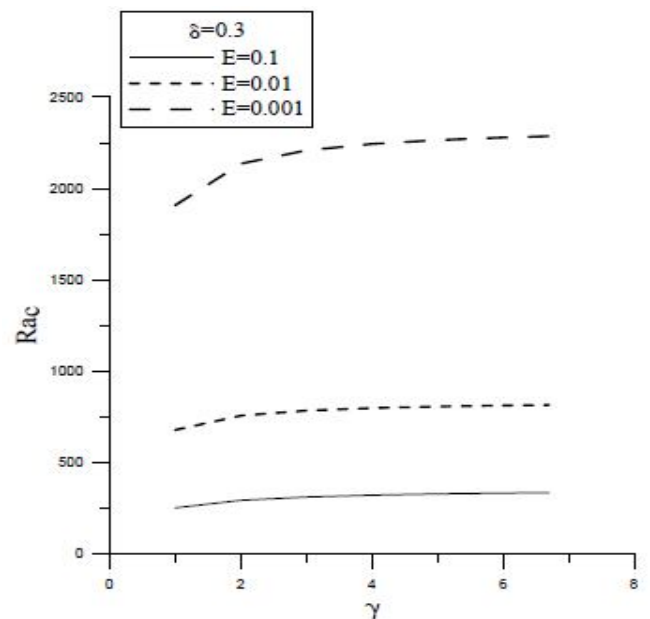


Figure 3: Variation du nombre de Rayleigh critique en fonction du rapport de viscosité pour différentes valeurs du nombre d'Ekman,  $\delta = 0.3$  et vitesse d'interface nulle

## CONCLUSION

Nous avons effectué une étude de stabilité d'un système constitué de deux couches fluides confinées dans une cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation. Le système est soumis à un gradient de température radial. La résolution du problème linéaire a été effectuée à l'aide d'une technique transformant un problème aux valeurs propres en un problème aux conditions initiales. A travers cette étude nous avons mis en évidence l'influence du rapport de viscosité et du nombre d'Ekman sur le seuil de convection. Nos travaux en cours sont concentrés sur la détermination de l'instabilité de convection oscillante en fonction du nombre de flottabilité, du nombre d'Ekman et de la courbure.

## RÉFÉRENCES

- [1] F. M. Richter, and C. E. Johnson, Stability of a chemically layered mantle. *J. Geophys. Res.* 79, 1635–1639, 1974.
- [2] P. Olson and C. Kincaid, Experiments on the interaction of thermal convection and compositional layering at the base of the mantle. *J. Geophys. Res.* 96, 4347-4354, 1991.
- [3] P. Olson, P. G. Silver, et R.W. Carlson, The large scale structure of convection in the Earth's mantle. *Nature* 344, 209-215, 1990.
- [4] P. J. Tackley, Mantle convection and plate tectonics: toward an integrated physical and chemical theory. *Science* 288, 2002–2007, 2000.
- [5] A. Davaille, Two-layer thermal convection in miscible fluids, *J. Fluid Mech.* 64-88, 2002.
- [6] S. Ramezani, S. Aniss, and M. Souhar, "Effets des forces de Coriolis sur le seuil convectif stationnaire d'une couche liquide confinée en cellule de Hele-Shaw annulaire en rotation", *C. R. Mec.* 330, 633-640, 2002.

# EFFET DU NOMBRE DE RICHARDSON SUR UNE TURBULENCE STRATIFIÉE ET CISAILLÉE HORIZONTALEMENT

L.THAMRI<sup>(1)</sup>, M.BOUZAIANE<sup>(1)</sup> ET T.LILI<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Laboratoire de mécanique des fluides, Faculté des sciences de Tunis, Elmanar 1060, Tunis, Tunisie

## Introduction

A l'aide d'une simulation numérique directe, Holt et al. [1] ont étudié les effets de la stratification stable sur une turbulence homogène cisaillée. Ils ont étudié en particulier

les effets du nombre de Richardson  $R_i = \frac{g}{T_0} \frac{S_\rho}{S^2}$  où  $S_\rho$  est

le gradient du scalaire moyen,  $S$  est le taux de cisaillement moyen,  $T_0$  est la température de référence et  $\rho$  est la fluctuation de la température. Dans ce travail consacré à l'étude des états d'équilibre d'un champ scalaire d'une turbulence homogène stratifiée [2], nous étudions l'apport du modèle de Speziale Sarkar et Gatski (SSG) sur la prédiction d'une turbulence stratifiée et soumise à un cisaillement horizontal ( $\theta = \pi/2$ ) où  $\theta$  est l'angle d'inclinaison du cisaillement par rapport à la verticale. Nous évaluons les prédictions des modèles au second ordre et nous les comparons aux résultats de simulation numérique directe de Jacobitz et al. [3]. Nous présentons au paragraphe 2 les équations générales des corrélations doubles décrivant l'écoulement turbulent et nous mettons en évidence le problème de fermeture des équations. Le paragraphe 3 est consacré à préciser des modèles au second ordre retenus dans ce travail et à la modélisation des équations. Les principaux résultats obtenus sont présentés au paragraphe 4.

## Equations générales

Dans ce paragraphe, nous écrivons la forme générale des équations des tensions de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$ , des flux turbulents de scalaire  $\overline{u_i \rho}$ , de l'énergie cinétique turbulente  $K$  et de la variance de la fluctuation du scalaire  $\overline{\rho^2}$ . Dans le cadre d'une fermeture conventionnelle au second ordre, ces équations se présentent sous les formes condensées suivantes:

$$\frac{d}{dt} \overline{u_i u_j} = P_{ij} - B_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{u_i \rho} = P_{i\rho} - B_{i\rho} + \Phi_{i\rho} - \varepsilon_{i\rho} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} K = P - B - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{\rho^2} = 2P_\rho - 2\varepsilon_\rho \quad (4)$$

Dans ces équations les termes notés  $P$  sont des termes de production dus aux gradients cinématiques et scalaires moyens:

$$P_{ij} = -S \overline{u_j u_2} \delta_{i1} - S \overline{u_i u_2} \delta_{j1} \quad (5)$$

$$P_{i\rho} = -S \overline{u_2 \rho} \delta_{i1} - S_\rho \overline{u_i u_3} \quad (6)$$

$$P_{\rho\rho} = -2S_\rho \overline{\rho u_3} \quad (7)$$

Les termes notés  $B$  sont les termes dus aux forces de gravité:

$$B_{ij} = \frac{g}{\rho_0} \left( \overline{u_i \rho} \delta_{j3} + \overline{u_j \rho} \delta_{i3} \right) \quad (8)$$

$$B_{i\rho} = \frac{g}{\rho_0} \overline{\rho^2} \delta_{i3} \quad (9)$$

Les termes notés  $\varepsilon$  sont les termes de dissipation dus aux effets moléculaires :

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \quad (10)$$

$$\varepsilon_{i\rho} = (\alpha + \nu) \frac{\partial \rho}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{\rho\rho} = -2\nu \frac{\partial \rho}{\partial x_k} \frac{\partial \rho}{\partial x_k} \quad (12)$$

Et les termes notés  $\phi$  sont les termes de corrélation faisant intervenir la fluctuation de pression :

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\rho_0} p \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \phi_{i\rho} = \frac{1}{\rho_0} p \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (13)$$

A ce niveau du travail et pour résoudre ces équations, une approche numérique qui consiste à une modélisation au second ordre des équations d'évolution de l'écoulement est retenue. Cette approche fera l'objet du paragraphe suivant.

## Modélisation au second ordre

Dans le cadre d'une modélisation au second ordre, nous rappelons que les corrélations pression-déformation et pression-gradient de scalaire sont les termes essentiels à modéliser dans les équations d'évolution des tensions de Reynolds et des flux turbulents de scalaire. Ces termes que nous représentons symboliquement par  $\phi$  sont classiquement décomposés comme suit :

$$\phi_{ij} = \phi_{ij}^1 + \phi_{ij}^2 + \phi_{ij}^3 \quad (4)$$

$$\phi_{i\rho} = \phi_{i\rho}^1 + \phi_{i\rho}^2 + \phi_{i\rho}^3 \quad (15)$$

Les termes notés 1 sont dits de retour à l'isotropie et traduisent l'interaction de la turbulence sur elle-même. Les termes notés 2 sont les termes linéaires alors que les termes notés 3 sont les termes qui traduisent les effets de la gravité sur la turbulence. Dans ce travail, nous retenons le modèle de Speziale Sarkar et Gatski (SSG) pour les termes de la

correlation pression-déformation. Ce dernier (SSG) n'a pas eu une extension au champ de scalaire. Ce modèle sera couplé respectivement avec les modèles les plus connus dans la littérature. Il s'agit des modèles de Craft et Launder (CL) [5], du modèle de Shih et Lumley (SL) [6] et enfin de modèle de Launder Reece et Rodi (LRR) [4]. Pour les termes 3 de ces corrélations, nous retenons les modèles classiques de Zeman et Lumley [7].

Le cas d'une turbulence homogène stratifiée et cisailée, est décrit par les équations d'évolution des composantes  $\overline{u_i u_j}$  des tensions de Reynolds, de l'énergie cinétique  $K$  et sa dissipation  $\varepsilon$  pour le champ cinématique, alors que les équations d'évolution des flux de scalaire  $\overline{u_i \rho}$ , la variance  $\overline{\rho^2}$  et sa dissipation  $\varepsilon_\rho$  décrivent le champ scalaire. Nous précisons ici que les formes modélisées des équations d'évolution des dissipations cinématique et de scalaire sont retenues. Une forme adimensionnelle des équations d'évolutions est écrite en introduisant les grandeurs adimensionnelles cinématiques et de scalaire.

Nous précisons ici que dans leurs simulations numériques directes, Jacobitz et al. [3] se sont intéressés aux

comportements des composantes  $b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{\delta_{ij}}{3}$  du tenseur d'anisotropie de Reynolds, des grandeurs adimensionnelles  $F_i = \frac{g}{\rho_0} \frac{\overline{u_i \rho}}{kS}$ ,  $\eta = \frac{1}{2} \frac{g}{\rho_0} \frac{\overline{\rho^2}}{S_\rho} \frac{\rho^2}{k}$  et  $\frac{\varepsilon}{KS}$

**Résolution numériques et Résultats**

A ce niveau du travail, la résolution numérique des trois systèmes d'équations différentielles non linéaires, relatifs aux trois modèles retenus, paramétrés par le nombre de Richardson Ri et soumis aux conditions initiales isotropes des résultats de simulation numérique directe de Jacobitz [3] est entamée. Elle est effectuée par la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 et pour différentes valeurs du nombre de Richardson Ri. Poursuivie vers des intervalles de temps grand, une tendance générale des résultats prédits par les trois modèles vers des états asymptotiques d'équilibre est observée. Les principaux résultats sont présentés ci-dessous :

	SSG+CL	SSG+SL	SSG+LRR	SNDJ
Ri=0,15	-0,159	-0,151	-0,169	-0,1
Ri=0,2	-0,159	-0,148	-0,170	-0,12
Ri=0,4	-0,157	-0,137	-0,171	-0,11

Tableau 1 : Valeurs d'équilibre de (b<sub>12</sub>) prédites par les trois modèles pour différentes valeurs de Ri

A partir du tableau 1 qui présente les valeurs d'équilibre de la grandeur adimensionnelle b<sub>12</sub>, nous constatons une tendance générale vers des valeurs asymptotiques d'équilibres pour les trois modèles retenus et pour les valeurs moyennes du nombre de Richardson Ri, égales à 0,15 ; 0,2 et 0,4, aux quelles nous nous limitons dans ce travail.

Cependant un premier résultat essentiel est observé et a montré l'apport positif du modèle (SSG) sur la prédiction des états d'équilibre du champ de scalaire. En effet le modèle SSG couplé au modèle LRR pour les phénomènes de scalaire a montré dans la plus part des cas, une tendance vers des états asymptotiques d'équilibre des grandeurs adimensionnelles cinématique et de scalaire. Dans une étude précédente, le modèle LRR à lui seul retenu pour les champs cinématiques et scalaire n'a pas montré un tel comportement.

Nous présentons sur les figures FIG.1 et FIG.2 l'évolution en fonction du temps de la composante b<sub>12</sub> du tenseur d'anisotropie relatif aux modèles au second ordre. Nous constatons sur les figures 1 et 2 correspondant à Ri=0,2 et à Ri=0,15 et pour  $\varepsilon/KS = 1/2$  la présence d'états asymptotiques d'équilibre pour les trois modèles SSG-CL, SSG-SL et SSG-LRR. Cependant il est clair que le modèle SSG-CL est celui qui assure la meilleure concordance avec les résultats de SND de Jacobitz.

Par ailleurs une concordance qualitative entre les prédictions des deux autres modèles SSG-SL et SSG-LRR d'une part et les résultats de SND J d'autre part est aussi observée.

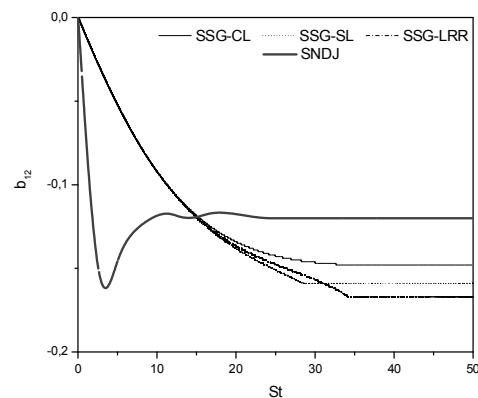


FIG.1 - Evolution de la composante b<sub>12</sub> pour Ri=0,2 et pour  $\varepsilon /KS=1/2$

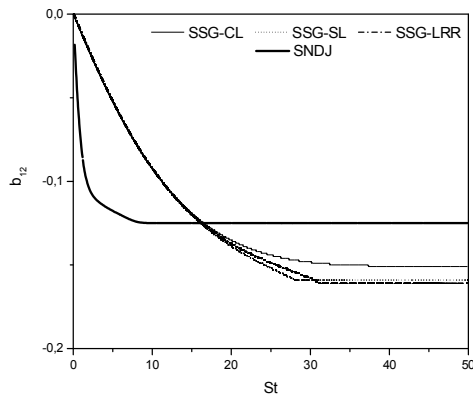


FIG. 2 - Evolution de la composante  $b_{12}$  pour  $Ri=0,15$  et  $\varepsilon/KS=1/2$

### Conclusion

Nous avons étudié à l'aide des modèles au second ordre l'évolution d'une turbulence homogène cisailée en présence d'une stratification stable. Trois modèles parmi les plus connus dans la littérature ont été retenus. Le modèle SSG pour les phénomènes cinématiques a été couplé avec les modèles LRR, SL et CL pour le champ de scalaire. Les résultats obtenus à partir de cette étude ont montré que le modèle SSG est d'un grand apport sur la prédiction des champs cinématique et de scalaire. Les résultats prédits ont montré que le modèle SSG améliore nettement les résultats prédits par les modèles CL, SL et LRR quand ils étaient retenus à eux seuls pour les champs cinématique et de scalaire dans une étude précédente [8].

### References

- [1] S.E.Holt, J.R.Koseff and J.H.Ferziger, A numerical study of the evolution and structure of homogeneous stably stratified sheared turbulence, *J.Fluid.Mech*, V 237, pp 499-539, 1992.
- [2] M. Bouzaiane, T. Lili, Prédiction des états d'équilibre d'un champ thermique en turbulence homogène, *IJTS* 7, 2002.
- [3] F. G. Jacobitz, S. Sarkar, C. W. Van Atta, Direct numerical simulation of the turbulence evolution in a uniformly sheared and stably turbulence, *J. Fluid Mech.* V 342, 231-261, 1997.
- [4] B.Lauder, E.Reece, G.Rodi, W., Progress in the development of a Reynolds stress closure, *J. Fluid Mech.* V 68, pp 537-576. 1975
- [5] B.E.Lauder, Advanced turbulence models for industrial applications, in *Turbulence transition Modeling* edited by M. Hallback and D. S. Hennigson and A. V. Johansson and P. H. Alfredsson., Dordrecht, 1996
- [6] T.H.Shih, Constitutive relations and realisability of single-point turbulence closures, in *Turbulence transition Modeling* edited by M. Hallback and D. S. Hennigson and A. V. Johansson and P. H. Alfredsson., Dordrecht, 1996

[7] O.Zeman, J.L.Lumley, Modeling buoyancy driven mixed layers, *J. Atm. Sci.* V 33, pp 1974-1988, 1976.

[8] H.Ben Abdallah, M.Bouzaiane et T.Lili, A second order modeling of a stably stratified sheared turbulence submitted to a non vertical shear, *Journal of Turbulence* 5, 2004.

# MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE L'INFLUENCE DES VENTS SUR LA DISPERSION DES POLLUANTS DANS LA BAIE DE TANGER (MAROC)

A. AMAHMOUJ<sup>1</sup>, E. M. CHABELASRI<sup>1</sup>, N. SALHI<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> LME, Faculté des Sciences, BP 717, 60000 Oujda, Maroc.  
[a.amahmouj@gmail.com](mailto:a.amahmouj@gmail.com)  
[chaabelasri@gmail.com](mailto:chaabelasri@gmail.com)  
[najim.salhi@yahoo.fr](mailto:najim.salhi@yahoo.fr)

**Résumé :** La simulation des eaux peu profondes permet de résoudre des problèmes hydrauliques variés, tels que les écoulements dans les zones côtières, ainsi que le transport des polluants inactifs. Dans ce même sens, la méditerranée est soumise un problème sérieux de pollution dû à l'accroissement des apports anthropiques côtiers de ses pays en voie d'industrialisation. Ce travail concerne la modélisation numérique de l'influence des vents sur la dispersion des polluants dans la baie de Tanger. Un algorithme numérique du type volumes finis est basé sur un Solveur de Riemann Non Homogène (SRNH) est utilisé pour résoudre les équations régissant l'écoulement de l'eau peu profonde (équations de Saint-Venant) couplées à l'équation de transport et diffusion d'un polluant.

**Mots clés :** Equations d'eaux peu profonde, Dispersion de polluants, Méthode volumes finis, Schéma SRNH, Maillage non structuré, Effet du vent, Baie de Tanger.

**Abstract:** Simulation of shallow water helps solve varied hydraulic problems, such as flows in coastal areas, as well as the transport of inactive pollutants. In this sens, the Mediterranean is subject to serious problems of pollution due to increased anthropogenic inputs of its coastal countries of industrialization. This work concerned the numerical modeling of the influence of winds on the dispersion of pollutants in the bay of Tangier. A numerical algorithm of finite volume is based on a Riemann Solver Non Homogeneous (RSNH) is used to solve the equations governing the shallow water flow (Saint-Venant equations) coupled to the transport-diffusion equation of a pollutant.

**Keywords:** Shallow water equation, Pollutants dispersion, Finite volume method, RSNH scheme, unstructured mesh, Effect of wind, Bay of Tangier.

## Introduction :

Durant les dernières années l'augmentation de la pollution dans les rivières, les lagunes, les baies ainsi que dans les régions côtières a attiré l'attention des responsables politiques, un peu partout dans le monde, sur les questions relatives à la protection de l'environnement. Dans beaucoup de situations, ces problèmes de pollution ont un impact déterminant sur l'écologie et l'environnement et peuvent causer un risque potentiel sur la santé humaine et l'économie locale.

Par ailleurs, la baie de Tanger a fait l'objet de nombreuses études récentes qui ont concerné la qualité des eaux, les courants, la bathymétrie, la faune, la pêche et l'aquaculture. Ces études ont ciblé sur l'aspect environnemental de la baie et sont d'ordre biologique, sédimentologique, géochimique ou économique. Cependant, les études de point de vue numérique concernant le transport des polluants dans les environs de la baie font défaut. Ces études sont pourtant indispensables puisqu'ils jouent le rôle de moyens de prédiction et permettent d'établir des cartes de risque. En utilisant la modélisation mathématique et les méthodes numériques, il est possible maintenant de prédire les changements dus à la pollution et de planifier des stratégies et des interventions nécessaires pour la protection de l'environnement. L'introduction et l'utilisation de tels types de mesures sont néanmoins impossibles sans une bonne connaissance des divers processus mis en jeu, tels que la formation des écoulements de l'eau et le transport et dispersion des polluants.

Nous nous proposons dans ce travail d'étendre et d'appliquer le solveur aux volumes finis Solveur de Riemann Non Homogène (SRNH) proposé par F. Benkhaldoun et Quivy in [2] pour une modélisation numérique de l'influence des vents sur la dispersion des polluants dans la Baie de Tanger. Le schéma STNH a également été examiné numériquement par Sahmin et al. [3]

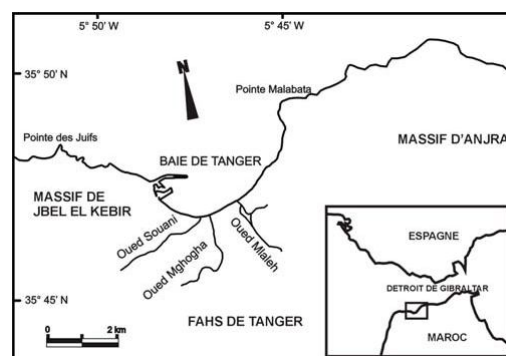


Figure 1. Carte de situation géographique de la baie de Tanger.

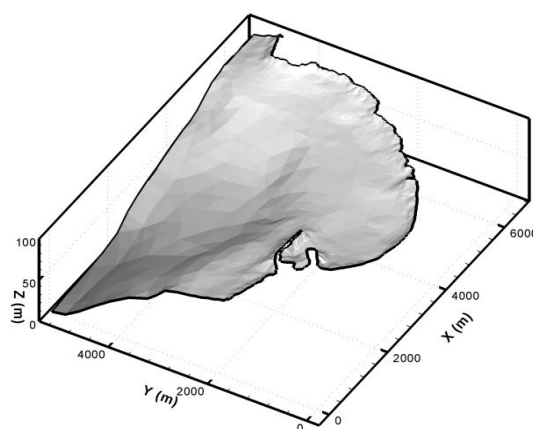


Figure 2. Reconstruction initiale du transport de polluants utilisé pour des simulations dans la baie de Tanger.



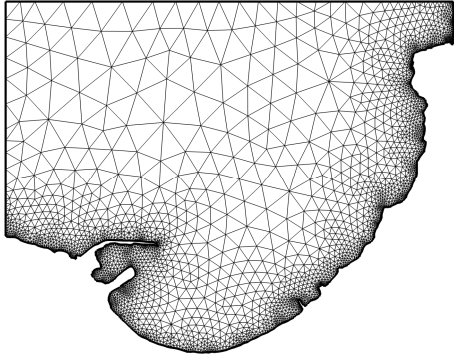


Figure 3. Maillage triangulaire de la baie de Tanger

### Equations et Conditions aux limites

#### 2.1 Modèle mathématique

Le problème de Saint-Venant avec terme source bidimensionnel est régi par le système ci-dessous :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} = -gh(S_{ox} - S_{fx}) + \frac{\tau_{wx}}{\rho_w} \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{\partial(hv^2 + \frac{1}{2}gh^2)}{\partial y} = -gh(S_{oy} - S_{fy}) + \frac{\tau_{wy}}{\rho_w}$$

dans le cas où un polluant est déversé dans l'écoulement, l'équation de transport et diffusion de polluant suivante doit être couplée au système d'équations (1) :

$$\frac{\partial(hC)}{\partial t} + \frac{\partial(huC)}{\partial x} + \frac{\partial(hvC)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}(hD_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(hD_y \frac{\partial C}{\partial y}) + hQ \quad (2)$$

Pour simplifier la présentation, les équations (1) et (2) s'écrivent sous la forme conservative suivant :

$$\partial_t(W) + \partial_x(F(W) - \bar{F}(W)) + \partial_y(G(W) - \bar{G}(W)) = S(W) \quad (3)$$

#### Méthode numérique

Pour discrétiser le système (3) sur des maillages triangulaires non structurés, nous allons appliquer le schéma SRNH. On approche le domaine de calcul  $D \subset \mathbb{R}^2$  par  $\bar{\Omega}$  discrétisé en cellules de type triangles. Soit  $\tau_h$  une triangulation conforme de  $\bar{\Omega}$  composée de  $N_e$  triangles telle que :

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{i=1}^{N_e} T_i$$

où les  $T_i$  sont les éléments de la triangulation.

En intégrant les équations (3) sur un volume de contrôle  $T_i$  et par application du théorème de Green on obtient :

$$\int_{T_i} \frac{\partial W}{\partial t} dV + \left[ \int_{\partial T_i} (F(W)n_x + G(W)n_y) d\sigma - \int_{T_i} S(W) dV \right] \quad (4)$$

où  $\partial T_i$  étant la frontière du triangle  $T_i$  et  $n = (n_x, n_y)^T$  la normale unitaire extérieure à  $\partial T_i$ .

Suivant la formulation [1], le schéma (SRNH) comporte une étape prédicteur et une étape correcteur. Une version explicite de premier ordre de ce schéma s'écrit :

$$W_{ij}^n = \frac{1}{2}(W_i^n + W_j^n) - \frac{1}{2} \text{sgn}[\nabla F(\bar{W}_{ij}^n; n_{ij})](W_j^n - W_i^n) + \frac{1}{2} \left| \nabla F(\bar{W}_{ij}^n; n_{ij})^{-1} \right| S_{ij}^n \quad (5)$$

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\text{aire}(T_i)} \sum_{j \in N(i)} \mathcal{F}(W_{ij}^n; n) \text{mes}(\Gamma_{ij}) + \Delta t S_i^n$$

Où

$$\mathcal{F}(W; n) = F(W)n_x + G(W)n_y$$

$W_i^n$  est l'état moyen sur le volume de contrôle  $T_i$  au temps  $t_n$ ,

$$W_i^n = \frac{1}{\text{aire}(T_i)} \int_{T_i} W dV$$

$\text{sgn}[A]$  représente la matrice signe de  $A$ ,  $\bar{W}_{ij}^n$  est la moyenne de Roe entre les états  $W_i^n$  et  $W_j^n$  et  $S_{ij}^n$  est le terme source. Il est clair que la discrétisation (5) est du premier ordre. Pour augmenter l'ordre de précision en espace, nous introduisons la technique dite MUSCL (Monotonic Upwind-Schemes for Conservation Laws) qui a été utilisée par I. Elmahi [4]. L'intégration en temps est réalisée via une méthode de Runge-Kutta [5] d'ordre deux (ce qui permet d'augmenter la condition CFL). Nous obtenons ainsi un schéma formellement du second ordre.

#### Résultats et discussions

La baie de Tanger (figure 2) est un domaine semi-fermé peu profond situé sur la côte ouest-sud du détroit de Gibraltar et la rive de la ville de Tanger. Son bathymétrie est caractérisée par un comportement très irrégulier, la profondeur s'augmente progressivement pour atteindre une valeur maximale de 50m sur l'interface ouverte de la mer. La circulation de base dans la baie de Tanger se compose d'une couche supérieure d'eau douce de surface froide de l'Atlantique et un courant opposé profond de l'eau plus chaude salée s'écoulant de la Méditerranée.

La figure 3 montre le maillage du domaine de calcul. Ce maillage est constitué de 6404 éléments et 3600 nœuds. Comme on peut le constater, la densité des nœuds au niveau des sources des eaux usées injectées situées sur les bords du domaine de calcul est élevée.

Notre test dans ce travail consiste en la simulation de la distribution de la concentration de polluants et effet du vent

et mettre en évidence la capacité de notre modèle à simuler de tels phénomènes dans des domaines très complexes.

Les résultats de simulation sont présentés sur la figure 4, où on montre l'effet du vent sur la distribution de la concentration de polluants dans la baie de Tanger à trois états différents du vent. Et la figure 5 montre l'évolution de la concentration de polluants en fonction du temps à la station G (1936,410) à trois états différents du vent.

De la figure 4 on constate que la distribution de la concentration de polluants est considérablement influencée par l'action du vent. Et en comparant ces trois états du

vent, l'effet du vent est clairement lisible. A partir de ces résultats, on peut observer que pour les conditions d'écoulement considérées pour ce cas teste, le transport et la dispersion du polluant dépend d'une manière significative de l'action du vent et de la nature de l'injection de contaminant.

De la figure 5 on constate que le vent venant du sud-est a plus d'influence sur l'évolution de la concentration de polluants à la station G (1936,410) (écoulement aidant) que le vent venant du sud-ouest (écoulement résistant).

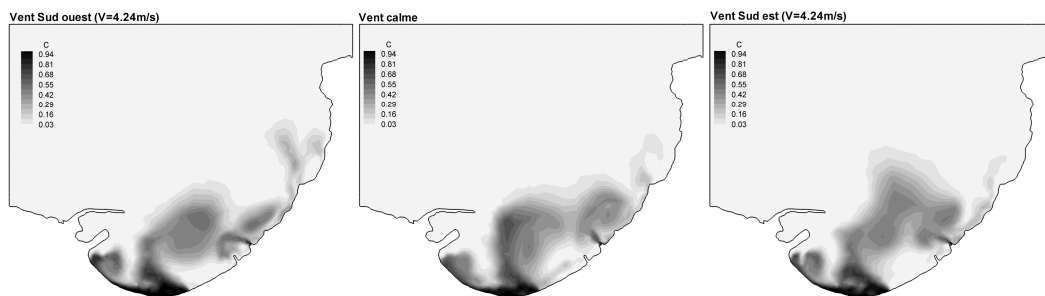


Figure 4. Effet du vent sur la distribution du Concentration de polluants avec une vitesse moyenne  $w_m=4.24$  m/s .

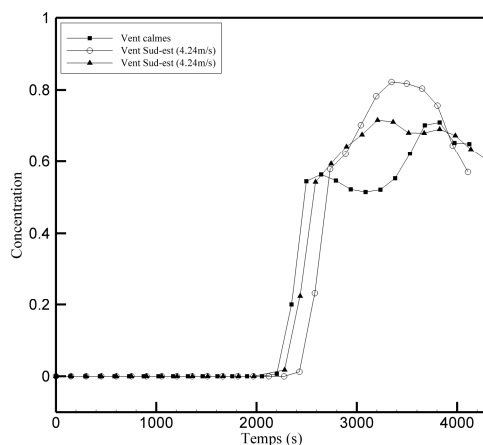


Figure 5. Comparaison de l'évolution de la concentration de polluants en fonction du temps à la station G (1936,410) à trois états du vent.

### Conclusions

Un modèle numérique à base volumes finis utilisant le Solveur de Riemann Non Homogène (SRNH) . Le solveur a été utilisé pour la simulation numérique de transport-diffusion de polluants dans la baie de Tanger en considérant plusieurs scénarios pour ce qui concerne d'une part la manière avec laquelle le polluant est injecté sur des sources situées sur les bords du domaine de calcul, d'autre part la prise en compte ou non des effets du vent. Bien que les

résultats obtenus pour les conditions de ce problème montre la robustesse de l'algorithme pour la simulation d'écoulement sur des configurations réelles.

### Référence :

- [1] F. Benkhaldoun, I. Elmahi and M. Seaid. Well-balanced finite volume schemes for pollutant transport by shallow water equations on unstructured meshes. *J. Comput. Phys.*, 226 (2007) 180-203.
- [2] F. Benkhaldoun, L. Quivy, "A Non Homogeneous Riemann Solver for Shallow Water and Two Phase Flows", *Flow Turbulence Combustion*. 76 391-402 (2006).
- [3] S. Sahmim, F. Benkhaldoun, F. Alcrudo, "A Sign Matrix Based Scheme for Quasi-Hyperbolic Non-Homogeneous PDEs with an Analysis of the Convergence Stagnation Problem", Submitted to *J. Comput. Phys.* 2006
- [4] I. Elmahi. Schémas volumes finis pour la simulation numérique de problème à fronts raides en maillages non structurés adaptatifs. Ph. D. thesis, Université de Rouen, 1999.
- [5] Ch. Hirsh. *Numerical Computation of internal and external flows: the fundamentals of computational fluid dynamics*, volume 1, Wiley & Sons, Second Edition (2007)

# A TWO-DIMENSIONAL FLUID MODEL FOR HYDROGEN MICROWAVE PLASMA

M. EL HAIM<sup>1</sup>, M. EL HAMMOUTI<sup>1</sup>, M. ATOUNTI<sup>3</sup>,  
M. EL BOJADDAINI<sup>2</sup>, H. CHATEL<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Equipe des sciences de l'environnement, Département de Mathématique, Informatique et Physique, Faculté pluridisciplinaire de Nador, Université Mohamed I<sup>er</sup>, B.P 300, Selouane, 62700, Nador, Maroc.

<sup>2</sup> Laboratoire de Physique de la Matière et de Rayonnement, Faculté des sciences, Université Mohamed I<sup>er</sup>, 60000 Oujda, Maroc.

<sup>3</sup> Département de Mathématique et Informatique, Faculté pluridisciplinaire de Nador, Université Mohamed I<sup>er</sup>, B.P 300, Selouane, 62700, Nador, Maroc.

## Introduction

Deposition reactors and surface treatment assisted by plasma are currently used in many industries. Different types of plasmas are used in these reactors. The MPCVD (Microwave Plasma Chemical Vapor Deposition) reactor studied here is a cylindrical resonant cavity structure operating at 2.45GHz.

However, discharge plasma created by microwave has physicochemical phenomena very complex and strongly coupled. Further, it is difficult to experimentally observe physical quantities of plasma inside the reactor. Therefore, the numerical simulation of microwave plasma is a necessity to understand the plasma behavior inside the reactor as a function of parameters such as the gas pressure and microwave power, and to improve the knowledge for deposition or etching by means of plasma technology<sup>[1]</sup>. This knowledge requires a plasma modeling able to take into account all these parameters.

In this work we try to expose a numerical simulation of a pure hydrogen discharge characteristics, using a fluid plasma model.

To study the plasma characteristics we can use some average values which define in a less complete way the state of the system. These sizes are macroscopic parameters defined in every point of the plasma such as: Electron density, velocity, pressure and flow quantity of heat.

The quantities obtained in this way are governed by the laws of conservation such as: conservation of mass, momentum and energy. In the following sections, firstly we present the simulation algorithm used to resolve the equations of the model. Then, the numerical results are presented and interpreted.

## Formulation of Plasma Fluid Model

The fluid model consists of the particle and momentum equations for electrons and ions, which are combined with the Poisson's equation.

In the steady state, the governing equations used in this study are given by<sup>[2]</sup>:

$$\nabla^2 \Psi = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_i) \quad (1)$$

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{J}_e = n_e n_n k_{ion} - \alpha_r n_i n_e \quad (2)$$

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{J}_i = n_e n_n k_{ion} - \alpha_r n_i n_e \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_e = -n_e \mu_e \mathbf{E} - D_e \nabla n_e \quad (4)$$

$$\mathbf{J}_i = n_i \mu_i \mathbf{E} - D_i \nabla n_i \quad (5)$$

Equation (1) represents the Poisson's equation where  $\Psi$  is the electric potential ( $\mathbf{E} = -\nabla \Psi$ )<sup>[3]</sup>.

Equations (2) and (3) represent the electron and ion continuity equations, respectively. Equations (4) and (5) represent the momentum balance for electrons and ions, respectively. The drift diffusion approximation reduces the number of partial differential equations included in model by the use of the algebraic expression for particle flux (Equations 4 and 5) instead of full equation of motion<sup>[3,5]</sup>.

In the above equations,  $n_e$  and  $n_i$  are the electron and ion densities, respectively;  $\mathbf{J}_e$  and  $\mathbf{J}_i$  are the electron and ion fluxes, respectively;  $k_{ion}$  is the inelastic rate constant for ionization; and  $\alpha_r$  is the recombination rate constant ( $\alpha_r = 1.0 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ );  $D_{e,i}$  and  $\mu_{e,i}$  are the electron and ion diffusivities and mobilities, respectively.

The reactor has a cylindrical geometry. So we develop the fluid model equations in 2D cylindrical coordinates (r,z). And we choose the symmetry along the axis (oz) as shown in Figure-1.

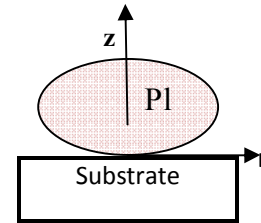


Fig-1: Reference (o, r, z) corresponding to the symmetry of the reactor.

Finite difference method is used to discretize the governing equations of the model in cylindrical coordinates (r,z) using the centered scheme.

Using a mesh size of the plasma volume along the two axes radial (r-axis) and axial (z-axis) with steps  $\Delta r$  and  $\Delta z$ . In this discretization we take a uniform mesh when  $\Delta r = \Delta z$ . The discretized equations are presented as:

\* The Poisson's equation :

$$\frac{\Psi(i+1,j) - 2\Psi(i,j) + \Psi(i-1,j))}{(\Delta r)^2} + \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j))}{2(\Delta r)^2} + \frac{\Psi(i,j+1) - 2\Psi(i,j) + \Psi(i,j-1))}{(\Delta z)^2} - \frac{e}{\epsilon_0} [n_e(i,j) - n_i(i,j)] = 0 \quad (6)$$

\* Continuity equation for electrons :

$$-D_e \left[ \frac{n_e(i+1,j) - 2n_e(i,j) + n_e(i-1,j))}{(\Delta r)^2} + \frac{n_e(i+1,j) - n_e(i-1,j))}{2(\Delta r)^2} \right] - D_e \left[ \frac{n_e(i,j+1) - 2n_e(i,j) + n_e(i,j-1))}{(\Delta z)^2} \right] + \mu_e \left[ \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j))}{2(\Delta r)} \cdot \frac{n_e(i+1,j) - n_e(i-1,j))}{2(\Delta r)} \right] + \mu_e \left[ \frac{\Psi(i,j+1) - \Psi(i,j-1))}{2(\Delta z)} \cdot \frac{n_e(i,j+1) - n_e(i,j-1))}{2(\Delta z)} \right] + \mu_e \left[ \frac{\Psi(i+1,j) - 2\Psi(i,j) + \Psi(i-1,j))}{(\Delta r)^2} + \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j))}{2(\Delta r)^2} \right] \cdot n_e(i,j) + \left[ \frac{\Psi(i,j+1) - 2\Psi(i,j) + \Psi(i,j-1))}{(\Delta z)^2} \right] \cdot n_e(i,j) - n_n k_{ion} n_e(i,j) + \alpha_r n_i(i,j) n_e(i,j) = 0 \quad (7)$$

\* Continuity equation for ions :

$$\begin{aligned}
 & -D_i \left[ \frac{n_i(i+1,j) - 2n_i(i,j) + n_i(i-1,j)}{(\Delta r)^2} - \frac{n_i(i+1,j) - n_i(i-1,j)}{2(\Delta r)^2} \right] - \\
 & D_i \left[ \frac{n_i(i,j+1) - 2n_i(i,j) + n_i(i,j-1)}{(\Delta z)^2} \right] - \\
 & \mu_i \left[ \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j)}{2(\Delta r)} - \frac{n_i(i+1,j) - n_i(i-1,j)}{2(\Delta r)} \right] - \\
 & \mu_i \left[ \frac{\Psi(i,j+1) - \Psi(i,j-1)}{2(\Delta z)} - \frac{n_i(i,j+1) - n_i(i,j-1)}{2(\Delta z)} \right] - \\
 & \mu_i \left[ \frac{\Psi(i+1,j) - 2\Psi(i,j) + \Psi(i-1,j)}{(\Delta r)^2} + \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j)}{2(\Delta r)^2} \right] \cdot n_i(i,j) - \\
 & \mu_i \left[ \frac{\Psi(i,j+1) - 2\Psi(i,j) + \Psi(i,j-1)}{(\Delta z)^2} \right] \cdot n_i(i,j) - n_{i0} k_{i0n} n_e(i,j) + \\
 & \alpha_r n_i(i,j) n_e(i,j) = 0 \quad (8)
 \end{aligned}$$

In these above equations i and j denote the grid indices in the r and z directions respectively, such as  $1 \leq i \leq (L-1)$  and  $1 \leq j \leq (M-1)$  where  $r = L \cdot \Delta r$ ,  $z = 0$ ,  $z = M \cdot \Delta z$  denote the edges of the plasma volume in the r and z directions respectively.

To resolve the coupled equations (6), (7) and (8) we need the boundary conditions at the substrate and the edges of the plasma volume:

For the electron density :

$$n_e(t, 0) = n_e(t, M) = n_e(L, j) = 0 \quad (9)$$

For the ion density :

$$n_i(z, 0) = n_i(z, M) = n_i(L, j) = 0 \quad (10)$$

For the electric potential :

$$\Psi(z, 0) = \Psi(z, M) = \Psi(L, j) = 0 \quad (11)$$

And for the centerline where  $r=0$ :

$$\left( \frac{\partial n_e}{\partial r} \right)_{(0,j)} = \left( \frac{\partial n_i}{\partial r} \right)_{(0,j)} = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right)_{(0,j)} \quad (12)$$

### Rate and transport parameters for hydrogen gas

The different rates and parameters for the hydrogen gas encountered in equations (7) and (8) as  $k_{i0n}$ ,  $D_e$ ,  $D_i$ ,  $\mu_e$ ,  $\mu_i$ ,  $\alpha_r$ , and  $n_{i0}$  are determined by the following relations such as the Arrhenius relationship [2, 6]:

$$k_{i0n} = A_{i0n} \exp\left(\frac{-E_{i0n}}{K_B T_e}\right) \quad (13)$$

Where  $E_{i0n}$  denotes the threshold energy for H<sub>2</sub> molecule ionization ( $E_{i0n} = 15.4 \text{ eV}$ );  $T_e$  is the electron temperature;  $K_B$  is the Boltzmann constant; And  $A_{i0n}$  is the pre-exponential factor which is obtained by approximating the rate constant data at low electron temperatures to this relationship [6] ( $A_{i0n} = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

First we should determine the collision frequency for electron-H<sub>2</sub> molecule momentum transfer by applying the relation [2]:

$$\nu_{en} = 1.44 \times 10^{12} \times \frac{P_r(\text{Torr})}{T_n(K)} \quad (14)$$

$T_n$  is the neutral temperature which can be calculated by the translational temperature of H<sub>2</sub> gas given by [2]:

$$T_n(K) = 228.6 + 374.3 \times P_{inc}(kW) + 16 \cdot P(\text{Torr}) \pm 94.2 \quad (15)$$

$P_{inc}$  is the incident power in (kW) and  $P_r$  is the pressure into the reactor cavity in (Torr). In this study, it is assumed that 100% of the microwave power coupled into the reactor is absorbed by the plasma.

We can determine the electron diffusivity and mobility respectively as [6]

$$D_e = \frac{K_B T_e}{m_e \nu_{en}} \quad (16)$$

$$\mu_e = \frac{e}{m_e \nu_{en}} \quad (17)$$

e is the elementary charge and  $m_e$  is the electron mass.

In other hand we deduce the neutral density  $n_n$  by applying the relation between transport parameters as [6]:

$$D_e \cdot n_n = 5.0 \times 10^{22} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (18)$$

Then we can easily deduce the parameters  $\mu_i$  and  $D_i$  by applying the following relationships [6]:

$$\mu_i \cdot n_n = 3.5 \times 10^{22} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (19)$$

Finally we can even calculate the volume of plasma depending on the incident power and pressure by [2]:

$$\begin{aligned}
 V(\text{cm}^3) = & 449.7 + 116.2 \times P_{inc}(kW) - 18.1 \times P_r(\text{Torr}) + \\
 & 57.1 \times P_{inc}^2(kW) + 0.25 \times P_r^2(\text{Torr}) - 5.4 \times P_r(\text{Torr}) \times \\
 & P_{inc}(kW) \pm 15.4 \quad (20)
 \end{aligned}$$

### Application of the Newton-Raphson method

Newton's method is used to solve the nonlinear discretized equations (15) and (16) to obtain plasma electric potential ( $\Psi$ ), electron density ( $n_e$ ), and ion density ( $n_i$ ). We must write N functional relations as:

$$F_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) = 0; i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (21)$$

We let  $x$  denote the entire vector of values  $x_i$  and  $F$  denote the entire vector of function  $F_i$ . In the neighborhood of  $x$ , each of the functions can be expanded in Taylor series [7]:

$$F_i(x + \delta x) = F_i(x) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \delta x_j + 0(\delta x^2) \quad (22)$$

It must resonate step by step as follows:

- Write the N functional relations:  $F_i(x) = 0$

- Calculate the elements of the Jacobean matrix J:

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \quad (23)$$

- Calculate:  $B_i = -F_i(x)$  (24)

- Write the Newton function as :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F_i(x)}{\frac{\partial F_i(x)}{\partial x_i}} \quad (25)$$

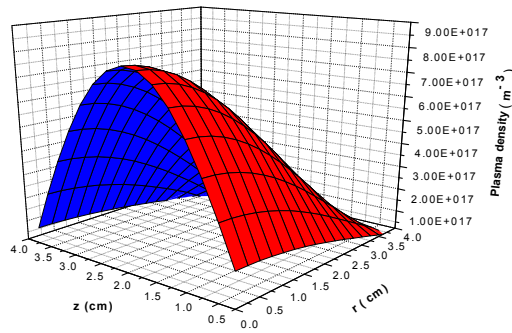
- Choose an initial value :  $x_0$

- While  $\|x_{i+1} - x_i\| \geq \epsilon$  and the number of iterations is less than  $N_{max}$ , calculate the new value of  $x_i$  starting with  $x_1$ .

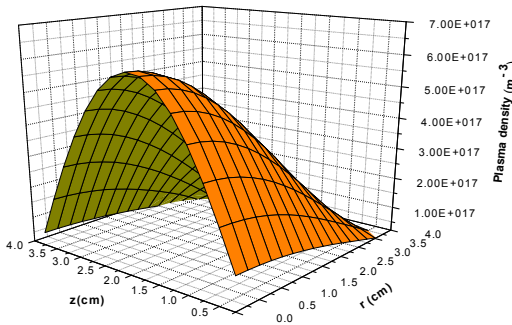
- If  $\|x_{i+1} - x_i\| < \epsilon$  then Newton's method converges else it doesn't converge.

### Results and discussions

In the figures 2 and 3 we present the spatial distribution of plasma density related of a given microwave power density. The results show that the plasma density is maximal in the plasma volume near the center of the discharge ( $r=0\text{cm}$ ), and decreases in the edges and near the substrate region.



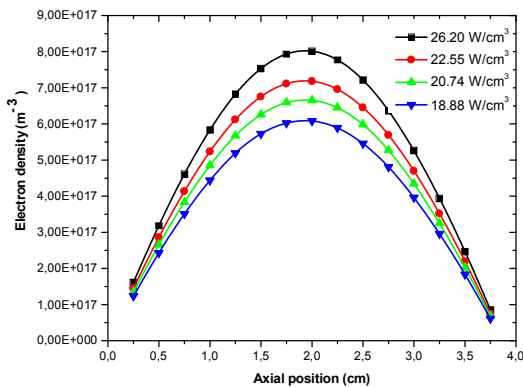
**Fig-2:** Two-dimensional distribution of plasma density at a power density of 26.20 W/cm<sup>3</sup>.



**Fig-3:** Two-dimensional distribution of plasma density at a power density of 18.88 W/cm<sup>3</sup>.

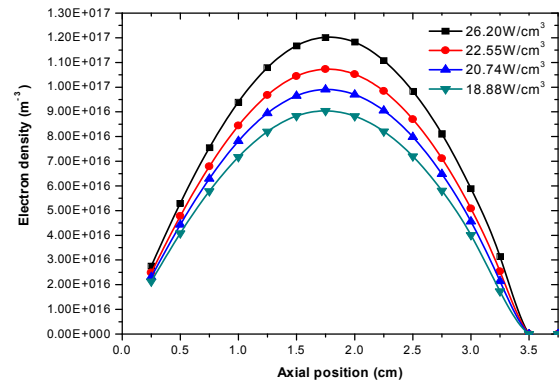
By increasing simultaneously power and gas pressure keeping constant the plasma volume, the evolution of axial and radial profiles of electron density, for different power densities, is also calculated and presented the following figures.

Figures 4 and 5 indicate the evolution of electron density along the axial direction in the hydrogen discharge at a fixed radial position ( $r=0\text{cm}$  and  $r=3.5\text{cm}$  respectively), for different power densities, where the substrate is situated at the position  $z=0\text{cm}$ . As shown, the electron density increases at the first, reaches it's maximum at the center of the discharge and then vanishes near the edge of the plasma.



**Fig-4:** Axial profile of electron density for different power densities at  $r$

$=0\text{cm}$ .



**Fig-5:** Axial profile of electron density for different power densities at  $r=3.5\text{cm}$ .

### Conclusion

In this paper, a fluid plasma model is presented to describe the hydrogen microwave plasma discharge characteristics by solving the electron and ion continuity equations, momentum transport equation and the Poisson's equation.

The Newton-Raphson method is applied in order to solve the nonlinear equations. We have focused on distributions of electrons number density to provide information on the characteristics of hydrogen plasma.

The distribution of electrons density is obtained for various conditions of power and pressure. The simulations results show a strong effect of gas pressure and power density on the plasma density.

### References

- [1] M. Funer, C. Wild and P. Koidl, Surface and Coatings Technology 116-119 (1999) 853-862.
- [2] W. Tan, T. A. Grotjohn, Diamond and Related Materials 4 (1995) 1145-1154.
- [3] E. Havlickova, Fluid Model of Plasma and Computational Methods for Solution, WDS'06 Proceedings of contributed Papers, Part III, 180-186, 2006.
- [4] P. Scheubert, P. Awakowicz, R. Schwefel and G. Wachutka, Surface and Coatings Technology 142-144 (2001) 526-530.
- [5] M. Meyyappan and J. P. Kreskovsky, J. Appl. Phys. 68 (4), 15 August 1990.
- [6] M. Surendra; D. B. Graves and L. S. Plano, J. Appl. Phys. 71 (10), 15 May 1992.
- [7] Sample page from NUMERICAL RECIPES IN FORTRAN 77: THE ART OF SCIENCE COMPUTING (ISBN 0-521-43064-X) Copyright © 1986-1992 by Cambridge University Press. Programs Copyright © 1986-1992 by Numerical Recipes Software.



# THERMOMECHANICAL SIMULATION OF A CERAMIC MOLTEN PARTICLE IMPACTING ONTO A METALIC SUBSTRATE USING THE LEVEL-SET METHOD

SOUFIANE OUKACH<sup>1,2,\*</sup>, HASSAN HAMDI<sup>1</sup>,  
MOHAMMED EL GANAOU<sup>3</sup> AND BERNARD  
PATEYRON<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Fluid Mechanics and Energetic Laboratory (LMFE URAC 27 CNRST), Faculty of Sciences Semlalia, Cadi Ayyad University, Bp 2390, Bd Prince My Abdellah - Marrakech, Morocco.

<sup>2</sup>Science of Ceramic Processes and Surface Treatment Laboratory, (SPCTS UMR 6638 CNRS), Centre Européen de la Céramique, Limoges, France.

<sup>3</sup> Study and Research on Wood Material Laboratory (LERMAB), University Institute of Technology of Longwy, University of Lorraine, 186 Rue de Lorraine, 54400, Cosnes-et-Romain, France.

\* [soufiane.oukach@etu.unilim.fr](mailto:soufiane.oukach@etu.unilim.fr)

**Abstract.** *The aim of this paper is to simulate the process of spreading and solidification of a molten ceramic particle impacting onto a rigid substrate under plasma spray conditions. The simulation is carried out using a Galerkin Finite Element Method coupled with the Level Set method to track the interface between the droplet and the surrounding gas. The effect of the Reynolds number on the droplet spreading and solidification is reported using a wide range of impact velocities (40-250m/s) leading to a new correlation that predicts the final spread factor of the splat as a function of the Reynolds number.*

**Key words:** *Simulation, level set, droplet impact, multiphase flow, solidification.*

## Introduction

The plasma spray process is a technique used to protect structural parts against wear, corrosion, high temperatures or aggressive environment with a metallic or ceramic layer. This technique is used in a wide range of applications (aerospace, automotive, nuclear, etc), it consists of injecting the powdered material (~ 10-100µm) into a high temperature, high velocity plasma jet where particles are heated, melted and propelled at high velocity toward the surface to be coated on which they flatten, quench rapidly and solidify. Coating is built up when millions of individual splats are cumulatively deposited on the top of each other giving a multilayered structure. The process of an individual droplet impact and solidification onto the substrate is a very important step in coating generation and many researchers have shown that the thermo-physical properties of plasma-sprayed coatings are strongly related to the physical contact between the layered splats and that the first layer in contact with the substrate governs the adhesion of the coating to the substrate [Erreur ! Signet non défini.]. A better understanding of the spreading and solidification process of an individual droplet impinging onto a substrate is therefore required in order to improve control and quality of coating in deposition process. The

spread factor,  $\xi$ , which is defined as the ratio of the wetted surface diameter to the droplet initial diameter, is an important parameter in the process of droplet spreading, knowing that the quality of contact between layers is strongly related to the extent of droplet spreading. This parameter is generally expressed as a function of Reynolds number through relationships in the form  $\xi = C.Re^\alpha$  [Erreur ! Signet non défini.]. Several works: Experimental [i], computational [ii, iii, iv] and also analytical [v, vi, vii, viii] have been performed to understand the process of droplet impact, spreading and solidification and also to predict the maximum spread factor as a function of the impact conditions. The literature is, however, poor concerning studies using micrometric droplets with high impact velocities, such as in the case of plasma spray process. Therefore, there is a need in developing useful models for simulations of droplet impact, spreading and solidification under plasma spray conditions. The aim of this study is to simulate the process of a ceramic molten particle impacting onto a preheated stainless steel substrate using a Finite Element Method. Numerical simulations are carried out in order to investigate the effect of the Reynolds number on the droplet spreading and solidification by using high impact velocities. Results are then used to establish a correlation that predicts the spread factor as a function of the Reynolds number under plasma spray conditions.

## Numerical Model and Governing Equations

The process of impact and solidification of a molten droplet onto a rigid surface involves fluid flow, heat transfer and phase change. Figure 1 shows the overall impact problem. In this simulation, full Navier-Stokes equations (Eq.1 and Eq.2) have to be considered:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu(\nabla u + (\nabla u)^T)) + \rho g + F_{TS} + F \quad (\text{Eq.1})$$

$$\nabla u = 0 \quad (\text{Eq.2})$$

Where  $u$  is the velocity,  $p$  the pressure,  $\rho$  the density and  $\mu$  the kinematic viscosity,  $g$  is the gravitational acceleration,  $F$  is the term source corresponding to the occurrence of the droplet solidification and  $F_{TS}$  represents the capillary forces. The level set method [ix] is used to track the evolution of the interface between the two fluids (liquid and air). In this method, the interface is represented by a certain level set or iso-contour of a globally defined function called the level set function  $\phi$ . This function is a smoothed step function that equals (0) in a domain and (1) in its complementary part. Across the interface, there is a smooth transition from (0) to (1) and the interface is represented implicitly by the 0,5 iso-contour (Fig.1). The interface moves with the fluid velocity  $u$ , this is described by the following equation:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi - \phi(I - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) \quad (\text{Eq.3})$$

Where  $\varepsilon$  and  $\gamma$  are two parameters used for numerical stability.

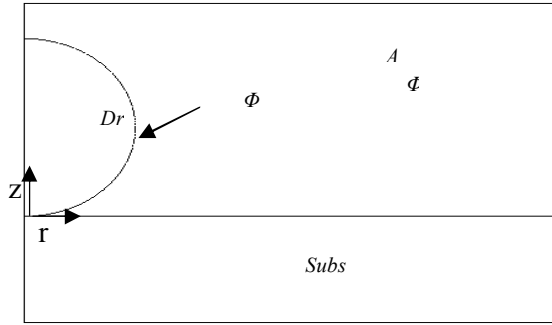
The heat exchanges between the droplet, air and substrate are taken into account by the model using the energy equation (Eq.4):

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda \nabla T) = -\rho C_p u \cdot \nabla T \quad (\text{Eq.4})$$

Where  $T$ ,  $\rho$  and  $C_p$  denote respectively temperature, density and specific heat.

The thermal contact resistance (TCR) is modeled by defining a thin layer of arbitrary thickness  $l_0$  which attaches the two domains (splat and substrate). The effective thermal conductivity  $k_l$  of the splat is related to the TCR by (Eq.5):

$$k_l = \frac{l_0}{TCR} \quad (\text{Eq.5})$$



**Figure1.** Initial configuration and computational domain.

To analyze the solidification problem, the latent heat related to the solidification must be taken into account. Therefore, in the splat domain, the specific heat  $C_p$  in the energy equation (Eq.4) is replaced by:

$$C_p = C_{p_{solide}} + \frac{\Delta H}{T_m} + \Delta H \delta \quad (\text{Eq.6})$$

where  $\Delta H$  is the latent heat of transition,  $T_m$  the melting temperature and  $\delta$  is a Gaussian curve given by (Eq.7):

$$\delta = \frac{\exp(-(T - T_m)^2 / (\Delta T)^2)}{\Delta T \sqrt{\pi}} \quad (\text{Eq.7})$$

Here  $\Delta T$  is the temperature interval of phase change.

The source term in (Eq.1) is defined in (Eq.8) and serves to slow down the velocity of the fluid at the phase-change interface and eventually arrests its motion as the droplet solidify [<sup>x</sup>].

$$F = \frac{(1 - \beta)^2}{\beta^3 + \eta} \cdot C \cdot u \quad (\text{Eq.8})$$

Here  $C$  is the mushy zone constant (should have high value to produce a proper damping),  $\eta$  arbitrary constant (should have small value to prevent division by zero),  $u$  is the spreading velocity of the splat and  $\beta$  is the volume fraction of the liquid phase, given by (Eq.11):

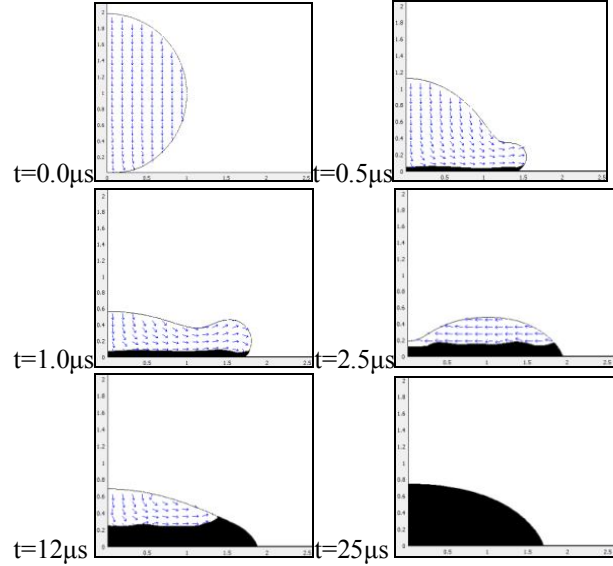
$$\beta = \begin{cases} 0 & T < T_m - \Delta T \\ \frac{T - T_m + \Delta T}{2\Delta T} & T_m - \Delta T \leq T \leq T_m + \Delta T \\ 1 & T > T_m + \Delta T \end{cases} \quad (\text{Eq.11})$$

The numerical model is solved using an Eulerian approach in a fixed grid and a Finite Element implemented in COMSOL software. Its validation was presented in former papers [<sup>xi</sup>, <sup>xii</sup>].

## Results and discussion

The process of impact, spreading and solidification of a molten alumina particle ( $T_i=2800K$ ) onto a stainless steel substrate ( $T_s=700K$ ) with an impact velocity of 40m/s is shown in Figure 2. The TCR and equilibrium contact angle were held constant and set respectively to  $10^{-7}m^2.K/W$  and  $70^\circ$ . As shown in figure 2 solidification occurs immediately after deformation in the lowest layer of the droplet in contact with the substrate leading to decelerate the liquid

motion. The droplet reaches its static state after a finite spreading time in the order of a microsecond.



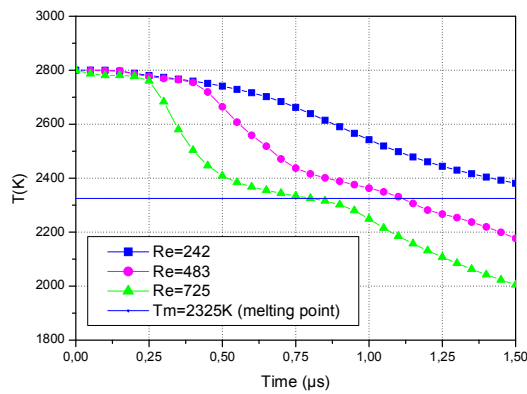
**Figure2.** Deformation and solidification sequence of a molten droplet impinging onto a substrate. The solidified part in the droplet is shown in black and the arrows indicate the sense of fluid motion.

In order to investigate the effect of the Reynolds number on the droplet spreading and solidification, a number of simulations were carried out using different impact velocities. It can be seen from figure 3 that the solidification starts rapidly when increasing the Reynolds number. This is due to the enhancement of heat transfer from the droplet to the substrate and also to the spreading area which increases with the Reynolds number.

The simulations carried out for different values of  $Re$  permit to derive a new correlation that predicts the value of the maximum spread factor as function of Reynolds number for high impact velocities ranging from 40m/s to 250m/s such as that used in plasma spray process. A regression analysis carried out on all the numerical results computed for different Reynolds number show that the spread factor is in proportion of the 0.25 power of the Reynolds number leading to the expression:  $\xi = 0.6166 \cdot Re^{0.25}$ .

For comparison purpose, other relationships predicted or calculated in most cited research in the literature are plotted together with the correlation obtained in the present work in the same figure (Fig.4).

The models of Madejski [viii] and Bertagnoli [Erreur ! Signet non défini.] give higher values of the spread factor as compared to values given by our correlation. This may be due to several raisons. For example, in the analytical model of Madejski, the solidification was assumed to take place after the deformation, thus leading to a large value of  $\xi$ . In the numerical model of Bertagnoli, who used a finite elements method with a Lagrangian description to describe the motion of the viscous melt in a ceramic droplet, the wetting effects were neglected. The model developed in the present wok takes into account both solidification and wetting effect, which have a major influence on the spreading and solidification process, and therefore may give better prediction.

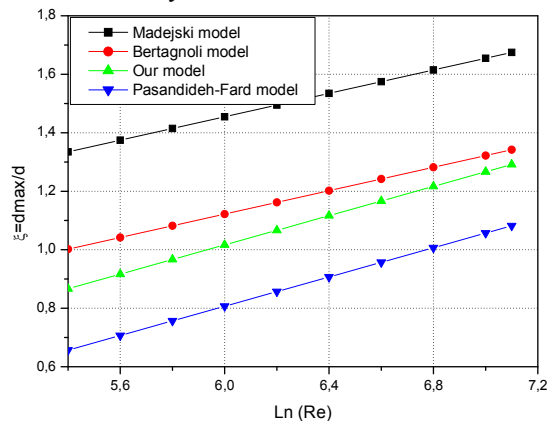


**Figure 3.** Droplet temperature evolution at  $1\mu\text{m}$  depth location from the substrate surface ( $z=1\mu\text{m}$ ).

The value of the exponent of Re derived in the correlation developed in the present work is similar to that of the analytical relationship derived by Pasandideh-Fard et al [6], while the value of the coefficient differs slightly. This may be due to the inappropriate estimation of the thermal contact resistance; and the contact angle when it is not available in the literature. Thermal contact resistance was assigned zero in the model of Pasandideh-Fard, leading to a maximum heat transfer between the liquid and the substrate and to a decrease in the solidification time resulting in a decrease in the spreading length.

### Conclusion

A 2-D axi-symmetric model based on a Finite Element Method was developed to simulate the droplet spreading and solidification on a substrate under plasma spraying conditions. The effect on the Reynolds number on the droplet spreading and solidification was investigated by using different impact velocities within the range 40 to 250m/s. A new correlation that predict the spread factor as a function of the Reynolds number was obtained.



**Figure 4.** Spread factor versus Reynolds number for different correlations.

### References

- [1] Fauchais, P., *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 37 (2004), pp.86-108.
- [2] Cedelle, J., Vardelle, M., Pateyron, B., Fauchais, P., *IEEE Transactions on Plasma Science.* 33 (2005), 21, pp. 414-415.
- [3] Zhao, Z. Poulidakos D. and Fukai, J., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 39 (1996), pp. 2791–2802.

- [4] Bussmann, M., Mostaghimi, J. and Chandra, S., *Physics of Fluids*, 11 (1999), pp. 1406-1417.
- [5] Oukach, S., Hamdi, H., El Ganaoui, M. and Pateyron, B., *FDMP: Fluid Dynamics & Materials Processing*, 8 (2012), 2, pp. 173-196.
- [6] Jones, H., *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 4(1971), pp. 1657-1660.
- [7] Pasandideh-fard, M., Qiao, Y. M., Chandra, S., mostaghimi, J., *Physics of Fluids*, 8 (1996), 3, pp. 650-659.
- [8] Yoshida, T., Okada, H., Hamatani, H., Kumaoka, H., *Plasma Sources Science and Technology*, 1 (1992), pp 195-201.
- [9] Madejski, J., *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 19 (1976), pp. 1009-1013.
- [10] J. Sethian, "Level Set Methods: Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Material Sciences, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [11] Voller, V.R. Markatos N. and Cross, M., *Int.J. Numerical Methods in Engineering*, 24 (1987), pp. 271-284.
- [12] Oukach, S., El Ganaoui, M. Hamdi, H. and Pateyron, B., Deformation behavior of a liquid droplet impacting on a solid surface, Proceeding of the 6th annual European COMSOL Conference, November 17-19, Paris, France (2010).
- [13] Oukach, S. Pateyron, B. El Ganaoui M. and Hamdi, H., Proceeding du 1er Congrès de l'Association Marocaine de Thermique (AMT 2010), Mai 6 -7, Settat, Maroc (2010), pp. 101-108.

# ETUDE D'UN PANACHE TURBULENT ISSU D'UN JET HORIZONTAL DANS UN MILIEU STATIQUE HOMOGENE

AICHA BELCAID<sup>1,2</sup>, GEORGES LE PALEC<sup>2</sup>,  
ABDESLAM DRAOUI<sup>1</sup>, PHILIPPE BOURNOT<sup>2</sup>

1 Laboratoire d'Energétique - Equipe de recherche en Transferts Thermiques et Energétique (ETTE), Université Abdelmalek Essaâdi, Faculté des Sciences et Techniques de Tanger, Maroc.

belcaid\_aicha@yahoo.fr ; a.draoui@fstt.ac.ma

2 IUSTI, UMR 7343, Technopôle de Château-Gombert, 5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille Cedex 13, France, Marseille, France.

georges.lepalec@univ-amu.fr ; philippe.bournot@univ-amu.fr

## Résumé

Dans ce travail, on se base sur le modèle analytique de Lane-Serff [1] pour l'étude d'un panache turbulent horizontal flottant et pariétal d'eau douce dans un milieu homogène et statique d'eau salée. La résolution numérique de ce modèle se fait par la méthode aux volumes finis avec deux approches, RANS et LES, pour établir à partir des conditions initiales d'injection ( le diamètre, la position de la buse d'injection et la vitesse d'injection) et la nature du milieu ambiant ( la concentration en taux de salinité), la relation entre le nombre de Froude et la longueur d'attachement du jet à la paroi par effet Coanda, ainsi que les profils de vitesse et de densité sur la ligne centrale du panache. Des expériences sur un banc d'essai sont réalisées pour valider le modèle numérique.

## I. Introduction

Les panaches turbulents forcés et inclinés se forment quand un fluide est injecté avec un certain angle dans un autre fluide environnant. Ils se rencontrent dans un grand nombre de situations, par exemple les panaches hydrothermaux associés aux systèmes de dorsales océaniques, le chauffage ou le refroidissement des hangars d'avions (Baines, Turner & Campbell 1990), l'élimination des saumures, des eaux usées et des déchets industriels dans l'océan (Koh & Brooks 1977) et l'amélioration de la qualité de l'eau par mélange forcé dans les réservoirs, les petits lacs et les ports (Larson & Jonsson 1994; McClimans & Eidnes 2000). Dans ce type d'écoulement le panache turbulent entraîne dans son mouvement le fluide ambiant qui se mélange au corps du panache par les tourbillons. La dynamique des panaches turbulents forcés et inclinés a été abordée par des études expérimentales et théoriques d'un grand nombre d'auteurs (Fischer et al. 1979; McDougall 1981; Mizushima et al 1982; Baines et al. 1990; Lane-Serff et al. 1993, Bloomfield & Kerr 1998, 1999, 2000; Devenish et al 2010). La nature de la remontée des panaches d'une source de flottabilité et de quantité de mouvement a été décrite par plusieurs auteurs. Morton et al [2] sont partis d'une analyse de la source de flottabilité, et Morton [3,4] a étendu cette analyse à une source de flottabilité et de quantité de mouvement. Morton a considéré uniquement le cas où la quantité de

mouvement est verticale et de même signe que les forces de flottabilité (panache forcé). Germeles [5] a considéré le cas où la quantité de mouvement éfait un angle par rapport à la verticale mais son étude n'était plus adaptée aux panaches horizontaux. Des schémas numériques pour évaluer les panaches forcés et inclinés à partir de conditions initiales données sont décrits par Schatzmann [6] et Hofer & Hutter [7]. Dans notre étude on se base sur le modèle analytique de Lane-Serff et al. pour un panache forcé et incliné par rapport à l'horizontale, Ce panache est issu de l'injection d'un fluide dans un fluide ambiant homogène et statique, de même nature (liquide dans un liquide). Lane-Serff et al. ont décrit le processus en se basant sur "l'hypothèse d'entraînement" proposée par Taylor [8] et développée par Morton et al. [2] et Morton [3,4]. Cette hypothèse induit que le taux de transfert du fluide ambiant au panache est caractérisé par un afflux de ce fluide perpendiculairement aux axes du panache, proportionnelle à la vitesse moyenne de la ligne centrale du panache. La constante de proportionnalité  $\alpha$  est appelée coefficient d'entraînement du fluide ambiant et prise égale à 0.1 à partir des résultats de plusieurs expériences. Pour modéliser la distribution de la vitesse et de la différence de densité le long de la ligne centrale du panache, Lane-Serff et al. [1] ont utilisé des profils "Top-hat" (valeur uniforme à travers le panache et nulle à l'extérieur) pour ces quantités. L'échelle de longueur à travers laquelle se disperse le profil de densité, est connue d'être plus large que celle du profil de vitesse. Le rapport entre ces deux échelles est noté  $\lambda$  et égal à 1.1 d'après les études expérimentales des auteurs cités auparavant.

Dans ce travail, le cas d'un panache turbulent issu d'un jet d'eau douce émis à partir d'une buse horizontale de section circulaire dans un milieu homogène et statique d'eau salée, est abordé analytiquement par le modèle de Lane-Serff. La résolution numérique de ce modèle moyennant la méthode des volumes finis est utilisée et validée expérimentalement pour interpréter un certain nombre de propriétés qui caractérisent ce type de panaches : la forme, les profils de vitesse et de densité sur la ligne centrale, la longueur d'attachement, en fonction de la nature d'injection et du milieu ambiant.

## II. Modélisation & Equations

### II.1. Modèle analytique

Nous partons de l'analyse générale de G.F. Lane-Serff et al. (1993) pour un jet forcé où le flux initial de quantité de mouvement est incliné d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale. En ignorant la courbure du panache les équations du top-hat pour un milieu ambiant non stratifié sont:

Quantité de mouvement :

$$\text{Verticale } \frac{dM}{ds} = \frac{\lambda^2 FQ}{M}; \text{ Horizontale } \frac{dM}{ds} = 0$$

$$\text{Masse : } \frac{dQ}{ds} = 2\alpha M^{1/2} \quad (1)$$

$$\text{Densité : } \frac{dF}{ds} = 0$$

F, Q, M et H sont respectivement les flux de flottabilité, de masse, de quantité de mouvement et de quantité de mouvement horizontale:



$$F = g'vr^2, \quad Q = vr^2, \quad M = v^2r^2, \quad H = uvr^2 \quad (2)$$

Où  $u$  et  $v$  sont les composantes horizontale et verticale de la vitesse de la ligne centrale,  $v = (u^2+w^2)^{1/2}$ ,  $r$  est le rayon du panache et  $s$  la distance le long de la ligne centrale.

$g' = g\Delta\rho/\rho$  est la gravité réduite. L'inclinaison  $\theta$  du jet par rapport à l'horizontal est donnée (pour tout point de la ligne centrale du panache) par :  $\tan\theta = w/u$ .

Le système (1) n'admet pas de solution analytique. Toutefois, son comportement est étudié en utilisant l'analyse dimensionnelle moyennant une longueur caractéristique  $L_0$  donnée par :  $L_0 = (\lambda\sqrt{\alpha})^{-1}M_0^{3/4}F_0^{-1/2}$

Ainsi, l'adimensionnement du flux de masse et des longueurs par rapport au flux total de la quantité de mouvement  $M_0$ , donne le flux de masse  $q$ :

$$q = (\lambda/(2\alpha)^{1/2})F_0^{1/2}Q \quad (3)$$

Où l'on fait apparaître le nombre de Froude :

$Fr = M_0^{5/4}F_0^{-1/2}Q^{-1}$  qui quantifie le rapport entre l'effet de la quantité de mouvement initiale par rapport à la flottabilité initiale. Ceci permet de distinguer les deux zones principales d'un panache forcé qui se situent à proximité de la source du panache, où l'écoulement est dominé par l'effet de la quantité de mouvement initiale, et loin de la source où le panache n'évolue plus que sous l'action de la flottabilité. Notons qu'en général, une troisième zone intermédiaire où les forces d'inertie et de flottabilité sont du même ordre de grandeur, peut aussi être définie.

La résolution numérique de ce système a été faite pour différentes valeurs initiales de l'angle d'inclinaison  $\theta$  et en fixant le flux de masse  $q$  initialement à 0. Toutes les propriétés du panache sont ainsi exprimées en fonction de  $q$  et  $\theta$  (l'indice S indique la source du panache):

$$\Delta\rho = \frac{\rho g'}{g} = \frac{\Delta\rho_s q_s}{q}; \quad M = \frac{H_0}{\cos\theta}; \quad \text{Po}$$

$$R = R_s \left( \frac{q}{q_s} \right) \left( \frac{\cos\theta}{\cos\theta_s} \right)^{1/2}; \quad V = V_s \left( \frac{q}{q_s} \right) \left( \frac{\cos\theta}{\cos\theta_s} \right)^{1/2} \quad (4)$$

ur tout panache réel, le flux de masse à la source  $q_s$  est donnée comme condition initiale par :

$$q_s = (\lambda/(2\alpha)^{1/2}) \left( \frac{gR}{V} \right)^{1/2} (\cos\theta_s)^{-5/4} \quad (5)$$

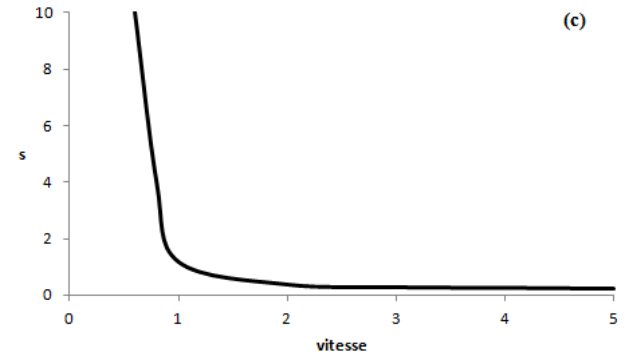
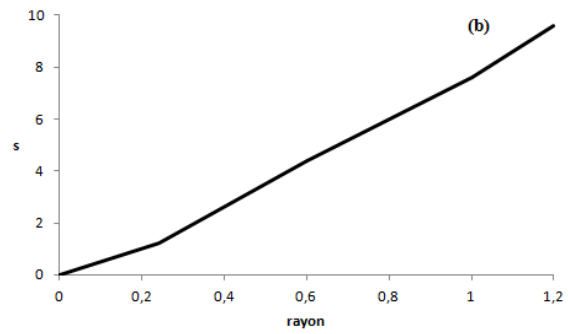
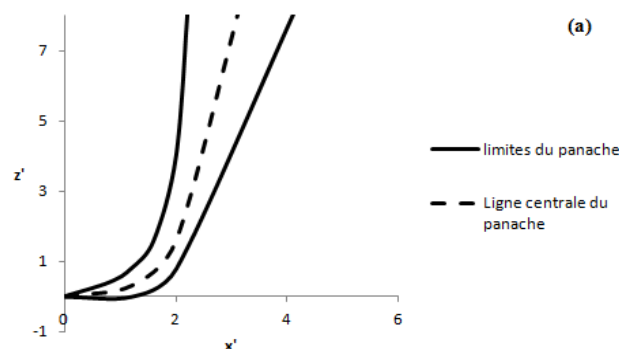


Figure 1. Panache forcé horizontal : (a) La forme basique. (b) La variation du rayon adimensionné en fonction de la position sur la ligne centrale. (c) La variation de la vitesse adimensionnée en fonction de la position sur la ligne centrale

## II.2. Modèle numérique

La résolution numérique du modèle a été réalisée par la méthode des volumes finis avec le code de calcul Fluent [9]. L'approximation de Boussinesq, pour un écoulement incompressible, a été adoptée pour une différence de fraction de densité initiale inférieure à 1, entre le fluide du panache (eau douce) et le fluide ambiant (eau salée). La simulation de la turbulence est interprétée par deux approches, RANS et LES, ceci afin d'apporter une comparaison entre les deux pour ce type d'écoulement. La simulation par la méthode RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) est utilisée dans le cas où les processus physiques étudiés ne sont pas statistiquement stationnaires, par exemple lorsque des structures organisées apparaissent dans l'écoulement, il semble que ces phénomènes puissent être considérés non plus comme des fluctuations aléatoires mais comme des évolutions déterministes des propriétés statistiques de ces processus, alors que la Simulation des Grandes Echelles LES consiste à simuler un écoulement turbulent en définissant un nombre d'onde de coupure au-delà duquel l'énergie due aux mouvements tourbillonnaires est prise en compte par un modèle dit modèle sous-maille. En clair, les plus gros tourbillons sont calculés (ils sont physiquement visibles dans le domaine de calcul), les plus petits sont pris en compte en introduisant une viscosité supplémentaire.

## II.3. Modèle expérimental

Pour la validation des résultats analytiques et numériques, nous avons conçu un dispositif expérimental permettant d'injecter avec des débits différents de l'eau douce (colorée) dans une cuve en plexiglas de 30 x 30 x 100 cm (Fig.2). L'eau douce est amenée par gravité et contrôlée à l'aide d'un débitmètre, à partir d'un réservoir et via un tuyau, dans la cuve d'eau salée à travers une buse de

diamètre 0.4cm. La buse d'injection est placée en diverses positions différentes par rapport à la base de la cuve (posée directement à la base et décalée par différentes distances de la base). Les visualisations des différents cas d'écoulement traités par l'expérience sont réalisées à l'aide d'une caméra rapide.



Figure 2. Le banc d'essai expérimental

### III. Résultats & Discussion

Les expériences se déroulent pour un jet rond turbulent dont le nombre de Reynolds, basé sur le diamètre hydraulique de la buse d'injection, est supérieur à 2000 et le nombre de Froude initial varie entre 1 et 20. Le milieu ambiant de la cuve est de l'eau salée portée à une salinité de 37g/l. Le post-traitement des visualisations (Fig. 3) de l'écoulement permet d'en tirer les longueurs d'attachement (à la base de la cuve) et la ligne centrale du panache afin d'établir une relation entre ces paramètres et le nombre de Froude pour décrire et prévoir le comportement du panache vis-à-vis les différentes conditions d'injection et la nature du milieu ambiant (taux de concentration en salinité).



Figure 3. Photo d'expérience du panache forcé horizontal pariétal

La différence de pression entre le jet et la paroi du fond permet au jet de s'y accrocher et d'y demeurer pour une certaine distance avant qu'il la quitte ; ce phénomène est appelé effet Coanda. Quand la vitesse diminue, les forces de pression deviennent faibles devant la flottabilité qui domine et l'écoulement décolle de la paroi. Une fois que les forces de flottabilité prédominent, le panache se comporte comme un jet libre.

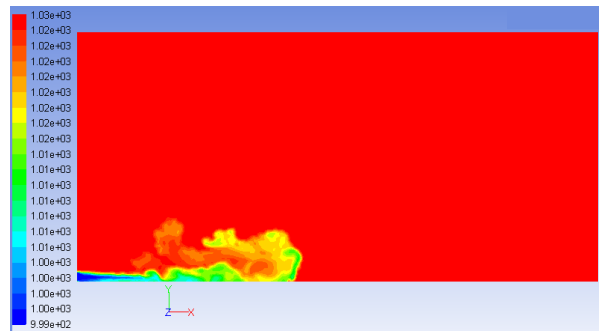


Figure 4. Contours de densité par simulation numérique du panache forcé horizontal pariétal

Les résultats expérimentaux et numériques (Fig. 4) montrent que la longueur d'attachement évolue linéairement avec le nombre de Froude et détermine donc l'allure du panache. La concordance entre l'expérience et la théorie est satisfaisante.

### VI. Conclusion

Les équations d'un panache issu d'un jet forcé et incliné (horizontal dans notre cas) se simplifient par analyse dimensionnelle en deux quantités conservées appelées respectivement flux de flottabilité et la composante horizontale du flux de quantité de mouvement. L'angle d'inclinaison et le flux de masse adimensionné du panache à la source déterminent la forme du panache. La théorie prévoit quelques propriétés moyennes et la forme basique de quelques panaches en raisonnant à partir de l'hypothèse d'entraînement. La simulation numérique validée par l'étude expérimentale sur le banc d'essai détermine d'autres propriétés pour ce type de panaches telles que la longueur d'attachement et la ligne centrale.

### Références bibliographiques

- [1] G.F. Lane-Serff, P.F. Linden and M. Hillel (1993): Forced, angled plumes, *Journal of Hazardous Materials*, 33, pages 75-99
- [2] B.R. Morton, G.I. Taylor et J.S. Turner (1956): Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, *Proc. R. Soc.*, pages 1-23
- [3] B.R. Morton (1959): Forced plumes, *J.Fluid Mech.*, 5, pages 151-163
- [4] B.R. Morton (1959): The ascent of turbulent, forced plumes in a calm atmosphere, *Int. J. Air Water Pollut.*, 1, pages 184-197
- [5] A.E. Germeles (1975): Forced plumes and mixing of liquids in tanks, *J. Fluid Mech.*, 71, pages 601-623
- [6] M. Schatzmann (1978): The integral equations for round buoyant jets in stratified flows, *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)*, 29, 608-620
- [7] K. Hofer et K. Hutter (1981): Turbulent jet diffusion in stratified, quiescent ambients. Part 1: Theory. *J. Non-Equil. Thermodyn.*, 6, pages 31-48
- [8] G.I. Taylor (1945): Dynamics of a mass of hot gas rising in air, U.S. Atomic Energy Commission mdc 919. LADC 276
- [9] Fluent 6.2 User's Guide, Janvier 2005.



## ETUDE DES ECOULEMENTS DANS UNE MECHE EN PIERRES

M. JOUINI<sup>1</sup>, A. SOUALMIA<sup>2</sup> ET K. SAAD<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Sciences et Techniques de l'eau (LSTE), de Institut National Agronomique de Tunisie (INAT), 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie.

[Jouini\\_manuel@hotmail.fr](mailto:Jouini_manuel@hotmail.fr)

<sup>2</sup>Laboratoire Sciences et Techniques de l'eau (LSTE), de Institut National Agronomique de Tunisie (INAT), 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie.

[Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn](mailto:Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn)

<sup>3</sup>Laboratoire Sciences et Techniques de l'eau (LSTE), de Institut National Agronomique de Tunisie (INAT), 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie.

[Karem\\_saad@hotmail.com](mailto:Karem_saad@hotmail.com)

**Résumé :** Dans cette étude, on s'intéresse aux écoulements dans un milieu poreux constitué de blocs de différentes dimensions. L'objectif de l'étude expérimentale, est de déterminer les pertes de charge pour différentes configurations d'écoulement, afin de vérifier la formule de Stephenson. Celle-ci permet d'exprimer la perte de charge en fonction de la pente du canal, du débit, de la section du canal et des caractéristiques géométriques des pierres. Des essais ont été réalisés dans un nouveau canal rectangulaire : de longueur 10m, de largeur de 0.8m et hauteur de 0.6m construit à l'INAT. Différentes conditions hydrodynamiques ont été réalisées pour des débits, et des tailles du milieu poreux variables. Les résultats de simulations des différents essais, ont été comparés aux résultats expérimentaux, une concordance correcte a été notée. Une étude de sensibilité à la forme de ligne d'eau montre qu'une expression de la perte de charge en  $\alpha.V^2$  permet de reproduire correctement la ligne d'eau mesurée. Parmi les termes composant le paramètre  $\alpha$  de Stephenson, la porosité est le terme le plus sensible. Ceci est le travail préliminaire à d'autres expérimentations et améliorations qui sont en perspectives.

**Abstract:** In this study, we are interested at flow through porous media formed by different sizes of stones. The objective of the experimental study is to determine the hit losses for different configurations of flow, to check the Stephenson's formula. This allows the expression of the loss in terms of, the slope of channel, the channel section and the geometrical characteristics of stones. Experiments have been made in a new rectangular channel built at INAT with: 10m of length, 0.8m of width and 0.6m of height. Different hydrodynamic conditions have been made, for different discharges, and different sizes of stones. The simulation results of different trials, were compared with the experimental ones, a correct concordance was noted. A sensitive analysis of the water level shows that a hit losses formula  $\alpha.V^2$  can reproduce correctly the measured water level. The porosity is the most sensitive term among the component terms of the Stephenson's parameter  $\alpha$ . This is a preliminary work of others experiments and improvements which are in prospect.

**Mots clés :** Écoulements non-Darcien, équation de

Stephenson, canal expérimental, simulation, écoulement graduellement varié, mèche.

### INTRODUCTION

Dans les hautes montagnes le stockage des stériles minier se fait au niveau des versants des talwegs. Pour la protection de ces stériles contre les écoulements d'eau, la mise en place d'un ouvrage en enrochement appelé mèche au fond du talweg est nécessaire. Le stockage est assuré en préservant l'écoulement de l'eau à travers les enrochements de la mèche. C'est dans ce contexte qu'intervient cette étude se rapportant aux écoulements dans les pierres. En effet elle se base sur des essais expérimentaux, réalisés dans un canal construit à l'Institut Nationale Agronomique de Tunisie (INAT) dans le cadre d'une collaboration, avec le bureau d'étude international MECATER.

### CONTEXTE

L'enrochement est le matériau de construction le plus abondant. Il est souvent utilisé pour la rétention de l'eau sous différents contextes, tels que les barrages, les digues ou les systèmes de drainage, les fonds des rivières et les mèches. Cette étude se rapporte aux mèches ; elle se base sur la relation de Stephenson, permettant de déduire la hauteur d'eau, à partir des paramètres géométriques et physiques du milieu rocheux. Le régime d'écoulement dans les enrochements est généralement turbulent, d'où la limitation de la relation de Darcy [5]. Il a été ainsi nécessaire de bien analyser les phénomènes hydrauliques dans un canal expérimental.

Dans le but d'atteindre les objectifs visés, dans un premier temps, une revue de la littérature a permis d'analyser les formules empiriques les plus utilisées, pour caractériser la relation non-linéaire entre le gradient hydraulique, et la vitesse d'infiltration d'écoulement dans les enrochements. Pour chacune de ces relations empiriques, les paramètres caractérisant les enrochements doivent être précisés, tels que le rayon hydraulique moyen, la porosité et la granulométrie.

Dans un second temps, des essais ont été réalisés dans un nouveau canal conçu et construit dans le cadre de cette étude, au laboratoire Sciences et Technique de l'Eau (LSTE) de l'Institut National Agronomique de Tunisie (INAT) (en collaboration avec MECATER et deux experts de l'IMF Toulouse). A l'aide de ces essais, a été décrite la variation de la hauteur d'eau dans les enrochements, sous l'influence de différentes variables, telles que la porosité de l'enrochement, le diamètre des particules, la pente du canal. Les résultats ont révélé, d'une part des tendances non linéaires entre la hauteur d'eau et la distance entre les sections du canal, et d'autre part une bonne concordance entre la hauteur d'eau observée et celle simulée par l'équation de Stephenson. Cette cohérence entre les valeurs mesurées et celles simulées, a donc justifié l'utilisation de cette relation.

### Expériences

Les expériences ont consisté à réaliser une mèche en pierre sur une partie centrale du canal, à une pente donnée, et puis de faire varier le débit. Pour chaque essai on mesure le débit, la vitesse au début et à la sortie de la mèche, ainsi que les hauteurs d'eau le long de celle-ci. On dispose de deux

types de pierres, qui sont les pierres anguleuses avec trois tailles différentes ( $d_1=5$  cm,  $d_2=7$  cm,  $d_3=14$  cm), et les pierres lisses ( $d_4=9$  cm) [1].

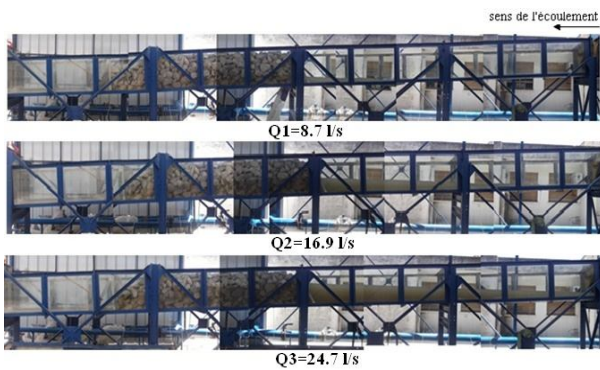


Fig.1: Photo d'exemple d'essai expérimental pour les enrochements de diamètre moyen  $d=0.14$  m

### Modélisation et simulations

L'équation d'un écoulement graduellement varié s'exprime sous la forme différentielle suivante [2] :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0(x) - S_f(x, h)}{1 - Fr_p^2} \quad (1)$$

Avec :

$x$  : distance le long de canal,  $h$  : hauteur d'eau,  $S_0$  : pente du fond du canal,  $S_f$  : perte de charge par frottement,  $Fr_p$  : nombre de Froude dans les pores.

Où

$$Fr_p = \frac{V_v}{\sqrt{g h}} \quad (2)$$

Avec  $V_v$  : vitesse dans les pores (m/s),  $y$  : la hauteur d'eau (m),  $g$  : accélération de pesanteur ( $m s^{-2}$ ).

Pour résoudre numériquement cette équation, on remplace  $S_f$  par le gradient hydraulique  $i$  qu'on calcule par l'équation de Stephenson [6], [7]:

$$i = \frac{K_{st} V^2}{d n^2} \quad (3)$$

Avec :  $d$  : diamètre de la particule,  $n$  : la porosité,  $K_{st}$  : coefficient de frottement de Stephenson

Ce dernier peut être évalué par la formule ci-dessous :

$$K_{st} = \frac{800}{Re} + K_t \quad (4)$$

Où

$Re$  : le nombre de Reynolds =  $(V_v d) / (\nu)$  où  $V_v$  : la vitesse dans les vides et  $\nu$  : viscosité cinématique de l'eau.

$K_t$  : varie entre 1 pour les grains à surface lisse, et 4 pour les grains à surface angulaire.

L'intégration de l'équation de l'écoulement entre deux sections, donne la relation suivante [4], [6], [7]:

$$h_{j+1}^{k+1} = h_j + \frac{\Delta x}{2} \left\{ \left( \frac{S_0 - \frac{K_{st} * V^2}{g * d * n^2}}{1 - Fr_p^2} \right)_j + \left( \frac{S_0 - \frac{K_{st} * V^2}{g * d * n^2}}{1 - Fr_p^2} \right)_{j+1} \right\}$$

$j$  est le compteur de la section, et  $k$  est le compteur d'itération.

La résolution de cette équation est réalisée par une méthode

itérative, permettant d'avoir les hauteurs d'eau le long de la mèche considérée.

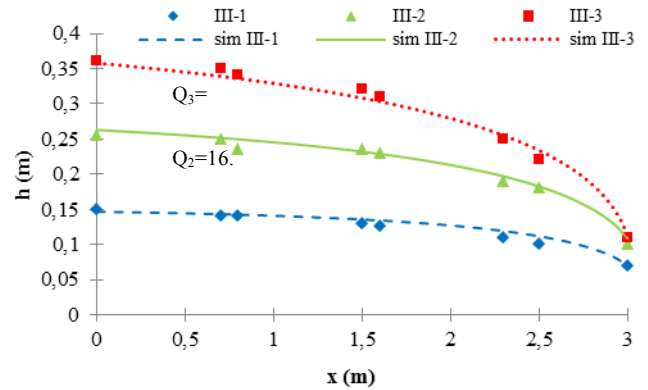


Fig.2: exemples de profils des hauteurs d'eau observés et simulés ( $d=0.14$ m,  $S_0=0.05$ ) [1]

Pour les trois essais correspondant aux trois débits, 8.7, 16.9, 24.7 l/s, l'évolution des lignes d'eau est bien reproduite avec la valeur  $K_t=3.715$ .

Il est à noter que différents autres essais sont en perspectives.

### 3. CONCLUSION

Cette étude a été menée dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire sciences et techniques de l'eau (LSTE) de l'Institut National Agronomique de Tunisie (INAT), et le bureau d'étude international MECATER. L'objectif est d'étudier les écoulements dans les pierres. Ce travail a permis de mieux comprendre et analyser ces écoulements en se basant sur l'expérimentation, et sur des simulations numériques. En effet dans le cadre de cette étude, un nouveau canal a été conçu, et construit au LSTE de l'INAT, en collaboration avec MECATER et des experts de l'INP Toulouse. Des essais avec différentes conditions hydrodynamiques, en particulier avec différents débits, et différentes tailles des pierres ont été réalisés. L'étude s'est basée sur la relation de Stephenson, dont on cherche à vérifier sa fiabilité pour ce type d'écoulement. Une programmation de cette relation à été faite par MATLAB.

Les résultats des simulations ont été comparés aux résultats expérimentaux des différents essais réalisés. Une concordance correcte entre mesures et simulations a été notée, confirmant le choix de la relation de Stephenson.

Nous considérons que ce travail a apporté quelques progressions à la compréhension de ce type d'écoulements complexes, et d'autres prolongations, interprétations et expériences sont en perspective, sur ces écoulements.

### REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier vivement les responsables de MECATER, en particulier Messieurs Samir Ennour, et Okba Boughanmi. Nous remercions également professeur Elies Hamza (professeur et directeur de l'INAT) pour le soutien qu'il a apporté à la réalisation du canal expérimental, et professeurs Denis Dartus et Lucien Masbernat (professeurs à l'INP Toulouse) pour leurs conseils et critiques constructives.

### REFERENCES

- Jouini M. Etude des écoulements dans une mèche en pierres en canal, Mémoire de mastère, INAT, Tunisie. 2012.
- Jorge R. Dubin. On gradually varied flow profiles in rectangular open channels, *Journal of Hydraulic Research*, 37(1), pp. 99 – 106, 1999.
- Michioku K., Maeno S., Furusawa T. et Haneda M. Discharge through a permeable rubble mound weir, *Journal of hydraulic engineering*, 131 (1), pp. 1-10, 2005.
- Nazemi R., Hosseini S.M. et Akbarzadeh-T M.R. Soft computing-based nonlinear fusion algorithms for describing non-Darcy flow in porous media, *Journal of Hydraulic Research*, 44 (2), pp. 269 – 282, 2006.
- Osge Kureksiz. Non Darcian flow through rockfills, master thesis from the Middle East technical university, 2008.
- Rizwanul B. et David H. application of gradually-varied flow algorithms to simulate buried streams, *Journal of hydraulic research*, pp. 673-374, (2002).
- Rizwanul B. et David H. uncertainty in water surface profile of buried stream flowing under coarse material. *Journal of hydraulic engineering*, pp. 761-772, 2002.

# 4D-VARIATIONAL DATA ASSIMILATION USING POD REDUCED-ORDER MODEL

GILLES TISSOT, LAURENT CORDIER, BERND R. NOACK

Institut Pprime, CNRS – Université de Poitiers – ENSMA  
F86036 Poitiers cedex, France

## Introduction

In turbulence, the number of active degrees of freedom is so important that a preliminary step of *model reduction* is compulsory for determining an efficient control strategy. The general objective of model reduction is to extract, from physical insights or mathematical tools, the building blocks which play a dominant role in terms of dynamical modelling. For historical reasons, Proper Orthogonal Decomposition (see Cordier and Bergmann 2008 for an introduction) is the most used reduction approach in the turbulence community. POD is widely employed since it extracts from a sequence of data an orthonormal basis which captures optimally the flow energy. In general, this basis is then used in a Galerkin approach to derive a POD Reduced-Order Model (POD ROM) of the flow by projecting the Navier-Stokes equations onto the POD modes. Unfortunately, this dynamical system is sometimes not sufficiently accurate to predict anything useful in terms of flow control, and identification methods are then used to improve the prediction ability of the POD ROM. In this communication, an alternative procedure is proposed where identification methods are replaced by a specific *data assimilation* approach called four-dimensional variational assimilation or 4D-Var. In the next section, the strong constraint 4D-Var formalism is presented. The weak constraint 4D-Var approach is detailed in Papadakis (2007).

## Strong constraint 4D-Var

Let  $X$  be the state variable and  $\mathbb{M}$  be the non-linear operator relative to the dynamics, the evolution in time of  $X$  is given by the following dynamical system:

$$\frac{\partial X}{\partial t}(t) + \mathbb{M}(X(t), u) = 0$$

$$X(0) = X_0^b + \eta$$

(1)

where  $X_0^b$  is an *a priori* known initial condition of the system,  $\eta$  an initial condition perturbation and  $u$  a set of coefficients of the model. Strong constraint assimilation consists of finding the solution  $X$  of the dynamical system (1) that is closest at the same time to the observations  $y$  and to regularisation terms called

*background* terms. The goal is then to find the control parameters  $u$  which minimize the cost functional defined as:

$$\begin{aligned} J(u, \eta) = & \frac{1}{2} \int_0^T \|y(t) - \mathbb{H}(X(t), \eta, u)\|_{\mathcal{R}}^2 dt + \frac{1}{2} \|\eta\|_{\mathcal{B}}^2 + \\ & \frac{1}{2} \|u - u^b\|_{\mathcal{U}}^2 \end{aligned}$$

(2)

The non-linear operator  $\mathbb{H}$ , called observation operator, goes from the state space to the observation space.  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{B}$  and  $\mathcal{U}$  are covariance tensors. Their role is to give more or less confidence in the observations and background states. The optimal control parameters  $u^*$  are called *analysed solutions* and the associated analysed dynamics  $X^*$  is the best estimation of the system's state, solution of (1) according to the criterion (2). The couple  $(X^*, u^*)$  corresponds to the *background* solution of the problem. Data assimilation is described schematically in Fig. 1.

The minimization of  $J$  is done using the limited storage variant of the BFGS quasi-Newton algorithm. For determining the descent directions, the gradients of the functional with respect to the two control variables  $u$  and  $\eta$  need first to be evaluated. This is done by writing an *adjoint formulation* of the problem. For that, we introduce a Lagrangian functional  $\mathcal{L}$  defined by

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(X(t), u, \eta, \lambda(t), \mu) = & J(u, \eta) - \int_0^T \left\langle \frac{\partial X}{\partial t}(t) + \mathbb{M}(X(t), u), \lambda(t) \right\rangle dt - \langle X(0) - X_0^b - \eta, \mu \rangle \end{aligned}$$

(3)

where  $\lambda(t)$  and  $\mu$  are two Lagrange multipliers introduced to enforce the constraints given by (1). When the minimum of  $\mathcal{L}$  is reached,  $\nabla \mathcal{L} = 0$ .

Setting the first variation of  $\mathcal{L}$  with respect to  $\lambda$  to 0 leads to the adjoint equation

$$-\frac{\partial \lambda}{\partial t}(t) + \left(\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial X}\right)^* \lambda(t) - \left(\frac{\partial \mathbb{M}}{\partial X}\right)^* \mathbb{R}^{-1} (\mathbb{H}(X(t)) - y(t)) = 0$$

(4)

where  $\mathbb{L}$  and  $\mathbb{H}$  denote respectively the linear tangent operator of  $\mathbb{M}$  and  $\mathbb{H}$ , and  $\mathbb{L}^*$  (and  $\mathbb{H}^*$ ) their adjoint operators. The adjoint equation (4) is defined backward in time with the terminal condition  $\lambda(T) = 0$ .

Setting the first variation of  $\mathcal{J}$  with respect to the control parameters  $u$  and  $\eta$  to 0 leads to the optimality conditions

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial u} &= - \int_0^T \left( \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial u} \right)^* \lambda(t) dt + \mathbb{C}^{-1}(u - u^b) \\ \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \eta} &= \lambda(0) + \mathbb{B}^{-1}\eta \end{aligned} \quad (5)$$

These optimality conditions can then be evaluated to determine the gradient of  $\mathcal{J}$  as soon as the Lagrange multipliers are known, it means as soon as the adjoint equation (4) is integrated backward in time.

### Some results

In this section, the 4D-Var approach will be tested in a simple flow configuration corresponding to the cylinder wake. The first objective is to evaluate the ability of 4D-Var to improve the description of the dynamics within the time horizon where the observations are known. A second objective is to assess the predictive behaviour of the dynamical system obtained as solution of 4D-Var and to measure the influence of strong and weak constraint hypothesis on the analysed dynamics. In this abstract, the 4D-Var approach will be only applied on numerical data to test the method and evaluate the role of some parameters. Results based on an experimental dataset obtained by PIV will be presented during the conference.

The 4D-Var approach is applied to a two-dimensional incompressible cylinder wake flow at  $Re = 100$ . The database was computed using a finite-element code and contains  $N_s = 100$  two-dimensional snapshots of the flow velocity, taken over a period  $T_s = 1$  i.e. over more than two periods of vortex shedding ( $T_{vs} \approx 0.5$ ). Since 4D-Var is applied on POD-ROM with observations corresponding to the POD temporal coefficients, snapshot POD is first applied on the previous data. The first six POD modes are here sufficient to represent 99.9 % of the flow energy indicating that  $N_{pod}$  should be sufficient for the order of the POD ROM.

The strong constraint 4D-Var is now applied. The background of the initial condition is given by  $u^b(t) = 0$  and the background of the POD ROM coefficients are equal to zero. Lastly, the covariant matrices are chosen as  $\mathbb{R}^{-1}$  and  $\mathbb{B}^{-1} = \mathbb{C}^{-1} = \mathbb{I}$  where  $\mathbb{I}$  denotes the identity matrix.

Figure 2 represents the results of strong constraint 4D-Var for the DNS dataset when perfect observations are used. The 4D-Var approach has been first applied over the 200 time steps contained in the database (assimilation window). Then, the analysed dynamical model has been integrated in time over 400 time steps (forecast window) to conclude on the predictive character of the model. Very good agreements are obtained between the observations and the analysed dynamics. Moreover, the analysed model can predict correctly the dynamics over twice the assimilation period.

The role of the initial conditions for capturing correctly the long-term dynamics of the process is well recognized. Indeed, in numerical weather prediction and in many other fields of data assimilation, the control variables are usually the initial conditions of the dynamical system. Here, we would like to see if the situation is the same in the strong constraint 4D-Var approach. For the results corresponding to the perfect observations, it was found that the order of magnitude of the initial condition perturbation was equal to 0.1 % of the modes amplitudes. The question is then raised of knowing if these low amplitude modifications have an important influence on the dynamics. To respond, the POD ROM coefficients found in the strong constraint 4D-Var approach with perfect observations were used to integrate the dynamical model with  $u^b$ . It can be shown (see Fig. 3) that the dynamical system is no longer predictive. The RMS error grows exponentially in the assimilation window, and continues to increase in the forecast window until the time step reaches 270 when the error saturates. As a conclusion, when  $u^b$ , a lost of predictability of the dynamical system occurs.

### References

L. Cordier and M. Bergmann. Proper Orthogonal Decomposition: an overview. In Lecture series 2002-04, 2003-03 and 2008-01 on post-processing of experimental and numerical data. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2008.

N. Papadakis. Assimilation de données images : application au suivi de courbes et de champs de vecteurs. PhD thesis, Université de Rennes I, 2007.



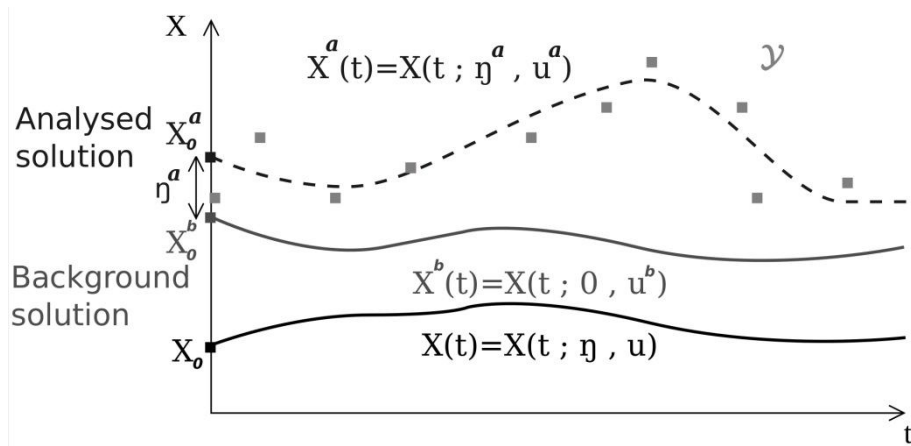


Figure 1: Schematic representation of 4D-Var.

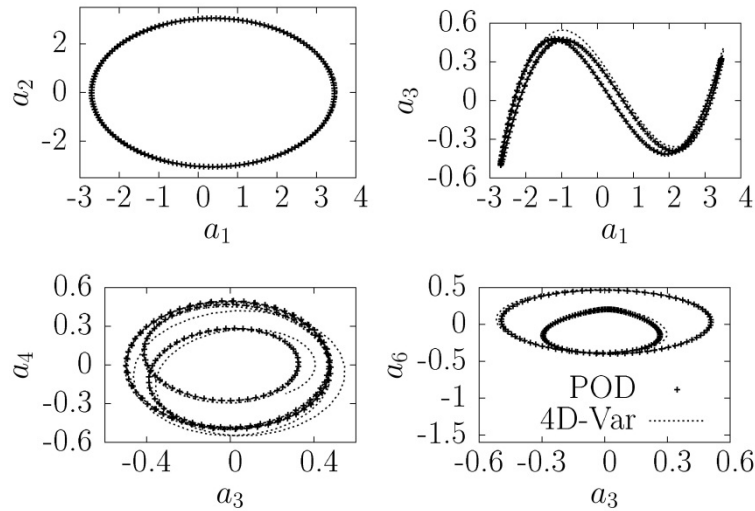


Figure 2: Results of 4D-Var for the DNS dataset (perfect observations).

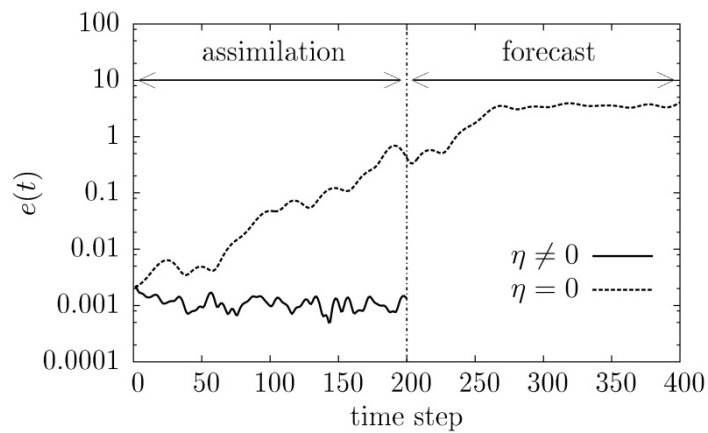


Figure 3: Time evolutions of RMS errors. Comparison between the case of perfect observations with  $\eta \neq 0$  and  $\eta = 0$ .

# DYNAMIC MODE DECOMPOSITION OF PIV MEASUREMENTS FOR THE CYLINDER WAKE FLOW IN TURBULENT REGIME

GILLES TISSOT, LAURENT CORDIER, NICOLAS  
BENARD, BERND R. NOACK

Institut Pprime, CNRS – Université de Poitiers – ENSMA  
F86036 Poitiers cedex, France

## Introduction

For a turbulent flow, the number of active degrees of freedom is so important that a preliminary step of *model reduction* is necessary for having a chance to understand the flow physics or to derive a control strategy. The general objective of model reduction is to extract, from physical insights or mathematical tools, the building blocks which play a dominant role in terms of modelling. In the case of flow control, this question of educing physically-relevant structures is even more difficult since by definition the flow dynamics will be fully modified by the introduction of the control. In this communication, we are focusing on a procedure recently introduced by Schmid (2010) called Dynamic Mode Decomposition (DMD). This algorithm was proposed as a method that is able to extract dynamically relevant flow features from time-resolved experimental or numerical data. Following Schmid (2010), the DMD modes generalize the global stability modes since it is not necessary with this method to have an explicit knowledge of the dynamical operator to evaluate frequencies and growth rates associated to each DMD mode. Moreover, DMD can be used to determine the eigenvalues and eigenvectors of the Koopman operator (Rowley et al. 2009), an infinite-dimensional linear operator associated with the full nonlinear system. In the next section, the DMD algorithm is described in broad outline as in Schmid (2010).

## Dynamic Mode Decomposition

The data is represented in the form of a snapshot sequence, given by a matrix  $V_1^N$  defined as

$$V_1^N = (v_1, \dots, v_N) \in \mathbb{R}^{N_x \times N} \quad (1)$$

where  $v_i$  is the  $i^{\text{th}}$  snapshot. In this temporal framework of DMD, we assume that the snapshots are separated by a constant sampling time  $\Delta t$ .

The DMD algorithm is built on two main assumptions. The first hypothesis is that there exists a linear operator  $\mathcal{A}$  to step forward in time the snapshots. Since  $V_1^N$  is finite-dimensional, this operator is written as a matrix  $A \in \mathbb{R}^{N_x \times N_x}$  such that

$$v_{i+1} = Av_i \text{ for } i = 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

The goal of DMD is to determine the eigenvalues and eigenvectors of  $A$  but without first determining  $A$ .

When the number of snapshots of the sequence  $V_1^N$  increased, it is reasonable to assume that, beyond a given number of snapshots,  $v_i$  becomes linearly dependent. The second hypothesis is then to consider that the  $N^{\text{th}}$  iterate writes as a linear combination of the previous iterates *i.e.*

$$v_N = c_1 v_1 + c_2 v_2 + \dots + c_N v_N + r$$

$$v_N = V_1^N c + r \quad (3)$$

where  $c^T = (c_1, c_2, \dots, c_{N-1})^T$  and  $r \in \mathbb{R}^{N_x}$  is the residual vector. Then, it can be easily shown that

$$AV_1^N = V_2^N = V_1^{N-1} C + r e_{N-1}^T \quad (4)$$

where  $e_i$  is the  $i^{\text{th}}$  Euclidean unitary vector of length  $(N-1)$  and  $C$  a Companion matrix defined as

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & c_1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & c_2 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & c_3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & c_{N-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times (N-1)} \quad (5)$$

Let  $(y_i, \lambda_i)$  be the  $i^{\text{th}}$  eigen-elements of  $C$ , it can be demonstrated that  $(\Phi_i = V_1^{N-1} y_i, \lambda_i)$  are approximated eigen-elements of  $A$ , the so-called Ritz eigenvectors and eigenvalues. Provided that the eigenvalues  $\{\lambda_i\}_{i=1}^{N-1}$  are distinct, it can be shown (Rowley et al. 2009) that  $C$  can be diagonalized as  $C = T^{-1} \Lambda T$  where  $T$  is the Vandermonde matrix constructed on  $\lambda_i$  and  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N-1})$ . The matrix  $\tilde{\Phi} = (\tilde{\Phi}_1, \dots, \tilde{\Phi}_{N-1})$  of the Ritz eigenvectors is given by

$$\tilde{\Phi} = V_1^{N-1} T^{-1} \in \mathbb{R}^{N_x \times (N-1)} \quad (6)$$

Since  $T$  is invertible, (6) writes  $V_1^{N-1} = \tilde{\Phi} T$  or

$$v_k = \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i^{k-1} \tilde{\Phi}_i \quad k = 1, \dots, N-1 \quad (7)$$

Moreover, we can deduce from (4) that

$$v_N = \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i^{N-1} \tilde{\Phi}_i + r \quad (8)$$

with  $r \perp \text{span}(v_1, \dots, v_{N-1})$ .

In the DMD algorithm, the eigenvectors  $\tilde{\Phi}_i$  are called the DMD modes and the eigenvalues  $\lambda_i$  the DMD eigenvalues. These eigenvalues can be used to evaluate the frequency and growth rate of the DMD mode. Indeed, using the first hypothesis (2), it can be immediately shown that

$$v_{k+1} = Av_k = \sum_{i=1}^{N-1} A \tilde{\Phi}_i v_i(k) = \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i \tilde{\Phi}_i v_i(k)$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{A}^k \mathbf{v}_1 = \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i^k \Phi_i \mathbf{v}_i(\mathbf{1}) \quad (9)$$

The DMD eigenvalues  $\{\lambda_i\}_{i=1}^{N-1}$  thus dictate the growth rate  $\sigma_i = \ln(|\lambda_i|)/\Delta t$  and frequency  $\omega_i = \arg(\lambda_i)/\Delta t$  of each mode. Moreover, by comparing (9) with (7), we can conclude that  $\tilde{\Phi}_i = \Phi_i \mathbf{v}_i(\mathbf{1})$ .

### Some results

The DMD algorithm has been performed on data obtained by 2D-2C PIV measurements for a turbulent cylinder wake (Benard et al., 2010) corresponding to a sub-critical flow regime ( $Re_D = DU_\infty/\nu_{\text{kin}} = 40000$  where  $D = 40 \text{ mm}$  is the cylinder diameter and  $U_\infty = 15.6 \text{ m.s}^{-1}$  is the free-stream velocity). The database contains  $N_s = 5130$  snapshots taken at a sampling frequency  $f_s = 1 \text{ kHz}$  over approximately 400 periods of vortex shedding. The DMD is applied on 128 snapshots without subtracting the mean. Here, the coefficients  $\mathbf{c}$  were calculated through a QR factorization of  $\mathbf{V}_1^{N-1}$ .

Figure 1 shows that nearly all the Ritz values are on the unit circle indicating that the snapshots lie on or near an attracting set. The growth rate of each DMD mode  $\sigma_i$  is plotted versus its frequency  $\omega_i$  in Fig. 2. The spectrum appears symmetric with respect to the imaginary axis  $\omega_i = 0$ , which is a consequence of processing real-valued data. At this point, the Ritz eigenvectors are available for the design of a reduced-order model. However, it remains to be decided which of the modes should be included in the reduction basis. One criterion that should be assessed is based on the damping rate of the DMD and employs the argument that modes with large decay rates are dynamically less relevant than modes that are only weakly damped. Figure 2 suggests that the mean flow and the two first pairs of modes should be sufficient to obtain a good description of the dynamics. The most amplified mode (mode 1) corresponds to the mean flow. The complex conjugates modes 11 and 118 oscillate at  $St = 0.2$  (see Fig. 3) which is precisely the fundamental shedding frequency of the wake flow.

Figure 3 represents the amplitude of the DMD modes. Their amplitudes are not a criterion in itself of the dynamic relevance of these modes since even a mode with a very large amplitude can be strongly damped. For instance, mode 11 which corresponds dynamically to the vortex shedding ( $St = 0.2$ ) has relatively low amplitude compared to other modes.

Concerning the temporal coefficients  $\mathbf{v}_i(k)$  of the Ritz eigenvectors, they are represented in Fig. 4 for the two dominant modes: 11, and 25. For symmetry reasons, the temporal coefficients  $\mathbf{v}_{118}$  and  $\mathbf{v}_{104}$  are not plotted. The amplitude of the mean flow (mode 1, not plotted) is real and approximately constant over time. The oscillatory behaviour of the vortex shedding mode 11 is well captured

and the mode 25 is clearly damped. Knowing  $\mathbf{v}_i(\mathbf{1})$ , it was *a posteriori* checked that  $\tilde{\Phi}_i = \Phi_i \mathbf{v}_i(\mathbf{1})$ .

The possibility of deriving an accurate reduced-order model based on some DMD modes has also been assessed. The results will be presented during the conference.

### References

N. Benard, A. Debien, L. David, and E. Moreau. Analyse par PIV rapide du sillage d'un cylindre manipulé par actionneurs plasmas. In Congrès Francophone de Techniques Laser. Vandoeuvre-lès-Nancy 14-17 septembre, 2010.

C.W. Rowley, I. Mezic, S. Bagheri, P. Schlatter, and D.S. Henningson. Spectral analysis of nonlinear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 641:115-127, 2009.

P.J. Schmid. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 656 :5-28, 2010.

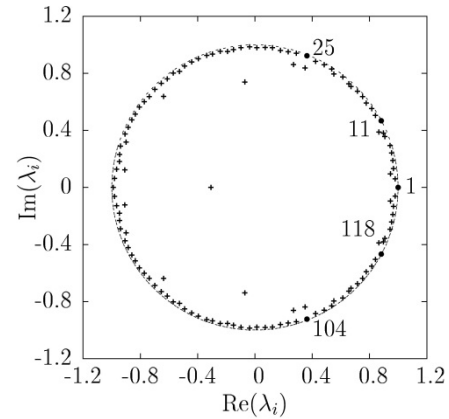


Figure 1: Empirical Ritz values  $\lambda_i$ .

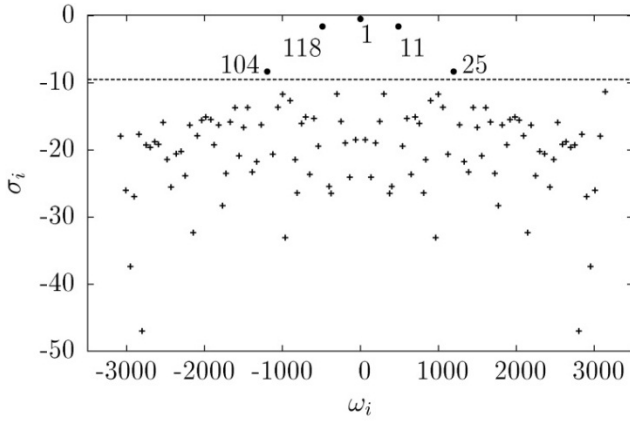


Figure 2: Time-continuous DMD spectrum of the cylinder wake flow.

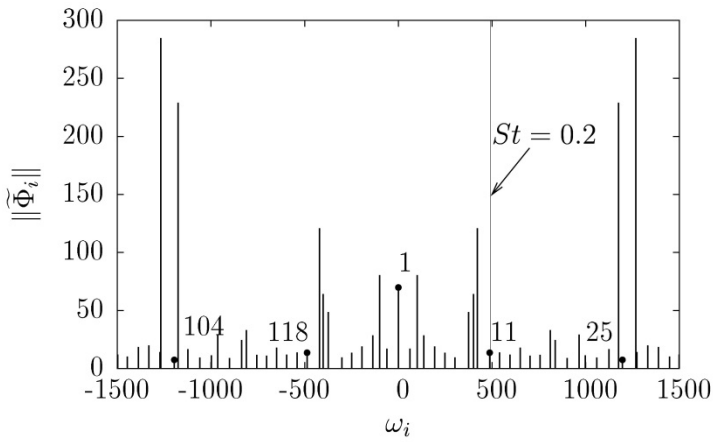
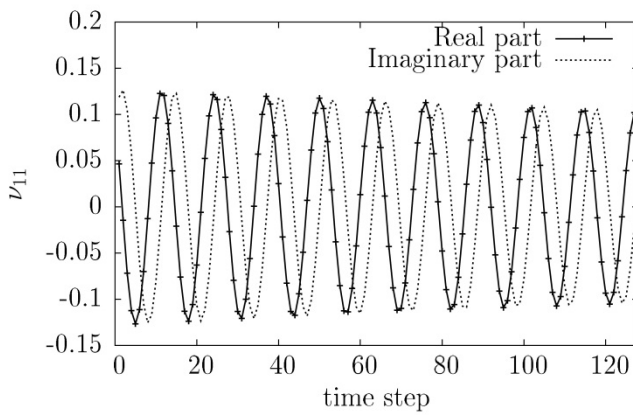
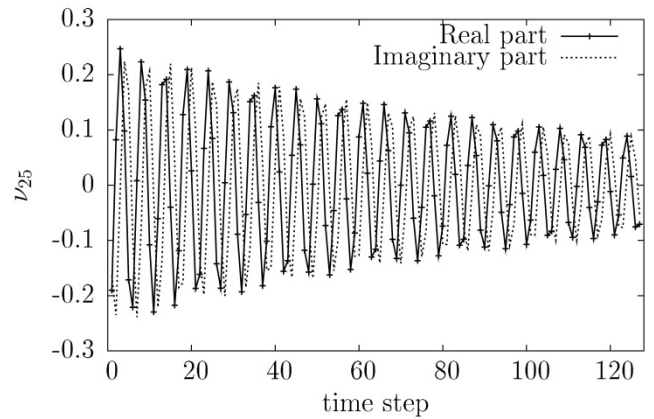


Figure 3: Magnitudes of the DMD modes at each frequency  $\omega_i$ .



(a)  $\text{Re}(\nu_{11}(k))$ ,  $\text{Im}(\nu_{11}(k))$ .



(b)  $\text{Re}(\nu_{25}(k))$ ,  $\text{Im}(\nu_{25}(k))$ .

Figure 4: Temporal coefficients of the DMD modes.

# CARACTÉRISATION DU DÉCOLLEMENT SUR UNE RAMPE

AZEDDINE KOURTA, ADRIEN THAKER, ROMAIN JOUSSOT

Laboratoire PRISME, Université d'Orléans, 8 rue Léonard de Vinci 45072 Orléans cedex 2, France

## INTRODUCTION

Face aux contraintes économiques, environnementales et de confort, le développement des techniques de contrôle d'écoulement a pris un essor considérable. Les buts visés sont de diverse nature : amélioration des performances, réduction de la consommation, diminution des émissions polluantes, amélioration de la stabilité ou du confort, ... Le décollement et les structures organisées qui en découlent conduisent à des pertes de performances. Pour appliquer efficacement les dispositifs de contrôle, il est important de caractériser le décollement et de mettre en évidence les mécanismes prépondérants, afin de diminuer voire de supprimer la zone décollée [1-5].

Le décollement peut être bidimensionnel [4, 6] ou tridimensionnel [3]. En pratique, ce dernier est le plus souvent rencontré. Toutefois, pour pouvoir découpler les phénomènes, on ne s'intéressera dans ce papier qu'au décollement bidimensionnel.

Dans cette étude, des essais expérimentaux ont été réalisés. L'objectif est de caractériser les conditions d'essai, notamment en étudiant le gradient de pression transversal. Pour cela, on a analysé l'effet d'un volet de bord de fuite sur l'écoulement, et tout particulièrement sur le décollement généré au niveau de la rampe.

## MÉTHODOLOGIE

Les essais ont été réalisés dans la soufflerie subsonique à circuit fermé du laboratoire PRISME. La section d'essais est de  $2 \times 2$  m, pour une longueur de 5 m. La vitesse maximale possible est de 60 m/s et l'intensité de turbulence est inférieure à 0,3%. Dans la veine d'essai est placé le montage de la rampe. Il s'agit d'un ensemble qui prend toute la largeur de la soufflerie (2 m) et a une longueur de 3 m. Il est placé à mi-hauteur de la veine (figure 1). Le bord d'attaque est profilé. La longueur de la plaque à l'amont de la rampe est de 1,5 m. La plaque aval est munie d'un volet de 0,5 m dont l'inclinaison  $\theta$  peut varier entre  $-10^\circ$  et  $10^\circ$ . La rampe fait un angle de  $25^\circ$ .

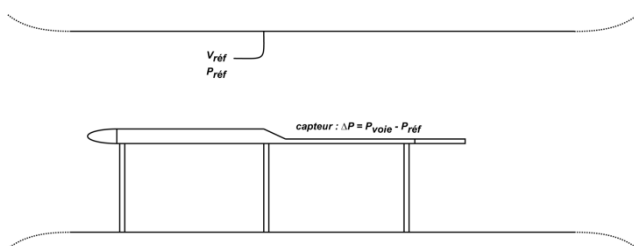


Figure 1: Schéma du montage expérimental.

La maquette est équipée de prises de pression (figure 2), avec  $3 \times 45$  prises dans le sens longitudinal et  $3 \times 15$  dans le sens transversal. Les agrandissements sur la figure 2

montrent la concentration de prises de pression au niveau du bord d'attaque et de la rampe.

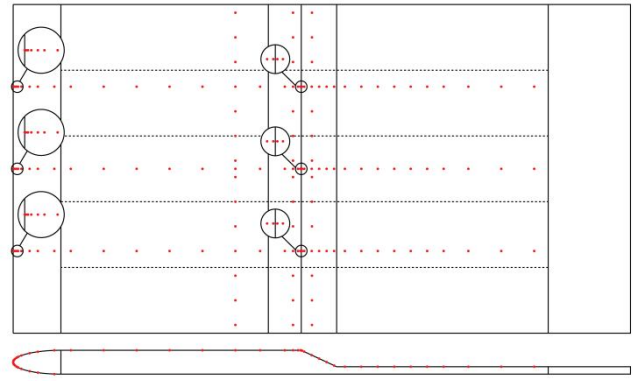


Figure 2: Position des prises de pression.

La pression de référence est prise dans le champ lointain à l'aide d'un tube de Pitot. Pour les capteurs de pression, le temps d'acquisition est de 180 s et la fréquence est de 100 Hz. Le coefficient de pression est défini

comme suit :

$$C_p = \frac{P - P_{ref}}{\rho V_{ref}^2 / 2}$$

## RÉSULTATS

### 1- Caractérisation de l'écoulement avec volet non braqué

Nous avons tout d'abord étudié l'évolution de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la rampe. Dans ce cas, le volet est non braqué ( $\theta = 0^\circ$ ). Deux nombres de Reynolds ont été étudiés,  $Re = 1,23 \times 10^6$  et  $2,2 \times 10^6$ , correspondant respectivement à des vitesses de 20 et 30 m/s.

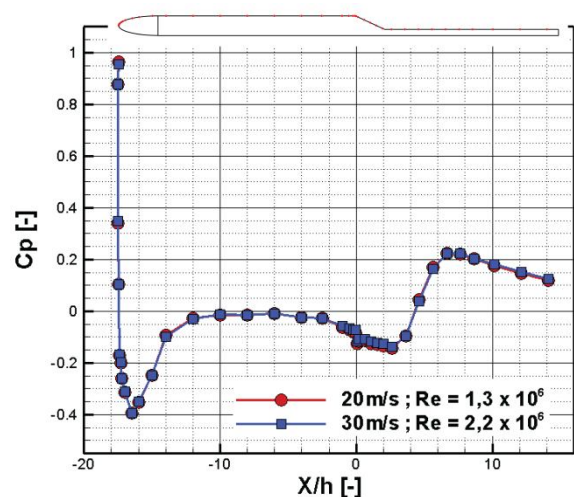


Figure 3: Évolution du coefficient de pression le long de l'extrados en fonction du nombre de Reynolds ( $\theta = 0^\circ$ ).

La figure 3 montre une zone de dépression importante juste après le bord d'attaque suivie d'un plateau en amont de la rampe. Au niveau de la rampe on observe une zone dépressionnaire correspondant à la zone de décollement. Cette figure ne montre aucun effet du nombre de Reynolds. Un agrandissement de l'évolution du coefficient de pression de la zone du décollement sur la rampe est présenté sur la



figure 4. On peut constater que la dépression diminue quand le Reynolds augmente.

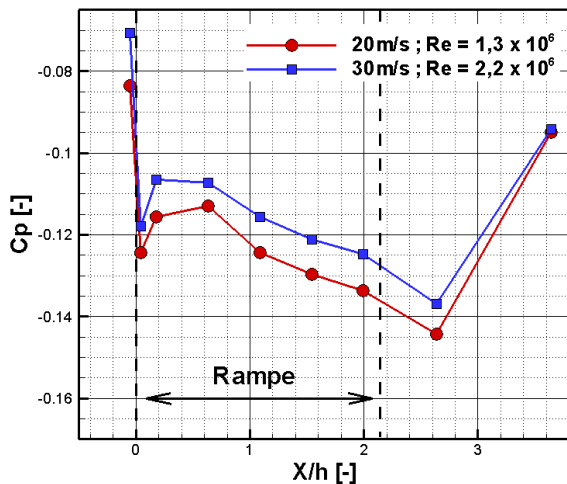


Figure 4: Coefficient de pression dans la zone de la rampe en fonction du nombre de Reynolds ( $\theta = 0^\circ$ ).

## 2- Effet de l'inclinaison du volet

Dans cette partie, on s'intéresse à l'effet de l'inclinaison du volet sur la distribution de pression et tout particulièrement sur la zone décollée.

La figure 5 présente l'évolution du coefficient de pression le long de l'extrados de la maquette pour trois angles différents du volet ( $-10^\circ$ ,  $0^\circ$  et  $10^\circ$ ). On peut voir que le braquage du volet influence principalement la distribution de pression au niveau du bord d'attaque. L'inclinaison positive ou négative du volet diminue la dépression du bord d'attaque par rapport à la configuration à volet horizontal. De plus, cette diminution est plus importante dans le cas d'un braquage positif. L'inclinaison du volet a également une influence sur la plaque plane à l'aval de la rampe. Si l'évolution de pression est comparable pour les cas  $-10^\circ$  et  $0^\circ$ , le coefficient de pression est constant pour une inclinaison de  $10^\circ$ . Pour analyser plus finement l'évolution de ce coefficient le long de la rampe, un agrandissement de cette zone est représenté figure 6. Si un braquage négatif ne modifie pas significativement l'évolution du coefficient de pression, un braquage positif de  $10^\circ$  augmente les valeurs de  $C_p$ .

Nous avons examiné l'évolution du coefficient de pression dans la zone du bord d'attaque, en essayant de déterminer l'inclinaison du volet pour laquelle l'écoulement est symétrique au bord d'attaque entre l'intrados et l'extrados. Cette symétrie extrados-intrados est obtenue pour  $\theta = 7,5^\circ$  comme le montre la figure 7.

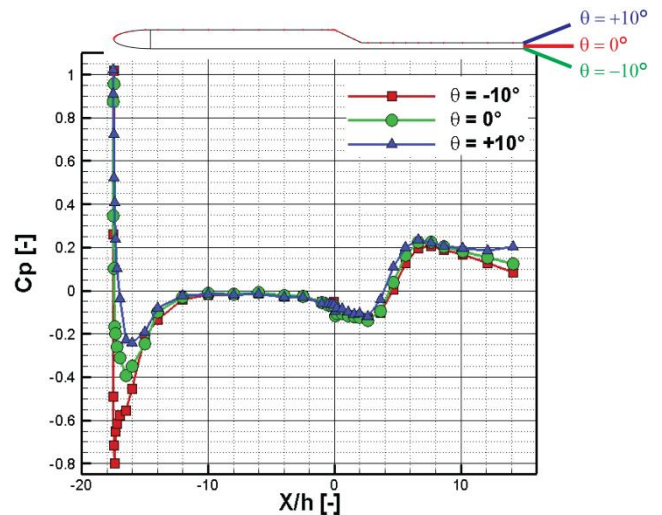


Figure 5: Évolution du coefficient de pression le long de l'extrados en fonction du braquage du volet.

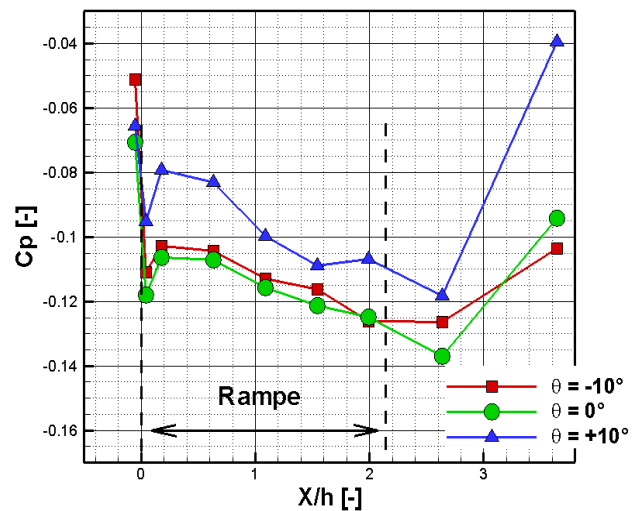


Figure 6: Évolution du coefficient de pression le long de la rampe en fonction du braquage du volet.

Pour étudier le décollement bidimensionnel dans des conditions optimales, il est nécessaire de fixer l'angle de braquage du volet. Pour cela, la variation transversale de la pression a été étudiée pour trois positions longitudinales : en amont de l'arête (à  $x/h = -4$  et  $-0,5$ ), et en aval de celle-ci (à  $x/h = +0,6$ ). Les figures 8 et 9 représentent respectivement les variations de pression pour  $\theta = +7,5^\circ$  et pour un angle de braquage nul. Sur la figure 8, on peut voir que la distribution de pression est différente pour les trois positions longitudinales. Pour la position la plus en amont de la rampe ( $x/h = -4$ ), le coefficient de pression est faible et varie peu selon l'axe transversal. Pour les positions à proximité de l'arête, la diminution de pression s'accompagne d'une inhomogénéité transversale. Ceci montre clairement que le caractère bidimensionnel existant à l'amont n'est plus vérifié si l'on s'approche de la rampe. Ainsi, bien qu'à cette inclinaison l'écoulement soit symétrique au bord d'attaque de la maquette, le braquage du volet introduit un effet tridimensionnel au niveau du décollement.

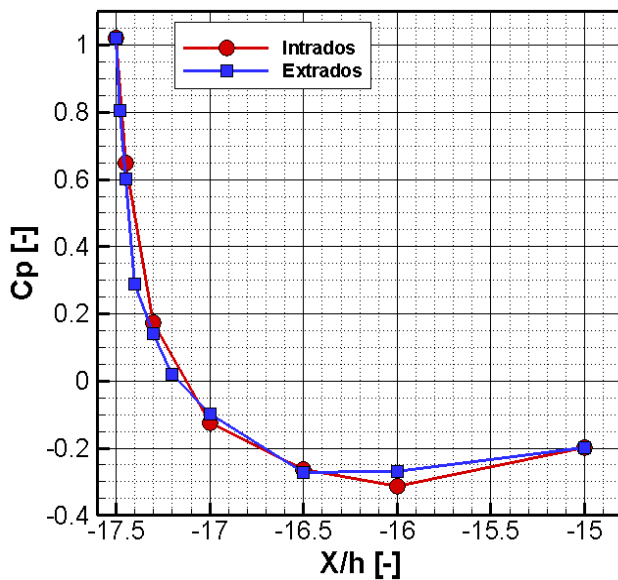


Figure 7: Évolution du coefficient de pression autour du bord d'attaque du ( $\theta = 7,5^\circ$ ).

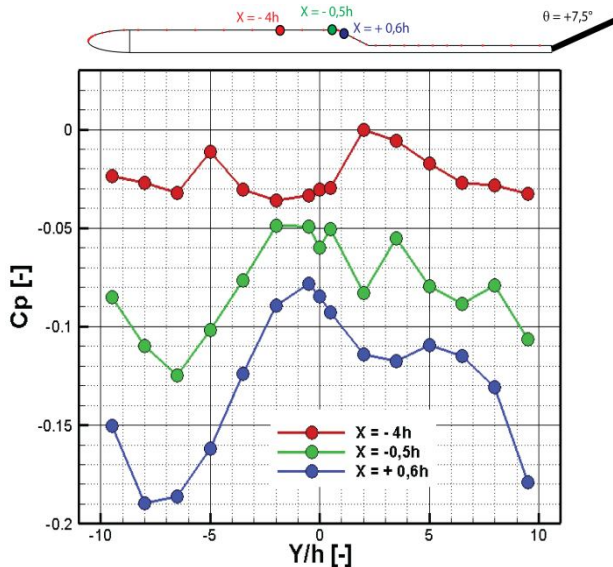


Figure 8: Évolution transversale du coefficient de pression à 3 positions longitudinales ( $\theta = 7,5^\circ$ ).

Pour un angle de braquage du volet nul (figure 9), on observe également que la répartition transversale de pression est homogène pour la position la plus en amont de la rampe. Cependant, l'évolution le long de l'envergure à proximité de la rampe diffère de la configuration précédente. En effet, le coefficient de pression varie peu pour  $-7,5 < y/h < 7,5$ . Au-delà, le coefficient de pression décroît sous l'influence des parois de la soufflerie. Ces mesures montrent que la répartition de la pression est homogène sur environ 80% de la largeur de la maquette, mettant ainsi en évidence le caractère bidimensionnel du décollement qui se produit au niveau de la rampe.

## CONCLUSIONS

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à caractériser et quantifier un montage permettant de réaliser un décollement bidimensionnel sur une rampe inclinée de  $25^\circ$ . L'étude des distributions longitudinale et transversale de la pression a permis de mettre en évidence l'influence

d'un volet de bord de fuite sur l'écoulement, notamment sur le décollement se produisant au niveau de la rampe. En faisant varier cette inclinaison de  $-10^\circ$  à  $10^\circ$ , les effets du braquage du volet dans les différentes zones de l'écoulement autour de la maquette ont été analysés. Si pour un angle de  $7,5^\circ$ , l'écoulement est symétrique autour du bord d'attaque, le décollement n'est en revanche pas bidimensionnel. Afin d'obtenir un décollement bidimensionnel, un angle de braquage nul doit être considéré, ce qui permet d'assurer une homogénéité transversale de l'écoulement sur 80% de la largeur de la maquette. Cette étude, réalisée à l'aide de mesures de pression, sera complétée par des mesures de vitesse de l'écoulement obtenue par PIV, LDA et fil chaud.

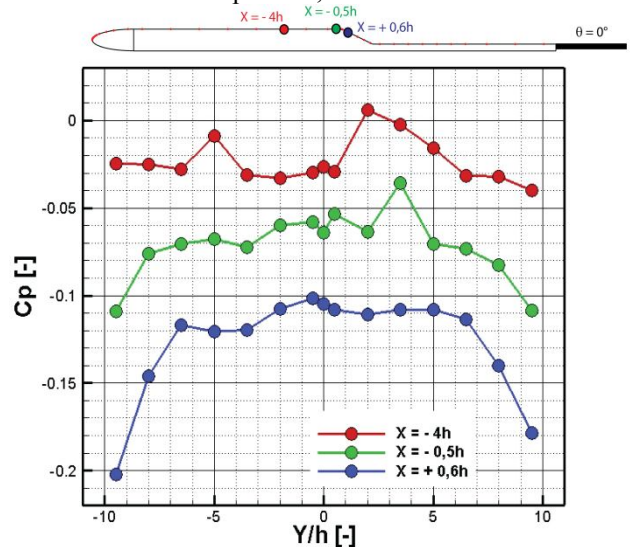


Figure 9: Évolution transversale du coefficient de pression à 3 positions longitudinales ( $\theta = 0^\circ$ ).

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet fédératif du Groupement de Recherche du CNRS (GDR 2502 « Contrôle Des Décollements »).

## RÉFÉRENCES

- [1] Wu, J.-M., Lu, X.-Y., Denny, A.G., Fan, M., Wu, J.-Z., Post-stall lift enhancement on an airfoil by local unsteady control, Part I. Lift, Drag and Pressure Characteristics, AIAA 97-2063
- [2] Seifert, A., Oscillatory control of separation at high Reynolds numbers, AIAA 98-0214
- [3] Mc Manus, D.C., Active control of aerodynamic stall using pulsed jet actuators, AIAA 95-2187
- [4] McCormick, D.C., Boundary layer separation control with directed synthetic jets, AIAA 2000-0519
- [5] Batikh, A., Caen, R., Colin, S., Baldas, L., Kourta, A., Boisson, H., Numerical and experimental study of micro synthetic jets for flow control, International Journal of Heat and Technology, vol. 26, no. 1, pp. 139-145, 2008.
- [6] Dandois, J., Garnier, E., Sagaut, P., Numerical simulation of active separation control by a synthetic jet, Journal of Fluid Mechanics, vol. 574, pp. 25-58, 2007.

# CONTROLE AERODYNAMIQUE ET REDUCTION DE TRAINEE DES CORPS EPAIS BILAN & ORIENTATION

PATRICK GILLIERON<sup>1</sup>, AZEDDINE KOURTA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Recherche et Développement en Mécanique des Fluides & Aérodynamique, Neauphle le Château, France

<sup>2</sup>Laboratoire PRISME, Université d'Orléans, 8 rue Léonard de Vinci, 45072 Orléans cedex 2, France

## INTRODUCTION

De nombreux travaux sont effectués pour mettre au point des protocoles de contrôle des décollements capables de réduire de manière significative la traînée aérodynamique des véhicules automobiles. Les enjeux sont importants tant au niveau de la préservation des ressources énergétiques que de la pollution et du réchauffement climatique. A titre d'exemple, réduire de 10% la traînée aérodynamique d'une automobile de milieu de gamme permet de diminuer la consommation d'environ 0.5 litre sur 100 km à 130 km/h, soit à peu près de 10% sa consommation moyenne sur la même distance (5 litres pour 100 kms). En France et pour les quelques 70 milliards de kilomètres parcourus [1] chaque année sur le réseau autoroutier, cette réduction de consommation pourrait représenter 350 millions de litres soit l'équivalent d'au moins 2.2 millions de barils de pétrole.

Des travaux sont donc engagés depuis plusieurs années pour identifier et mettre au point des protocoles de contrôle des décollements capables de réduire de manière significative la traînée aérodynamique. Des solutions par éléments séparateurs disposés à l'avant et/ou à l'arrière du véhicule sont possibles mais leur impact sur le Design contraint fortement leur utilisation [2]. La recherche de solutions plus discrètes obtenues à partir d'orifices pariétaux au travers desquels il est possible de souffler et/ou d'aspirer de l'air, de manière continue ou alternée, est alors privilégiée [3]. Ces solutions ne modifient pas la géométrie du véhicule et peuvent à terme permettre au Design de se libérer d'une grande partie des contraintes aérodynamiques qui restreignent la créativité dans la forme des véhicules.

Des résultats significatifs sont obtenus à partir d'expérimentations effectuées sur des géométries simplifiées à échelle réduite. Ces expérimentations s'effectuent la plupart du temps sur une forme générique désignée corps de Ahmed [4] capable de prendre en compte l'essentiel des structures décollées qui apparaissent sur un véhicule réel [5]. En faisant varier l'inclinaison de la lunette arrière, il est ainsi possible de représenter les écoulements et décollements caractéristiques qui apparaissent autour des géométries de véhicules de type culot droit (la partie arrière est verticale), bicorps (2 volumes) ou tricorps (3 volumes) pour des formes arrière anguleuses ou arrondies.

Pour une géométrie bicorps à lunette arrière arrondie au niveau du pavillon et inclinée à 35 degrés, le sillage apparaît fortement décollé [5]. Pour cette configuration, les expérimentations effectuées en soufflerie en positionnant une ligne de jets pulsés sur le haut de la lunette arrière

permettent de réduire de 20% la traînée aérodynamique [6] [7]. Pour une géométrie à lunette arrière anguleuse inclinée à 25 degrés, une ligne de jets synthétiques positionnés sur le haut de la lunette arrière permet des réductions proches de 10% [8]. Pour une géométrie à culot droit, un milieu poreux positionné sur toute la longueur du pavillon et du soubassement permet de diminuer de 27% la traînée aérodynamique [9]. Tous ces contrôles s'accompagnent d'une modification des circulations et des lois de transports des structures tourbillonnaires émises dans la direction de l'écoulement incident [10].

L'objectif de ce papier consiste à montrer les fortes corrélations entre les résultats relevés pour différentes solutions de contrôle aérodynamique réalisées sur des géométries bicorps et culot droit à sillages faiblement ou fortement décollés. Les comparaisons s'effectuent sur la base de la géométrie du corps de Ahmed pour différentes valeurs d'inclinaison de la lunette arrière.

## GEOMETRIE BICORPS A SILLAGE FORTEMENT DECOLLE

Pour la géométrie bicorps à lunette arrière arrondie inclinée à 35 degrés à sillage fortement décollé, les résultats relevés à partir d'un contrôle par jets pulsés distribués sur le haut de la lunette arrière font apparaître un déplacement vers l'aval de la position moyenne des structures tourbillonnaires transversales de sillage, voir les figures 1 et 2 [6] [7].

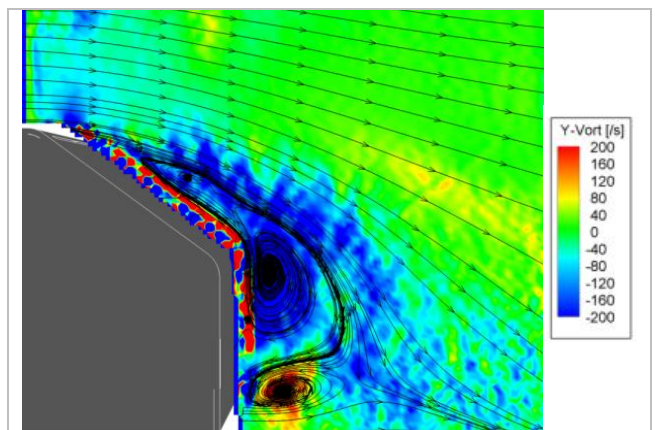


Figure 1 - Lignes de courant et champ de vorticité sans contrôle [7].

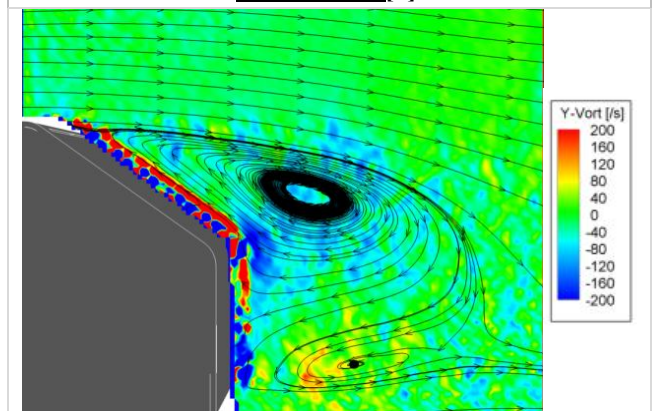


Figure 2 - Lignes de courant et champ de vorticité avec contrôle par jets pulsés sur le haut de la lunette arrière [7].

Ce déplacement vers l'aval caractérise une modification de la loi de transport des structures tourbillonnaires émises sur



le haut de la lunette arrière. Entre deux émissions tourbillonnaires consécutives, les structures tourbillonnaires s'éloignent plus rapidement du culot pour rester plus longtemps loin du culot. A ce déplacement de la position moyenne sont associées des réductions de la circulation des structures tourbillonnaires transversales en provenance du haut de la lunette arrière et des structures tourbillonnaires longitudinales en cornet issues et positionnées sur les parties latérales gauche et droite de la lunette arrière. Un accroissement des dimensions transversales du sillage au voisinage immédiat du culot avec augmentation des coefficients pariétaux de pression statique est également identifié [7].

### GEOMETRIE BICORPS A SILLAGE FAIBLEMENT DECOLLE

Pour une géométrie à lunette arrière anguleuse inclinée à 25 degrés, les résultats relevés à partir d'un contrôle par jets synthétiques distribués sur le haut de la lunette arrière font également apparaître un déplacement vers l'aval de la position moyenne des structures tourbillonnaires transversales de sillage [8].

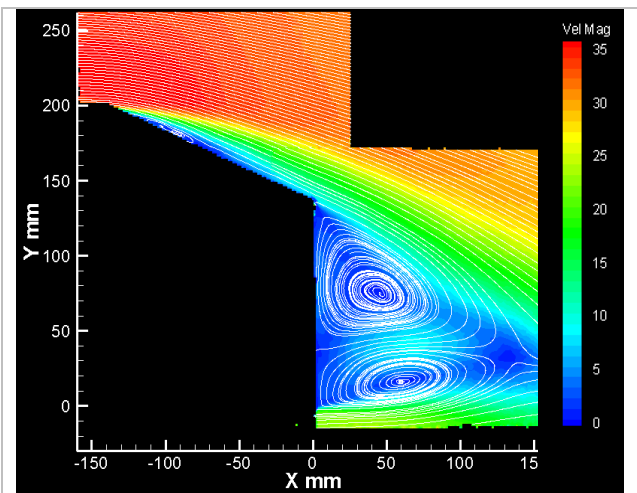


Figure 3 - Champ de vitesses obtenu par PIV pour l'écoulement sans contrôle [11].

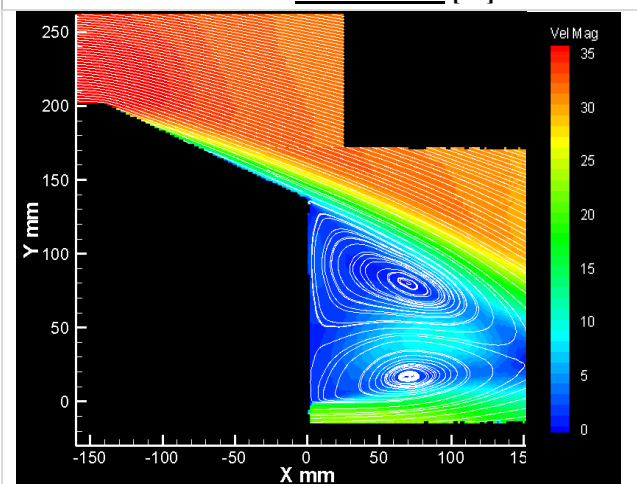


Figure 4 - Champ de vitesses pour l'écoulement contrôlé par plasma [11].

Entre deux émissions tourbillonnaires consécutives, chaque structure tourbillonnaire émise dans le sillage pour la configuration contrôlée s'éloigne plus rapidement du culot pour rester plus longtemps loin du culot. Ce résultat

caractérise de nouveau une modification de la loi de transport des structures émises sur le haut de la lunette arrière. Ces résultats s'accompagnent d'une augmentation de la fréquence des structures tourbillonnaires émises dans le sillage et d'une réduction des circulations du vecteur de la vitesse pour ces structures.

Un déplacement de même sens des positions moyennes des structures tourbillonnaires de sillage est observé à partir d'un contrôle réalisé par plasma froid positionné sur le haut de la lunette arrière [11], voir les figures 3 et 4. Dans les deux cas, le contrôle et la réduction de traînée s'accompagnent d'une diminution des dimensions transversales du sillage et d'une augmentation des pressions statiques au voisinage du culot.

### GEOMETRIE A CULOT DROIT (SILLAGE FORTEMENT DECOLLE)

Pour une géométrie à culot droit, les expérimentations numériques effectuées sur une configuration bidimensionnelle munies de milieux poreux distribués sur le pavillon et le soubassement permettent de mettre en évidence des résultats identiques. Le milieu poreux génère des instabilités transversales à l'interface avec l'écoulement extérieur pour créer des structures tourbillonnaires qui sont alors émises puis transportées jusqu'au culot et dans le sillage [3] [9].

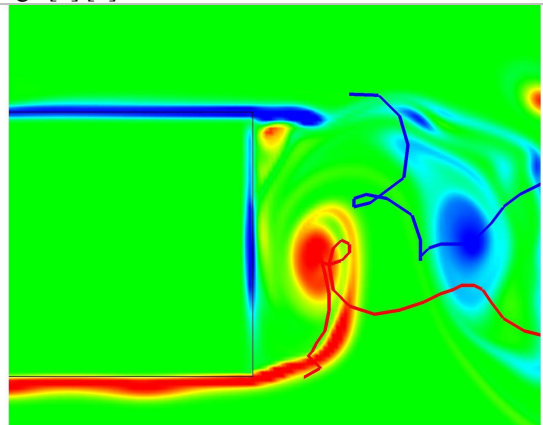


Figure 5 - Champ de vorticité (rouge, vorticité positive, bleu, vorticité négative) et trajectoires des structures tourbillonnaires (lignes rouge et bleu) pour un écoulement sans milieu poreux [9].

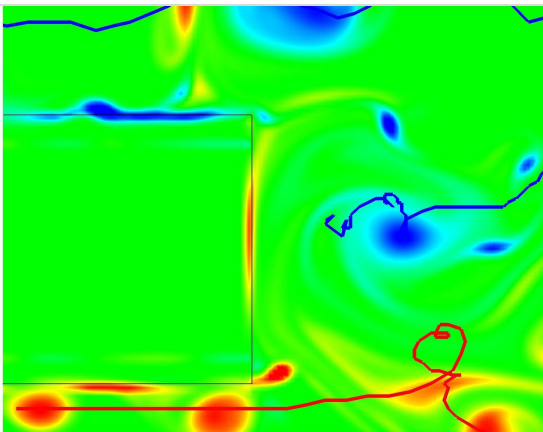


Figure 6 - Champ de vorticité et trajectoires pour un écoulement avec milieu poreux sur le pavillon et le soubassement [9].

La position moyenne des structures tourbillonnaires émises entre deux émissions tourbillonnaires est rejetée vers l'aval, l'amplitude des circulations diminue et la fréquence des émissions tourbillonnaires augmente, voir les figures 5 et 6. Si l'influence de la fréquence peut contribuer à accroître la traînée aérodynamique par augmentation du nombre des structures tourbillonnaires au voisinage du culot [3], la réduction de la circulation (et par suite du rotationnel de la vitesse) tend par contre à la diminuer [3] [10]. La combinaison et l'importance relative de ces deux effets peuvent alors avoir un effet significatif sur la réduction de la traînée aérodynamique. Les structures tourbillonnaires étant moins énergétiques (circulation et rotationnel du vecteur de la vitesse plus faibles), elles tournent moins vite sur elles-mêmes, leurs influences sur la cinématique des autres structures diminuent et elles sont plus rapidement transportées vers l'aval. Ces mécanismes engendrent un accroissement des pressions statiques au culot qui se traduit alors par une réduction de la traînée aérodynamique.

Pour cette configuration bidimensionnelle, le couplage du milieu poreux avec un soufflage pulsé positionné au tiers inférieur de la hauteur du culot permet de diminuer de 31% la traînée aérodynamique [12].

## CONCLUSION

Les résultats reportés dans cet article montrent sans ambiguïté les fortes relations qui existent entre la réduction de traînée aérodynamique et la modification des équations de transport des structures tourbillonnaires émises dans le sillage dans la direction de l'écoulement incident. Dans tous les cas, les modifications issues du contrôle aérodynamique s'effectuant par jets pulsés, jets synthétiques ou à partir de milieux poreux s'accompagnent d'une augmentation des fréquences d'émission et d'une réduction des circulations des structures tourbillonnaires émises dans le sillage. Ces modifications s'accompagnent toutes d'une réduction de la traînée aérodynamique.

Ces résultats montrent la nécessité de mieux analyser l'origine et les mécanismes physiques associés à ces effets pour optimiser les importantes réductions de traînée déjà relevées, 20% sur un véhicule bicorps à sillage fortement décollé, et augmenter l'efficacité énergétique des solutions de contrôle actif.

La communauté scientifique dispose aujourd'hui de bases de données suffisantes pour que les efforts de recherche s'écartent de la simple restitution de résultats pour s'orienter vers des travaux plus aboutis en termes d'analyse et de modélisation des phénomènes physiques. Le recours aux techniques de contrôle optimal pourrait à ce titre enrichir considérablement la réflexion et améliorer les résultats obtenus.

## REFERENCES

- [1] Union Routière de France, Données Physiques des Transports, *Circulation totale sur autoroutes concédées (à péage)*, [www.urf.asso.fr](http://www.urf.asso.fr).
- [2] Gilliéron P. & Kourta A.; *Aerodynamic drag reduction by vertical splitter plates*, Exp in Fluids, volume 48, number 1, pp 1-16, 2010.
- [3] Gilliéron P. et Kourta A.; *Aérodynamique automobile pour l'environnement, le design et la sécurité*, Editions CEPADUES, ISBN 978.2.85428.969.5, 2011.

- [4] Ahmed S.R., Ramm R. and Faltin G.; *Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake*, SAE Technical Paper Series 840300, 1984.
- [5] Gilliéron P. and Chometon F.; *Modelling of stationary three-dimensional detached airflows around an Ahmed Reference Body*, Third International Workshop on Vortex, ESAIM, Proceedings, Vol. 7, 1999, pp 173-182, <http://www.emath.fr/proc/Vol7/>.
- [6] Bideaux E., Bobillier P., Fournier E., Gilliéron P., El Hajem M., Champagne JY, Gilotte P., Kourta A.; *Aerodynamics for land vehicles; Flow control; Drag reduction with pulsed jets on thick body and massive flow separation*, IJAD, 2010 Indersciences Enterprises Ltd, pp 282-298, 2011.
- [7] Gilliéron P. and Kourta A.; *Aerodynamic Drag Control by Pulsed jets on Simplified Car Geometry*, Exp in Fluids 54:1457, DOI 10.1007/s00348-013-1457-y, 2013.
- [8] Leclerc, C., *Réduction de la traînée d'un véhicule automobile simplifié à l'aide du contrôle actif par jet synthétique*, Ph.D. Thesis, Thèse de Doctorat, INP Toulouse, 2008.
- [9] Bruneau CH, Gilliéron P. & Mortazavi I.; *Passive control around the two-dimensional square back Ahmed body using porous devices*, Journal of Fluids Engineering, volume 130, 061101, June 2008.
- [10] Bruneau CH, Creusé E., Gilliéron P. and Mortazavi I.; *Effect of the vortex dynamics on the drag coefficient of a square back Ahmed body : Application to the flow control*, Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD7), Big Island, Hawaii, July 9-13, 2012.
- [11] Boucinha, V., Weber, R., Kourta, A., *Drag reduction of a 3D bluff body using plasma actuators*, Int. J. Aerodynamics, Vol. 1, Nos. 3/4, pp 262-281, 2011.
- [12] Bruneau CH, Creusé E., Depeyras D., Gilliéron P. and Mortazavi I.; *Coupling active and passive techniques to control the flow past the square back Ahmed body*, Computers and Fluids, CAF1320, DOI information: 10.1016/j.compfluid.2010.06.019, 2010.



# ETUDE PAR ANÉMOMÉTRIE LASER À EFFET DOPPLER DE L'INSTABILITÉ D'UN JET CIRCULAIRE

A. ABBASSI, N. KECHICHE, H. BEN AISSIA

Unité de Métrologie et des Systèmes Energétiques (UR11ES59), Monastir-Tunisie

## Introduction

L'étude du comportement de l'écoulement dans la zone de transition est importante pour la compréhension du jet entier. En effet, c'est dans cette zone que les instabilités dans la couche de mélange se développent et produisent des structures tourbillonnaires difficilement prévisibles par la théorie pour des bas nombres de Reynolds. C'est une des raisons pour lesquelles la majorité des analyses théoriques traitent le cas turbulent dans la zone de proche sortie du jet [1].

L'avantage d'une longue région laminaire est de mettre en évidence l'évolution des instabilités. Il est important d'obtenir de bonnes données expérimentales pour la validation des simulations récentes (Hinze [2], Ben Aissia et al. [3]) qui semblent donner des résultats qualitativement corrects.

Relativement, peu d'expériences sont présentes dans la littérature dans ce cas (Becker et Massaro [4], Zaouali et al. [5]).

## Dispositif expérimental

Le jet, objet du présent travail, est généré par une buse circulaire de faible rapport de forme, de l'ordre de 4 (50/12.4). Le profil de vitesse à la sortie de la buse est uniforme. Cependant, le montage expérimental réalisé et testé par Ben Aissia, [6], permet d'étudier les instabilités pour d'autres configurations de jets. La photographie figure 1. montre le dispositif expérimental dans son ensemble (buse, système optique, ...).

La mesure de vitesse du jet a été effectuée en utilisant l'anémométrie laser à effet Doppler (ALD) en diffusion avant. L'ensemble des enregistrements de la vitesse en diverses sections du jet est traité en différé.

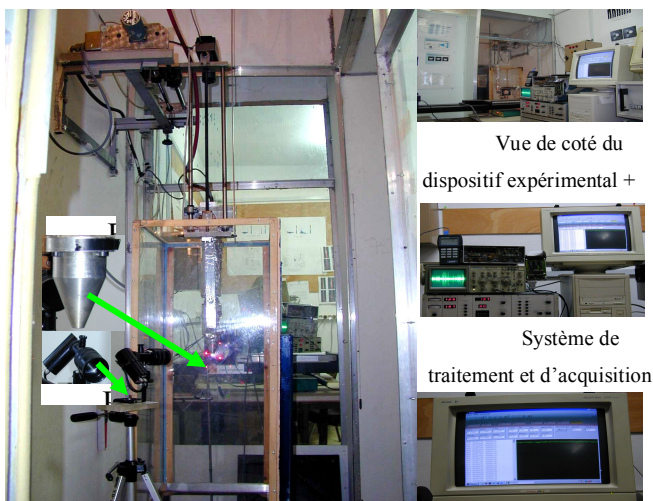


Figure 1. Photographie du dispositif

## Résultats et Discussion

### Intensité de turbulence et couche de cisaillement

On s'intéressera au développement naturel des instabilités hydrodynamiques. Pour cela, une mesure de l'intensité de turbulence à la sortie de la buse est réalisée. Cette grandeur qui est donnée par  $\frac{u'}{\bar{u}_{jet}}$  est définie par la valeur moyenne de

l'écart quadratique moyen de la vitesse ramenée à la vitesse initiale du jet  $\frac{u'}{\bar{u}_{jet}} = \frac{\sqrt{\overline{(u - \bar{u})^2}}}{\bar{u}_{jet}}$

où  $\langle u \rangle$  désigne la moyenne temporelle du signal  $u(t)$ . Un exemple de cette mesure est représenté sur la figure 2 réalisée à la section la plus proche de la sortie de la buse ( $x/d_{jet} = 0.16$ ) et qui donne la variation de cette grandeur en fonction de la position radiale  $y/d_{jet}$  de l'écoulement. On constate que la valeur de l'intensité de turbulence est faible et reste toujours inférieure à 0.4% dans la zone centrale de l'écoulement pour un jet d'air à  $\bar{u}_{jet} = 1.04\text{m/s}$ , soit pour un nombre de Reynolds égal à 830. Sur les frontières du jet, en revanche, la valeur de cette grandeur devient plus importante. Une explication possible de ce comportement revient au passage des structures tourbillonnaires dans la zone de mélange de l'écoulement avec son milieu environnant. En plus, la valeur de cette grandeur est dans la même gamme que celle trouvée dans l'étude expérimentale conduite par Raynal & al., [7]. En effet, ces auteurs présentent dans cette étude un taux de turbulence moyen de 0.5% environ au centre et jusqu'à 1.5% pour une gamme comparable des nombres de Reynolds. Ceci constitue une première validation de la méthode de mesure ainsi employée (Kechiche & al., [8], Abbassi, [9]). Cependant, il est important de signaler que cette valeur faible d'intensité de turbulence peut être réduite d'avantage si nous tenons en compte la structure de la buse. Cela reste cependant à faire si l'on veut réduire davantage le taux de turbulence en deçà de ce niveau pour atteindre des valeurs plus faibles. En effet, dans leur étude Yu & Monkewitz, [10] par exemple présentent une valeur du taux d'intensité de turbulence dans la zone de la couche de cisaillement initiale inférieure à 0.06%.

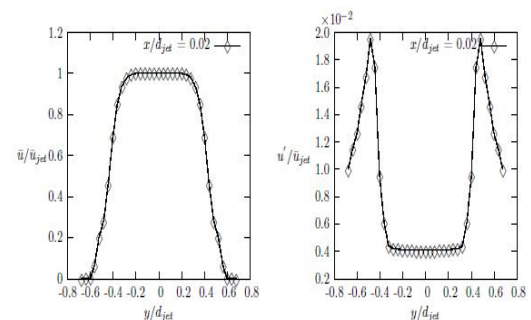


Figure 2. Caractéristiques de la couche de mélange initiale.

Sur la figure 2 nous avons aussi représenté l'évolution radiale de la vitesse moyenne du jet  $\bar{u}_{jet}$  à la sortie de la buse c'est-à-dire à la section  $x/d_{jet} = 0.16$ . Grâce aux mesures réalisées par Anémométrie Laser à effet Doppler LDA, nous avons pu obtenir le profil de la vitesse d'éjection  $\bar{u}_{jet}$  à la distance  $x/d_{jet} = 0.16$ , cette distance est choisie la plus proche que possible de la buse tout en

permettant les mesures par ALD. L'épaisseur de la couche de mouvement initiale  $\delta_0$  basée sur cette vitesse est de l'ordre de 5mm, ce qui permet de dire que la couche de mélange initiale est laminaire (Abid & Brachet, [11]). À partir de ce résultat, nous disposons ainsi d'un profil pour représenter la vitesse longitudinale à la sortie de la buse ce qui se révèle utile pour initialiser la simulation numérique avec des profils moins théoriques pour permettre une comparaison plus réaliste avec les résultats expérimentaux.

### Mode instable du jet - mode préféré

Une analyse de Fourier du signal temporel mesuré par ALD est effectuée afin de mettre en évidence l'instabilité du jet. L'étude du signal local  $u(x, y, t)$ , de la vitesse longitudinale est tout d'abord réalisée pour deux positions longitudinales  $x/d_{jet}$  et deux positions transversales  $y/d_{jet}$  différentes.

La première position, est proche de la sortie du jet alors que l'autre position est loin du noyau potentiel.

Les spectres de la vitesse et d'énergie de la composante de la vitesse longitudinale  $u$  mesurée par ALD sont représentés par les figures 3 et 4 colonne de droite. Les spectres sont donnés pour deux positions  $x/d_{jet}$  et  $y/d_{jet}$  différentes. En effet, dans la zone proche de la buse (Fig.3) obtenue pour une position  $x/d_{jet} = 0.16$ , nous remarquons l'apparition d'un pic de fréquence dans le spectre de vitesse de valeur à peut près égale à  $f/\bar{u}_{jet} = 0.015$ . Cette valeur est caractéristique du mode de cisaillement et elle est en bonne concordance avec les valeurs typiques expérimentales trouvées dans la littérature pour ce type d'instabilité ( $0.01 < f/\bar{u}_{jet} < 0.023$ ), Gutmark & Ho, [12]. Le mode préféré du jet est observé vers la fin du noyau potentiel. Une fréquence dominante est détectée sur le spectre de vitesse obtenue à la position longitudinale  $x/d_{jet} = 9.84$  (Fig. 4). La valeur de cette fréquence donne une valeur de  $f/\bar{u}_{jet} = 0.25$  pour le nombre de Strouhal qui est une caractéristique du mode préféré du jet expérimentalement observée. Il est dans l'intervalle des valeurs trouvées dans la littérature ( $0.24 < f d/\bar{u}_{jet} < 0.5$ ). Ce résultat constitue une validation de la procédure utilisée et des mesures effectuées par ALD. En effet, d'après les études bibliographiques, le jet, contrairement aux sillages et aux couches de mélange, possède deux échelles pour l'instabilité : dans la zone proche de la sortie du jet c'est l'épaisseur de la couche de cisaillement qui gouverne la fréquence de l'instabilité par contre loin du noyau potentiel c'est plutôt le diamètre de la buse qui dicte la fréquence du mode préféré de l'écoulement.

L'étude de l'évolution du mode le plus instable est représentée sur les figures 5 et 6. En effet, sur ces figures nous présentons une étude spectrale basée sur la composante longitudinale de la vitesse  $u$  et ceci dans la zone de cisaillement du jet  $y/d_{jet} = 0.56$  et pour des distances longitudinales qui vont jusqu'après la fin du cône potentiel. L'évolution du mode sous-harmonique  $\frac{f_{djet}}{\bar{u}_{jet}} = 0.187$  est clairement visible sur ces figures. Pour une distance longitudinale  $x/d_{jet} = 2.58$  le mode le plus instable est le mode préféré du jet, même avec l'existence d'autres sous-harmoniques qui apparaissent sur le spectre (Fig. 5(colonne droite)). En avançant encore en aval dans la direction de l'écoulement et pour une distance longitudinale de  $x/d_{jet} = 5.0$ , après la zone du noyau potentiel, le mode

préférée du jet persiste encore. En effet, le pic de fréquence le plus énergétique est caractéristique de ce mode d'instabilité. Pour la distance longitudinale  $x/d_{jet} = 7.48$  le mode préférée du jet cesse d'exister et les autres modes sous-harmoniques deviennent de plus en plus importants (fig.6).

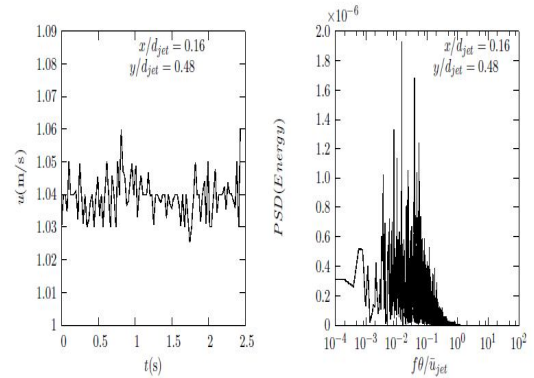


Figure 3. Signal temporel et spectre de la vitesse longitudinale proche de la sortie de la buse.

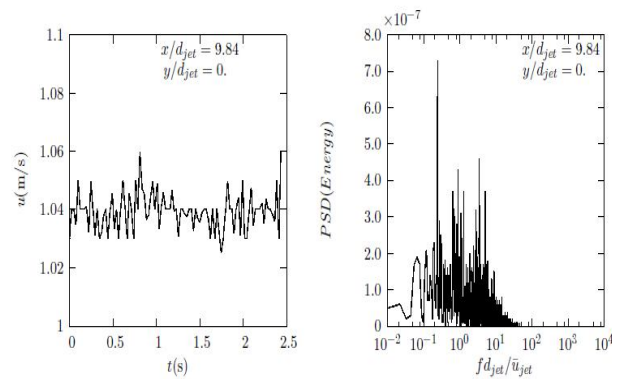


Figure 4. Signal temporel et spectre de la vitesse longitudinale loin du noyau potentiel.

Cependant, nous pouvons encore discerner un pic important autour du mode sous-harmonique. Ce comportement, c'est-à-dire l'existence d'un mode naturel sous-harmonique, peut être expliquée par un phénomène d'arrangement alterné et d'appariement de structures cohérentes. De la sortie de la buse jusqu'à la fin du noyau potentiel des anneaux primaires se déplacent en aval à une vitesse convective  $U_c$  et de distance de séparation entre structures  $L$ , ce qui se traduit par une fréquence du mode préféré donnée par  $f_p = U_c/L$ . Une fois le jumelage en alternance est atteint la distance entre deux structures tourbillonnaires, dans la région de la couche de cisaillement de hauts gradients de vitesse devient  $2L$  et, par conséquent, la nouvelle fréquence du mode le plus instable devient  $f_a = U_c/(2L) = f_p/2$ , toute en supposant que la vitesse de convection reste la même.

Les spectres de la composante axiale de la vitesse  $u$  ont été examinés à chaque point de mesure de l'écoulement. L'analyse est basée sur la moyenne des six spectres, obtenus à partir de portions de signaux LDA composé de 212 échantillons, sans chevauchement.

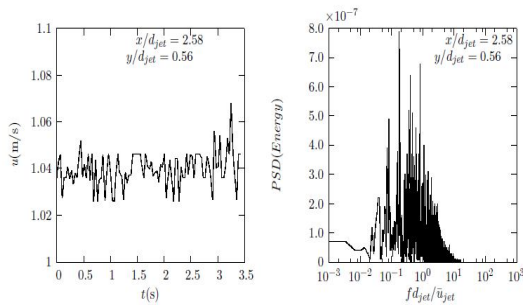


Figure 5. Signal temporel et spectre de la vitesse longitudinale dans la zone de sillage pour différentes positions longitudinales.

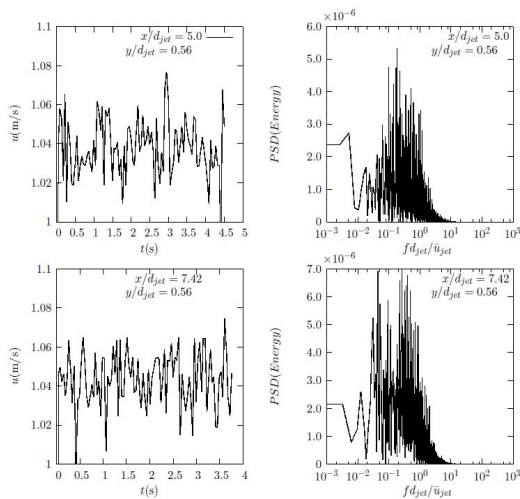


Figure 6. Signal temporel et spectre de la vitesse longitudinale dans la zone de sillage pour différentes positions longitudinales.

## Conclusion

Dans ce papier, on a effectué une étude expérimentale par anémométrie laser à effet Doppler (ALD) de la transition d'un jet axisymétrique, descendant, isotherme et à profil de vitesse initialement uniforme. L'analyse des spectres de la vitesse moyenne, dans les différentes zones du jet, a mis en évidence l'existence du mode le plus instable du jet. Pour une distance longitudinale  $x/d_{jet} = 2.58$  le mode le plus instable est le mode préféré du jet, même avec l'existence d'autres sous-harmoniques. Après la zone du noyau potentiel, le mode préféré du jet persiste encore. En effet, le pic de fréquence le plus énergétique est caractéristique de ce mode d'instabilité. Pour une distance longitudinale  $x/d_{jet} = 7.48$  le mode préféré du jet cesse d'exister et les autres modes sous-harmoniques deviennent de plus en plus importants.

L'existence de plusieurs modes énergétiques différents lorsque l'écoulement rentre dans un stade plus avancé du processus de transition vers la turbulence rend l'identification des modes très difficile.

## Références

- [1] Danaila I., 1997, Etude des instabilités et des structures cohérentes dans la zone de proche sortie d'un jet axisymétrique. Thèse de doctorat, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, France.
- [2] Hinze J. O., 1975, Turbulence 2nd Edition, McGraw-Hill, New York.
- [3] Ben Aissia H., Zaouali Y. et El Golli S, 2000b, Analyse numérique des conditions d'émission sur un écoulement de type jet circulaire en régime laminaire. Lebanese Science Journal, 1(2): 91-101.
- [4] Becker H.A. et Massaro T.A., 1968, Vortex evolution in a round jet, J. Fluid Mech. 31, pp. 435-448.
- [5] Zaouali Y., Ben Aissia H., Kechiche N., Jay J. and Schon J-P., 2004, Experimental study of the instabilities in the laminar turbulent transition zone of an axisymmetric jet at low Reynolds number, Journal of Flow Visualization and Image Processing, vol. 11, pp. 1-16.
- [6] H. Ben Aissia, Etude numérique et expérimentale par imagerie et anémométrie laser Doppler d'un jet axisymétrique, Thèse de doctorat, Univ de Tunis El Manar, 2002.
- [7] Reynal L., Harion J-L., Favre-Marinet M., and Binder G. The oscillatory instability of plane variable density jets. Physics of Fluids, 8(4) :993–1006, 1996.
- [8] Najah Kechiche, Ali Abbassi, Taoufik Filali, Jacques Jay, and Habib Ben Aissia. Spectral analysis of round jet instabilities at low reynolds number. Mécanique & industries., 10 :447–454, 2009.
- [9] Abbassi A., 2011, Etude numérique et expérimentale par LDA et imagerie laser de la stabilité d'un jet axisymétrique, Thèse de Doctorat, Univ. De Monastir, Tunisie.
- [10] M.H. Yu and P.A. Monkewitz. Oscillations in the near field of a heated twodimensional jet. Journal of Fluid Mechanics, 255 :323–347, 1993.
- [11] M. Abid and M.E. Brachet. Numerical characterization of the dynamics of vortex filaments in round jets. Phys. Fluids, 5(11) :2582–4, 1993.
- [12] E. Gutmark and C.-M. Ho. Preferred modes and the spreading rates of jets. Physics of Fluids., 26(10) :2932–2938, 1983.



# MODÉLISATION DES INSTABILITÉS D'INTERFACE DE GRANDES LONGUEURS D'ONDE DANS L'ÉCOULEMENT D'UN FILM MINCE D'UN FLUIDE VISQUEUX FAIBLEMENT ÉLASTIQUE

N. AMATOUSSE <sup>(1)</sup>, N. MEHIDI <sup>(1)</sup>, H. AIT  
ABDERRAHMANE <sup>(2)</sup>,

<sup>(1)</sup> Laboratoire de Physique Théorique, Université A.  
Mira de Béjaia, Algérie

<sup>(2)</sup> Department of Mechanical Engineering, McGill  
University 817 Sherbrooke St. West Montreal,  
Quebec H3A 2K6, Canada

## Résumé :

*Nous nous sommes intéressés au comportement d'un film mince d'un fluide visqueux faiblement élastique entraîné par gravité le long d'une paroi inclinée. Le modèle du second ordre élaboré est un système de deux équations couplées où les seules inconnues sont l'épaisseur  $h$  du film et le débit local  $q$ . Pour valider le modèle, nous avons confronté les résultats d'une étude de stabilité linéaire à ceux obtenus à partir de la résolution numérique du problème aux valeurs propres d'Orr-Sommerfeld. Le seuil de déclenchement des instabilités a par ailleurs été retrouvé. La viscoélasticité a pour effet de déstabiliser l'écoulement*

## Introduction :

La complexité des équations de Navier-Stokes complètes rend assurément rédhitoire tout effort de modélisation, si bien qu'on a très tôt cherché à élaborer des modèles simples, qui sont des approximations satisfaisantes de ces équations.

Dans le cas de l'écoulement de films minces sur des parois solides, les principaux modèles existant dans la littérature présentent des insuffisances quelque peu restrictives. Nous avons l'exemple du développement asymptotique de Benney qui n'est valable qu'à des nombres de Reynolds faibles et les méthodes 'intégrales de couche limite' qui utilisent une fonction poids uniforme sur l'épaisseur du film et qui bien que présentant des résultats très réalistes pour des nombres de Reynolds modérés ne prédisent pas correctement le seuil de l'instabilité.

Notre modèle est une généralisation -au cas de l'écoulement de fluides visqueux faiblement élastiques - du modèle de fluide newtonien élaboré par Ruyer-Quil et Manneville [1]. Le principe de la modélisation repose sur la description du profil de l'écoulement par une méthode aux résidus pondérés, les fonctions tests utilisées généralisant celles décrivant l'écoulement de base. Cette théorie valable aussi bien au voisinage que loin du seuil de l'instabilité est

au fait une amélioration de l'approche 'intégrale de couche limite' de Shkadov.

## Le problème en équations :

De nombreux fluides, dont certains sont d'usage très courant, présentent un comportement qui peut être décrit par des lois sur la viscosité ou par des lois plus complexes sur la contrainte. C'est le cas par exemple des fluides faiblement élastiques décrits par une loi de comportement de type Walters B :

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} - 2\Gamma_0 \left( \frac{\partial e_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial e_{ij}}{\partial x_k} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k} e_{ik} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} e_{kj} \right)$$

Les  $\tau_{ij}$  sont les éléments du tenseur des contraintes et les

$e_{ij}$  ceux du tenseur des déformations  $e$ .  $\mu$ ,  $p$  et  $\Gamma_0$  sont respectivement la viscosité dynamique, la pression et le paramètre viscoélastique.

On considère donc l'écoulement d'un film mince d'un fluide visqueux faiblement élastique le long d'une paroi inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale. On suppose le problème plan, le repère de travail sera alors noté  $(Oxy)$ ,  $Oy$  étant porté par la normale ascendante et  $Ox$  est dans la direction de l'écoulement. Les équations décrivant un tel mouvement sont :

$$\begin{aligned} \rho(u_t + uu_x + vv_y) &= \rho g \sin \theta + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \\ \rho(v_t + uv_x + vv_y) &= -\rho g \cos \theta + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \end{aligned} \quad (1)$$

$(u, v)$  sont les composantes du champ de vitesse  $\mathbf{v}$ ,  $\rho$  la densité et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

Le fluide étant supposé incompressible, on a de plus :

$$u_x + v_y = 0 \quad (2)$$

Les conditions aux limites correspondantes sont :

L'adhérence à la paroi :

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ en } \mathbf{y} = \mathbf{0}$$

(3)

Et les conditions à l'interface d'équation  $y = h(x, t)$ , i.e.

:

- La condition cinématique :

$$h_t + uh_x = v \quad (4)$$

- Les conditions aux limites dynamiques

$$\tau \mathbf{n} = \sigma (\nabla \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (5)$$

$\mathbf{n}$  étant la normale à l'interface,  $\sigma$  la tension superficielle et  $p_a$  la pression de l'air.

**Le modèle :**

Le champ de vitesse longitudinale  $u$  est projeté sur une base de fonctions  $f_i$  qui vérifient la condition d'adhérence à la paroi (3):

$$u(x, y, t) = \sum_{i=0}^k a_i(x, t) f_i(\eta)$$

avec  $f_i(\eta) = \eta^{i+1} - \frac{i+1}{i+2} \eta^{i+2}$  où  $\eta = \frac{y}{h(x, t)}$ .

Les coefficients  $a_i$  ( $i \geq 1$ ) sont au minimum d'ordre  $\varepsilon$  (voir [1] pour plus de détails) et n'apparaissent qu'avec la déformation de l'interface.  $\varepsilon$  ici représente le rapport de l'épaisseur du film et de la longueur caractéristique des ondes. L'introduction de ce petit paramètre est lié au caractère "ondes longues" des modes instables.

Notre but étant de développer un modèle cohérent au premier ordre, le champ de vitesse longitudinale s'écrit comme suit :

$$u(x, y, t) = u^{(0)} + \varepsilon u^{(1)} + O(\varepsilon^2) \tag{6}$$

$u^{(0)}$  étant un polynôme en  $y$  de degré 2.

En éliminant la pression des équations du mouvement (1-5)- qu'on aura au préalable mises sous forme adimensionnelle- on aboutit à l'équation dite de couche limite :

$$u_{yy} + 3(1 - \varepsilon \cot \theta) - R\varepsilon \frac{Du}{Dt} + \varepsilon^2(2u_{xxx} + (u_x|_h)_x) + R\varepsilon^3 Wh_{xxxx} - \varepsilon \Gamma R (u_{yyt} + u_{xyy}u + v u_{yyy} - u_y u_{xy} - v_y u_{yy}) = 0 \tag{7}$$

Cette équation fait apparaître les nombres adimensionnels suivants : le nombre de Reynolds  $R = \frac{g \sin \theta h_0^2}{\nu^2}$ , le nombre de Weber  $W = \frac{\rho \sigma^2}{\rho g^2 \sin^2 \theta h_0^3}$  (qu'on a supposé par ailleurs  $O(\varepsilon^{-2})$ ) et le paramètre viscoélastique  $\Gamma = \frac{\Gamma_0}{\rho h_0^2}$ ,  $h_0$  étant l'épaisseur du film non perturbé.

En écrivant le résidu correspondant au poids  $g_i$ , on réduit la dimension du problème d'un degré de liberté :

$$\int_0^h g_i(y) u_{yy} dy + (3(1 - \varepsilon \cot \theta) + \varepsilon^2 (u_x|_h)_x + R\varepsilon^3 Wh_{xxxx}) \int_0^h g_i(y) dy + \int_0^h \left[ \varepsilon^2 (2u_{xxx}) - R\varepsilon \frac{Du}{Dt} - \varepsilon \Gamma R (u_{yyt} + u_{xyy}u + v u_{yyy} - u_y u_{xy} - v_y u_{yy}) \right] g_i(y) dy = 0 \tag{8}$$

Une double intégration par partie du terme de diffusion donne, compte tenu de la condition exprimant l'adhérence à la paroi (3):

$$\int_0^h g_i(y) u_{yy} dy = \left[ g_i(y) u_y \right]_0^h - g_i'(h) u|_h + \int_0^h g_i''(y) u dy \tag{9}$$

Les champs issus de la correction  $u^{(1)}$  du champ de vitesse n'apparaissent dans (9) qu'au travers du terme de diffusion  $u_{yy}$ . Pour obtenir un modèle cohérent à l'ordre 1- tout en évitant d'explicitement ces champs d'ordre 1- il suffit d'imposer aux fonctions poids de vérifier ces relations :

$$g_i(0) = 0, \quad g_i'(h) = 0, \tag{10}$$

$$g_0(y) = f_0$$

Le résidu correspondant au poids  $g_0$  associé à la condition cinématique sous sa forme intégrale formeront le modèle, un système fermé de deux équations couplées où les seules inconnues sont l'épaisseur  $h$  du film et le débit local  $q$  :

$$h_t + q_x = 0$$

$$\frac{q}{h^2} - h + \varepsilon \left( \frac{2}{5} R q_t + \frac{111}{280} \frac{R q q_x}{h} - \frac{23}{40} \frac{R q h_t}{h} - \frac{18}{35} \frac{R q^2 h_x}{h} + h h_x \cot \theta \right) + \varepsilon^2 \left( \frac{9}{5} \frac{h_x q_x}{h} - \frac{8}{5} \frac{h_x^2 q}{h^2} + \frac{12}{5} \frac{h_{xxx} q}{h} - \frac{9}{5} q_{xxx} \right) + \varepsilon \Gamma R \left( \frac{23}{40} \frac{q h_t}{h^2} - \frac{q_t}{h^2} - \frac{9}{2} \frac{q q_x}{h^3} + 6 \frac{h_x q^2}{h^4} \right) - \frac{1}{3} \varepsilon^3 R W h_{xxxx} = 0$$

En posant  $\Gamma = 0$  dans cette dernière, on retrouve le modèle de Ruyer-Quil et Manneville qui décrit l'écoulement d'un film mince newtonien sur une paroi inclinée.

**Résultats de stabilité linéaire :**

Pour être validé, nous avons dans un premier temps confronté les résultats linéaires de notre modèle à ceux, exactes, issus de la résolution du problème généralisé d'Orr-Sommerfeld (en trait plein sur la figure 1). Notons le bon comportement de notre modèle (en tirets) comparé au développement de Benney (en pointillés) et au modèle intégral de Shkadov (en tirets-points). Le tracé du taux d'amplification des perturbations d'amplitude infinitésimale, pour différentes valeurs du paramètre viscoélastique (figure 2) a confirmé le fait que la viscoélasticité encourage le développement de perturbations quand l'écoulement est instable.



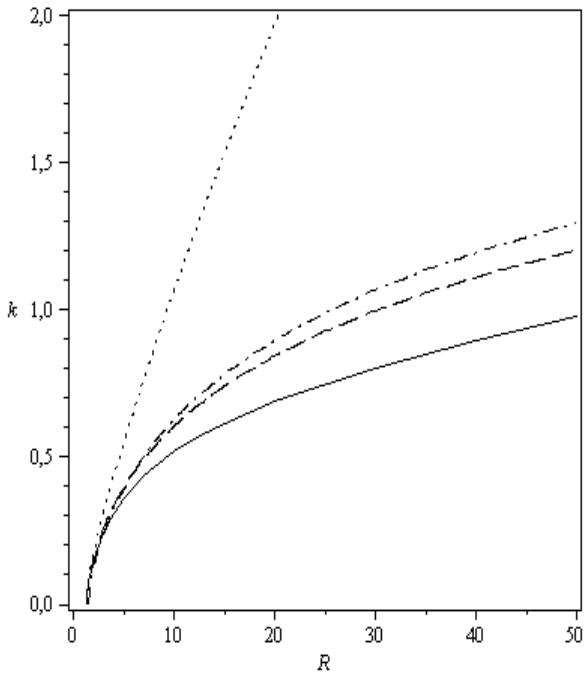


FIG. 1 – Courbe de stabilité marginale pour  $\theta = 30^\circ$ ,  $\Gamma = 0.05$  et un nombre de Kapitza  $Ka = 3^{-1/3}WR^{5/3} = 100$ .

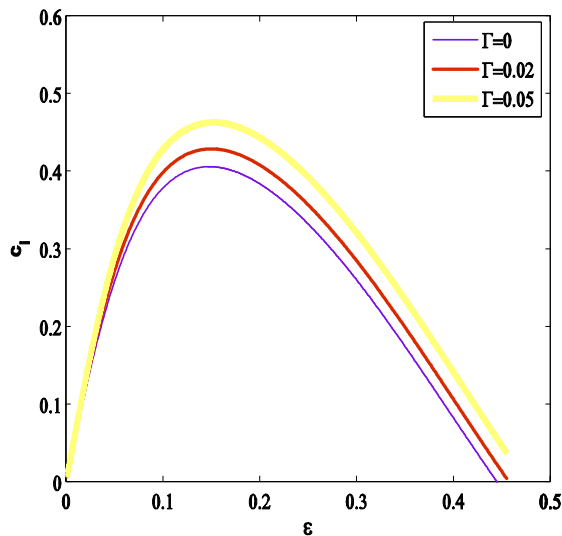


FIG. 2 – Taux d’amplification fonction du nombre d’onde  $\epsilon$ . Ici  $\theta = 90^\circ$ ,  $R = 5$  et  $Ka = 100$ .

Par ailleurs, près du seuil de l’instabilité, un développement aux petits nombres d’onde de la célérité  $C$  nous a permis de trouver le nombre de Reynolds critique [3] :

$$R_c = \frac{5 \cot \theta}{6 + 15\Gamma}$$

qui n’est autre que celui que donne une analyse asymptotique de l’équation d’Orr Sommerfeld.

Remarquons que la viscoélasticité a pour effet de déstabiliser l’écoulement.

Notons que le modèle intégral de B. Uma and R. Usha [2] échoue à décrire les conditions critiques au début de l’instabilité puisqu’il prédit un nombre de Reynolds critique  $R_c = \cot \theta / (1 + 3\Gamma)$ .

**Conclusion :**

Nous avons proposé un modèle simple qui décrit les instabilités de grandes longueurs d’onde se développant à la surface libre d’un film fluide visqueux faiblement élastique lorsqu’il s’écoule sur une paroi solide inclinée. Le modèle développé combine un développement en gradient du profil de l’écoulement à une méthode aux résidus pondérés. Les fonctions tests utilisées sont de la forme de l’écoulement de base. Ce modèle permet de prédire le seuil de l’instabilité de façon précise.

**Références :**

[1] Ruyer-Quil C., Manneville P., Improved modeling of flows down inclined planes, Eur. Phys. J. B, vol. 15, pp 357–369, 2000.  
 [2] Uma B. And Usha R., Dynamics of a thin viscoelastic film on an inclined plane, International Journal of Engineering Science, vol. 44, pp 1449–1481, 2006.  
 [3] Amatusse N., Ait Abderrahmane H., Mehidi N., Traveling waves on a falling weakly viscoelastic fluid film, Int. J. Eng. Science, vol. 54, pp 27-41, 2012.

# CURVED CHANNEL FLOW WITH STENOSES AND ANEURYSMS

P. CATHALIFAUD\*, M. ZAGZOULE\*, M. MAUSS\*, J. COUSTEIX‡

\* Université de Toulouse ; INPT, UPS ; CNRS ; IMFT ; F-31400 Toulouse, France

‡ DMAE, ONERA, ISAE; Toulouse, France

\*Corresponding author. Email: catalifo@imft.fr;

**Keywords:** Asymptotic; High Reynolds, Shear stress, Separation, Symmetric and Asymmetric

## 1 Introduction

Curvature is everywhere, in man or nature made devices. Its implication on physiological flows may be as important as other inertial or viscous effects. Relatively to an otherwise straight vessel, the so called centrifugal forces induce secondary flow that modify the whole flow structure and give rise to Dean vortices. Since the pioneering work of Dean many fundamental and applied investigations were performed. More specifically, in the blood dynamics studies, experimental and numerical simulations were also achieved. On the other hand many studies dealt with stenoses or aneurysms mainly situated in otherwise straight vessels. Thus the coupling between the global curvature effects and local section variations due to stenoses or aneurysms is not enough investigated.

In the present work we will quantify how the impact of a stenosis or an aneurysm is modified when it occurs in a curved vessel compared to when it is located in a straight environment.

## 2 Methods

The configuration considered is of a U shaped 2D channel. Through an asymptotic method and a process similar to that used in [1], a uniformly valid reduced mathematical model was asymptotically established and is, given in local curvilinear coordinates  $(\xi, \eta)$ , as follows:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v - \frac{\alpha'}{\alpha} \eta u \right) = 0. \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left( v - \frac{\alpha'}{\alpha} \eta u \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\alpha'}{\alpha} u^2 = -\alpha^2 \frac{\partial p_1}{\partial \xi} + \frac{1}{\alpha R_c} \frac{\partial}{\partial \eta} (1 + \alpha K \eta) \frac{\partial u}{\partial \eta} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial \xi} = \left( A''' + \frac{K'}{\alpha} + \frac{K\alpha'}{\alpha^2} \right) \int_0^\eta u_0^2 d\eta' + B'(\xi) \quad (3)$$

Associated with the boundary conditions,

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ for } \eta = \pm 0.5.$$

All variables are non dimensional.  $u$  and  $v$  are longitudinal and radial velocities,  $p_1(\xi, \eta)$  is the core pressure.  $\alpha(\xi)$  is the local section's width,  $K(\xi) = k(\xi) \delta$  where  $\delta = H / R_c$  is the curvature,  $R_c$  being the radius of curvature and  $H$  the channel's width.  $R_e$  is the Reynolds number. Primes stand for derivatives relative to the longitudinal coordinate  $\xi$ .

Starting from Navier Stokes (NS) equations written in curvilinear coordinates, an  $O(\delta)$  reduced version of NS was first obtained. Then equations (1-3) were established on the assumption that the Reynolds number is high and that the curvature  $\delta$  is small. However, as was shown in [1], the validity of the model is relatively accurate even for moderate and small Reynolds number when the curvature  $\delta$  is kept small, say 0.1.

The pressure gradient equation (3) is one of the main novelties of the model. This expression captures the salient aspects of the pressure field as induced by the curvature and section variations. It does show the induced contributions due to the different geometric variations and their couplings.  $A'''$  is the (inertial) contribution of any discontinuity such as that of curvature at the straight-curved junctions. The  $K'/\alpha$  showcases the curvature variation effect weighted by the local section, while the  $K\alpha'/\alpha^2$  represents the curvature effect as mediated by the local section reduction or dilatation.

The pressure gradient equation is the mediator between the core flow and boundary layers regions. It tunes the adjustment of the parameters of the flow field involved in the interaction between the two zones. The two unknowns  $A(\xi)$  and  $B(\xi)$  are the only unknowns to be provided to compute the pressure field at each section. The case of a uniform section is retrieved when  $\alpha = 1$  and corresponds to the cases treated in [1]. The uniformly valid asymptotic reduced model (UV-ARM) (1-3) was solved numerically as in [1].

## 3 Results and Discussion

Fig.1(a) shows the case of a stenosis located at the middle of the curved part so as to avoid any interactions with the entry or exit effects. The stenosis length is 4 times the channel (straight) width  $H$ , while the stenosis maximum is  $0.3H$ , hence equivalent to a 60% diameter reduction for this symmetrical case. The Reynolds number is equal to 1000.

It is clearly seen that the model is quiet accurate and reproduces, qualitatively and quantitatively, the entire main features such as upstream phenomenon, the accident local and vicinity effects, the established flows as well as their up and downstream transitions.

One of the main features of Fig.1(a) is the existence of a separate zone at the inner wall while at the outer wall the flow remains attached although the stenosis is geometrically symmetric.

It is also worth noting the absence of any upstream anticipation of the presence of this symmetrical stenosis in the curved part while there is one at the straight-curved junctions, due to their non symmetrical character.

In the symmetrical stenoses with a straight environment there is a symmetric separation zone and the shear stress remains symmetric. Thus the location of the same stenosis at the curved part with all other things alike prevent the outside wall flow from separating.

#### 4 Conclusions

An asymptotic reduced model (ARM) was established and compared favourably to complete Navier Stokes numerical resolution. It does incorporate global and local curvature's effects, section variations as well as curvature discontinuities. It was then applied to simulate the case of stenoses in a straight or in a curved environment. It was shown that curvature may suppress the separation zone at the outside wall in the case of a symmetric stenosis, while in the straight case the flow separates at both walls symmetrically. Asymmetrical constrictions and dilatations were also investigated and will be shown in the presentation.

In the 3D situation the centrifugal effects create an inside to outside oriented secondary core flow concomitant with the azimuthal secondary flow from the outer wall to the inner wall.

A future work will be to check how far the median plane of a 3D case, due to the secondary flow, differs qualitatively from this 2D model and its separation zones.

#### Reference

[1] Zagzoule M., Cathalifaud P, Cousteix J. and Mauss J., Uniformly valid asymptotic flow analysis in curved channels. *Physics of fluids*, 24(1), 2012

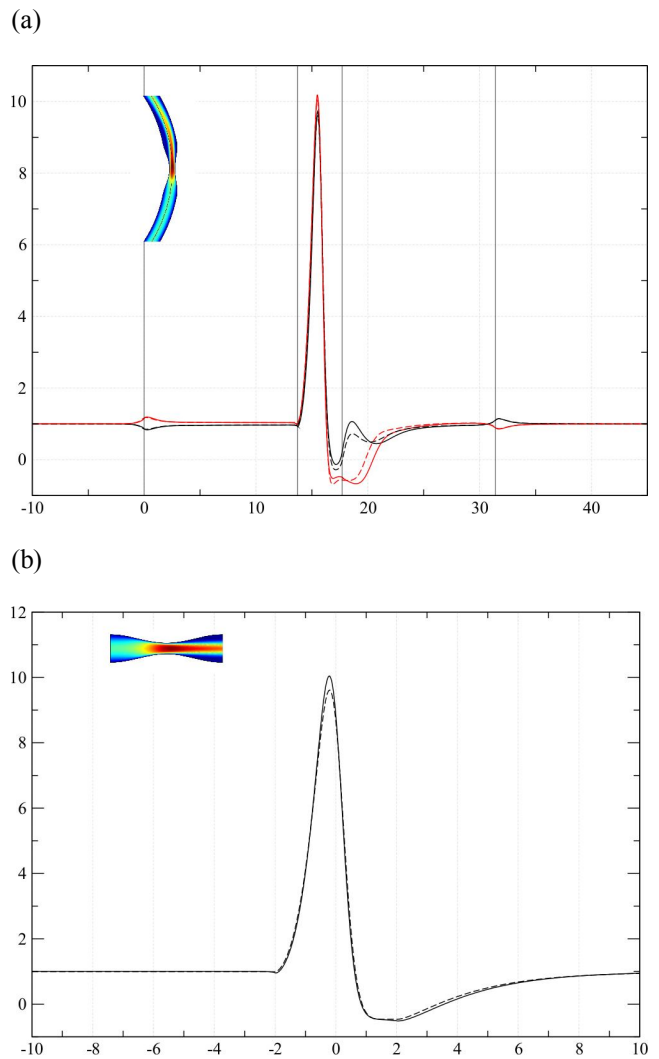


Fig 1. Shear stress at both walls (a): the curved case and (b) the straight case. Red: inner wall and black: for outer wall. Continuous curves are the results of complete Navier Stokes resolution while the discontinuous ones are the results of the present model (1-3).

# STABILITÉ NON LINÉAIRE D'ONDES À ROULEAUX À LA SURFACE LIBRE D'UN FILM LIQUIDE DÉVALANT UN PLAN INCLINÉ

KAN ZHU<sup>1</sup>, ABDELAZIZ BOUDLAL<sup>2</sup>, GILMAR MOMPEAN<sup>3</sup>

<sup>1, 2</sup> USTL-LML, UMR-CNRS 8107, Département de Mécanique Fondamentale, M3, Cité Scientifique, Villeneuve d'Ascq, 59655 Cedex, France.

<sup>3</sup> USTL-LML, UMR-CNRS 8107, Polytech'Lille, Cité Scientifique, Villeneuve d'Ascq, Cedex 59655, France.

**Résumé :** La stabilité de trains d'Ondes à rouleaux (O.R) d'amplitude finie se propageant à la surface libre d'un film liquide mince dévalant une paroi plane inclinée est examinée. Dans le cadre de la théorie des ondes longues, l'écoulement est régi par un système d'équations non homogènes hyperboliques. Le critère de stabilité est formulé en termes d'hyperbolicité des équations modulées pour des trains d'ondes périodiques à rouleaux. Les diagrammes de stabilité pour quelques valeurs de  $\alpha$  et de  $n$ , montrent que les O.R d'amplitude maximale sont toujours stables, alors que les faibles amplitudes sont instables et peuvent devenir stables pour des valeurs particulières de  $n$  et  $\alpha$ .

**Abstract:** The stability of discontinuous periodic travelling waves of finite amplitude for the thin film flow down an inclined plane wall is investigated. In the frame of the theory of long waves, the flow is governed by a system of non-homogeneous hyperbolic equations. The stability criterion is formulated in terms of hyperbolic equations for modulated periodic roll wave (R.W). The numerical stability diagrams show that R.W of maximal amplitude are always stable, and that the small amplitude may exhibit a transition unstable/stable for particular values of  $n$  and  $\alpha$ .

**Mots-clés :** Ondes à rouleaux, plan incliné, équation modulée, système hyperbolique, stabilité non linéaire.

## 1. Introduction

On sait depuis le siècle dernier qu'en écoulement permanent en canal ouvert, la surface libre peut être le siège de trains d'O.R. En rivières boueuses les écoulements intermittents du mélange d'argile et d'eau sont fréquents, particulièrement à la suite d'une pluie torrentielle. L'écoulement de boue, suite à une éruption volcanique, peut également être accompagné par ce type d'ondes. La force du front du ressaut est telle que des pierres de grande taille peuvent être projetées dans l'air. L'écoulement à l'arrière de l'onde est peu profond, lent et essentiellement laminaire, et fréquemment stagnant avant la montée suivante. De tels flux de boue intermittents sont responsables de l'érosion sévère et les déplacements de

débris dans le lit du ravin Jiang-jia [1]. Depuis les travaux expérimentaux de Kapitza, Liu, Paul & Gollub [2] notamment, ont abordé expérimentalement l'étude de la stabilité linéaire essentiellement : taux de croissance et célérité des ondes de surface en fonction du nombre d'onde. Un exposé détaillé sur ces travaux peut être trouvé dans l'ouvrage de François Charru [3]. Nous proposons dans la présente étude un critère non linéaire de stabilité des O.R. dans le cas de fluides non-Newtonien. Ce critère est basé sur l'hyperbolicité du système modulé, régissant l'écoulement. La difficulté principale pour localiser les régions stables du domaine d'existence des ces ondes est dû aux singularités que présente à ce critère au voisinage des amplitudes faibles et maximales.

## 2. Equations du mouvement

On considère un écoulement plan  $(x^*, y^*)$  d'un film liquide non-Newtonien sur une plaque plane inclinée de pente  $\varphi$ ,  $(0 < \varphi < \pi/2)$ . L'axe  $Ox$  est dirigé dans le sens de l'écoulement; L'axe  $Oy$  lui est perpendiculaire et dirigé vers le haut. On désigne par  $t^*$  le temps, par  $g$  l'accélération de la pesanteur, par  $u^*(x^*, t^*)$  la vitesse de débit; dans l'approximation des ondes longues l'épaisseur du film  $h^*$  ne dépend que de  $x^*$  et de  $t^*$  et la pression est hydrostatique :

$$p^* = \rho g_n (h^* - y^*), \quad \text{où}$$

$g_n = g \cos \varphi$ ,  $h_0$  est une épaisseur de référence, une lettre latine en indice symbolise une dérivation partielle. Le cisaillement est modélisé en loi de puissance de la forme ([1], [6]) :

$$\tau = \mu_n \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^n \quad (1) \quad \text{où } \mu_n \text{ est la}$$

viscosité de dimension  $[ML^{-1}T^{n-2}]$ ,  $n$  est l'indice de l'écoulement  $(0 < n \leq 1)$ . Avec l'adimensionnée suivante :

$$t^* = \frac{l_0}{u_0} t, \quad x^* = l_0 x, \quad u^* = u_0 u, \quad h^* = h_0 h, \quad \tau_b^* = \tau_{b0} \tau_b, \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{g_n h_0}{u_0^2}, \quad \tau_{b0} = \mu_n \left[ \left( \frac{1+2n}{n} \right) \frac{u_0}{h_0} \right]^n, \quad l_0 = \frac{u_0}{g \sin \theta}$$

L'indice 0 désigne la solution de l'écoulement uniforme.

Les équations de première approximation moyennées sur une section droite s'écrivent [1] :

$$h_t + (uh)_x = 0, \quad (uh)_t + \left( \beta u^2 h + \frac{1}{2} \alpha h^2 \right)_x = h - \left( \frac{u}{h} \right)^n, \quad (3)$$

où  $\beta = 2(1+2n)/(2+3n)$  est le coefficient de quantité de mouvement.

## 3. Stabilité linéaire

Par une analyse linéaire temporelle on montre dans [1] que la solution stationnaire de (3) :

$$u_0 = h_0^{\frac{1+n}{n}}, h_0 = cte, \quad (4)$$

est stable si la condition suivante est satisfaite

$$\alpha < (1 + 2n)/n^2 \quad (5)$$

Le même critère de transition vers l'écoulement instable peut être établi en mettant en œuvre l'approche de Whitham ([4], [6]): Il y a stabilité si la vitesse de l'onde cinématique est comprise entre les vitesses  $\lambda_d^\pm$  des ondes dynamiques,

$$\text{i.e. } \lambda_d^- < \lambda_c < \lambda_d^+ \quad (6)$$

Où  $\lambda_c = h_0^2 + 2u_0$ ,  $\lambda_d^\pm = \beta u_0 \pm u_0 \sqrt{(\beta - 1)\beta + \alpha}$ , d'où la condition (5). Par la suite, notre objectif est d'étudier la stabilité non linéaire de trains d'O.R.

#### 4. Ondes à rouleaux

On considère les ondes à rouleaux de vitesse de propagation  $D$  constante,  $0 < u < D$  (Fig.1). Dans le repère lié aux ondes, l'écoulement est permanent et le système (3) peut s'exprimer à l'aide de la seule variable  $\xi = x - Dt$ . On obtient :

$$\frac{dG}{d\xi} = \Delta \frac{dh}{d\xi} = F, \quad G(h) = -D(uh) + \beta u^2 h + \alpha \frac{h^2}{2}, \quad (7)$$

$$\Delta = (\beta - 1)D^2 - \beta \frac{m^2}{h^2} + \alpha h, \quad F = h - \left(\frac{u}{h}\right)^n$$

Pour compléter la construction d'O.R., il faut écrire les conditions du saut. On obtient :

$$G(h_1) = G(h_2), \quad m = (D - u)h, \quad (8)$$

$$m(h_1) = m(h_2) = m(h_c)$$

où l'indice 'c' désigne les grandeurs dans la section critique, là où  $\Delta(h) = 0$ .

Les équations (7)-(8) montrent que ces O.R. dépendent de deux paramètres. Pour  $h_1$  et  $h_c$  donnés, les conditions :

$$F(h_c, h) < 0 \quad \text{à } h_1 < h < h_c \quad (9)$$

$$F(h_c, h) > 0 \quad \text{à } h_c < h < h_2$$

sont nécessaires et suffisantes à la formation des O.R. On montre dans [1] qu'il ne peut exister de solutions d'O.R. que pour  $h_m < h < h_c$  où  $F(h_m) = F(h_c) = 0$ , les valeurs de  $h_m$  sont obtenues uniquement par voie numérique. Or  $dh/d\xi$  doit être positive, selon les observations expérimentales, c'est aussi la condition d'irréversibilité des discontinuités hydrauliques.

Comme  $\Delta'(h_c) = \beta m^2 / 2h_c^3 + \alpha > 0$ , il en résulte la condition nécessaire :  $F'(h_c) > 0$ , qui se traduit par :

$$\alpha < [(1 + 2n)/n^2] h_c^{\frac{n+2}{n}}, \quad (10)$$

Si la solution de l'écoulement de base uniforme est critique, l'inégalité (10) coïncide avec (5). Autrement dit la condition d'instabilité linéaire est nécessaire à la formation des O.R.

#### 5. Equations modulées

Pour établir le critère de stabilité d'un train d'O.R., nous procédons à la modulation du système (3) ([4], [6], [7]). On obtient, une lettre latine en indice symbolise une dérivation partielle :

$$\bar{h}_t + (D\bar{h} - m)_x = 0, \quad (11)$$

$$(D\bar{h} - m)_t + (\beta(D^2\bar{h} - 2mD) + \bar{B}(h_1, h_c))_x = 0$$

$$B = \frac{\beta m^2}{h} + \frac{\alpha h^2}{2};$$

$$A = \left\{ (\beta - 1)D^2 - \beta \frac{m^2}{s^2} + \alpha s \right\} \left\{ s - \left( \frac{D}{s} - \frac{m}{s^2} \right)^n \right\}^{-1};$$

$$L = \int_z^{w(z, h_c)} A(s, h_c) ds; \quad \bar{h} = L^{-1} \int_z^{w(z, h_c)} B(s, h_c) A(s, h_c) ds;$$

$$s \in [h_1, h_2], \quad z = h_1, \quad z = h_2, \quad m = h_c^{(2n+1)/n} (\theta - 1),$$

$$D = h_c^{(n+1)/n} \theta, \quad \theta = \beta + \left\{ (\beta - 1)\beta + \alpha h_c^{-(n+2)/n} \right\}^{1/2}.$$

Considérons  $h_c, \bar{h}$  comme de nouvelles variables indépendantes à la place de  $h_c, h_1$  et posons

$\tilde{B}(\bar{h}, h_c) = \bar{B}(h_1, h_c)$ , Les caractéristiques sont réelles,

donc le système est hyperbolique si

$$Disc = \left\{ 2(\beta - 1)D + (-2m\beta D + \tilde{B}_{h_c})\delta^{-1} \right\}^2 + 4\left\{ (\beta - 1)D^2 + \tilde{B}_{\bar{h}} \right\} > 0; \quad \delta = (D'\bar{h} - m')$$

Cela correspond à un train d'ondes à rouleaux stables.

#### 6. Conclusion

La simulation a été effectuée pour quelques couples de valeurs de  $\alpha$  de  $n$ . On a validé d'abord nos résultats numériques dans le cas particulier de l'écoulement vertical ( $\alpha = 0$ ) d'un fluide Newtonien ( $n = 1$ ) par comparaison avec les travaux entrepris dans le cadre d'équations auto-semblables [6], à savoir que les ondes d'amplitude quasi-maximale sont stables, et que les ondes de faible amplitude sont, au contraire, instables. Cela est confirmé dans [6]. Sur les figures 2, 3 et 4 on a représenté les diagrammes de stabilité pour quelques valeurs significatives de  $\alpha$  et de  $n$ . Ces figures montrent que dans ces cas les ondes de faible amplitude sont instables tandis que celles d'amplitude maximale sont stables. A mesure que  $n$  croît, la région stable des ondes modérées se réduit. Pour  $n=0.1$ , les ondes d'amplitude maximale sont toujours stables, alors que celles correspondant aux faibles amplitudes sont instables si  $0 < \alpha < \alpha^*$ , où  $\alpha^*$  est une valeur critique voisin de 2.4, et stables dans l'autre cas.



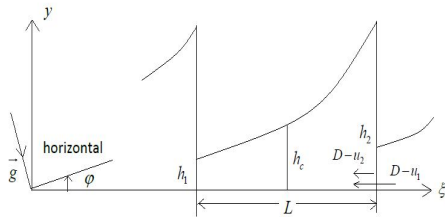


Fig.1 Structure des O.R dans le repère lié aux ondes.

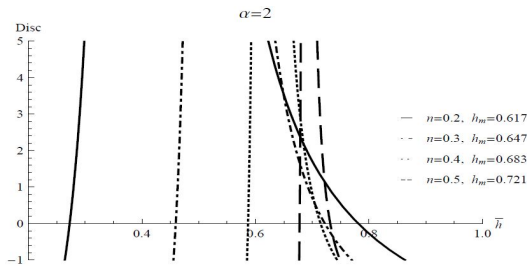


Fig.2 Disc en fonction de  $\bar{h}$  pour différentes valeur de n dans le cas  $\alpha = 2, h_c = 1$ .

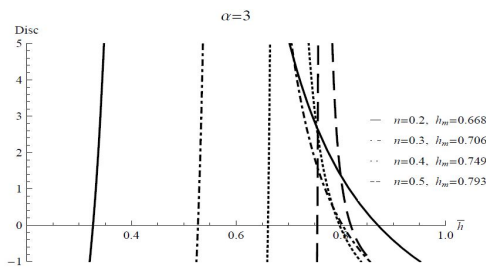


Fig.3 Disc en fonction de  $\bar{h}$  pour différentes valeur de n dans le cas  $\alpha = 3, h_c = 1$ .

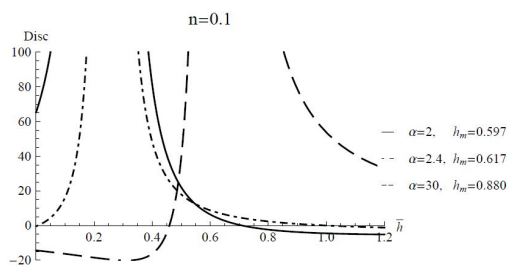


Fig.4 Disc en fonction de  $\bar{h}$  pour différentes valeur de  $\alpha$  dans le cas  $n = 0.1, h_c = 1$ .

### Références

[1] C. O. Ng., C. C. Mei, Roll waves on Shallow Layer of Mud Modelled as a power-Law Fluid, Journal of Fluid Mechanics, Vol.263, 1994, pp. 151-1834.

[2] Liu, J., Paul, J.D. & Gollub, J. P. Measurements of the primary instabilities of film flows. J.Fluid Mech. 250, 1993, 69-101.  
 [3] François Charru, Instabilités hydrodynamiques, 2007.  
 [4] G.B. Whitham, Linear and Nonlinear Waves, John Wiley and Sons, New York, 1974.  
 [5] F. Dressler, Mathematical Solution of the Problem of Roll Waves in Inclines Open Channels, Communications on pure and Applied Mathematics, Vol. 49, No.6, 1949, pp. 149-194.  
 [6] Boudlal A. Liapidevskii, Modulation Equation for Roll Waves on Vertically Falling Films of a Power-Law Fluid, W.J.M., 2012, 2, p.p. 1-8.  
 [7] Boudlal A., Roll waves and plugs in two-layer flows, EJAM, V. 1, 2008, p.p. 1-14.

# INFLUENCE D'UNE STÉNOSE SYMÉTRIQUE A PLUSIEURS DEGRÉS D'OBSTRUCTION DANS UN VAISSEAU SANGUIN DE LA MACROCIRCULATION

M. MOHELLEBI, A. OUIBRAHIM

Laboratoire d'Energétique Mécanique et Matériaux – LEMM - Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Algérie.

## Résumé

Dans ce travail, on s'intéresse à la présence d'une sténose symétrique de différents degrés d'obstruction en interaction avec l'écoulement d'un fluide (le sang), considéré comme Newtonien en macro-circulation, dans un vaisseau sanguin supposé déformable. L'étude numérique via le logiciel Comsol Multiphysics a permis de montrer qu'à vitesse imposée (ou débit imposé), la variation de la pression à l'amont de la sténose reste faible pour des degrés de sténose allant de 0 à 70% et augmente de manière exponentielle à partir de 80%. Elle a aussi permis de montrer que les contraintes de Von-Mises sont maximales à la base amont de la sténose et minimale au sommet, ce qui favorise la rupture de la plaque d'athérome.

**Mots clés :** Sténose, Ecoulement sanguin, contrainte de Von-Mises, paroi vasculaire .

## 1. Introduction

La sténose des artères par dépôt de plaques d'athérome est un problème de santé publique majeur et est l'une des pathologies les plus sérieuses des maladies artérielles qui représente la première cause de mortalité et de morbidité dans les pays à haut niveau de vie. Elle se manifeste par la formation d'un obstacle obstruant progressivement la lumière artérielle réduisant ainsi le flux sanguins. Dans le cas où le débit est imposé (ou vitesse imposée) cette obstruction engendre une surpression à l'amont qui peut engendrer la dissection artérielle (dissection aortique) ou la formation d'anévrisme (artère rénale).

Plusieurs études se sont justement intéressés à l'influence de la présence d'une sténose dans un vaisseau sanguin sur plusieurs paramètres en écoulement pulsé, à degré d'obstruction variable [1-3] et en analysant cet écoulement dans le vaisseau déformable comme des interactions fluide-structure [4].

Certaines de ces contributions ont étudié numériquement les effets d'une sténose et/ou d'un sthène dans l'écoulement sanguin pulsé dans un vaisseau [5, 6].

Ainsi, dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à l'influence d'une sténose à plusieurs degrés d'obstruction, sur la cinématique et la dynamique prévalant dans un vaisseau sanguin supposé déformable, siège d'un écoulement d'un écoulement oscillatoire d'un fluide (sang) supposé Newtonien à l'échelle de la macrocirculation. Pour cela nous utilisons le logiciel Comsol Multiphysics en vue de déterminer l'évolution du champ des vitesses et des pressions le long du

conduit ainsi que la contrainte de Von Mises sur la sténose.

## 2. Formulation du problème

Dans cette étude, nous adopterons le Logiciel Comsol Mutiphysics mis au point pour résoudre, entre autre, le problème de la réponse d'une structure solide à l'écoulement d'un fluide.

Nous considérons un conduit cylindrique déformable de diamètre  $2R = 5\text{mm}$ , d'épaisseur  $e = 1\text{mm}$  de longueur  $L = 15\text{cm}$ , de module d'élasticité  $E = 10^7\text{ Pa}$ , de module de Poisson  $\nu = 0,45$  et de masse volumique  $\rho_p = 960\text{ kg/m}^3$ . L'intérieur du conduit déformable présente, à sa mi-longueur, une sténose axisymétrique (Fig. 1) dont nous faisons varier le degré d'obstruction de 0 à 84% du diamètre du conduit.

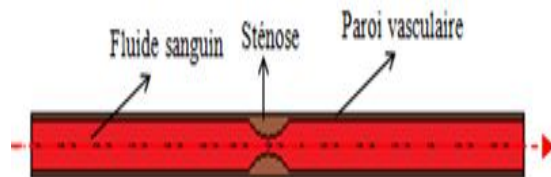


Fig. 1 : Schéma synoptique d'un vaisseau sténosé

L'écoulement à l'entrée est sinusoïdale tandis que le fluide (sang) est supposé Newtonien, hypothèse valable en macro-circulation. Les caractéristiques de ce fluide sont celles du sang, soit une viscosité dynamique  $\mu = 5\text{ mPA.s}$ , une masse volumique  $\rho_f = 1060\text{ kg/m}^3$ ; des caractéristiques conformes aux données physiologiques réelles.

## 3. Conditions aux limites

### Pour le fluide

On considère une vitesse d'entrée sinusoïdale de la forme  $V = 0,1 \sin \pi t$  avec  $t = [0,5]$ , avec la condition de non-glissement à l'interface pour assurer la vitesse à la frontière solide égale à la vitesse du fluide environnant, et enfin une pression  $p = 15\,900\text{Pa}$  à l'aval qui correspond à la pression artérielle normale.

### Pour la paroi

On considère plusieurs conditions : a) une condition de libre mouvement à l'interface fluide-structure, b) une condition de libre mouvement axial et radial pour simuler une artère dont le milieu environnant a une faible influence sur ses mouvements et enfin c) une condition d'encastrement pour les extrémités.

Le problème étant formulé, nous déterminons alors les variations des champ de vitesse et de pression le long de l'axe longitudinal, ainsi que les contraintes de Von Mises le long de la paroi y compris celle de la sténose.

## 4. Résultats numériques

### Champ de vitesse

La figure 2 montre que la vitesse le long du vaisseau est influencée par le degré d'obstruction de la sténose. On observera que la variation de la vitesse le long du conduit est d'autant plus importante que le degré de sténose est élevé, avec une croissance abrupte à partir de 80% et au delà.

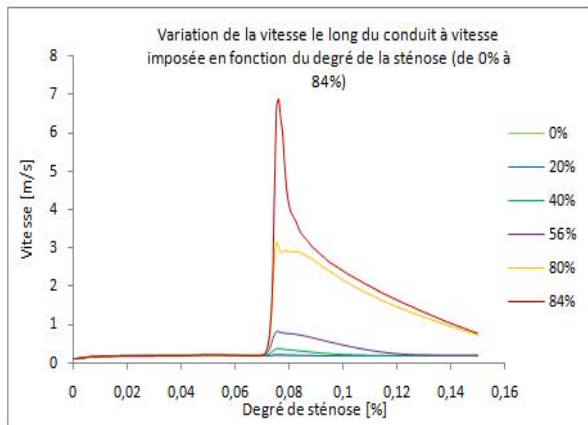


Figure 2 : Variation de la vitesse le long du conduit en fonction du degré d'obstruction de la sténose

### Champ de pression

Concernant l'influence de la sténose sur le champ de pression, la figure 3 montre clairement que la pression à l'amont de la sténose augmente avec le degré d'obstruction de la sténose avec ce constat remarquable qu'à l'endroit du sommet de la sténose on observe une chute brutale de la pression qui signifie bien qu'il ya collabage

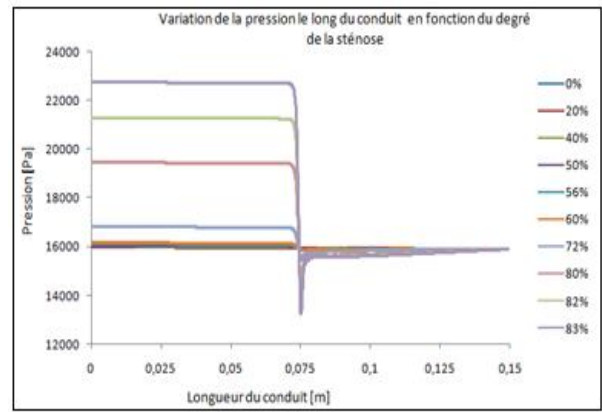


Figure 3 :Variation de la pression le long du conduit en fonction du degré d'obstruction de la sténose

### Contrainte de Von Mises

La figure 4 présente la variation de la contrainte de Von Mises le long du conduit. On notera ainsi que cette contrainte reste constante le long du conduit jusqu'à l'endroit de la sténose où la variation devient alors abrupte.

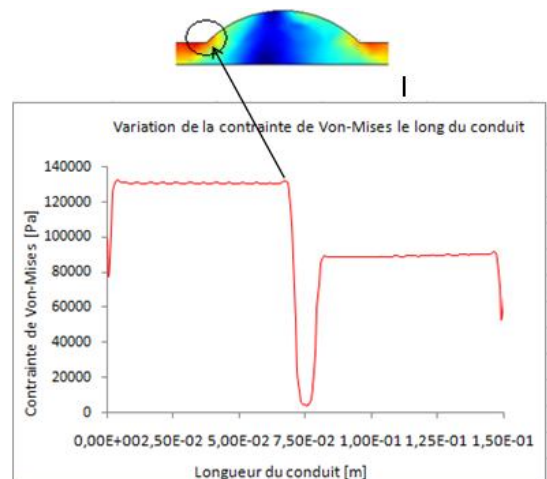


Figure 4 : Variation de la Contrainte de Von-Mises.

Comme indiqué au dessus de la figure 4, la contrainte de Von-Mises est maximale à la base amont de la sténose et est minimale au sommet, ce qui favorise la rupture de la plaque d'athérome.

## 5. Conclusion :

Dans ce travail nous avons utilisé le logiciel Comsol Mutiphysics pour étudier l'influence de la présence d'une sténose à différents degrés d'obstruction sur l'écoulement pulsatoire d'un fluide considéré Newtonien (valable en macrocirculation) dans un conduit déformable, par analogie à l'écoulement du sang dans un vaisseau de la macrocirculation . Cette étude nous a permis de montrer qu'à vitesse imposée, la pression en amont augmente de manière exponentielle à partir de 80% de degré d'obstruction, ce qui engendre une variation exponentielle

des déplacements et contraintes de Von-Mises Nous avons de m<sup>^</sup>me observé que le degré d'obstruction affecte le champ de vitesse qui croit considérablement cependant quand le degré d'obstruction atteint les 80%.

## 6. Références

- [1] J.M. Downing, D.N,Ku, 1997, *Effect of frictional Losses and Pulsatile Flow on the Collapse of stenotic artery*, Journal of Biomechanical Engineering 119(1997) 317-324
- [2] P.-Y. Lagrée , A. Van Hirtum, X. Pelorson, 2007, *Asymmetrical effects in a 2D stenosis* European Journal of Mechanics B/Fluids 26 (2007) 83–92
- [3] David L, Bark Jr, David N,Ku, 2010, *Wall shear over high degree stenoses pertinent to atherothrombosis* , Journal of Biomechanics 43 (2010) 2970–2977
- [4] Dalin Tanga, Chun Yangb, Yan Huanga, David N. Ku, 1999, *Wall stress and strain analysis using a three-dimensional thick-wall model with fluid-structure interactions for blood flow in carotid arteries with stenoses*, Computers and Structures 72 (1999) 341±356
- [5] M. X. Li, J.J. Beech-Brandta, L.R. Johnb, P.R. Hoskinsc, W.J. Eassona, 2007, *Numerical analysis of pulsatile blood flow and vessel wall mechanics in different degrees of stenoses*, Journal of Biomechanics 40 (2007) 3715–3724.
- [6] Mickaël Gay and Lucy T, Zhang, 2009, *Numerical studies of blood flow in healthy, stenosed, and stented carotid arteries*, Int, J, Numer. Meth, Fluids 2009; 61:453–472

# ETUDE DE L'INFLUENCE DE L'ACOUSTIC STREAMING SUR LA SÉPARATION DES ESPÈCES D'UN FLUIDE BINAIRE EN PRÉSENCE DU CHAMP DE PESANTEUR.

M.C. CHARRIER-MOJTABI\*, X. JACOB\* ET A. MOJTABI\*\*

\*Laboratoire PHASE, Université Paul Sabatier, Toulouse III

\*\*IMFT, UMR /INPT/UPS N° 5502, Université de Toulouse.

E. mail : [\\*marie-catherine.mojtabi@univ-tlse3.fr](mailto:marie-catherine.mojtabi@univ-tlse3.fr)

[\\*xavier.jacob@univ-tlse3.fr](mailto:xavier.jacob@univ-tlse3.fr)

[\\*\\*abelkader.mojtabi@univ-tlse3.fr](mailto:abelkader.mojtabi@univ-tlse3.fr)

**Résumé** : Dans ce travail, on présente une étude analytique (écoulement de type parallèle) et numérique (logiciel COMSOL) de l'écoulement de convection mixte généré par l'Acoustic Streaming au sein d'une solution binaire remplissant une cavité horizontale, soumise à une onde untrasonore et à un gradient thermique vertical. La cellule est placée dans le champ de pesanteur. Compte tenu du nombre important de paramètres adimensionnels dont dépend le problème, l'étude a été restreinte à l'influence du paramètre acoustique et du nombre de Rayleigh sur la séparation des espèces.

**Abstract** : In this paper, an analytical study based on the hypothesis of parallel flow and a numerical study using the COMSOL industrial code of the influence of acoustic streaming on species separation in the gravity field are presented. The rectangular cavity is filled with a binary fluid and submitted to an ultrasonic propagating wave. We are particularly interested in the study of the influence of the acoustic parameter and the Rayleigh number on the species separation.

**Mots clés**: Convection, thermodiffusion, thermogravitation, Effet Soret, acoustic streaming, séparation des espèces.

## 1-Introduction

La propagation d'ondes ultrasonores dans un fluide peut induire un écoulement stationnaire à grande échelle : ce phénomène est appelé « acoustic streaming » (Lighthill [1], Eckart[2]). On distingue deux types d'acoustic streaming : Le Rayleigh streaming et l'Eckart streaming.

Lei et al. [3], 2006, ont effectué une étude afin d'analyser la convection qui se développe dans une cavité 3D soumise à un gradient horizontal de température et des ondes ultrasonores longitudinales. Les auteurs se sont intéressés au « Rayleigh streaming » où les tensions de Reynolds agissent dans les couches limites acoustiques se développant le long des parois de la cavité. Dridi et al. [4], 2008, ont étudié « l'Eckart streaming » en cavité tridimensionnelle. Le mouvement est alors créé au sein du fluide par les tensions de Reynolds qui résultent du passage de l'onde acoustique.

L'étude de l'influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces a été traitée par Charrier-Mojtabi et al. [5], 2012. Les auteurs ont considéré une cavité rectangulaire en microgravité. Dans une première partie, pour une cellule de grand rapport d'aspect, ils ont déterminé analytiquement la solution correspondant à l'écoulement monocellulaire, seule configuration où la séparation peut exister. Ils ont déterminé l'influence du paramètre acoustique  $A$ , l'épaisseur relative de la source acoustique  $\varepsilon$  et du nombre de Schmidt  $Sc$  sur la séparation. Les résultats sont en très bon accord avec les résultats obtenus numériquement en utilisant le logiciel COMSOL. Dans une deuxième partie, une étude de stabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire a été effectuée. Les auteurs ont montré que la solution unicellulaire perd sa stabilité via une bifurcation de Hopf pour toutes les valeurs de  $\varepsilon$ , excepté pour la valeur de  $\varepsilon=0.5$ .

Le présent travail reprend l'étude menée par Charrier-Mojtabi et al. [5], non pas en microgravité mais dans le champ de pesanteur. On se propose d'étudier analytiquement (écoulement de type parallèle) et numériquement, l'écoulement de convection mixte généré par l'Acoustic Streaming au sein d'une solution binaire remplissant une cavité horizontale soumise à un gradient thermique vertical et placée dans le champ de pesanteur. L'écoulement généré par l'action des ondes ultrasonores se combine alors à celui généré par le gradient thermique. On dispose ainsi, par ce procédé, de deux paramètres de contrôle pour agir sur la séparation des espèces, contrairement aux colonnes thermogravitationnelles, verticales (TGC), utilisées par de nombreux auteurs[6],[7],[8].

## 2-Formulation mathématique

On considère une cellule rectangulaire horizontale, de hauteur  $H$  et de largeur  $L$ , avec  $B=L/H \gg 1$ . La cellule est remplie d'un fluide binaire et placée dans le champ de pesanteur  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$  (cf. fig. 1). Une onde ultrasonore est générée au niveau de la paroi gauche sur une hauteur relative  $\varepsilon=H_b/H$  à partir de  $z=H$  ( i.e du haut de la cellule). La paroi opposée est parfaitement absorbante. De plus on suppose que le faisceau associé à l'onde ultrasonore est parfaitement uniforme. Les parois horizontales sont maintenues respectivement à  $T=T_1$  pour la paroi du bas et  $T=T_2$  pour la paroi du haut. Les équations régissant le problème sont écrites dans le cadre de l'approximation de Boussinesq et en tenant compte de l'effet Soret.

Le système d'équations adimensionnel régissant le problème est le suivant :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{V} = 0 \\ \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + A \delta \vec{e}_x + G_r (T + \psi C) \vec{e}_z + Pr \nabla^2 \vec{V} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla C = \frac{1}{Sc} (\nabla^2 C - \nabla^2 T) \end{cases} \quad (1)$$

avec  $\delta=1$  pour  $z \in [1-\varepsilon, 1]$  et  $\delta=0$  pour  $z \in [0, 1-\varepsilon]$ .

Dans ce système d'équations,  $\vec{V}$ ,  $P$ ,  $T$  et  $C$  représentent respectivement les champs de vitesses, de pression, de température et de fraction massique du constituant le plus



lourd. Le problème considéré dépend de 7 paramètres adimensionnels qui sont : le paramètre acoustique  $A$ , le nombre de Grashof,  $Gr$  ( $Gr=Ra/Pr$ , où  $Ra$  est le nombre de Rayleigh thermique), le facteur de séparation,  $\psi$ , le nombre de Prandtl,  $Pr$ , le nombre de Schmidt  $Sc=Le.Pr$  ( $Le$  est le nombre de Lewis), l'épaisseur relative de la source acoustique  $\varepsilon$  et le rapport d'aspect longitudinal de la couche  $B=L/H$ . Le paramètre acoustique  $A = \alpha U_{ac}^2 H^3 / \nu^2$  où  $\alpha$  le coefficient d'atténuation de l'onde ultrasonore,  $U_{ac}$  est l'amplitude d'oscillation de la vitesse acoustique, et  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide, le nombre de Rayleigh est donné par :  $Ra = (g\beta_T H^3 \Delta T) / (\nu a)$ , le nombre de Lewis est le rapport de la diffusivité thermique du fluide binaire sur le coefficient de diffusion de Fick,  $Le = a/D$ , le facteur de séparation est donné par :  $\psi = -(\beta_T / \beta_c)(D_T / D) C_i(1 - C_i)$  où  $C_i$  est la fraction massique initiale du constituant le plus dense. Dans cette dernière expression  $\beta_T$  et  $\beta_c$  sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et massique du fluide binaire et  $D_T$  le coefficient de thermodiffusion.

Les conditions aux limites associées sont données par :

$$z = 0, 1 : \vec{V} = \vec{0} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial z} ;$$

$$x = 0, B = H/L : \vec{V} = \vec{0} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

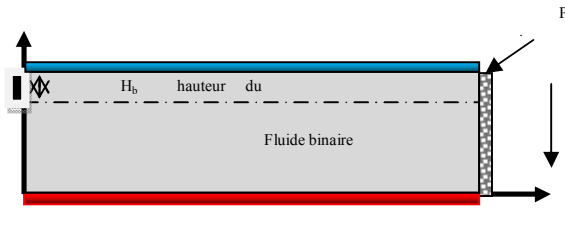


Figure 1 : Schéma de définition

### 3- Solution analytique dans le cas d'une cellule de grand rapport d'aspect.

Pour des cellules de grande extension longitudinale ( $B \gg 1$ ), on cherche une solution de type « parallel flow ». La solution correspondant à l'écoulement monocellulaire est cherchée sous la forme :

$$\vec{U}_0 = U_0(z) \vec{e}_x, \quad T_0 = 1 - z, \quad C_0(x, z) = m x + f(z)$$

où  $m$  est le gradient de fraction massique selon l'axe des  $x$ .

Les champs de vitesses, de concentration et de température sont calculés en utilisant le logiciel de calcul symbolique Maple. On détermine alors le gradient de fraction massique  $m$  en fonction  $A$ ,  $Sc$ ,  $\varepsilon$ , du facteur de séparation,  $\psi$  et du nombre de Rayleigh  $Ra=Gr.Pr$ . Pour une cellule de rapport d'aspect  $B$ , la séparation définie comme la différence des fractions massiques du constituant le plus lourd entre les 2 parois verticales de la cellule est égale à  $S=mB$ . La figure 2 illustre la variation de  $m$  en fonction du nombre de Rayleigh pour  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ ,  $A=6$  et  $\varepsilon=0.5$ . (

Nota : tous les calculs ont été effectués pour  $Le=100$  et  $Pr=7$ , ce qui correspond à un liquide binaire).

En microgravité ( $Ra=0$ ), pour  $A=6$ , la séparation obtenue est de  $S=mB=2.078$  [5]. On constate sur la figure 2, l'importance du nombre de Rayleigh sur la séparation, puisque pour  $Ra=110$ , la séparation obtenue est de  $S=4.161$  soit une valeur proche de l'optimum de séparation.

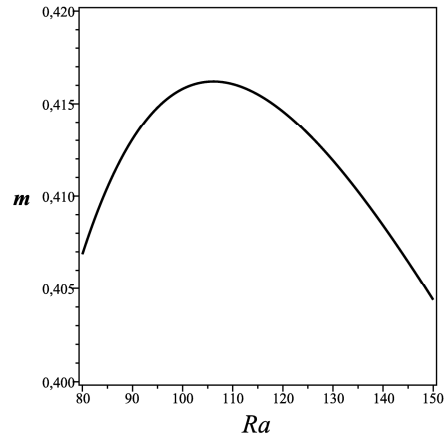


figure 2 : Gradient de fraction massique  $m=f(Ra)$ ,  $A=6$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

Pour chaque valeur de  $A$ , il existe une valeur de  $Ra$  qui rend  $m$  maximum, les autres paramètres adimensionnels étant fixés. Ainsi, si on s'intéresse à l'optimum de séparation obtenu en microgravité ( $Ra=0$ ) pour  $A=22.05$  et  $\varepsilon=0.5$  [5] : sa valeur est de  $S=4.102$ . En présence de gravité, toujours pour  $A=22.05$  et  $\varepsilon=0.5$ , on obtient un optimum de séparation  $S=4.109$  pour  $Ra=9.8$  (cf. figure 3). Il est à noter que la valeur de cet optimum est très proche de celle obtenue pour  $A=6$ ,  $\varepsilon=0.5$  et  $Ra=110$  à savoir  $S=4.161$ .

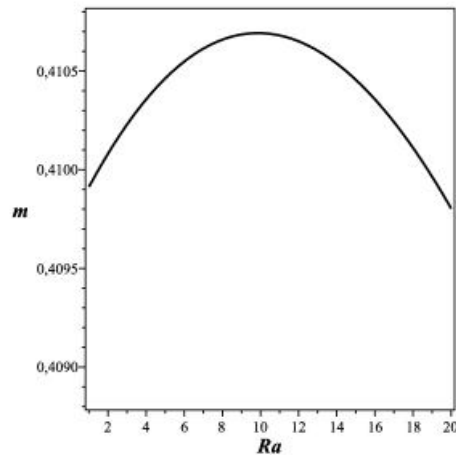


figure 3 : Gradient de fraction massique  $m=f(Ra)$ ,  $A=22.05$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

### 4- Simulations numériques

Le système d'équations (1) avec les conditions aux limites (2) est résolu par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel industriel COMSOL. Compte tenu de la géométrie de la cellule on choisit un maillage quadrangle et un rapport

d'aspect de  $B=10$ . La résolution adoptée varie de  $120 \times 20$  à  $150 \times 30$  selon les valeurs de  $A$  et de  $Ra$ .

Un très bon accord est obtenu entre les résultats analytiques et les résultats numériques concernant le calcul de la séparation. Ainsi pour  $A=6$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ , la séparation obtenue numériquement pour une cellule de rapport d'aspect de  $A=10$  est de  $S=2.080$  pour  $Ra=0$  et de  $S=4.168$  pour  $Ra=110$  respectivement.

De plus on étudie l'évolution des champs de vitesses, de température et de fractions massiques en fonction du nombre de Rayleigh et du paramètre acoustique  $A$  à  $Le$ ,  $\psi$  et  $\varepsilon$  fixés.

Nous présentons sur les figures 4-a et 4-b, les iso-concentrations obtenues pour  $A=6$ ,  $Ra=0$ ,  $\varepsilon=0.5$  et  $A=6$ ,  $Ra=110$ ,  $\varepsilon=0.5$ , respectivement. Dans les deux cas l'écoulement est monocellulaire comme l'indique les figures 5-a et 5-b où sont représentées les lignes de courant.

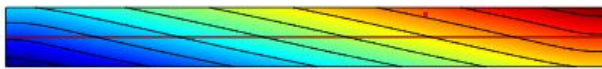


fig.4-a: iso-concentrations  $A=6$ ,  $Ra=0$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

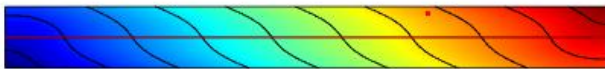


fig.4-b: iso-concentrations  $A=6$ ,  $Ra=110$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

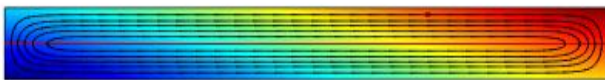


fig. 5-a : Lignes de courant,  $A=6$ ,  $Ra=0$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

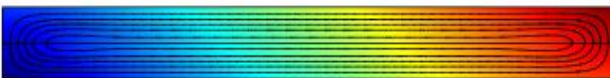


fig. 5-b : Lignes de courant,  $A=6$ ,  $Ra=110$ ,  $\varepsilon=0.5$ ,  $Le=100$ ,  $Pr=7$ ,  $\psi = 0.1$ .

## 5-Conclusion

Nous avons présenté l'influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces dans un fluide binaire remplissant une cavité rectangulaire horizontale, de grande extension et placée dans le champ de pesanteur. La présence d'une onde ultrasonore placée en haut de la couche et sur une hauteur variable, permet d'obtenir, sous certaines conditions, un champ de vitesses stationnaire et monocellulaire nécessaire pour obtenir la séparation des espèces. Pour des cellules de grande extension longitudinales, une étude analytique nous a conduit à la détermination des expressions des champs de vitesses, de température et de fraction massique et d'étudier l'influence du paramètre acoustique  $A$  ainsi que du nombre

de Rayleigh sur la séparation. On montre ainsi que pour une valeur de  $A$  donnée, il existe une valeur du nombre de Rayleigh thermique qui conduit à un optimum de séparation. Les résultats analytiques ont été corroborés par des simulations numériques directes permettant non seulement de déterminer la séparation mais aussi d'étudier la forme des champs de vitesses, de température et de fractions massiques ainsi que leur évolution en fonction des différents paramètres adimensionnels du problème.

On a dans cette nouvelle configuration deux paramètres de contrôle indépendants qui permettent d'agir sur la séparation des espèces qui sont le paramètre acoustique  $A$  et le nombre de Rayleigh,  $Ra$ .

## Références

- [1] J. Lighthill, Acoustic streaming, *J. Sound Vibration*, **61**, issue 3(1978) 391-418.
- [2] C. Eckart, Vortices and streams caused by sound waves, *Phys. Rev.* **73**, (1948) 68-76.
- [3] H. Lei, D. Henry and H. Ben Hadid, Numerical study of the influence of a longitudinal sound field on natural convection in a cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **49**, (2006) 3601-3616.
- [4] W. Dridi, D. Henry, and H. Ben Hadid, Influence de l'acoustic streaming on the stability of a laterally heated three-dimensional cavity, *Phys. Rev. E* **77**, (2008), 046311
- [5] M.C. Charrier-Mojtabi, A. Fontaine, A. Mojtabi, Influence of acoustic streaming on thermo-diffusion in a binary mixture under microgravity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **55**, (2012) 5992-5999
- [6] M. Lorenz and A.H. Emery, The packed thermal diffusion column, *Chem. Eng. Sci.* **11**, (1), (1959), 16-23.
- [7] O. Ecenarro, J.A. Madariaga, J. Navarro, C.M. Santamaria, J.A. Carrion and J.M. Saviron, Fickian and thermal diffusion coefficients from liquid thermogravitational columns, *Journal of Physics: Condensed matter*, **9**, (1990), 2289-2296.
- [8] M. Marcoux, M.C. Charrier-Mojtabi, M. Azaiez, Double diffusive convection in an annular vertical porous layer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **42**, (1999) 2313-2325.

# COMPARAISON ENTRE LES MODÈLES DE SMAGORINSKY ET WALE DANS LES SIMULATIONS NUMÉRIQUES DES ÉCOULEMENTS TURBULENTS A SURFACE LIBRE

I. AL KORACHI<sup>1</sup>, M. BENELMOSTAFA<sup>2</sup>, N. SALHI<sup>1</sup>, M. BOULERHCHA<sup>1</sup>, J.D CHAABANE<sup>1</sup>

Laboratoire de Mécanique et Energétique,

<sup>2</sup> Laboratoire de physique théorique des particules et modélisation,

Faculté des Sciences, BP. 717 Boulevard Mohamed VI - 60000 Oujda, Maroc

\* Corresponding author. E-mail: issamalkorachi@yahoo.fr

## Résumé

Cette étude qui s'inscrit dans la lignée des travaux de recherche menés actuellement par le laboratoire de mécanique de l'université d'Oujda sur le transport des polluants dans la lagune de Nador, s'intéresse particulièrement aux simulations numériques de la turbulence dans les écoulements peu profonds en présence des recirculations et du frottement au fond. La première partie est purement numérique, elle traite l'influence de l'ordre des schémas de discrétisations des termes convectifs sur la précision, dans les simulations des écoulements à surface libre avec présence des structures tourbillonnaire et des recirculations. La comparaison entre les vitesses et les hauteurs obtenues pour deux solveurs du premiers et second ordre a montré l'imprécision du solveur de Roe du premier ordre, qui produit une dissipation numérique intolérable et justifie l'obligation de l'extension au schéma MUSCL du second ordre qui améliore considérablement la précision des simulations de ce type d'écoulements, car lorsqu'il s'agit des simulations des écoulements dissipatifs, il se peut qu'un schéma convectif du premier ordre reproduise, pour un nombre de Reynolds, des lignes de courant très semblables à ceux obtenues par un schéma du second ordre, mais pour un nombre de Reynolds largement différents. La deuxième partie est consacrée à la modélisation de la turbulence 2D-LES des eaux profondes et peu profondes fondée sur les modèle de Smagorinsky et WALE pour déterminer les viscosités 2D sous maille et 3D. Le modèle WALE, n'a pas été adopté pour exprimer la viscosité 2D sous maille à cause de sa construction destinée seulement aux écoulements 3D. Une étude comparative entre les deux modèles a été effectuée dans le cas d'un canal en expansion. Les résultats confirment la diminution de la viscosité 3D près des parois par le modèle WALE ainsi que le comportement incorrect du modèle de Smagorinsky qui demande l'introduction d'une fonction d'amortissement pour rectifier la viscosité dans cette zone. Dans les régions loin de paroi, les comportements des deux modèles sont également peu différents et influencent

quelques fois la structure de l'écoulement notamment dans le cas des eaux profondes.

**Mots clés :** Ecoulements à surface libre, Equations de Saint-Venant, Solveur de Roe, Simulation des grandes échelles, modèle de Smagorinsky, modèle de WALE.

## Equations du mouvement des écoulements à surface libre en régime turbulent

Le système suivant présente les équations gouvernant les écoulements à surface libre en régime turbulent [1, 2] :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x_1} + \frac{\partial G}{\partial x_2} = S_p + S_f + D \quad \text{avec}$$

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu_1 \\ hu_2 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} hu_1 \\ hu_1^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ hu_1u_2 \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} hu_2 \\ hu_1u_2 \\ hu_2^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}$$

Avec  $h$  est la hauteur de l'écoulement,  $u_1$  et  $u_2$  sont les vitesses suivant  $x_1$  et  $x_2$  et  $g$  représente l'accélération de la pesanteur. Le terme  $S_p$  représente la variation de pente, avec  $b$  est la fonction qui décrit le fond et  $S_f$  représente les contraintes de frottement au fond :

$$S_p = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial b}{\partial x_1} \\ -gh \frac{\partial b}{\partial x_2} \end{pmatrix}; \quad S_f = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh\tau_x^b \\ -gh\tau_y^b \end{pmatrix} \quad \text{et}$$

$$\tau_x^b = \frac{n^2}{h^{4/3}} \left( \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \right) u_1 \quad \text{et} \quad \tau_y^b = \frac{n^2}{h^{4/3}} \left( \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \right) u_2$$

Et  $n$  est le coefficient de Manning. Le terme turbulent est modélisé par la célèbre hypothèse de Boussinesq comme suit :

$$D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\mathcal{G}_t \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial hu_1}{\partial x_1} \right) + \mathcal{G}_t \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial hu_1}{\partial x_2} + \frac{\partial hu_2}{\partial x_1} \right) \\ \mathcal{G}_t \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial hu_1}{\partial x_2} + \frac{\partial hu_2}{\partial x_1} \right) + 2\mathcal{G}_t \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial hu_2}{\partial x_2} \right) \end{pmatrix}$$

Où  $\mathcal{G}_t$  est la viscosité cinématique totale.

## Réduction de la dissipation numérique par la technique MUSCL

Les équations du système de Saint-Venant sont discrétisées par la méthode des volumes finis sur un maillage triangulaire. La discrétisation temporelle se fait à l'aide d'un schéma d'Euler explicite du premier ordre alors que les flux convectifs sont évalués par le solveur de Roe du premier et du second ordre. Le solveur de Roe est un solveur approché de type Godounov, basé sur la résolution exacte du problème de Riemann linéarisé, tandis que l'extension au second ordre est réalisé la technique MUSCL par une meilleure estimation (interpolation linéaire d'ordre

2) des états gauche et droite de chaque interface. Le terme de diffusion est discrétisé par un schéma de type Diamant et la viscosité cinématique totale est prise constante dans ce cas test, elle est égale à 0.002. Ces équations sont discrétisées sur un maillage triangulaire de 8390 nœuds et 16452 cellules pour le calcul de l'écoulement dans une cavité entraînée, les conditions aux limites choisies correspondent aux conditions de non-glissement.

Pour comparer les deux schémas nous avons tracé des coupes de la hauteur  $h$  et de la vitesse  $u$  à  $X=0.5$  calculés par le schéma de Roe avec et sans MUSCL (figure 1), Les courbes dévoilent une différence remarquable entre les vitesses et les hauteurs calculées à travers les deux schémas, cette différence est due essentiellement à la dissipation numérique produite par le schéma de Roe d'ordre 1. L'extension au second ordre diminue considérablement cette dissipation et montre l'imprécision du solveur de Roe du premier ordre, qui produit une dissipation numérique intolérable. La comparaison des lignes de courant et de la position du centre du tourbillon principale avec les résultats bibliographique montre la précision de la technique MUSCL, Malgré qu'on ne parvient pas à capter deux autres petits rouleaux qui se forment à l'extrémité des coins inférieurs gauche et droite lorsque le Reynolds est très grand à cause de la haute précision de la méthode multi-grille et le pas du maillage très fin permettent à Ghia [3] de prendre en compte ces petits rouleaux.

#### Application du modèle WALE dans les simulations numériques des écoulements turbulents a surface libre

Dans cette deuxième partie, la viscosité cinématique totale  $\mathcal{G}_t$  est spécifiée par le modèle 2D-LES visant les eaux turbulentes profondes et peu profonde, elle est la somme de trois contributions [4]:

$$\mathcal{G}_t = \mathcal{G}_{2h} + \alpha \mathcal{G}_v + \beta (\mathcal{G}_3 - \mathcal{G}_{2h})$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{\Delta^{4/3}}{\Delta^{4/3} + h^{4/3}} \text{ et } \beta = \frac{h^{4/3}}{\Delta^{4/3} + h^{4/3}}$$

$$\mathcal{G}_{2h} = (c_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij} \cdot S_{ij}} \text{ avec } i, j = 1, 2$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ avec } i, j = 1, 2, \Delta = \sqrt{S} \text{ est la taille}$$

de maille et  $S$  est la surface des mailles,

$c_s$  est la constante de Smagorinsky et  $\mathcal{G}_{2h}$  est la viscosité 2D sous maille qui décrit la turbulence horizontale. La seconde contribution modélise l'effet de la turbulence verticale :

$$\mathcal{G}_v = c_v h u_1 \sqrt{\frac{c_f}{2}} \text{ avec } c_v \approx 0.08$$

La dernière contribution compense le passage d'un écoulement tridimensionnel à un écoulement bidimensionnel : si  $\Delta \ll h$  on a  $\mathcal{G}_t = \mathcal{G}_{2h} + \mathcal{G}_v$  et si  $\Delta \gg h$  on a  $\mathcal{G}_t = \mathcal{G}_3$  avec  $\mathcal{G}_3$  est la viscosité tridimensionnelle d'un écoulement profond, elle est déduite par le modèle de Smagorinsky comme suite :

$$\mathcal{G}_3 = (c_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij} \cdot S_{ij}} \text{ avec } i, j = 1, 2, 3$$

Par utilisation des approximations d'isotropie

$$\text{suyvantes : } S_{13} = S_{23} = S_{12} \text{ et } S_{33}^2 = \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2)$$

Dans notre démarche, nous nous sommes inspirés du travail de Nicoud et Durcos [5] pour exprimer la viscosité de compensation :

$$\mathcal{G}_3 = (c_w \Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d \cdot S_{ij}^d)^{3/2}}{(S_{ij}^d \cdot S_{ij}^d)^{3/2} + (S_{ij}^d \cdot S_{ij}^d)^{5/4}} \quad i, j = 1, 2, 3$$

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2} (g_{ij}^2 + g_{ji}^2) - \frac{1}{3} \delta_{ij} g_{kk}^2 \text{ avec } i, j = 1, 2, 3 \quad g_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \text{ et}$$

$c_w$  est la constante WALE elle est reliée à la constante de Smagorinsky par la relation  $c_w^2 = 10.6 c_s^2$  [5]. Cette fois nous utilisons approximations suivantes :

$$S_{33}^2 = \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2) ; \quad g_{13} = g_{23} = g_{12}$$

$$\text{et } g_{31} = g_{32} = g_{21}$$

Le système d'équations en haut est discrétisé cette fois sur un maillage triangulaire de 16781 nœuds et 32960 cellules pour le calcul de l'écoulement dans un canal en expansion, à l'entrée du canal un profil de vitesse constant et unidirectionnel est imposé, la hauteur est imposée également à la sortie du canal (Tableau 1). Au niveau des frontières solides nous utilisons la loi de paroi logarithmique de Launder and Spalding [6]:

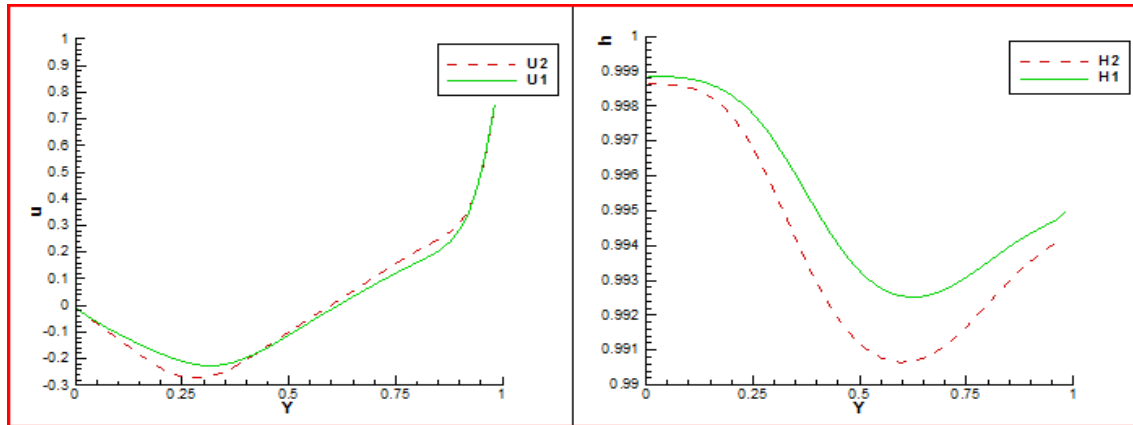
$$U^+ = \frac{1}{k} \ln(E y^+) \text{ avec } U^+ = \frac{U}{U^*} \text{ et } y^+ = \frac{y U^*}{\nu}$$

Valable dans le domaine  $30 \leq y^+ \leq 500$  avec  $\nu$  est la viscosité cinématique,  $k$  est la constante de Van Karman elle vaut 0.435 et  $E$  est une constante qui est égale à 9.

Test	$D$ (m)	$d$ (m)	$h$ (m)	$C_f$	$u_0$ (m/s)
T1	2.4	0.3	0.01	0.025	0.23
T2	2.4	0.3	0.015	0.025	0.23
T3	2.4	0.3	0.02	0.025	0.23

**Tableau 1 : Conditions de l'écoulement dans un canal en expansion**

la figure 2 montre une comparaison entre des coupes d'énergie cinétique turbulente 3D sous maille calculées par les deux modèles, nous remarquons deux comportements différents des deux modèles. Près des parois l'énergie cinétique turbulente augmente d'une façon considérable avec le modèle de Smagorinsky à cause des grandes déformations que connaît cette région. Le modèle WALE atténue cette augmentation (paroi supérieure) alors que sur la paroi inférieure l'énergie cinétique turbulente ne dépasse pas  $10^{-4}$ . Le modèle de Smagorinsky reproduit un grand pic d'énergie cinétique turbulente dans les régions proche de l'entrée. Ce pic s'atténue et se déplace vers le haut lorsqu'on s'éloigne de l'entrée. Alors que le modèle WALE donne des énergies turbulentes considérables au niveau des zones tourbillonnaires, ces énergies atteignent leurs maximums aux centres des tourbillons où la vorticité est maximale et aussi au niveau des régions de rencontre entre les deux tourbillons principales.



(B)

Figure 1 : Coupe de la hauteur  $h$  et de la vitesse  $u$  à  $X=0.5$  maillage  $(61*61)$  H1 et U1 : Schémas de Roe au premier ordre H2 et U2 : Extension au second ordre (MUSCL).

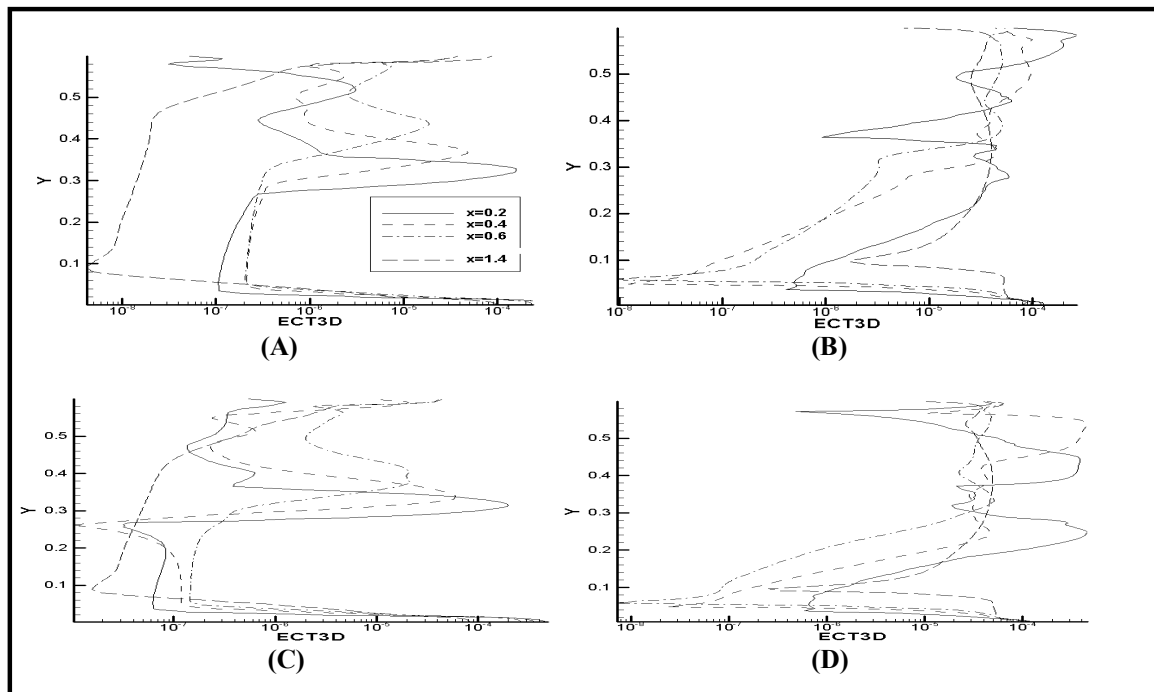


Figure 2 : Coupes d'énergie cinétique 3D en échelle logarithmique  
(A) : T2 Smagorinsky ; (B) : T2 WALE ; (C) : T3 Smagorinsky et (D) : T3 WALE

#### References

- [1] D. Yan, Z. Xueyi, Y. Changzhao and L. Dong, "The equations of complete depth-averaged turbulence model in general orthogonal coordinate". Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 17, (1996) 53-63.
- [2] J. Fe, L. Cueto-Felgueroso, F. Navarrina and J. Puertas, "Numerical viscosity reduction in the resolution of the shallow water equations with turbulent term". International journal for numerical methods in fluids, 58, (2008) 781-802
- [3] U. Ghia, K. N. Ghia and C. Shin, "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method", J. Computational. Physic, 48, (1982) 387-411
- [4] M. Nassiri, "Two-dimensional Simulation Models of Shallow Recirculating Flows". Tesis doctoral (1999), University of Montreal
- [5] F. Ducros, F. Nicoud and T. Poinso, "Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Models for Simulations in Complex Geometries". ICFD, (1998) 293-300
- [6] Launder. B. E. and Spalding, J. L. "The numerical computation of turbulent flows", Cornput. Methods Appt. Mech. Engrg.. . 3, (1974) 269-289.



# SIMULATION NUMÉRIQUE DE LA DISPERSION ET DU DÉPÔT DES PARTICULES DANS UN LOCAL VENTILÉ

S. EL HAMDANI<sup>1</sup>, A. BENDOU<sup>1</sup>, K. LIMAM<sup>2</sup>

(1) Laboratoire de mécanique, procédés de l'énergie et de l'environnement. ENSA Agadir

(2) LEPTAB, Université de La Rochelle, Av. Michel Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex 1, France

## 1-Introduction

Depuis quelques années la qualité de l'air intérieur s'impose comme un sujet qui préoccupe de plus en plus les citoyens, les politiques et les gouvernements. Les citoyens passent en moyenne de 20 à 22 heures par jour à l'intérieur de lieux clos (habitat, lieux de travail, ...) (ALIAGA C. et al 2003), or de nombreuses études tendent à montrer que la qualité de l'air y est parfois moins satisfaisante qu'à l'extérieur. Cette situation a même tendance à s'aggraver ces dernières années avec les mesures d'isolation et de réduction de la ventilation à des fins d'économies d'énergie. L'un des risques majeurs pour la santé publique est celui lié aux particules en suspension dans l'air. Les particules "fines" dont le diamètre est inférieur ou égal à 10 micromètres s'inhalent facilement. Elles pénètrent profondément dans les poumons (les particules  $<2.5\mu\text{m}$  atteignent les alvéoles) et sont à l'origine de graves troubles cardiaques et respiratoires.

Le dépôt des particules sur les surfaces ainsi qu'une stratégie de ventilation adaptée permettent de réduire la concentration particulaire de l'air intérieur (Sakina El Hamdani, 2008, Jerome Bouilly, 2005...). On se reportera aux travaux de Hinds (1982), Wallace (1996), Lai (2002), Abadie (2001) et Sakina El Hamdani (2008) pour une synthèse expérimentale sur le dépôt des particules sur les surfaces.

Ainsi la présente étude qui s'inscrit dans le cadre de la pollution particulaire de l'air intérieur, s'intéresse à l'effet de l'écoulement d'air et du dépôt des particules sur la pollution de l'air intérieur. Nous avons modélisé numériquement le transport et le dépôt des polluants avec l'approche Lagrangienne. Elle consiste à déterminer les trajectoires de chaque particule en considérant les différentes forces (gravité, diffusion moléculaire ...) ainsi que l'action de l'écoulement d'air. Cette étude, nécessite la connaissance de l'écoulement d'air qui peut être déterminée par le logiciel STAR CD. Les équations de la dynamique des particules sont alors résolues par la méthode Lagrangienne avec un code maison. En effet, en calculant les trajectoires d'un grand nombre de particules, on peut simuler le transport et le dépôt des particules, et étudier ainsi la variation de la concentration particulaire en fonction du temps. Ainsi, à l'aide de cet outil numérique, nous montrons l'influence de la ventilation sur le transport des polluants dans un volume très important, une chambre de dimension réelle  $30\text{m}^3$ .

## II Configuration géométrique et méthode de résolution

### II.1 Configuration géométrique

La Figure 1 présente la géométrie de la chambre étudiée.

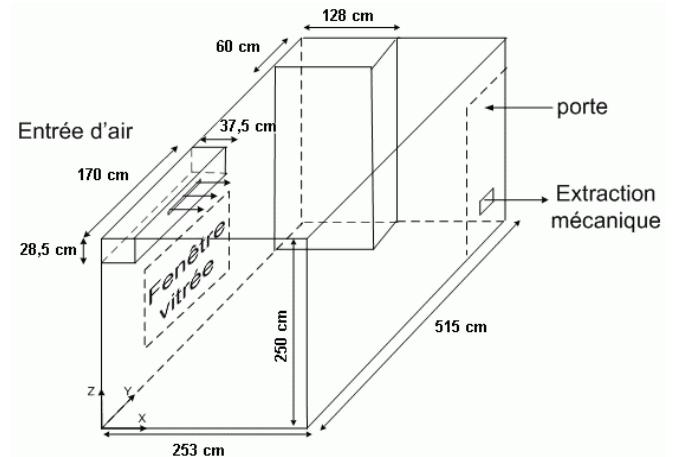


Figure 1 : Géométrie de la chambre étudiée

Cette pièce est ventilée mécaniquement par deux bouches de ventilation qui sont présentées ci-après (Figure 2).

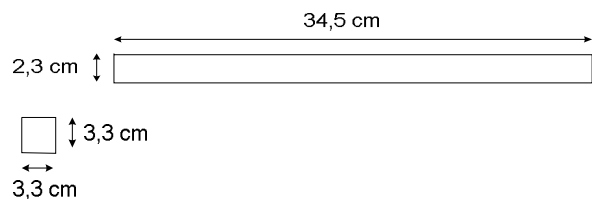


Figure 2 : Dimensions des bouches de ventilation

Le Tableau 1 présente les positions des bouches de ventilation dans le système de coordonnées cartésienne présenté dans la Figure 1.

Tableau 1 : Positions des bouches de ventilation (en cm)

Entrée d'air			Bouche d'extraction		
x	y	z	x	y	z
37,5	85	235,75	253	473,35	14,65

### II.2 Méthode de résolution

La détermination de l'écoulement nécessite un maillage très fin dans une grande partie du domaine. Afin de suivre avec précision toute variation des champs massique et aérodynamique, particulièrement dans la région où les gradients sont importants, nous avons adopté un maillage non uniforme, fortement resserré près des parois et des bouches de ventilation. Le maillage utilisé est un maillage structuré. Plusieurs tests ont été effectués pour optimiser le maillage au voisinage des parois afin d'utiliser le modèle  $k-\varepsilon$  à bas-nombre de Reynolds pour calculer l'écoulement d'air. La valeur de la distance adimensionnée  $y^+$  est inférieure à 1 pour toutes les parois du domaine. L'écoulement d'air à l'intérieur de la chambre a été obtenu à l'aide du code STARCD. Le critère de convergence choisi implique que la somme des résidus normalisés dans chaque volume de contrôle et pour chaque variable (vitesses, pression et quantités turbulentes) doit être inférieure à  $10^{-6}$ . Le schéma numérique utilisé est le schéma Quick. Pour cette étude, nous avons simulé deux cas de renouvellement d'air : 1 vol/h et 0.5 vol/h.

### III. Résultats

#### III.1. Phase fluide

Cette première partie vise à présenter l'écoulement d'air qui règne à l'intérieur de la chambre. La Figures 3-4) présentent le champ de vitesses d'air dans la chambre étudiée. Partout, dans la chambre, les vitesses sont très faibles. Elles sont de l'ordre de  $0,1955 \cdot 10^{-5}$  m/s pour 1 vol/h et  $0,5310 \cdot 10^{-6}$  m/s pour 0.5 vol/h. Au voisinage de l'entrée d'air la vitesse est de 0,272 m/s pour 1 vol/h et 0,1365 m/s pour 0.5 vol/h.

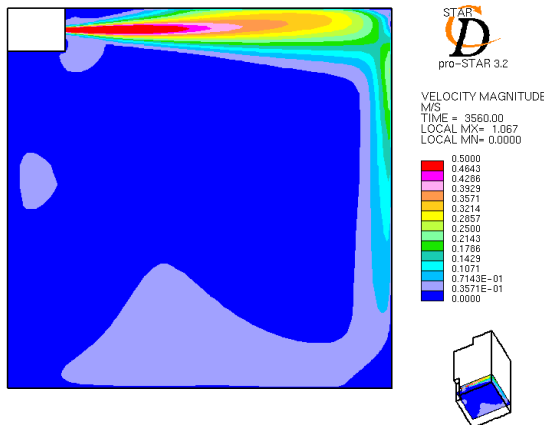


Figure 3 : Champ de vitesses dans le plans XZ passant par le centre de l'entrée d'air (1 vol/h)

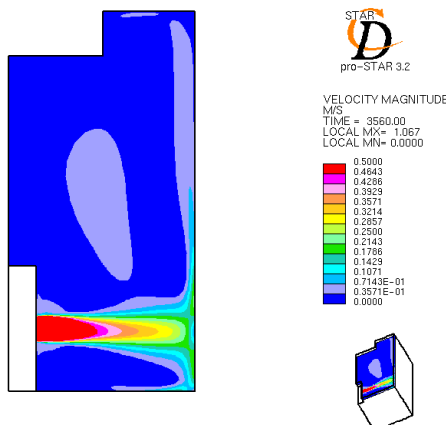


Figure 4 : Champ de vitesses dans le plans XY passant par le centre de l'entrée d'air (1 vol/h)

#### III.2. Phase dispersée : Trajectoires

Cette seconde partie vise à présenter le transport et la diffusion des particules initialement introduites dans le domaine d'étude. Après avoir obtenu l'écoulement fluide, les particules sont injectées soit au niveau de la bouche de soufflage (premier test réalisé) soit au cœur de la pièce. La dispersion des particules, leur dépôt éventuel ou encore leur extraction par la sortie sont alors étudiés.

Un premier test a été réalisé pour simuler l'injection de particules arrivant par la bouche d'entrée d'air. Les particules simulées sont des particules de  $2\mu\text{m}$  de diamètre, elles ne peuvent pas coaguler les unes aux autres. Les forces qui s'exercent sur ces particules sont essentiellement les forces de gravité et de traînée. La vitesse d'injection des particules est considérée comme égale à celle du fluide.

Sous l'effet de l'écoulement d'air et des diverses forces, les particules suivent des trajectoires distinctes qui les mènent jusqu'à la bouche d'extraction par laquelle elles sortent de la pièce (Figure 5) ou encore jusqu'aux parois auxquelles elles adhèrent (Figure 6).

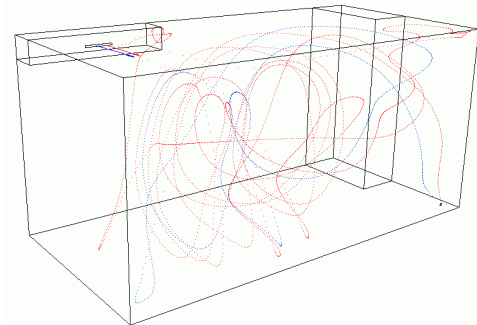


Figure 5 : Exemple de trajectoires de particules de  $2\mu\text{m}$  qui sortent de la pièce (injection à l'entrée d'air)

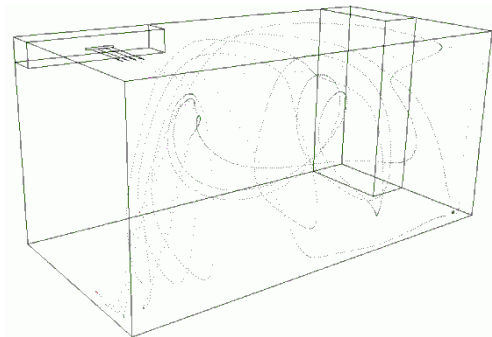


Figure 6 : Exemple de trajectoires de particules de  $2\mu\text{m}$  qui se déposent sur les parois (injection à l'entrée d'air)

La Figure 7 représente la localisation du lieu de dépôt des particules dans l'enceinte. La plupart des particules ont été collées sur la paroi en face de l'écoulement ce qui montre l'influence de l'écoulement d'air.

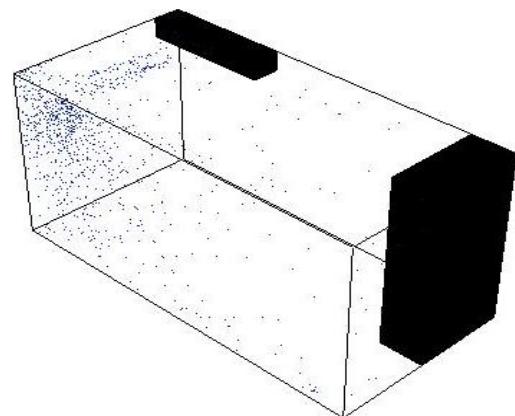


Figure 7 : Localisation du lieu de dépôt des particules

Suite à ce test, la simulation d'une injection au centre de la pièce a été effectuée afin d'étudier l'influence de la ventilation sur le transport des polluants intérieurs. D'une manière générale, les particules se déplacent dans un premier temps du centre de la pièce vers le caisson de soufflage de la ventilation (Figure 8 trait rouge) où elles sont fortement dispersées par le jet d'air. Ce premier

déplacement des particules est fortement lié au transport par l'air dans cette première zone qui est à faible turbulence et donc à faible dispersion turbulente. Ainsi, les lignes de courant du champ fluide depuis la position d'injection des particules, présentées en Figures 9 et 10 sont pratiquement confondues avec le début des trajectoires des particules. Dans un second temps, les particules, en rencontrant des zones à plus forte turbulence (près du jet), vont s'écarter du mouvement d'air par dispersion turbulente et acquérir leurs propres trajectoires.

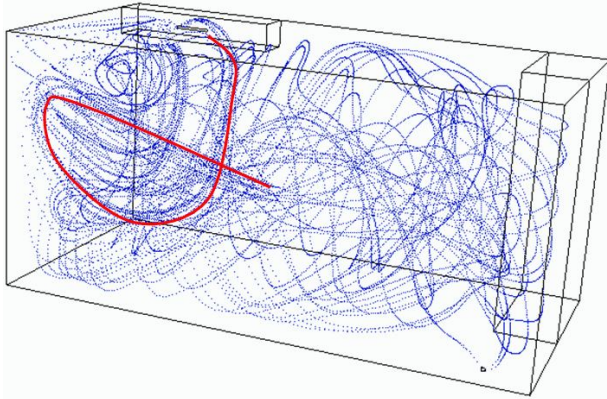


Figure 8 : Exemple de trajectoires de particules de  $2\mu\text{m}$  (injection au centre)

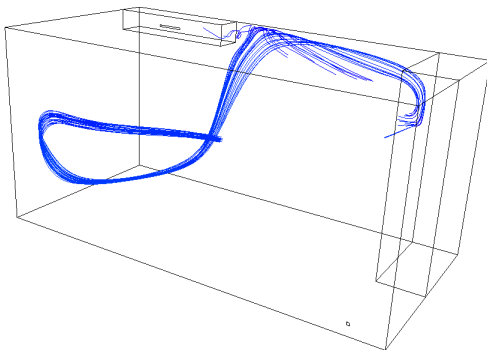


Figure 9 : Lignes de courant du champ fluide depuis la position d'injection des particules à  $t=6\text{min}$

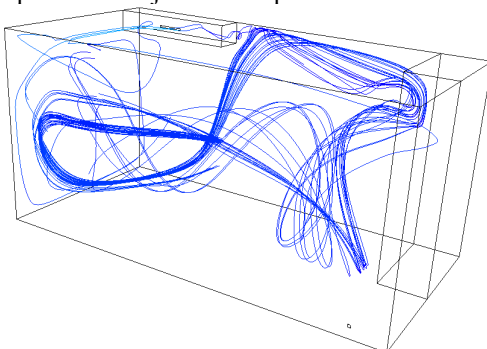


Figure 10 : Lignes de courant du champ fluide depuis la position d'injection des particules à  $t=13\text{min}$

#### **IV. Conclusion**

L'objectif principal de l'étude numérique de la chambre de  $30\text{m}^3$  était de présenter le potentiel de la simulation

numérique pour les problèmes liés au polluant particulaire dans les ambiances intérieures.

La présente étude a permis de mieux cerner l'influence de la ventilation sur la pollution particulaire, montrant que le mouvement des particules de l'air intérieur dépend non seulement du lieu d'injection du polluant (malgré une injection loin du soufflage, le polluant peut être aspiré par le jet du soufflage) mais aussi et essentiellement du chemin emprunté par le flux d'air dans l'ambiance (stratégie de ventilation).

#### **References**

- Sakina El Hamdani , K. Limam , M.O. Abadie ,\*, A. Bendou" Deposition of fine particles on building internal surfaces", 2008, Atmospheric Environment, vol 42, pages 8893–8901
- Jerome Bouilly, Karim Limam, Claudine Beghein, Francis Allard "Effect of ventilation strategies on particle decay rates indoors: An experimental and modeling study" 2005, International Journal of Atmospheric Environment, ALIAGA C. et WINQVIST K., 2003. Comment les femmes et les hommes utilisent leurs temps – Résultats de 13 pays européens. Eurostat, KS-NK-03-012-FR-N
- Abadie M, Limam K, and Allard F. 2001. Indoor particle pollution : effect of wall textures on particle deposition. Building and Environment, Vol (36), pp821-827.
- Hinds W C. 1982. Aerosols Technology, Properties, Behaviour and Measurement of Airborne Particles. Wiley-Interscience Publication, New York.
- Lai A C K. 2002. Particle deposition indoors: a review. Indoor Air. Vol 12, pp211-214.
- Wallace L A. 1996. Indoor Particles: A Review. Journal Air Waste Manage. Assoc. Vol 46, pp 98-126.

## MODELISATION PHYSIQUE DES ZONES D'UPWELLING

Z. EL OUEHABI<sup>1,2</sup>, G. MANGOUB<sup>2</sup>, K. HILMI<sup>1</sup>,  
A. BENZAOUZ<sup>1</sup>, M. CHAGDALI<sup>3</sup> ET E. MACHU<sup>4</sup>

1: Institut National de Recherche Halieutique

2 : Faculté des Sciences et Technique Settat

3 : Faculté des Sciences Ben M'sik

4 : Institut de Recherche pour le Développement Brest

### Introduction

L'upwelling ou la remontée des eaux est un phénomène océanographique qui se produit lorsque de forts vents marins (généralement des vents saisonniers) poussent l'eau de surface des océans laissant ainsi un vide où peuvent remonter les eaux de fond et avec elles une quantité importante de nutriments. Le phénomène de remontée d'eau se localise par leur résultat : une mer froide et riche en phytoplancton.

Les zones d'upwelling constituent des zones océaniques majeures pour la productivité et les ressources halieutiques. Quatre grands systèmes d'upwelling qui bordent les façades Ouest des grands continents : le courant de Benguela dans l'hémisphère Sud (sud de l'Angola, Namibie, Afrique du sud) et le courant des canaries dans l'hémisphère nord (Maroc, Mauritanie, Sénégal et Gambie) en atlantique, le courant Humboldt dans l'hémisphère sud (Pérou et Chili) et le courant de Californie dans l'hémisphère nord (USA et nord du Mexique) dans le pacifique.

Le phénomène d'upwelling marocain a été étudié depuis les années 40 par [3] au nord de cap Juby. Au début des années 1970, ce système a suscité un intérêt scientifique dans la région, notamment le long de la côte Atlantique marocaine [15]. L'effort s'est relâché pendant les années 1980 et concerné surtout l'analyse des données météorologiques ([1], [2] et [11]), hydrodynamique et l'analyse des images satellitaires ([14];[7]). L'indice d'upwelling, qui est la différence de température des eaux de surface entre la côte et le large 10°N et 35°N sur la côte nord-ouest africaine pour la période 1969-1376 [11] montre l'activité des résurgences en été au nord, de manière plus intense aux environs de 12°N en mars, entre 19°N et 25°N du printemps jusqu'à l'automne (mai-juillet et septembre-octobre) et vers 30°N pour juillet-août.

Dans ce travail, on s'intéresse à la modélisation physique des zones d'Upwelling marocaines.

### Matériels Et Méthodes :

Notre choix se portera sur un modèle tridimensionnel basé sur les équations primitives : Regional Ocean Modeling System:ROMS. Ce modèle résout les équations primitives de Navier-Stokes couplées avec des équations de conservation pour la température et la salinité, et l'équation d'état non-linéaire de l'UNESCO. Ces équations sont basées sur plusieurs hypothèses :

- L'approximation hydrostatique est faite c'est-à-dire que l'équation de mouvement sur la verticale est réduite à un équilibre entre force de gravité et gradient vertical de pression.

- L'approximation de Boussinesq qui permet de supposer la densité constante, si ses variations sont petites, dans tous les termes des équations à l'exception du terme de gravitation.

- L'approche de Reynolds qui émet une hypothèse de fermeture turbulente. L'effet des petites échelles sur les grandes est paramétré.

On obtient donc un système d'équations résolu par ces modèles :

Equations du mouvement :

$$\partial u / \partial t + U \square u - f v = -1 / \rho_0 \cdot \partial P / \partial x + A_n \square_n^2 u + A_v \partial^2 u / \partial z^2$$

$$\partial v / \partial t + U \square v - f u = -1 / \rho_0 \cdot \partial P / \partial y + A_n \square_n^2 v + A_v \partial^2 v / \partial z^2$$

Equation d'état de l'eau de mer :

$$\rho = \rho(T, S, z)$$

Equation de continuité:

$$\text{div} U = \partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z$$

Equation de conservation de la Température de la salinité:

$$\partial T / \partial t + U \square T = K_n \square_n^2 T + K_v \partial^2 T / \partial z^2$$

$$\partial S / \partial t + U \square S = K_n \square_n^2 S + K_v \partial^2 S / \partial z^2$$

La première étape pour entamer ce sujet était l'installation du modèle sur une machine sous environnement UNIX après une série d'inscription dans ROMS et Roms-tools, de téléchargements et de décompression des différents fichiers. La zone d'étude choisie pour ce travail représente la côte atlantique marocaine dont la longitude de la zone choisie est comprise entre -35° et -5°W et la latitude entre 8° et 43° N (Figure 1)

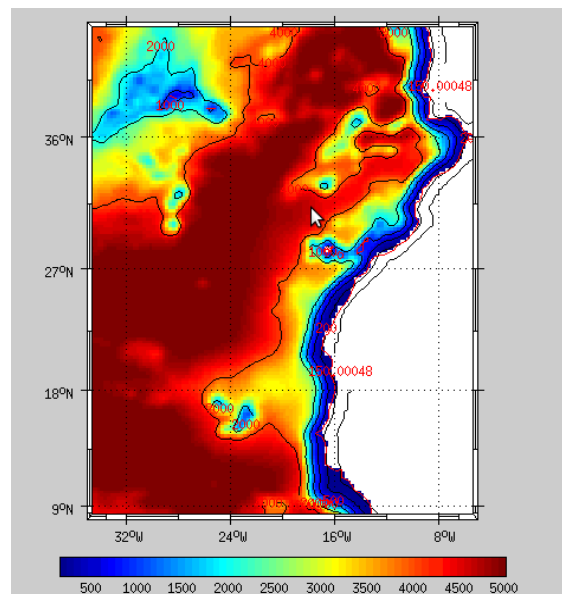


Figure 1: Bathymétrie de la zone étudiée obtenue par ROMS

Après avoir choisi la zone à étudier et établi la carte de bathymétrie, les conditions initiales et aux frontières doivent être fournis au modèle (figures 2,3)



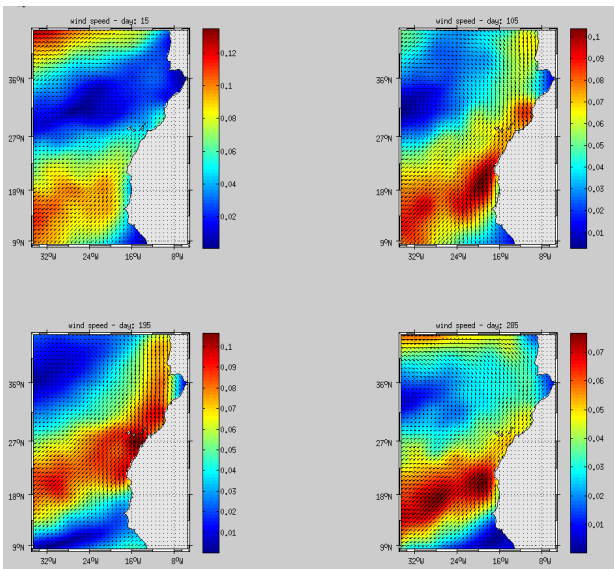


Figure 2: Le forçage des vents dans la zone d'étude pour les quatre saisons

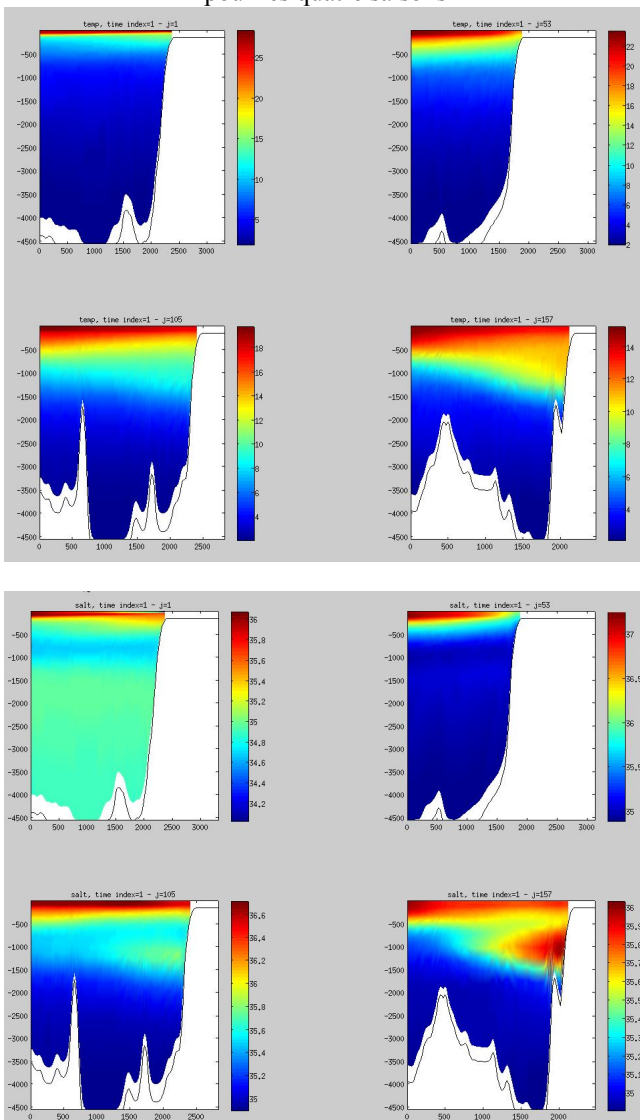


Figure 3a: Les conditions initiales de température  
Figure 3b: Les conditions initiales de salinité

Les conditions initiales montrent une stratification décroissante sur toute la colonne d'eau. La salinité en surface est plus élevée que celle au fond, à partir de 1500m

une salinité constante est observée.

**Résultats :**

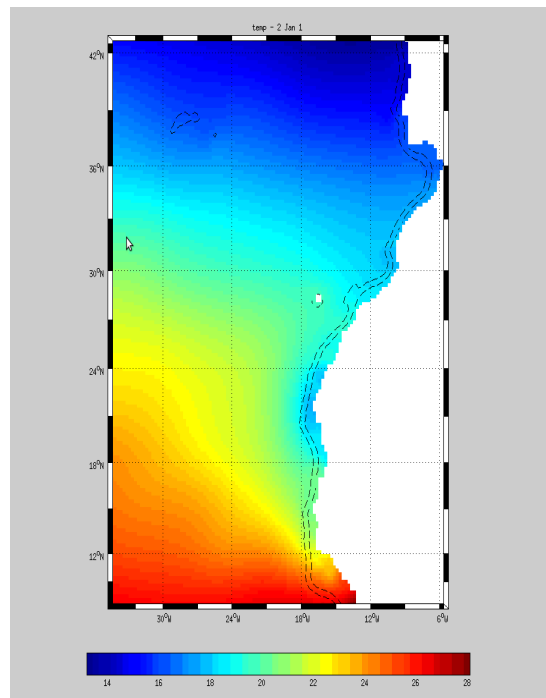


Figure 4a: Carte de distribution obtenue de la température de la zone étudiée obtenues par ROMS (2 jan 2012)

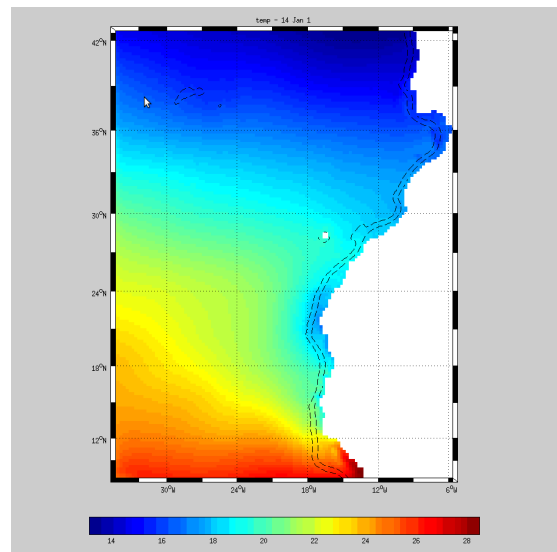


Figure 4b: Carte de distribution obtenue de la température de la zone étudiée par Roms (14 jan 2012)

**Résultats et Discussions :**

Les cartes obtenues par Roms sont des cartes de distribution de température, salinité, élévation de surface, dans ce travail on s'est focalisé juste sur les cartes de température car on possède des images de satellites pour ce paramètre afin de valider les résultats obtenus par ROMS (Figure 5a et 5b). En comparant les sorties de ROMS avec les images de satellite on peut dire que les valeurs de température de la zones d'étude dans les dates choisies sont très proches.



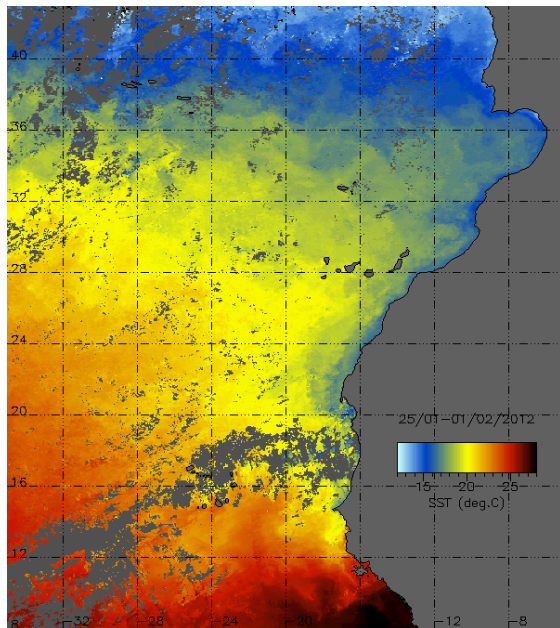


Figure 5a: Carte de distribution de température obtenue par MODIS (01 jan 2012)

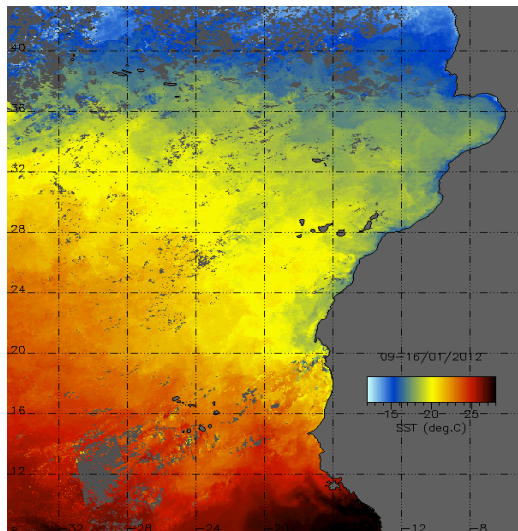


Figure 5b: Carte de distribution de température obtenue par MODIS (14 jan 2012)

#### Références

- [1]Arfi R., 1984.Variation d'intensité de l'upwelling nord-mauritanien entre 1955 et 1982. Implications écologiques. Bull. Centr. Rech. Océogr. Et des pêches, Vol 23:pp:6-27.
- [2]Arfi R., 1985. Variabilité inter-annuelle d'un indice d'intensité des remontées d'eau dans le secteur du cap J.Fish.Aquat.Sci.42:1969-1978.
- [3]J.Furnestin, 1959. Hydrologie du Maroc Atlantique. Rev. Trav. Inst. Pêches marit.
- [4]Makaoui A., A. Orbi, S. Zizah et K. Hilmi, 2001. Principales caractéristiques océanographiques de la côte atlantique marocaine de 1994 à 1998 Bulletin de l'Institut Scientifique, Rabat, Section Science Sciences de la Vie, N°23,44-54.
- [5]Makaoui A., 2008. Etude de l'upwelling côtier de la côte atlantique marocaine et son impact sur la sédimentologie du plateau continental. Thèse de doctorat, en Sciences et Procédés d'Analyse, Université Hassan II-Mohammedia.
- [6]Moujane A., M. Chagdali , B. Blanke et S. Mordane . Impact des vents sur l'upwelling au sud du Maroc ; apport du modèle ROMS forcé par les données ALADIN et

QuikSCAT.

[7]Nykjaer L. and L. Van Camp, 1994. Interannual variabilities of upwelling indices along the Northwest African coast. Géobserveur, Marisy 1992, pp. 175-179.

[8]Le corre P. et P. Tréguer, 1976. Contribution à l'étude des sels nutritifs et de la matière organique dissoute dans l'eau de mer. Caractéristiques chimiques du Golf de Gascogne et des upwellings côtières de l'Afrique du Nord-Ouest. Thèse Doct. Etat, Univ. Brest, 490p.

[9]Schemainda R., D. Nehring et S.Schulz, 1975. Organic matter perservation on Pakistan continental margin as revealed by biomarkers geochemistry. Organic Geochemistry, 31, pp. 1005-1022

[10]Somoue L., N. Elkhiaati, A. Vaquer, M.Ramdani, O.Ettahiri, A.Makaoui et Am.Berraho, 2003.Contribution à l'étude des diatomées dans l'écosystème pélagique côtier au sud de l'atlantique marocain (21°N-26°30'N). Journal de Recherche Océanographique, Vol(28), 1-13.

[11]Speth P. and H. Detlefsen, 1982. Meteorological influences on upwelling off Northwest Africa. Rapp. P.-v : Reun. Cons. Int. Explor. Mer : 180 : 29-34

[12]Thiriot A., 1976. Les remontées d'eau (upwelling) et leur influence sur la production pélagique des côtes atlantiques du Maroc. Bull. Inst. Pêches mar. Maroc, 22:pp.1-12.

[13]Treguer P. and P. Le Core, 1979. The ratio of nitrate, Phosphates and silicate during uptake and regeneration phases of the moroccan upwelling region. Deep-sea Res., 26, pp 163-184.

[14]Van Camp L., L. Nykjaer, E. Mittelstaedt and P. Schlittenhardt, 1991. Upwelling and boundary circulation off Northwest Africa as depicted by infrared and visible satellite observations. Progr. Oceanogr., 26 (4), pp. 357-402

[15]Wooster W.S., A.Bakun et D.R. Mclain, 1976. The seasonal upwelling cycle along the eastern boundary of the north Atlantic. J.Mar. Res., 34,131-141.0visible satellite observations. Progr.Oceanogr., 26 (4):357- 402.

**Documentation concernant le modèle utilisé:**  
<http://www.myroms.org/documentation/>. User's Manual for the Regional Ocean Modeling System and the Terrain - following Ocean Modeling System (ROMS/TOMS).

# NUMERICAL SIMULATION OF PILOTED METHANE - AIR TURBULENT JET FLAME.

A. GUESSAB<sup>(1)</sup>, A. E. KARIS<sup>(2)</sup>,  
T. BENEABDELLAH<sup>(3)</sup>, M. TAHA JANAN<sup>(4)</sup>

<sup>(1),(3)</sup> Industrial Products and Systems Innovations (IPSI)  
Laboratory, ENSET Oran, Algeria

E-mail : med\_guessab@yahoo.fr

<sup>(2)</sup> Laboratoire des Carburants Gazeux et de l'Environnement, L.C.G.E,  
USTOMB-Algérie

<sup>(4)</sup> Laboratoire de Mécanique des Fluides, ENSET de Rabat,  
Maroc.

## 1. Problem Description

An experiment result of piloted jet flame was reported by Barlow *et al.* [1]. The geometrical configuration of the burner for predicted methane-air turbulent combustion is that reported in (Fig.1). The combustor was oriented vertically to minimize three-dimensional effects. The geometry for this test is a cylindrical combustor with coaxial injectors, where the natural gas is injected by the primary tube and the air piloted flow through the secondary annulus, as shown in figure 1. The total pressure of the combustor is 94 KPa. In the fuel stream, the uniform inlet gas velocity is 49.6 m/s and the flow rate is 2.982 g/s, with a temperature of 294K. In the air stream, the uniform inlet air velocity is 0.9 m/s and the flow rate is 36.3 g/s, with a preheated temperature of 291 K. The dimensions and flow parameters of the burner are given in Table 1.

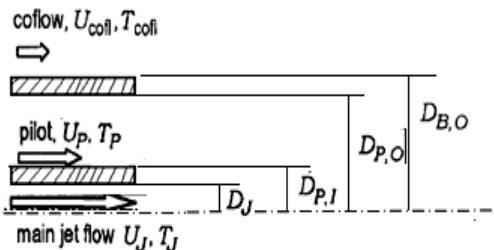


Fig. 1. Geometry of the coaxial combustor [1].

Main jet inner diameter	$D_{jet}$ (mm)	7.2
Pilot annulus inner diameter	$D_{P,I}$ (mm)	7.7
Pilot annulus outer diameter	$D_{P,O}$ (mm)	18.2
Burner outer wall diameter	$D_{B,O}$ (mm)	18.9
$U_{coflow}$ (m/s), $T_{coflow}$ (K)		0.9, 291
Main-jet species concentration (volume fraction)		25% CH <sub>4</sub> 75% Air
$U_{jet}$ (m/s), $T_{jet}$ (K)		49.6, 294
$U_p$ (m/s), $T_p$ (K)		11.4, 1880

Tab. 1. Dimensions and flow parameters

In the present computation, the reaction rate are computed by Eddy dissipation model for turbulent flow, both the Arrhenius rate and mixing rate are computed and smaller of the two is used. The specific heat values for the species are defined as piecewise-polynomial function of temperature.

## 2.1. The Eddy Dissipation Combustion model (EDM)

In this study, the effective reaction rate, for the combined model, is computed to be the minimum of the Finite Chemistry Rate and the Eddy Dissipation rate. This procedure is applied for each reaction step separately. The EDM was introduced by Magnussen [2] and its usage has become widespread in industrial applications.

$$R_i = \min \left\{ \begin{array}{l} v'_{i,r} \cdot M_{w,i} \cdot A \cdot \rho \frac{\varepsilon}{k} \min \left( \frac{Y_R}{v'_{i,r} M_{w,R}} \right), \\ v'_{i,r} \cdot M_{w,i} \cdot A \cdot B \cdot \rho \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\sum_p Y_p}{\sum_j v'_{j,r} M_{w,j}} \right) \end{array} \right\} \quad (1)$$

Where:

$k$  - turbulence kinetic energy

$\varepsilon$  - turbulence dissipation rate

$Y_p, Y_R$  - mass fraction of species

$A$  - Magnussen constant for reactants (default 4.0)

$B$  - Magnussen constant for products (default 0.5)

$M_{w,i}$  - molecular weight

$(R), (P)$  - reactants, products

$v'_i, v'_j$  - stoichiometric coefficient for reactant  $i$  and product  $j$  in reaction

The global chemical kinetics scheme of Westbrook and Dryer (Tab.2) [3] was used to describe the combustion process in terms of 5 species (CH<sub>4</sub>, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, O<sub>2</sub> and N<sub>2</sub> as inert).

No.	Reaction	$A_k$	$\beta_k$	$E_k$ [J/molK]	Reaction orders
WD1	CH <sub>4</sub> +2O <sub>2</sub> → CO <sub>2</sub> +2H <sub>2</sub> O	1.0e+12	0	1.0e+08	[CH <sub>4</sub> ] <sup>0.5</sup> [O <sub>2</sub> ] <sup>1.25</sup>

Tab. 2. Westbrook and Dryer Global 1-Step Chemical Kinetics Mechanism for CH<sub>4</sub>/air combustion and reaction rate coefficients [3].

For the four-step reaction:

No.	reaction	$A_k$	$\beta_k$	$E_k$ [KJ/mol]	Reaction orders
JL1	CH <sub>4</sub> +0.5O <sub>2</sub> → CO+2H <sub>2</sub>	7.82e+13	0	30.0e+03	[CH <sub>4</sub> ] <sup>0.5</sup> [O <sub>2</sub> ] <sup>1.25</sup>
JL2	CH <sub>4</sub> +H <sub>2</sub> O → CO+3H <sub>2</sub>	0.30e+12	0	30.0e+03	[CH <sub>4</sub> ][H <sub>2</sub> O]
JL3	H <sub>2</sub> +0.5O <sub>2</sub> → H <sub>2</sub> O	1.21e+18	-1	40.0e+03	[H <sub>2</sub> ] <sup>0.25</sup> [O <sub>2</sub> ] <sup>1.5</sup>
JL4	CO+H <sub>2</sub> O → CO <sub>2</sub> +H <sub>2</sub>	2.75e+12	0	20.0e+03	[CO][H <sub>2</sub> O]

Tab. 3. Jones Lindstedt reduced Multi-Step Chemical Kinetics Mechanism for CH<sub>4</sub>/air combustion and reaction rate coefficients [4]

The forward rate constant for all reactions is computed using the Arrhenius expression:

$$k = A_k T^{\beta_k} \exp(-E_k/RT) \quad (2)$$

Where:

$A_k$  = pre-exponential factor (consistent units)

$\beta_k$  = temperature exponent (dimensionless)

$E_k$  = activation energy for the reaction [KJ mol<sup>-1</sup>]

$R$  = universal gas constant [J Kmol<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>]

## 3. Simulation detail

For steady-state flows, the conservation equations of mass, momentum, species and energy in cylindrical

coordinates can be expressed in the following generalized form

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho V \Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \Gamma_{\Phi r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + S$$

(2)

Where  $\Phi$  is a general dependent variable, representing three velocity components  $U$ ,  $V$ , turbulent kinetic energy ( $k$ ), its dissipation rate ( $\varepsilon$ ), enthalpy ( $h$ ) and mass fraction ( $Y_s$ ),  $\Gamma_{\Phi}$  is the corresponding exchange coefficient,  $S_{\Phi}$  is the corresponding source/sink term [5]. The governing equations (2) are solved using the CFD package Fluent [5] modified with User Defined Functions in order to integrate the reaction rate formula proposed by Westbrook *et al.* [3] and Jones *et al.* [4]. Fluent was utilized due to its ability to couple chemical kinetics and fluid dynamics. In computational fluid dynamics, the differential equations govern the problem are discretized into finite volume and then solved using algebraic approximations of differential equations. These numerical approximations of the solution are then iterated until adequate flow convergence is reached. The chemical kinetics information is then coupled into fluid dynamics equations to allow both phenomena to be incorporated into a single problem. The SMPLE algorithm [6] of velocity-coupling was used in which the mass conservation solution is used to obtain the pressure field at each flow iteration. The numerical approximations for momentum, energy, and species transport equations were all set to first order Upwind scheme. This means that the solution approximation in each finite volume was assumed to be linear. This saved on computational expense. In order to properly justify using a first order scheme, it was necessary to show that the grid used in this work had adequate resolution to accurately capture the physics occurring within the domain. In other words, the results needed to be independent of the grid resolution. This was verified by running simulations with higher resolution grids. In a reacting flow such as that studied in this work, there are significant time scale differences between the general flow characteristics and the chemical reactions. In order to handle the numerical difficulties that arise from this, the STIFF Chemistry Solver was enabled in Fluent. The STIFF Chemistry Solver integrates the individual species reaction rates over a time scale that is on the same order of magnitude as the general fluid flow, alleviating some of the numerical difficulties but adding computational expense. For more information about this technique refer to Fluent [5]. Overall, the computational model solved the following flow equations: mass continuity,  $r$  momentum,  $x$  momentum, energy, and  $n-1$  species conservation equations where  $n$  is the number of species in the reaction. The  $n$ -th species was determined by the simple fact that the summation of mass fractions in the system must equal one. The criterion of convergence is the summation of residual mass sources less than  $10^{-3}$  for the other terms of the transport equations and is  $10^{-6}$  for energy equation. The computational space seen in Fig. 1 given a finite volume mesh is divided by a staggered non-uniform quadrilateral cell (Fig. 2). A total number of 640 ( $32 \times 20$ ) quadrilateral cells were generated using non-uniform grid spacing to provide an adequate resolution near the jet axis and close to the burner where gradients were large. The grid

spacing increased in the radial and axial directions since gradients were small in the far-field.

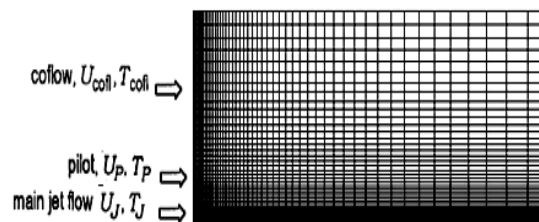


Fig. 2. Mesh of combustion chamber.

The combustion will be modeled using 1-step global mechanism and reduced 4-step reaction mechanism and the radiative heat transfer of the confined flames is calculated with the P1 model [5].

## Results

We begin by comparing the computational cost of the two kinetic models in terms of the average CPU (execution) time per time step. The relative elapsed CPU times are compared in Table 6.

Kinetic model	Species	Reaction	CPU Time/iter. (s)	Nb. iterations
1-step [WD]	04	01	0.00396	635
4-step [JL]	05	04	0.0554	2845

Tab. 6. Average execution time per time step.

In the 4-step mechanism, more reaction equations are computed, then more CPU time is spent and more difficult it is to convergence. That in general the computational cost increases with the number of reaction-step and species and more difficult it is to convergence.

## Temperature profiles

The results are shown in Figs. 3 to 8. It can be seen that in comparison with the experimental results [1], Figure 3 show the axial distributions of temperature. 1-step and 4-step model all predict the peak of temperature distribution and the predicted peaks are all near the position of the experimental one:  $x/D_{jet} = 47$ . The predicted temperature profiles (Fig. 4 and 5) using two mechanisms have the same right trend; however, quantitatively the 4-step scheme (J-L mechanism) gives the best agreement with experimental data.

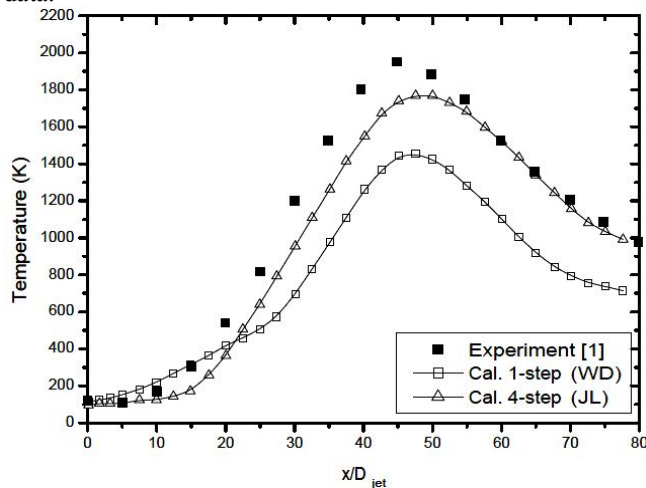


Fig. 3. Axial distribution of temperature.



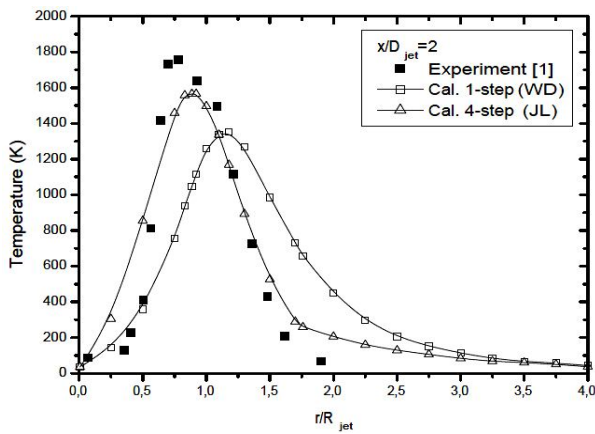


Fig. 4. Temperature profile at  $x/D_{jet}=2$ .

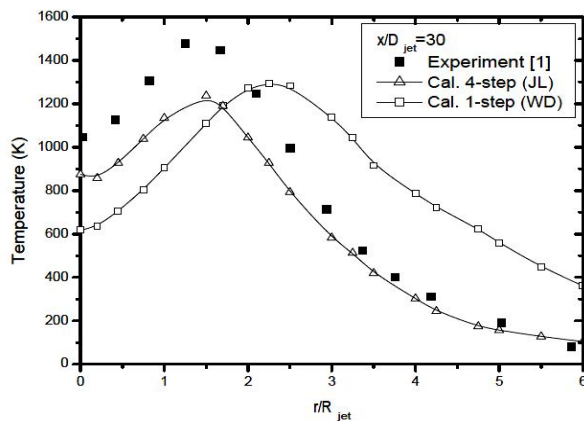


Fig. 5. Temperature profile at  $x/D_{jet}=30$ .

### CH<sub>4</sub> and O<sub>2</sub> concentrations profiles

Figures 6-7 and 8 show CH<sub>4</sub> and O<sub>2</sub> profiles. Once again, the 4-step global mechanism gives the best results. The predicted CH<sub>4</sub> concentration (Fig. 7) using the 1-step is much larger than measured, since the fuel is much less consumed under the much lower reaction rate provided by the 1-step mechanism model. Similar results are obtained for oxygen concentration profiles (Fig.8).

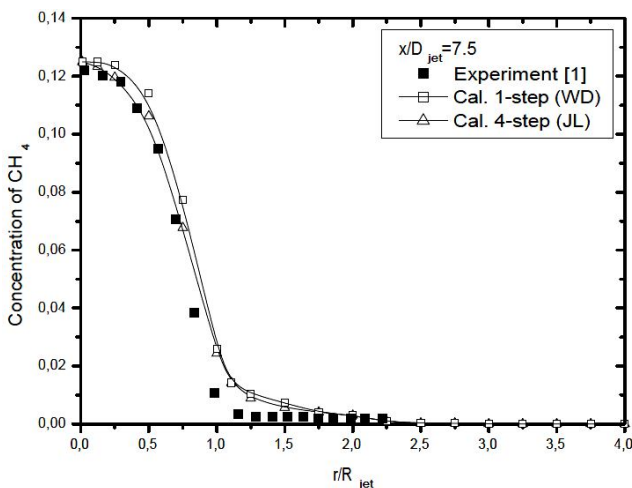


Fig. 6. CH<sub>4</sub> concentration profile at  $x/D_{jet}=7.5$

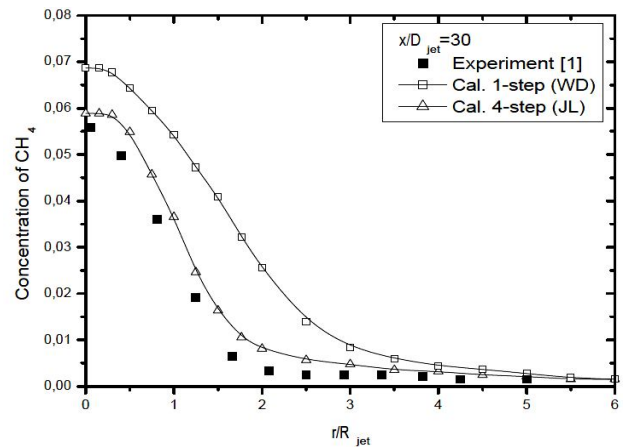


Fig. 7. CH<sub>4</sub> concentration profile at  $x/D_{jet}=30$

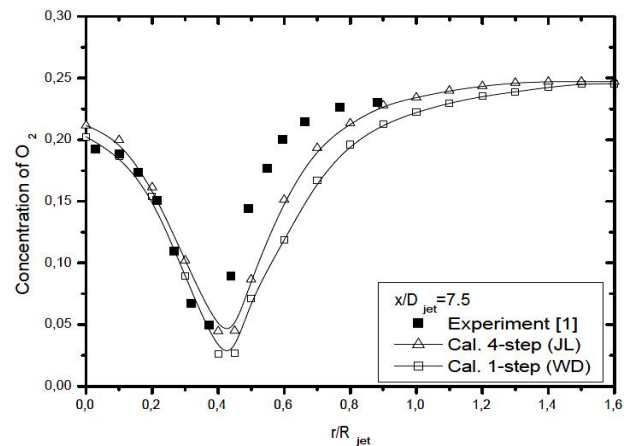


Fig. 8. O<sub>2</sub> concentration profile at  $x/D_{jet}=7.5$

### Conclusion

In general, in the 4-step mechanism, the presence of CO and H<sub>2</sub> lowers the total heat release and the adiabatic flame temperature is below the values predicted by the 1-step global mechanism and the smallest flame is predicted by the global reaction, whereas the largest flame is predicted by the 4-step mechanism.

### References

- [1] Barlow R, Chen J-Y, Bilger R, et al. Sandia Piloted CH<sub>4</sub>/Air Jet Flame: Preliminary Data release, 3<sup>rd</sup> International Workshop on Measurement and Computation of Turbulent Nonpremixed Flames. <http://www.ca.sandia.gov/Workshop/Workshop.html>.
- [2] Magnussen B, Hjertager BH (1976) 16th symposium (int.) on combustion, 719-729, The Combustion Institute, Pittsburgh.
- [3] Westbrook C.K. and Drayer F.L., "simplified Reaction Mechanisms for the Oxidation of Hydrocarbon Fuel in Flames", J. of Combustion Science and Technology, Vol.27, pp.31-43, 1981.
- [4] Jones, W. P., Lindstedt, R. P., Global Reaction Schemes for Hydrocarbon Combustion, *Combustion and Flame*, 73 (1988), 3, pp. 233-249
- [5] FLUENT. 2009. "Theory Guide: Release 12.0." Last modified January 23, 2009.
- [6] Patankar, S. V., 1980, Convection and Diffusion", Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemispherical Publishing Corporation.

# MESURE ET ANALYSE DES PERFORMANCES HYDRAULIQUES D'ASPIRATION D'UNE POMPE CENTRIFUGE DÉBITANT DES MIXTURES SOLIDES - LIQUIDES

ABDELKRIM LADOUANI <sup>1</sup>, ALI NEMDILI <sup>2</sup>

Département d'Hydraulique  
Faculté d'Architecture et de Génie Civil  
Université des Sciences et de la Technologie – Mohamed  
Boudiaf – d'Oran, B.P. 1505, El-M'Naouer, Oran 31000,  
Algérie

<sup>1</sup> e-mail : ladouani\_abk@yahoo.fr

<sup>2</sup> e-mail : alnemdili@yahoo.com

**Résumé :** Dans la présente étude, les courbes de hauteur d'aspiration et de *NPSH* (cavitation) d'une pompe centrifuge véhiculant des mixtures solides - liquides (vase de barrage) de diamètre  $d_{50}$  inférieur à 100  $\mu\text{m}$  sont déterminées expérimentalement. Les résultats obtenus, montrent que les hauteurs maximales d'aspiration de la mixture sont presque identiques à celles de l'eau, mais diminuent pour des débits et des vitesses de rotation importants. Les valeurs de *NPSH* requis à différentes concentrations et vitesses de rotation varient par rapport à celles de l'eau, même lorsqu'elles sont exprimées en mètre de colonne de mixture.

**Abstract :** In the present study, the curves of suction head and *NPSH* (cavitation) of a centrifugal pump handling solid - liquid mixtures (silt of dam) of diameter  $d_{50}$  lower than 100  $\mu\text{m}$ , are obtained experimentally. The results show that the maximal suction heads of the mixture are almost identical to those of water, but decrease for high values of flow and rotational speeds. The values of required *NPSH* at different concentrations and rotational speeds vary compared to those of water, even when they are expressed in meter of column of mixture.

**Mots-Clés :** Pompe centrifuge, Mixture, Hauteur d'aspiration, *NPSH*, Vitesse de rotation, Concentration.

## 1. INTRODUCTION

La caractéristique d'aspiration d'une pompe centrifuge doit être connue pour vérifier que le point de fonctionnement normal est inférieur au point de fonctionnement en cavitation, pour éviter tout risque de cavitation, qui peut entraîner la chute du rendement et/ou la détérioration de la roue de la pompe. La principale caractéristique d'aspiration de la pompe est la courbe *NPSH* (Net Positive Suction Head). Elle est mesurée pour l'eau et présentée par les constructeurs dans les catalogues des pompes. Lors du pompage de fluides visqueux Newtoniens, la courbe de cavitation pour l'eau doit être corrigée par un facteur de correction  $K_{NPSH}$  déterminé en fonction du nombre de Reynolds et de la vitesse spécifique. La méthode de détermination de ce coefficient de correction est expliquée de manière détaillée par Ladouani A. [1]. Il reste à connaître la caractéristique de cavitation de la pompe centrifuge lors du pompage de fluides non Newtoniens, telles que les mixtures solides - liquides.

Peu de travaux ont été réalisés sur la mesure de la cavitation des pompes véhiculant des mixtures solides - liquides. On cite les travaux de Machin A.N. selon B.M. Chkoundine B.M. [2]. Il a comparé les résultats de cavitation d'une pompe centrifuge obtenus pour l'eau avec ceux d'une mixture solide - liquide de diamètre des particules  $d_{50} = 1\text{mm}$  et de masse volumique  $\rho_m = 1,15\text{ g/l}$ . Il a trouvé qu'elles ne sont pas différentes en les exprimant en mètre de colonne de mixture.

Herbisch J.B. [3] a travaillé sur le pompage du sable. Il considère que le *NPSH* pour l'eau est presque identique au *NPSH* pour la mixture exprimé en mètre de colonne de mixture.

Whitlock L. et al. [3] ont constaté lors du pompage du sable à une grande concentration volumique de 24 %, une augmentation du *NPSH* de la pompe par rapport au *NPSH* pour l'eau.

Roudnev A.S. [4] qui a aussi travaillé sur les sables, considère que le *NPSH* pour la mixture peut être pris égal à celui pour l'eau, mais il propose pour les mixtures non Newtoniennes de faire des corrections.

Addie G.R. et al. [5] ont noté que le *NPSH* des pompes transportant des mixtures dépend de la granulométrie des particules solides et de la géométrie de la roue. Ils proposent de corriger le *NPSH* obtenu pour l'eau en le divisant par le facteur de correction de la hauteur  $f_h$ .

On remarque que tous les travaux cités concernent des mixtures grosses, dont le diamètre  $d_{50}$  dépasse les 100  $\mu\text{m}$ , l'effet de la viscosité dans ce cas n'est pas important.

Dans la présente étude, on va mesurer les courbes de cavitation de la pompe centrifuge véhiculant des mixtures solides - liquides de diamètre  $d_{50}$  inférieur à 100  $\mu\text{m}$ . La caractérisation de la mixture et la description du banc d'essai sont présentées en détails dans [1].

## 2. MESURE DE LA HAUTEUR MAXIMALE D'ASPIRATION

La mesure de la hauteur maximale d'aspiration est faite sur le banc d'essai décrit dans [1], par lecture sur le manomètre de prise de pression à l'entrée de la pompe. La procédure de mesure consiste à démarrer la pompe à une vitesse de rotation constante, la vanne de refoulement étant fermée. A l'aide de la vanne d'aspiration on fixe une perte de charge singulière. On ouvre au fur et à mesure la vanne de refoulement, le débit et la hauteur maximale d'aspiration augmentent et la hauteur de refoulement lue sur le manomètre de refoulement diminue. Quand on atteint un certain débit, pour lequel la hauteur maximale d'aspiration n'augmente plus, la hauteur de refoulement continue de diminuer, et la chute de hauteur dépasse 3 % ; on considère alors que la cavitation industrielle est atteinte notée *NPSH*<sub>3%</sub>. A ce moment on prend les mesures des paramètres de débit et de pression. On estime que l'incertitude de mesure de la hauteur maximale d'aspiration est de l'ordre de 1 %.

## 3. DISCUSSION DES RÉSULTATS

A la Figure 1 sont représentées les hauteurs maximales d'aspiration de la pompe pour l'échantillon 1 de vase pour différentes vitesses de rotation de la pompe.



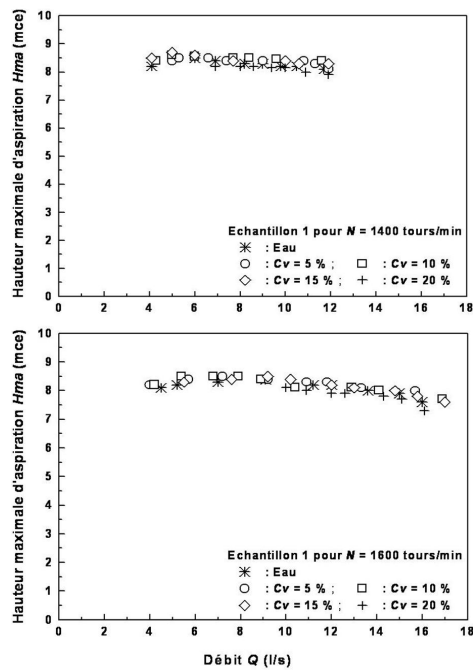


Fig. 1 : Variation de la hauteur maximale d'aspiration de l'échantillon 1 pour 1400 et 1600 tours/min

Les résultats montrent que les hauteurs à différentes concentrations de la vase sont légèrement supérieures à celles de l'eau, sauf pour la concentration  $C_v = 20\%$ , et la vitesse de rotation de 1600 tours/min ; où la hauteur est légèrement inférieure lorsque les débits sont élevés.

Le même constat est fait lorsqu'on analyse à la Figure 2 les résultats concernant l'échantillon 2 de vase. La hauteur maximale chute modérément, lorsque le débit et la vitesse augmentent pour la concentration volumique de 15 %.

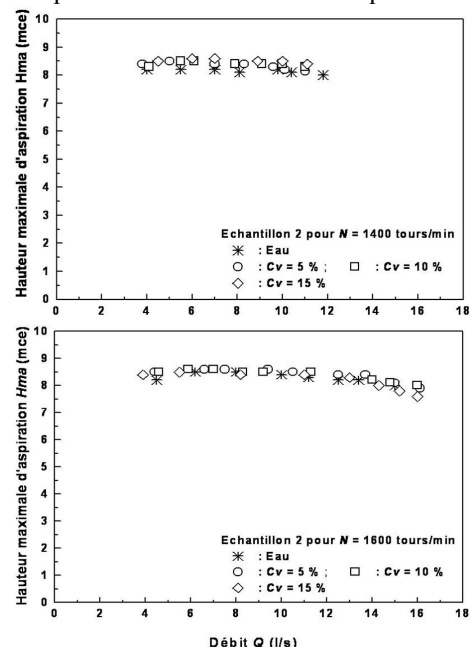


Fig. 2 : Variation de la hauteur maximale d'aspiration de l'échantillon 2 pour 1400 et 1600 tours/min

On peut dire donc, que les hauteurs maximales pour les deux échantillons de vases sont presque identiques à celles de l'eau, sauf lorsque les concentrations, les débits et les vitesses de rotation sont importantes, où dans ce cas elles diminuent par rapport à celles de l'eau.

On calcule le *NPSH* requis à partir de la relation (1) suivante :

$$NPSHr = \frac{P_0}{\rho \cdot g} - hv - Hma + \frac{Va^2}{2 \cdot g} \quad (1)$$

La différence entre la hauteur de pression  $p_0$  dans le réservoir aspiration ouvert, qui est égale à la hauteur de pression atmosphérique, et la hauteur de la tension de vapeur d'eau à la température ambiante est prise égale à 10 m.

$$\frac{P_0}{\rho \cdot g} - hv = 10m \quad (2)$$

On donne à la Figure 3, les courbes *NPSH* requises pour l'échantillon 1 de vase, pour différentes concentrations et différentes vitesses de rotation de la pompe.

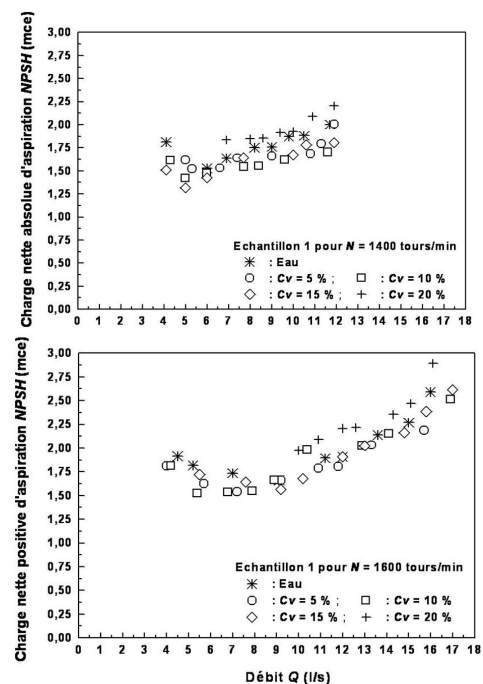


Fig. 3 : Variation du *NPSH* pour l'échantillon 1 et pour 1400 et 1600 tours/min

On constate que les valeurs du *NPSH* pour des concentrations de 5, 10 et 15 % sont légèrement inférieures ou égales à celles de l'eau. Pour la concentration de 20 % les valeurs du *NPSH* sont légèrement supérieures à celles de l'eau, notamment pour la vitesse de rotation de 1600 tours/min.

Les courbes *NPSH* requises pour l'échantillon 2, à différentes concentrations et vitesses de rotation, sont présentées à la Figure 4.

On constate que les valeurs du *NPSH* pour des concentrations de 5, 10 et 15 % sont légèrement inférieures ou égales à celles de l'eau pour la vitesse de rotation la pompe de 1400 tours/min.

A la vitesse de 1600 tours/min et pour la concentration de 15 %, les valeurs du *NPSH* sont légèrement supérieures à celles de l'eau, lorsque les débits sont élevés.

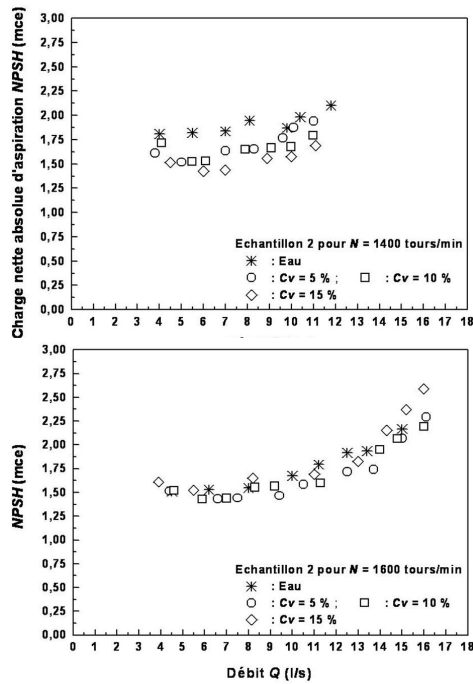


Fig. 4 : Variation du *NPSH* pour l'échantillon 2 et pour 1400 et 1600 tours/min

Pour mieux analyser les résultats de mesures, on exprime les valeurs du *NPSH* en mètre de colonne de mixture par la relation (3) suivante :

$$NPSH (mcm) = \frac{NPSH (mce)}{d_{mixture}} \quad (3)$$

On constate aux Figures 5 et 6 ; que les valeurs du *NPSH* en mètre de colonne de mixture sont inférieures à celles de l'eau. Lorsque le débit et la concentration sont importants, ces valeurs se rapprochent de celles de l'eau.

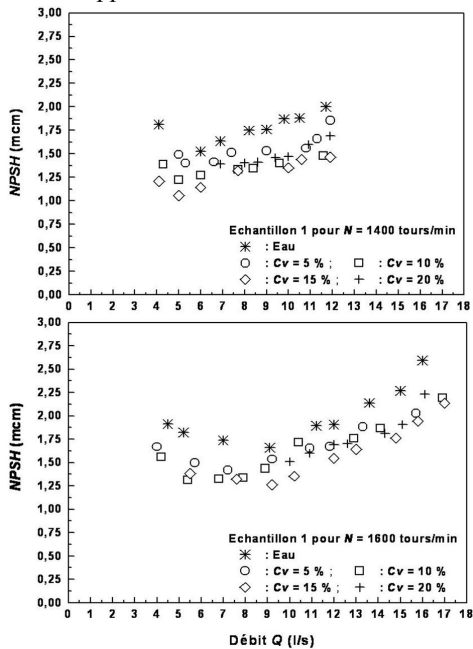


Fig. 5 : Variation du *NPSH* pour l'échantillon 1 et pour 1400 et 1600 tours/min

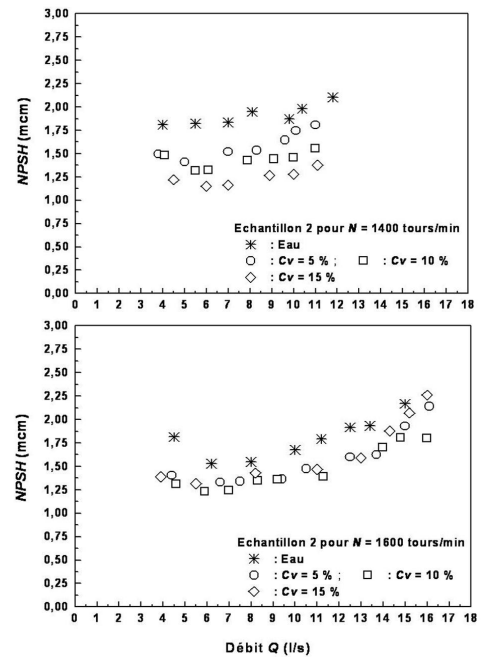


Fig. 6 : Variation du *NPSH* pour l'échantillon 2 et pour 1400 et 1600 tours/min

#### 4. CONCLUSION

D'après les résultats obtenus, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Les hauteurs maximales d'aspiration de la mixture sont presque identiques à celles de l'eau, sauf lorsque les concentrations, les débits et les vitesses de rotation sont importants, elles diminuent alors par rapport à celles de l'eau. Les valeurs de *NPSH* requis à différentes concentrations et vitesses de rotation sont légèrement inférieures ou égales à celles de l'eau. Pour les concentrations élevées, les valeurs du *NPSH* sont légèrement supérieures à celle de l'eau, lorsque les débits sont importants.
- Les valeurs du *NPSH* en mètre de colonne de mixture sont inférieures à celles de l'eau. Lorsque les débits et les concentrations sont importants, ces valeurs se rapprochent de celles de l'eau.

#### RÉFÉRENCES

- Ladouani A. Etude de la cavitation des pompes centrifuges débitant des mélanges solides - liquides, Thèse de Magister, USTO, Algérie, 1988.
- Herbisch J.B. Coastal and Deep Ocean Dredging, Gulf Publishing, Houston, U.S.A. 1975.
- Whitlock L., Sellgren A. and Wilson K.C. Net positive suction head requirement for centrifugal slurry pumps, *Handbook of conveying and handling of particulate solids*, Editors, A. Levy, H. Kaiman, Elsevier Science B.V, 491-497, 2001.
- Roudnev A.S. Slurry pump suction performance considerations, Proceeding, 14<sup>th</sup> International Conference on Hydrotransports, BHR Group, Santiago, Chile, 2004.
- Addie G.R., Roudnev A.S. and A. Sellgren A. The new ANSI/HI centrifugal slurry pump standard, *The Journal of Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, June, 2007.

# SIMULATION NUMERIQUE D'UN ÉCOULEMENT DANS UNE MINICONDUITE MUNIE DE RUGOSITÉ

A. BEKHOUCHE ET E. G. FILALI

USTHB / Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés/ Laboratoire de Mécanique Avancée, BP 32 El Alia, Bab Ezzouar, Alger-Algérie. [eg\\_filali@yahoo.fr](mailto:eg_filali@yahoo.fr)

## INTRODUCTION

La mini et micro-fluidique se révèle aujourd'hui comme un des domaines les plus dynamiques aussi bien dans le monde des micros et nanotechnologies que dans celui des sciences analytiques et des biotechnologies. Cette discipline, qu'on peut définir comme celle de l'étude et de la manipulation de fluides aux petites échelles, a été récemment identifiée comme « une des dix disciplines qui changeront le monde ». Elle est en effet « tirée » par des perspectives de développement très vastes, qui concernent à la fois la biologie, la chimie et les microsystèmes, avec des niveaux de maturité assez divers. Les raisons de ce développement résident dans les possibilités croissantes dans la micro-fabrication et les perspectives économiques pour les applications des technologies mini et micro-fluidique. Les technologies de micro-fabrication permettent de produire des systèmes micro-fluidiques en silicium, polymère, verre ou métal, souvent à un coût raisonnable.

Cependant cette course vers la miniaturisation pose de nombreuses questions : quel est l'impact de cette miniaturisation poussée, sur le comportement des écoulements internes ? bien évidemment le fonctionnement des mini et microsystèmes à fluides ne se réduit pas à celui des installations conventionnelles par une simple règle de proportionnalité. A l'heure actuelle, l'optimisation dynamique et thermique s'effectue à l'aide des coefficients issus de corrélations établies dans le cas de conduites de taille conventionnelle. Or on ne dispose d'aucune approche théorique satisfaisante ni d'aucune vérification expérimentale qui justifierait l'utilisation de ces corrélations dans le cas de canaux de diamètres hydrauliques inférieures au millimètre. [2]

Parmi les explications avancées dans la littérature quant aux déviations par rapport aux lois classiques, on retrouve l'effet de la rugosité.

Plusieurs auteurs, comme Wu & Little et Qu *et al.* ont mis en évidence le rôle joué par les rugosités de paroi dans les déviations observées. Selon Sabry la contrainte pariétale, particulièrement élevée en micro-canaux, donnerait à l'écoulement de liquide une plus grande tendance à décoller de la paroi au passage des rugosités [Sabry, 1999]. L'écoulement serait alors séparé de la paroi par un film de gaz quasi continu. Celui-ci pourrait expliquer la baisse du coefficient de frottement ainsi que les transferts thermiques moins performants en micro-canaux, la couche de gaz jouant le rôle d'isolant thermique. Notons que cette théorie va à l'encontre des observations de Wu & Little, Qu *et al.* [4], Et Acosta *et al.* La transition prématurée à la turbulence

et l'augmentation du nombre de Nusselt avec le nombre de Reynolds en régime laminaire, observées par Wang & Peng, pourraient s'expliquer selon Sabry par la présence de rugosités ponctuellement supérieures à la moyenne qui provoqueraient des micro-tourbillons susceptibles de faciliter les échanges de chaleur entre la paroi et le fluide. Dans le cas des gaz, l'auteur précise qu'il faudrait s'attendre à une augmentation du coefficient de frottement. Or Pfähler *et al.* Et Choi *et al.* ont observé le phénomène contraire. [3] Ce travail consiste en une simulation numérique visant à tracer les caractéristiques dynamiques d'un écoulement dans une mini conduite rugueuse. Nous avons analysé, en particulier, l'effet de la forme de la rugosité, sa hauteur (rugosité relative  $\varepsilon/D$ ), ainsi que la distance entre deux rugosités successives. L'étude est réalisée à l'aide du code de calcul numérique CFX 5.7.1, moyennant le modèle de turbulence SST et la méthode de résolution numérique des volumes finis. Le travail est réalisé pour des mini-conduites de diamètre  $D=1\text{mm}$  et des vitesses d'écoulement allant de 0.1 à 25 m/s la paroi de la mini-conduite est munie de rugosités, dont le rapport  $\varepsilon/D$  est variable. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats numériques obtenus dans le domaine de la mini-fluidique ainsi qu'aux formulations classiques issues des corrélations pour les conduites de taille conventionnelle.

## CONFIGURATION DE L'ÉCOULEMENT ET CONDITIONS AUX LIMITES

La configuration de l'écoulement consiste en une mini conduite de forme circulaire, de longueur  $L = 10\text{cm}$  et de diamètre  $D=1\text{mm}$ , à l'intérieur de laquelle est placée une rugosité de forme cubique ou demi-sphérique. Le rapport des rugosités relatives  $\varepsilon/D$  varie entre 1 et 10%. Le fluide utilisé étant de l'eau, supposé incompressible et en régime permanent, avec les caractéristiques suivantes : température  $T=20^\circ\text{C}$ , masse volumique  $\rho = 988.2\text{kg/m}^3$  et viscosité cinématique  $\nu = 1.004 \cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ .

Nous avons choisi de spécifier à chaque fois la vitesse débitante  $U$  à l'entrée de la mini-conduite « inlet » et d'en déduire par la suite le nombre de Reynolds correspondant, tel que ;  $Re = U \cdot D / \nu$ .

Pour la sortie de la mini-conduite « outlet », la pression relative est fixée à zéro quel que soit le nombre de Reynolds de l'écoulement.

La spécification de la vitesse à l'entrée « inlet » et la pression à la sortie « outlet » est la combinaison de conditions aux limites la plus robuste dans Ansys CFX. Pre

## TECHNIQUE NUMERIQUE

L'étude est réalisée à l'aide du code commercial CFX 5.7.1. Le modèle de turbulence utilisé est le modèle SST (Shear stress turbulence Model). Les équations fondamentales régissant le phénomène étant les équations générales de quantité de mouvement. La résolution de ces équations différentielles exige le choix d'une méthode numérique convenable adoptée au problème à résoudre. Nous avons, pour notre cas, choisi la méthode des volumes finis.

Le maillage utilisé est du type tétraédrique non structuré très fin avec une moyenne d'environ 2 millions 650 mille éléments et 720.000 nœuds. Pour résoudre la couche limite rigoureusement, nous avons utilisé 5 couches prismatiques d'inflation sur les parois latérales (figures 1 et 2). Nous ferons remarquer, aussi, que le maillage change avec la

valeur du nombre de Reynolds. Pour chaque valeur de vitesse d'entrée, des testes sont effectués jusqu'à obtention du maillage adapté. [1]

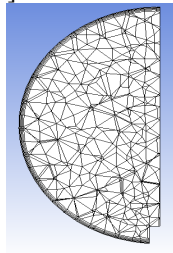


Figure 1. Maillage tétraédrique avec cinq couches prismatiques sur les parois (coupe transversale)

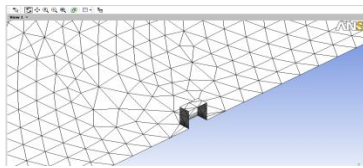


Figure 2. rugosité de forme cubique placé sur la paroi inférieure de la mini-conduite

## RÉSULTATS ET DISCUSSION

On cherche à analyser l'évolution de la couche limite dynamique, la variation du coefficient de frottement, les pertes de pression le long de la mini-conduite, mais aussi, à visualiser l'aspect dynamique de l'écoulement. Les résultats obtenus sont représentés en comparaison des mini-conduites lisses.

### a) Effet de l'emplacement d'une rugosité de forme cubique

Une rugosité de forme cubique avec un rapport  $\epsilon/D=5\%$  est placée à l'intérieur de la mini conduite à la position  $z=0.05m$ . La figure 3, montre la distribution de vitesse au sein de la mini-conduite. On observe une modification de la structure de l'écoulement, générée par la présence de la rugosité. Cette dernière détruit la couche limite et génère des turbulences visibles notamment en aval de la rugosité.

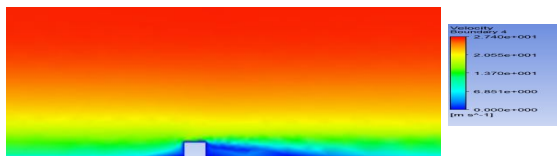
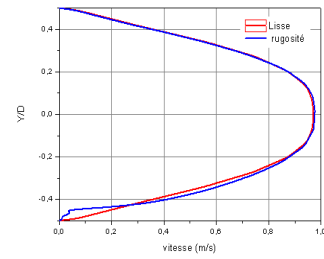
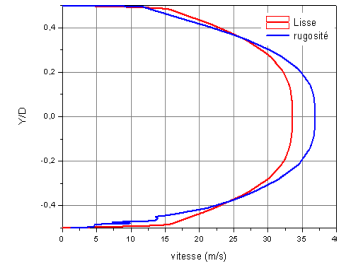


Figure 3. Distribution de la vitesse au sein de la mini-conduite  
( $D = 1mm$ ,  $\epsilon/D=5\%$ ,  $Re = 20000$ )

Les profils de vitesse, figure 4, montrent une diminution de la vitesse au milieu de la rugosité près de la paroi de cette dernière. Cette diminution, due essentiellement au blocage de l'écoulement à ce niveau, est compensée par une augmentation au centre la mini conduite, assurant ainsi la conservation de masse visible notamment pour  $Re=500$  et  $25000$ .



Re =500



Re =25000

Figure 4. Profils de vitesse ( $z=5cm$ ,  $D=1mm$ ,  $\epsilon/D=5\%$ )

Les figures 5 et 6 montrent respectivement les évolutions des pertes de pression et coefficients de frottement en fonction du nombre de Reynolds. On observe une augmentation de la perte de pression due essentiellement au blocage de l'écoulement en amont de la rugosité. Pour le cas étudié ( $D=1mm$ ,  $\epsilon/D=5\%$ ), on constate qu'il n'existe aucune évolution du coefficient de frottement moyen pour le cas d'un régime laminaire. Ceci signifie qu'une rugosité de cette taille n'affecte pas de manière significative l'écoulement. Une légère différence est cependant notée pour le régime turbulent, la valeur du coefficient  $C_f$  augmente de  $0.0061$  pour le cas lisse à  $0.0074$  dans le cas rugueux.

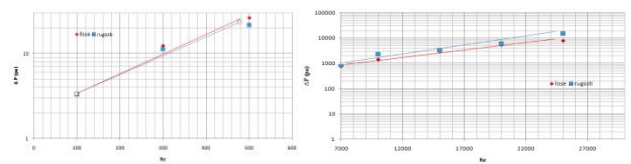
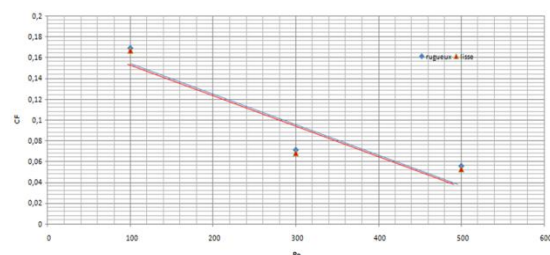


Figure 5. Evolution des pertes de pression en fonction du nombre de Reynolds ( $D=1mm$ ,  $\epsilon/D=5\%$ )



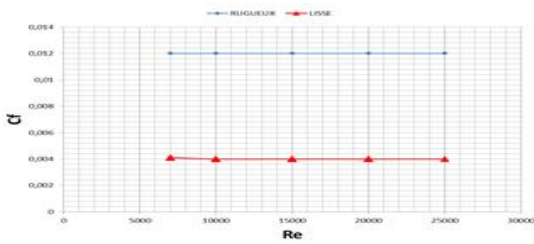


Figure 6. Variation du coefficient de frottement en fonction de nombre de Reynolds

**b) Effet du changement de la hauteur de la rugosité**

On s'intéresse dans cette partie à étudier l'effet de la variation de la rugosité relative  $\epsilon/D$ , sur l'aspect dynamique de l'écoulement. La rugosité est placée à la position  $z=5\text{cm}$ . On schématise, figure 7, l'évolution du coefficient de frottement local pour deux valeurs de la rugosité relative.

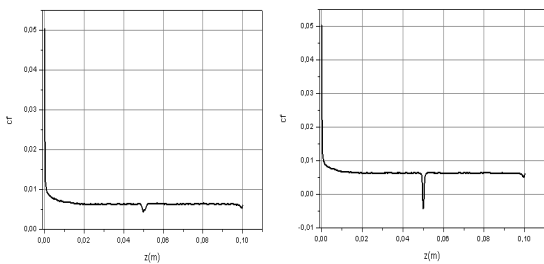


Figure 7. Evolution de  $C_f$  local le long de la mini-conduite ( $\epsilon/D=3\%$  et  $\epsilon/D=10\%$ )

Le tracé du coefficient de frottement moyen  $C_f$  en fonction du rapport  $\epsilon/D$  est représenté, figure 8.

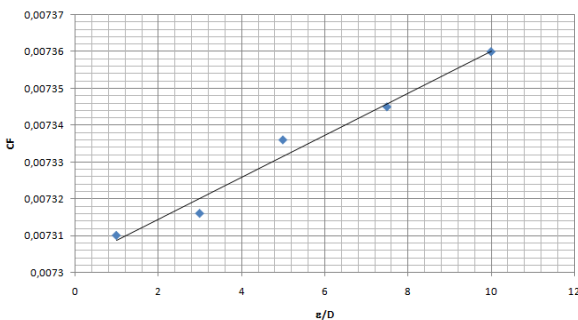


Figure 8. Coefficient de frottement moyen fonction de la rugosité relative  $\epsilon/D$  ( $Re = 20000$ )

La valeur du coefficient de frottement moyen augmente légèrement avec l'augmentation de la rugosité relative.

Sa valeur passe de 0.00731 à  $\epsilon/D = 1.5\%$  à 0.00736 pour  $\epsilon/D = 10\%$ .

**c) Effet du changement de la forme de la rugosité**

Pour analyser l'effet de la forme de rugosité, on se propose d'étudier deux formes distinctes ; cubique et demi-sphérique. La rugosité est placée à la position  $z=5\text{cm}$ . La hauteur de la rugosité étant maintenue constante ( $\epsilon/D = 5\%$ ).

Le tableau 1, montre que la forme de la rugosité cubique s'accompagne de pertes de pression plus importantes que la

forme demi-sphérique. Ce résultat était prévisible. Vu le changement de section brutale pour une rugosité cubique la couche limite est détruite augmentant ainsi les pertes de pression. La formation des tourbillons est aussi moins remarquée pour la rugosité demi cylindrique, figure 9.

	Lisse	Demi-sphère	Cubique
Perte pression $\Delta P (Pa)$	5348	5618	5899
Coef. frottement moyen $C_f$	0.0061	0.0068	0.0074

Tableau 1. Coefficients de frottements moyens et pertes de pression ( $Re=20000$  et  $\epsilon/D=5\%$ )

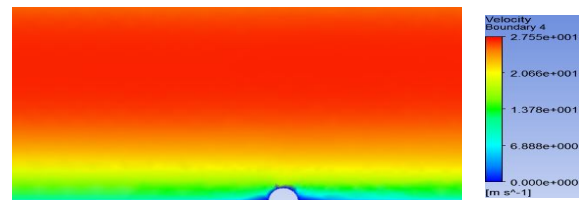


Figure 9. Distribution de la vitesse au sein de la mini-conduite ( $D= 1\text{mm}$ ,  $\epsilon/D=5\%$ ,  $Re = 20000$ )

**Conclusion :**

L'étude réalisée a montré que le champ dynamique de l'écoulement est fortement perturbé par la présence des rugosités. Ces rugosités génèrent, un blocage de l'écoulement, occasionnant des pertes de pression plus grandes, comparé au cas lisse.

La rugosité de forme cubique occasionne des pertes de pression supérieures à celle obtenues avec un demi-cylindre. La rugosité relative  $\epsilon/D$  ne semble affecter l'écoulement qu'à partir de 5%, pour les deux régimes laminaire et turbulent.

**REFERENCES**

[1] Manual CFX .5.7.1.  
 [2] E. filali , G. cherard , Hydrodynamics and heat transfer in two- dimensional mini-channels , sixth international conference on thermal engineering, theory and applications May 29-June 1.2012,Istanbul,turkey.  
 [3] J. Pfahler, J. Harley,H. Bau , J. Zemel, Gaz and liquid flow in small channels, Proc. ASME Micro-mech. Sensors. Actuators, Systems DSC 32, (1991), pp. 49-60.  
 [4] WU, LITTLE, Measurement of friction for the flow Of gases in very fine channels used for micro-miniature Joule-Thomson refrigerators .



# EFFET DU FLUX DE CHALEUR SUR L'ÉCOULEMENT DE L'ÉBULLITION DU R141B DANS UN TUBE EN SERPENTIN

FATIMA ZOHRA MECIEB<sup>1</sup>, AHMED OUADHA<sup>2</sup>,  
MOHAMMED BAGHDAD<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Laboratoire d'Énergie et de Propulsion Navale, Faculté de Génie Mécanique, USTMB, B.P. 1505, Oran El M'naouar, 31000 Oran, Algérie  
[fatimazohra.m@gmail.com](mailto:fatimazohra.m@gmail.com)

**Résumé :** La présente étude est consacrée à une simulation numérique, basée sur le modèle VOF, de l'écoulement diphasique lors de l'ébullition du R141b dans un tube horizontal en serpentin. En particulier, la simulation expose le processus d'évolution du mode d'écoulement en fonction des conditions thermiques et hydrodynamique de l'écoulement. Différents régimes d'écoulements sont constatés, à savoir l'écoulement à bulles, à poches, à bouchons, stratifié et à vagues. De plus, il a été démontré que la génération de l'entropie est fortement dépendante du mouvement de l'interface des phases. La valeur la plus élevée apparaît toujours dans la région de vapeur.

## INTRODUCTION

Les évaporateurs de type Tube/canal sont largement utilisés dans divers systèmes énergétiques, comme les industries de l'HVACR et de la pétrochimie. Comme bien connu, l'écoulement d'ébullition associée à l'écoulement diphasique jouent un rôle très important dans les évaporateurs et sont encore loin d'être pleinement compris. Par conséquent, les présents évaporateurs sont conçus avec un facteur de sécurité abondant, résultant en une longueur de tube inutiles et une haute surchauffe de la vapeur à la sortie. Une meilleure compréhension de l'écoulement de l'ébullition peut potentiellement diminuer le coût de fabrication et de consommation d'énergie, et en outre d'obtenir de meilleures performances.

Le tube serpentín est un type de tube très important pour les applications industrielles. Toutefois, sauf dans le cas de l'écoulement monophasique, des études expérimentales et des analyses théoriques/numériques très limitées ont été trouvées dans la littérature pour comprendre l'écoulement diphasique et le transfert de chaleur lors de l'ébullition dans ces tubes. Dans le présent document, une simulation numérique a été menée pour un écoulement en ébullition dans un tube en serpentín horizontal utilisant le R-141B. Un intérêt particulier est adressé à l'évolution du mode d'écoulement et à explorer les détails de l'écoulement et le phénomène de transport ainsi que la génération de l'entropie durant l'ébullition.

## DESCRIPTION DU PROBLEME ET FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le système physique illustré dans la Figure 1 correspond à une section de mesure composée de six tubes droits et cinq coudes, dans lequel s'écoule un fluide frigorigène (r141b).

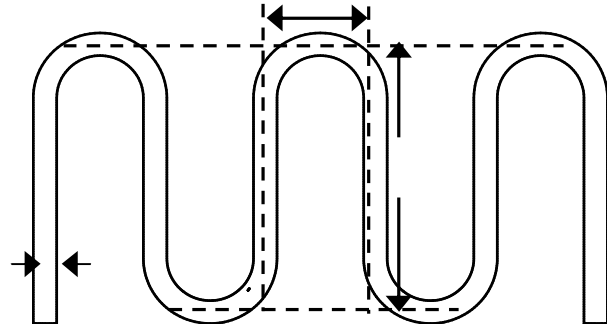


Fig.1 : Schéma du problème physique

Pour aboutir à une analyse CFD, les équations de la mécanique des fluides doivent être considérées. Les équations qui sont résolues par le modèle VOF sont comme suivant :

Le cheminement de l'interface entre les phases est accompli par la solution d'une équation de continuité pour la fraction de volume d'une (ou plus) phase.

$$\begin{cases} \frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \alpha_l) = -\frac{S}{\rho_l} \\ \text{et} \quad \frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \alpha_v) = \frac{S}{\rho_v} \end{cases} \quad (1)$$

Les équations qui expriment la conservation de la masse, la quantité de mouvement et l'énergie sont :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq} \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \left[ \mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{v} I \right] + \rho g + F_{vol}$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{v} (\rho E + p)] = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q \quad (4)$$

$$E = \frac{\alpha_l \rho_l E_l + \alpha_v \rho_v E_v}{\alpha_l \rho_l + \alpha_v \rho_v} \quad (5)$$

Les effets de la turbulence ont été pris en considération à travers l'utilisation d'un modèle de turbulence  $k - \varepsilon$  réalisable.

L'écoulement des fluides dans le tube est accompagné d'une génération d'entropie associée au transfert de chaleur et au frottement. Selon Bejan (1982), la génération d'entropie peut être déterminée par l'expression suivante:

$$\dot{S}_{gen} = \frac{\lambda}{T^2} (\nabla T)^2 + \frac{\mu}{T} \Phi \quad (7)$$

## RESOLUTION NUMÉRIQUE

Le code CFD Fluent a été utilisé pour la simulation de l'écoulement de l'ébullition du R141b dans un tube en serpentín, les paramètres qui caractérisent la géométrie du tube sont regroupés dans le tableau 01. Le maillage du volume du tube est composé de 236222 cellules hexagonales, et le nombre de grille sur la section transversale du tube est 135.

**Tab.1** : Paramètres géométriques du tube en serpentin

$d/mm$	$l_1/mm$	$l_2/mm$
6	28	70

**Tab.2** : propriétés du R141b à une température de saturation  $T_{sat}=305.4$

R141b			
	liquide	vapeur	
$\lambda_l/(Wm^{-1}K^{-1})$	$9.19e^{-02}$	$\lambda_v/(Wm^{-1}K^{-1})$	$9.91 e^{-03}$
$Cp_l/(Jkg^{-1}K^{-1})$	1163.35	$Cp_v/(JKg^{-1}K^{-1})$	801.46
$\rho_l/(kg/m^3)$	1219.9	$\rho_v/(kg/m^3)$	4.882
$\mu_l/(kg m^{-1} s^{-1})$	$3.71e^{-04}$	$\mu_v/(kg m^{-1} s^{-1})$	$9.36e^{-06}$

**Transfert de masse :**

Lee a développé un modèle qui définit le transfert de masse pendant le processus de l'évaporation ou de la

condensation. Le modèle de Lee (fluent 2003) est appliqué pour régir de mécanisme de changement phase, et décrit comme :

$$\begin{cases} S = r_l \alpha_l \rho_l (T_l - T_{sat}) / T_{sat} & T_l \geq T_{sat} \\ = r_v \alpha_v \rho_v (T_l - T_{sat}) / T_{sat} & T_l < T_{sat} \end{cases} \quad (8)$$

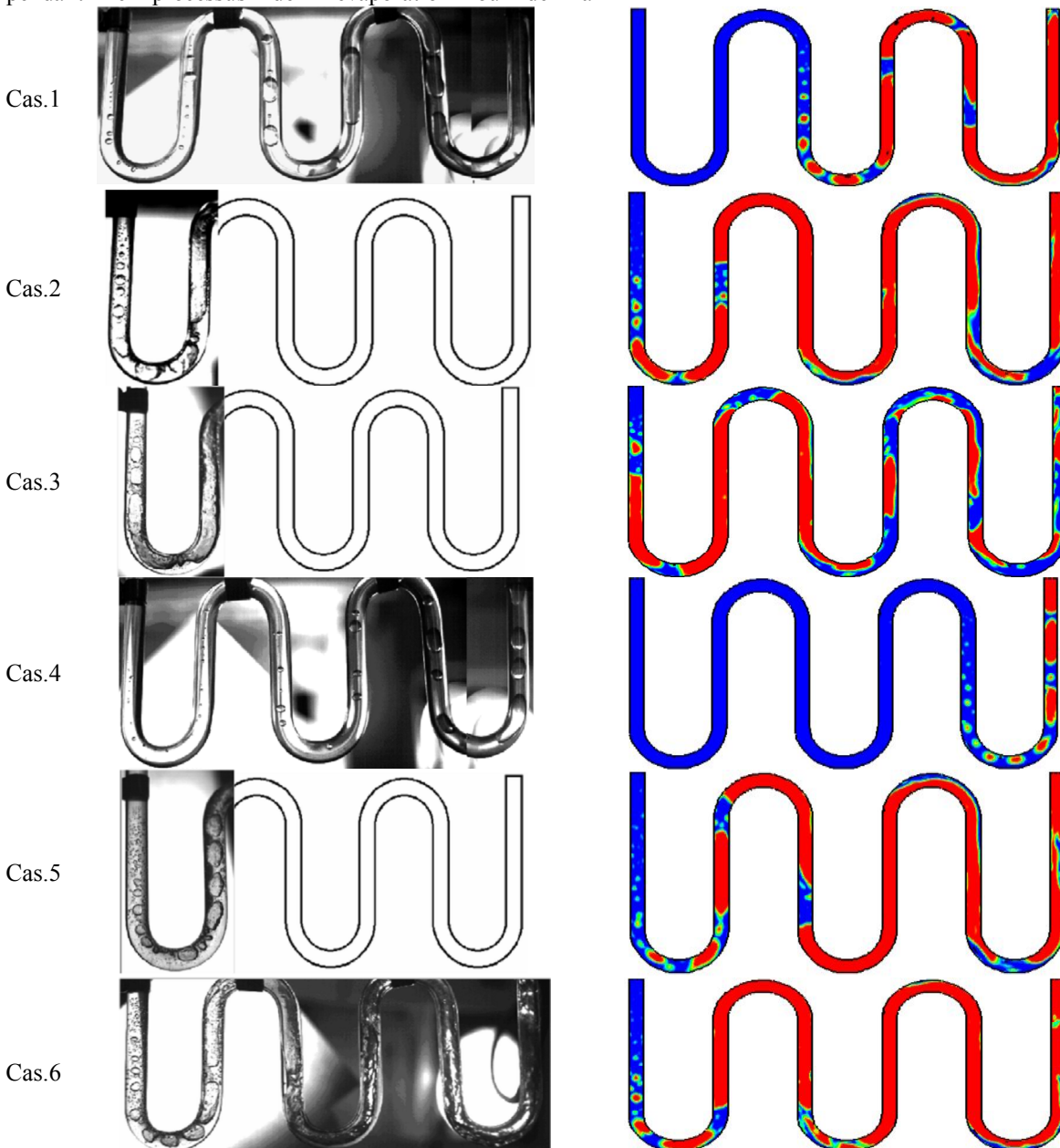
**Transfert de chaleur :**

Lorsque le transfert de masse est obtenu, le transfert de chaleur peut être directement déterminé par :

$$Q = -h_{LH} S \quad (9)$$

**COMPORTEMENT DE L'ÉCOULEMENT**

Les six cas étudiés numériquement dans cette investigation sont détaillés dans le tableau tableau 3.



**Fig.2** : Comparaison entre la simulation (à droite) et les observations expérimentales [1] (à gauche)

**Tab.3** : différents cas de simulation

	q/(W/m <sup>2</sup> )	Q/(l/h)	Sous-refroidissement/K
Cas 01	6888	10	8.5
Cas 02	17848	10	8.5
Cas 03	24874	10	8.5
Cas 04	6888	15	8.5
Cas 05	17848	15	8.5
Cas 06	24874	15	8.5

Le développement complet du mode d'écoulement dans le tube serpentin consiste principalement à différents régimes d'écoulements, à savoir l'écoulement à bulles, à poches, à bouchons, stratifié et à vagues.

Les modèles d'écoulement simulés sont comparés à des photos typiques expérimentales. D'une manière générale, les modèles d'écoulement prédits numériquement sont dans un bon accord avec les observations expérimentales dans tous les cas.

L'écoulement à bulles apparaît dans tous les cas, en particulier dans les cas 1 et 4, où les flux de chaleur sont les plus faibles. Diminuer le flux de chaleur sur la paroi ou augmenter le débit massique a pour conséquence d'étendre la zone d'écoulement à bulles de manière significative. Par contre, un débit massique faible et un flux de chaleur élevé conduit à une zone d'écoulement à bulles plus courte, comme représenté dans le cas 3.

La simulation montre que la plus longue région de l'écoulement à poches se produit dans le cas 4 où le débit massique est le plus grand tandis que le flux de chaleur est le plus faible. Dans de telles conditions, la croissance des bulles est lente. La plus courte région des poches apparaît dans le cas 3 en raison de l'évaporation rapide sur l'interface liquide-vapeur.

L'écoulement à bouchons est observé dans tous les cas, sauf le cas 4. Le cas n° 1 présente une région d'écoulement à bouchons typique car le flux de chaleur sur la paroi dans ce cas est faible et une distance d'écoulement relativement longue est nécessaire pour le fluide afin d'absorber la quantité d'énergie suffisante pour le passage de l'écoulement à bouchons vers l'écoulement stratifié.

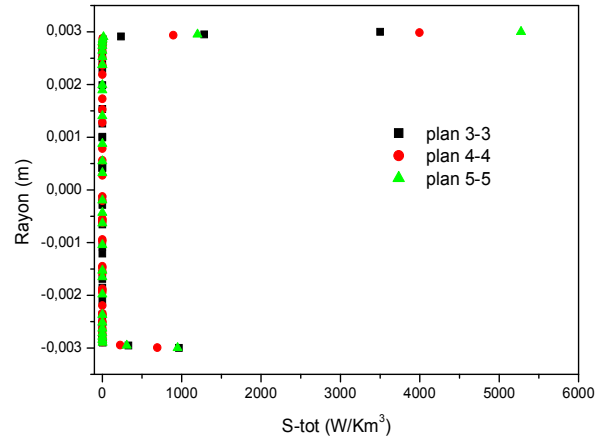
L'écoulement stratifié a été également observées dans tous les cas, sauf dans le cas 4. Lorsque plusieurs bulles à bouchons coalescent entre elles, l'écoulement se transforme en stratifié, la phase liquide s'écoule le long de la partie inférieure du canal et la phase vapeur le long de la partie supérieure due au gravité. Après le mode stratifié, l'écoulement se transforme à l'écoulement à vagues. Le fluide est accéléré d'avantage du à la vaporisation du liquide, pendant ce temps le cisaillement visqueux provoque l'agitation de l'interface liquide-vapeur.

#### TAUX DE GENERATION D'ENTROPIE

La figure 3 montre les profils radiaux du taux de génération d'entropie à différentes positions axiales (3<sup>ème</sup>, 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> coude) dans le cas 01. La génération d'entropie est confinée dans une région étroite à côté de la paroi. La température du fluide près de la paroi s'élève continuellement, alors que la température de la ligne centrale demeure sans changement c'est pour cette raison que le taux de génération d'entropie près

de la paroi augmente brusquement puis il diminue à travers le tube comme le montre la figure 3.

Avec le déclenchement de l'ébullition (3<sup>ème</sup>, 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> coude), une augmentation brusque du taux de génération d'entropie est constaté près de la paroi supérieure par rapport à la paroi inférieure, cela pourrait être lié au fait que la paroi supérieure est en contact avec la vapeur où la présence des forts gradients de température et de vitesse provoque l'augmentation des pertes thermiques et visqueuse.



**Fig.3** : Profils radiaux de taux de génération de l'entropie: a. plans : 1-1 et 2-2, b. plan : 3-3, 4-4 et 5-5

#### CONCLUSION

Une simulation numérique a été menée pour étudier l'écoulement d'ébullition du réfrigérant R141b dans un tube en serpentin horizontale. Un intérêt particulier a été accordé à l'effet du flux de chaleur sur la configuration de l'écoulement, et l'étude sur l'écoulement dans ces tubes a montré l'existence de 5 modes d'écoulement différents à savoir : l'écoulement à bulles, à poches, à bouchons, stratifié et l'écoulement à vagues. Il a été également constaté que les variations de la génération d'entropie sont fortement dépendantes du mouvement de l'interface des phases. Sur la paroi du tube, la zone de génération d'entropie élevée correspond à la zone de vapeur.

#### REFERENCES

- [1] Yang Z., Peng X.F., Ye P. Numerical and experimental investigation of two phase flow during boiling in a coiled tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, pp. 1003–1016, (2008).
- [2] Wu H.L., Peng X.F., Ye P., Eric Gong Y. Simulation of refrigerant flow boiling in serpentine tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, pp. 1186–1195, (2007).
- [3] Fluent Inc. Documentation Fluent 6.1, Chapitres 10, 11 et 20, (2003).
- [4] Bejan A. Entropy generation through heat and fluid flow, Wiley, New York, (1982).
- [5] Huang M., Yang Z., Duan Y., Lee D., Bubble growth for boiling bubbly flow for R141b in a serpentine tube. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, 42, pp.727-734, (2011).

# ETUDE DE L'INTERACTION DE DEUX JETS PLANS PARALLÈLES AVEC UNE PAROI CHAUFFÉE

<sup>1</sup>MATAOUI AMINA, <sup>2</sup>BENTARZI FATIHA

<sup>1,2</sup>Laboratoire de mécanique des fluides théorique et appliquées faculté de physique (USTHB)  
ALGER - ALGERIE

<sup>1</sup>[mataoui\\_amina@yahoo.fr](mailto:mataoui_amina@yahoo.fr)

<sup>2</sup>[bentarzi\\_fatiha@yahoo.fr](mailto:bentarzi_fatiha@yahoo.fr)

**Résumé.** Cette étude concerne les prédictions numériques des caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement des fluides produits par l'interaction de deux jets plans turbulents sur une paroi chauffée. Une étude paramétrique est effectuée en variant le nombre de Reynolds ( $Re$ ), la distance et la température entre la sortie du jet et la paroi. Différents types d'interaction sont obtenus dépendant de la position de la plaque par rapport aux points caractéristiques de ce type d'interaction. Les calculs sont entrepris par une méthode des volumes finis. La fermeture des équations du problème a été réalisée par un modèle de turbulence RANS du second ordre (RSM). Les résultats obtenus sont en bons accord avec plusieurs travaux antérieurs et ont montré l'importance de la distance d'impact pour le transfert thermique.

**Abstract.** This study is about the numerical predictions of the dynamic and thermal characteristics of the fluid flow produced by the interaction of two turbulent jets on a heated wall. A parametric study is performed by varying the Reynolds number ( $Re$ ), distance and temperature between the jet exit and the wall. Different types of interaction are obtained depending on the position of the plate relative to the characteristic points of this type of interaction. Calculations are undertaken by a finite volume method using RANS second order turbulence model (RSM). The results are in good agreement with several previous studies and have demonstrated the importance of the impinging distance for heat transfer behavior.

**Key words.** Impinging jet, twin jets, turbulence, finite volume method, heat transfer

## Introduction

L'interaction des deux jets est caractérisée par des couches cisailées très importantes qui se rencontrent pour former un seul jet libre. Les deux jets sont caractérisés par une vitesse de sortie  $U_0 = 26.5 \text{ m/s}$ , une température identique à celle des parois solides de  $360^\circ \text{ K}$  et un taux de turbulence de 2 %. Le fluide ambiant est supposé au repos à la température ambiante de  $300^\circ \text{ K}$ . Trois régions distinctes sont générées par l'interaction des deux jets, une zone de dépression près de la buse de sortie de chaque jet qui provoque la déviation des deux jets l'un vers l'autre par effet Coanda. Cette zone est appelée région de fusion convergente qui s'étend jusqu'à une certaine distance (MP) (Figure 1) sur l'axe des abscisses où la vitesse est nulle, connue sous le nom de distance de fusionnement. En aval du fusionnement, les deux jets continuent à agir l'un sur l'autre mutuellement

jusqu'à l'interaction complète des deux jets caractérisée par une distance CP (Figure 1) où la vitesse moyenne sur l'axe des abscisses atteint une seule valeur maximale.

En aval du point de fusionnement, les deux jets forment un seul jet qui se comporte comme un jet unique libre parfaitement développé.

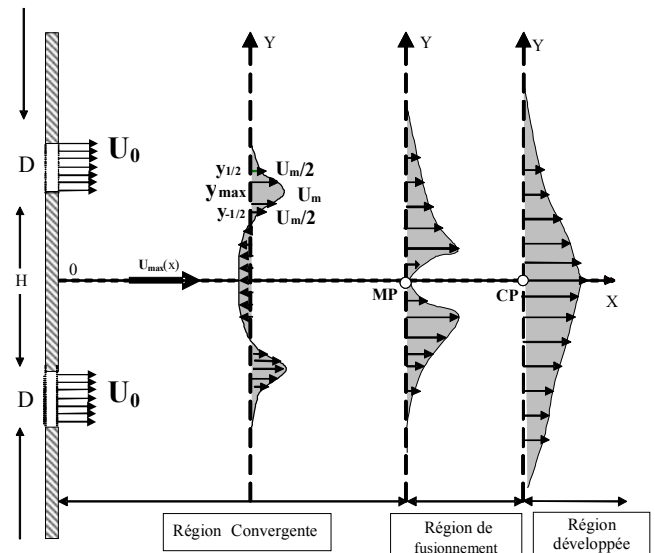


Figure 1. Caractéristiques de l'interaction de deux jets turbulents

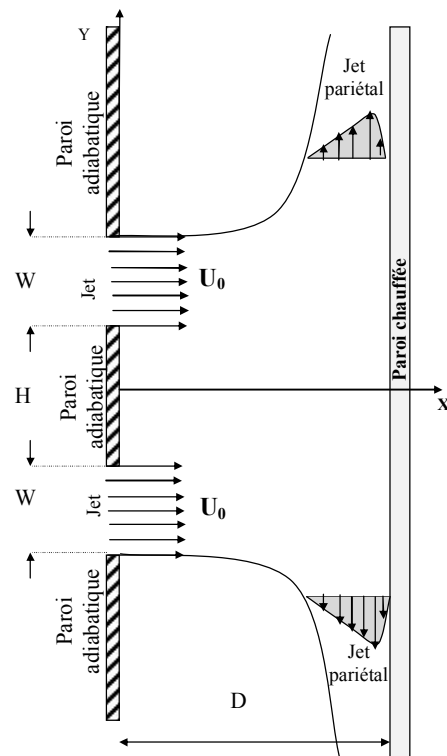


Figure 2. Interaction de deux jets avec une paroi chauffée

Différents types d'écoulements sont obtenus, dépendant de la position de la paroi chaude (Figure 2). Si la paroi est située dans la zone convergente, on a un effet fontaine qui se produit, dans le cas où la paroi est localisée loin du point de fusionnement on a une interaction qui les mêmes caractéristiques que celle d'un jet unique impactant une paroi solide. Le cas intermédiaire est celui où la paroi se



trouve dans la région combinée, la structure de l'écoulement devient dissymétrique et instable.

Ce problème a été entrepris par plusieurs chercheurs on peut citer : V. Narayanan & al. (2004) , Jung-Yang San and Mao-De Lai (2001) , A. Abdel-Fattah (2007) , YIN Zhao-qin, LIN Jian-zhong (2007) , Jung-Yang San et al. (2007).

### Méthodologie

L'écoulement étudié est supposé stationnaire en moyenne, bidimensionnel et turbulent. Les équations du problème sont issues des principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces équations font apparaître des corrélations doubles qui nécessitent une modélisation pour fermer le système. Dans cette étude, nous utilisons l'approche de Navier Stokes moyenné (RANS) LRR – RSM (Launder, Reece et Rodi - Reynolds stress model).

Les calculs ont été effectués par une méthode numérique basée sur une discrétisation en volumes finis. Les critères de convergence des résidus normalisés des variables dépendantes sont fixés à  $10^{-6}$ . Après avoir effectué un test préalable du maillage, nous avons opté pour un maillage structuré non uniforme.

### Résultats

#### Effet de la distance jet – paroi

Les lignes de courant et les vitesses adimensionnés sont tracés pour différentes valeurs de la distance entre la buse du jet et la paroi, la largeur de la buse ( $d/w$ ). La figure (fig. 3a) représente le cas de  $d/w = 2$ , ce qui correspond au cas où la plaque est située dans la région de convergence. Le cas où la paroi est positionnée dans la région combinée est présentée dans la fig. 3b, pour  $d/w = 5$ , le cas où la paroi est située dans la région pleinement développée (jet mixte) est représenté dans la fig. 3c ( $d/w = 8$ ).

On remarque dans la figure 3a et la figure 3b que les structures d'écoulement sont symétriques dans les régions de fusionnement.

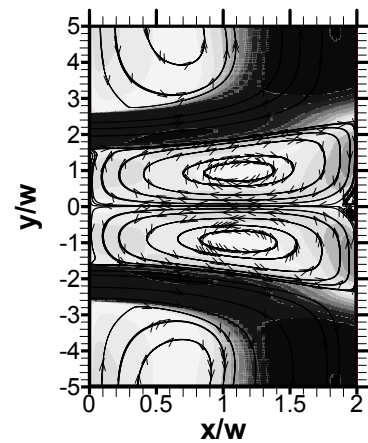
Alors que les lignes de courant deviennent axisymétriques lorsque la paroi se trouve dans la région combinée (fig. 3b).

L'interaction entre les deux jets devient instable, cela conduit à d'importantes oscillations spatiales et temporelles. Pour ce cas, le développement du jet sur la paroi est observé le long de la plaque verticale.

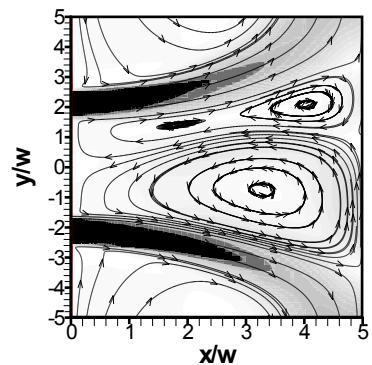
Lorsque la paroi se trouve avant la région convergente, elle provoque d'autres aspects physiques, l'apparition des petits tourbillons (fig. 3a) ils sont considérables sur la paroi. Ce comportement est en accord avec les résultats de saripalli (1983), et confirmé numériquement par hewakandamby (2007).

#### Distribution de la température

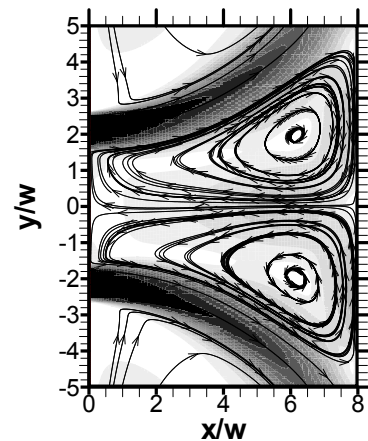
Les contours de la température sont représentées dans les figures.4a, 4b et 4c pour  $Re = 11000$  et pour les distances entre les sorties du jet et la paroi chauffée:  $D/w=2, 5$  et  $8$ , respectivement. Ces figures donnent



(a)



(b)



(c)

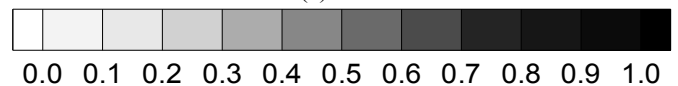


Figure 3. Lignes de courant et isocontours du module de la vitesse ( $Re=11000$ )

a)  $D/w = 2$  , (b)  $D/w = 5$  , (c)  $D/w = 8$

une vue d'ensemble du champ thermique dans l'espace entre les buses et la plaque chauffée. La température le long de la plaque est maintenue constante, Pour le cas de  $D/w = 2$  et  $D/w = 8$ , l'épaisseur de la couche limite est la plus faible dans la région convergente des deux jets. Elle augmente ensuite progressivement en aval, mais elle devient significative pour la structuration de la fontaine entre les deux jets. On peut noter que lorsque la paroi est



avant la région de fusionnement figure 4a, une haute température peut être obtenue dans la région axiale entre les deux jets. Cela est dû au comportement de la fontaine dans cette région. Un meilleur refroidissement peut être réalisé, pour le même nombre de Reynolds, en fixant la paroi dans la région combiné ( $D/w = 5$ ). En raison de l'instabilité de l'écoulement, ce qui conduit à une oscillation dans la zone convergente, une faible température est obtenue à la région de stagnation figure 3b.

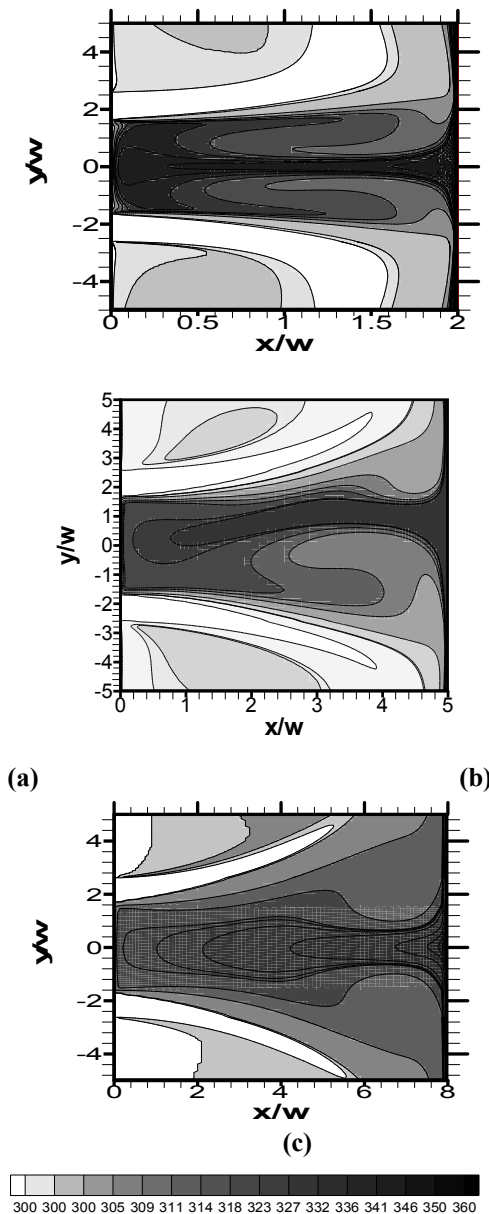


Figure 4. Contours de température  $Re=11000$   
a)  $D/w = 2$ ; b)  $D/w = 5$  et c)  $D/w = 8$

### Evolution du nombre du nusselt

Le nombre de Nusselt local est déduit à partir des résultats numériques. Il est définie par :

$$Nu = -\frac{w}{(T_w - T_0)} \frac{\partial T}{\partial x}$$

Les évolutions du nombre de Nusselt local le long de la plaque chauffée présentent deux valeurs maximales du nombre de Nusselt ont été atteintes dans la région convergente.

Ces maximums sont situés au voisinage des deux points de stagnation. Le nombre de Nusselt est minime dans l'axe de symétrie entre les buses du jet, elle augmente brusquement jusqu'à des valeurs maximales à la sortie des deux jets, puis elle diminue asymptotiquement vers une valeur constante.

La distribution du nombre de Nusselt montre que le transfert de chaleur local est plus efficace lorsque la paroi se situe dans la région de fusionnement  $D/W=5$ , par rapport aux autres cas. On peut noter la présence de deux maximum symétrique lorsque la paroi est située hors de la région de fusionnement ( $D/w < 4.3$  et  $D/w > 8$ ). Toutefois lorsque la paroi est située dans la région de fusionnement  $4 < D/w < 8$  ( $D/w = 5$ ), la distribution devient asymétrique, elle se déplace vers l'avant à droite ou à gauche. Ce phénomène est du à l'instabilité du flux produit.

### Conclusion

L'étude du coefficient de transfert de chaleur a permis d'optimiser le positionnement de la plaque. Lorsque la plaque est dans la région du point de fusionnement, le transfert est maximal. Les résultats numériques sont en bon accord avec l'expérience. Le modèle LRR a permis une bonne prédiction des résultats.

### Références

- Abdel-Fattah, A. (2007), "Numerical and experimental study of turbulent impinging twin-jet flow"; *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol.31, pp. 1061–10
- J Jung-Yang San and Mao-De Lai [2001] ;Optimum jet-to-jet spacing of heat transfer for staggered arrays of impinging air jets , *International Journal of Heat and Mass Transfer*; Volume 44, Issue 21, November, Pages 3997-4007
- Launder, B.E. Reece, G.J. and Rodi, W.[1975], Progress in the developments of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 68, pp.537-566.
- V. Narayanan , J. Seyed-Yagoobi [2004]; R.H. Page ; An experimental study of fluid mechanics and heat transfer in an impinging slot jet flow *International ; Journal of Heat and Mass Transfer* 47 1827–1845
- Hewakandamby, B. N. (2009), "A numerical study of heat transfer performance of oscillatory impinging jets", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 396–406

# ETUDE DYNAMIQUE D'UN CAPTEUR SOLAIRE PLAN A AIR AYANT UNE RUGOSITE RECTANGULAIRE

ALIANE KHALED <sup>1</sup>, AMRAOUI MOHAMMED AMINE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie-Mécanique, Faculté de Technologie, Université Aboubakr Belkaid –Tlemcen.

kh\_aliane@yahoo.fr

amraoui\_mohammedamine@yahoo.fr

## Résumé

A cause des échanges thermiques faibles entre le fluide caloporteur et l'absorbeur au sein d'un convertisseur héliothermique (capteur solaire), plusieurs techniques sont introduites.

1- Dans ce travail, nous étudions l'influence des rugosités au niveau de l'isolant d'un capteur solaire plan à air afin d'augmenter les échanges thermiques. Cela est réalisé à l'aide d'une étude comparative entre un capteur solaire muni des chicanes sans rugosité et un capteur solaire muni des chicanes avec rugosité rectangulaire.

**Mot clés : capteur solaire plan à air, rugosité rectangulaire, modèle k-ε, méthode des volumes finis.**

## Abstract

Because of the low heat transfer between the coolant and the absorber in a solar thermal converter (solar collector), several techniques are introduced.

In this work, we study the influence of roughness at the insulation of a solar collector plan to increase air heat exchange. This is achieved by means of a comparative study between a solar collector provided with baffles without roughness and a solar baffle provided with rectangular roughness.

**Key words: solar air plane, rectangular roughness, k-ε model, finite volume method.**

## 1 Introduction

L'amélioration des performances des capteurs solaires consistait à limiter les déperditions thermiques entre l'absorbeur et l'ambiance avec un choix judicieux des composants des capteurs.

Le rendement d'un capteur solaire-conçu pour convertir l'énergie solaire en énergie thermique- dépend de sa forme, de la technique choisie et de la façon dont on réduit les pertes de chaleur à la surface de celui-ci.

Il existe une gamme étendue de capteurs solaires à air avec différentes dispositions de l'absorbeur. F. Mokhtari et D. Semmar[1], ont choisis un capteur avec le passage d'air situé entre l'absorbeur et l'isolant.

Dans le cas des obstacles fixés sur l'isolant, le choix des formes géométriques d'obstacles utilisés doit satisfaire certains critères. En effet, la forme et la disposition des obstacles affectent l'écoulement d'air pendant sa trajectoire. Les obstacles assurent une bonne irrigation de l'absorbeur, créent la turbulence et réduisent les zones inactives dans le collecteur. A. Ahmed-Zaïd et al [2] présentent une comparaison entre les résultats obtenus dans les cas du capteur solaire muni d'obstacles et du capteur sans obstacles. Les différentes formes étudiées, à la fois simples et intéressantes, concernent, les chicanes Delta Cintrées Longitudinalement (DCL), Ogivales Cintrées Longitudinalement (OCL) et Transversales-Longitudinales (TL).

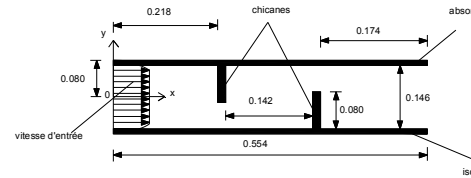
Dans le but de minimiser les pertes thermiques vers l'avant de l'absorbeur, Feyza Benyelles et al [3] ont proposés de placer un isolant "aérogel de silice" au dessus de l'absorbeur.

Dans ce travail, on mène une étude à la fois qualitative par le moyen de la visualisation numérique et quantitative en traçant les différents profils

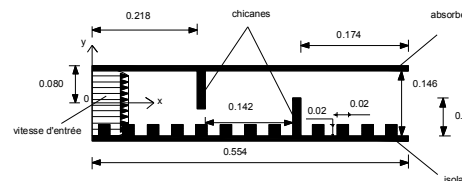
de vitesses, turbulence et de tempéramodèle de capteur solaire sans rugosité et un modèle de capteur avec rugosité rectangulaire.

## 2 Problématique

Pour l'amélioration des performances du capteur solaire, nous avons pris le modèle de Demartini[4] (figure 1-a), où nous avons ajoutée des rugosités au niveau de l'isolant pour augmenter la surface d'échange entre l'isolant et le fluide caloporteur (figure 1-b).



a-Modèle de capteur sans rugosité [4]



b-Modèle de capteur avec rugosité rectangulaire

Fig.1 – La géométrie étudiée

La géométrie du problème étudié est un conduit rectangulaire muni de chicanes de forme rectangulaire traversé par un écoulement d'air turbulent stationnaire satisfaisant les hypothèses suivantes : (i) Propriétés physiques du fluide supposées constantes, (ii) Profils de vitesse et de température uniformes, (iii) Température de parois constante, (vi) Modèle de turbulence (k-ε) à bas nombre de Reynolds.

Dans ces conditions, les équations de transport à considérer peuvent s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \Phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] + S_{\Phi} \quad (1)$$

Où  $\Phi$  est un vecteur composé des grandeurs  $u$ ,  $v$ ,  $k$ , et  $\epsilon$ .  $u$  et  $v$  sont respectivement les vitesses moyennes locales dans les directions  $x$  et  $y$ ,  $k$  est l'énergie cinétique turbulente, et  $\epsilon$  est l'énergie de dissipation turbulente, et sont respectivement les coefficients de la diffusion turbulente et le terme source associés à la variable  $\Phi$ .

Le (Tableau 1) récapitule les équations de la région principale d'écoulement en mentionnant  $\Phi$  et  $S_{\Phi}$ .

Tab.1 : Sommaire des équations résolues pour la région d'écoulement

Equation	$\Phi$	$\Gamma_{\Phi}$	$S_{\Phi}$
-Continuité	1	0	0
-quantité de mouvement selon x	$u$	$\mu_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_x \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_x \frac{\partial u}{\partial y} \right]$ (3)	
- quantité de mouvement selon y	$v$	$\mu_y \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_y \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_y \frac{\partial v}{\partial x} \right]$ (4)	

mouvement

selon y

- Energie turbulente  $k \quad \mu_t + \frac{\mu}{\sigma_k} \quad -\rho_t \cdot \varepsilon + G \quad (5)$

- Dissipation turbulente  $\varepsilon \quad \mu_t + \frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} \quad (C_1 G - C_2 \rho_t \cdot \varepsilon) \quad (6)$

Avec :  $G = \mu_t \left\{ 2 \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}$

$\mu_g = \mu_f + \mu_t$

$\mu_t = f_\mu \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$

Le modèle de turbulence adopté est le modèle k-ε à Bas-Reynolds dont les constantes turbulentes dans les équations ont été adoptées selon ceux de Launder et Spalding [5] et Chieng et Launder [6]. Elles sont montrées dans le (Tableau 2).

TAB.2 : Constantes Turbulentes dans les équations gouvernantes

$C_\mu$	$C_1 = C_2$	$C_2$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_t$
0.09	1.44	1.92	1	1.3	0.9

### 3 Conditions aux limites

Ce travail adopte un écoulement turbulent entièrement développé. Les paramètres U, k, ε ont été obtenus par un calcul numérique qui utilise le modèle k-ε à bas nombre de Reynolds (LRN).

Les conditions aux limites pour l'ensemble d'équations régissant sont présentées ci-dessous:

(a) À l'entrée du canal :

$u = 7.8m/s, v = 0, k_{in} = 0.005 U_{in}^2 = 0.3042 m^2/s^2,$   
 $\varepsilon_{in} = 0.1, k_{in}^{3/2} = 0.0092 m^2/s^2 \quad (8)$

(b) - aux parois la condition de non- glissement est adoptée :

$u = v = 0 \quad K = \varepsilon = 0 \quad (9)$

- aux parois et en utilisant le modèle k-ε à bas nombre de Reynolds, la condition suivante est appliquée

(c) Conditions à la sortie du canal :

A la sortie, on assume que tous les gradients sont nuls.

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad (10)$

### 4 Solution numérique

La méthode des volumes finis, basée sur l'algorithme SIMPLE, est utilisée pour résoudre le système (1) muni des conditions aux limites ci-dessus. Les termes de diffusion correspondant aux équations de quantité de mouvement et de turbulence sont discrétisés en utilisant le schéma numérique PLDS (Power law Differencing Scheme) de Patankar [7].

### 5 Discussions et interprétations

#### 5.1 Les lignes de courant

A l'entrée, la vitesse est uniforme juste en amont de la première chicane zone « A » pour les deux modèles étudiés. Le fluide forme un volume mort (l'écoulement est stagné dans cet endroit). L'arrête vif en amont présente un point de décollement (zone « B »), Cependant, l'écoulement se détache de la paroi de l'obstacle, ce qui provoque une dépression en aval de ce même obstacle. Cela est confirmé d'ailleurs par la présence d'un noyau tourbillonnaire très active zone « C ». L'existante de cette première chicane va orienter l'écoulement vers la paroi inférieure. Par contre, la deuxième chicane (zone « D ») va l'orienter vers la paroi supérieure ce qui permet au fluide de capté toute l'énergie thermique de l'absorbeur. En aval de la deuxième chicane (zone « E »), il apparaît une autre zone morte de recirculation.

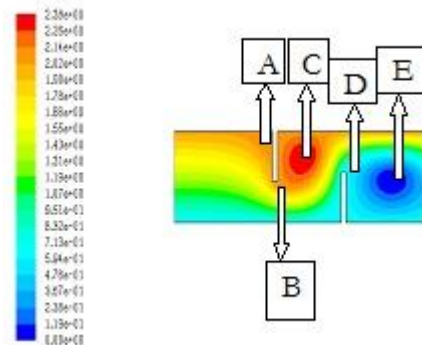


Fig.2-Lignes de courant (sans rugosité)

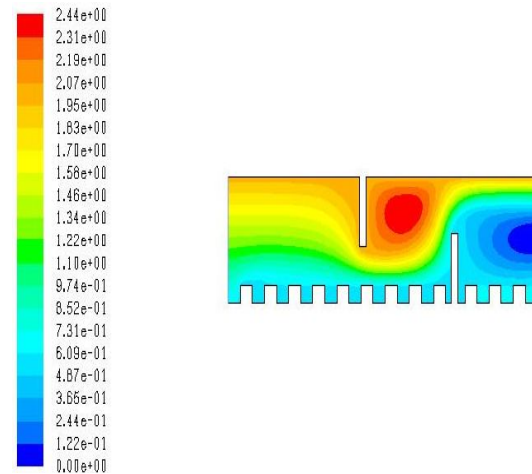


Fig. 3-Lignes de courant (rugosité rectangulaire)

#### 5.2 Le vecteur de vitesse V

On distingue plusieurs zones dans les deux modèles étudiés et cela suivant l'intensité de vitesse, (faible ou grande). Les vitesses sont faible juste en amont de la première chicane zone « A » pour les deux modèles étudiés. Ils sont aussi faible en amont et en aval de la deuxième chicane dans sa partie inférieure ainsi que dans les aspérités de la rugosité. Les vitesses sont très importantes au dessous de la première chicane et au dessus de la deuxième chicane.

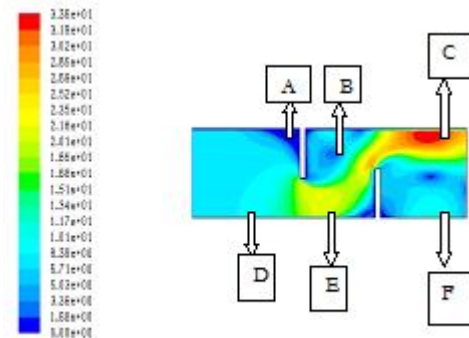


Fig. 4-Vecteur de vitesse V (sans rugosité)

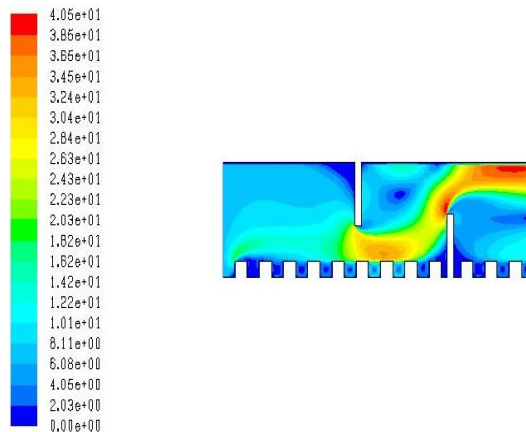


Fig. 5-Vecteur de vitesse V (rugosités rectangulaires)

Grace à la rugosité, la vitesse est très importante dans la zone «D» voir (Figure.5) Par rapport au premier type sans rugosité où la vitesse est très faible voir (Figure.4).

Dans la zone «E» la vitesse est importante pour le modèle de capteur à rugosité rectangulaire (3.65m/s). Par contre dans le type de capteur sans rugosité la vitesse est moins importante (2.52m/s), voir (Figure.4).

Dans la zone «C» les vitesses deviennent très importantes. Elles sont comprises entre 3.36m/s pour le type sans rugosité voir (Figure.4) Et 4.05 m/s pour le capteur à rugosité rectangulaire voir (Figure.5).

Dans la zone «B» et «F», il apparait une dépression causée par l'existence de la première chicane (zone«B») et la deuxième chicane (zone«F») ce qui diminue la vitesse en cet endroit.

## 6 Conclusion

Ce travail présente une contribution efficace pour l'amélioration des performances d'un capteur solaire plan à air.

En raison de l'insuffisance de l'échange thermique réalisée dans le capteur solaire plan à air entre le fluide et l'absorbeur il est intéressant à apporter des améliorations pour de meilleures performances ou une meilleure efficacité thermique.

Cette partie de simulation nous à montrer qu'on partie amont de la première chicane (zone «A») les vitesses sont faibles pour les deux types de capteurs étudiés. On plus, au niveau de la rugosité (pour le cas de capteur avec rugosité) cette vitesse devient presque nulle. Cela est équivalent à la formation d'une couche mince de fluide bloqué dans ces aspérités.

Grace à la rugosité incorporé dans le capteur, la vitesse est très importante dans la zone «D» «E» «C» voir (Figure.7.) Par rapport au cas de capteur sans rugosité où la vitesse est très faible voir (Figure.6).

## Références

- [1] F. Mokhtari et D. Semmar «Etude Expérimentale d'un Capteur Solaire à Air» Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62, Route de l'Observatoire, Bouzaréah, Alger Rev. Energ. Ren. : Valorisation (1999) 243-246
- [2] A. Ahmed-Zaïd, A. Moulla, M. S. Hantala et J.Y. Desmons « Amélioration des Performances des Capteurs Solaires Plans à Air: Application au Séchage de l'Oignon Jaune et du Hareng » Rev. Energ. Ren. Vol.4 (2001) 69-78
- [3] F. Benyelles, B. Benabadjia, B. Benyoucef, Z. Ziani, « Comparaison entre un capteur à aérogel de silice et d'autres capteurs plans », 13èmes Journées Internationales de Thermique (2007).
- [4] L. C. Demartini, H. A. Vielmo and S. V. Möller, «Numeric and Experimental Analysis of the Turbulent Flow through a Channel With Baffle Plates», J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., 2004, Vol. XXVI, No. 2 / 153

[5] Launder, B.E., Spalding, D. B. (1974) The numerical computation of turbulent flow", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3: 269-289

[6] Chieng, C.C. and Launder, B.E (1980) On the calculation of turbulent heat transport downstream from an abrupt pipe expansion. Numerical Heat Transfer 3: 189-207.

[7] Patankar, S. V. (1980) Numerical heat transfer and fluid flow, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Pub. Corp., McGraw-Hill.

# INSTABILITE PARAMETRIQUE QUASIPERIODIQUE DE FARADAY

M. YAGOUBI<sup>(1) (2)</sup>, S. ANISS<sup>(1)</sup>

(1) Laboratoire de Mécanique, Faculté des Sciences Ain Chock, Km 8, Route d'El Jadida, BP 5366, Maârif, Casablanca, Maroc

(2) L.E.M.T.A.-E.N.S.E.M., UMR 7563 CNRS. 2, avenue de la Forêt de Haye, BP 160-Vandoeuvre-lès-Nancy, 54504, Cedex, France

## INTRODUCTION

L'instabilité de Faraday est une instabilité hydrodynamique, elle est observée lorsque l'on fait vibrer verticalement un liquide avec une accélération suffisamment grande. Dans ces conditions, il est possible d'observer la déformation de la surface du fluide qui se réorganise en un réseau d'ondes sous-harmoniques. Cette instabilité découverte en 1831 par Micheal Faraday, il étudia le développement d'ondes de surface vibrante et observa que la réponse en fréquence de l'onde formée était sous-harmonique par rapport à la fréquence d'excitation. Quelques années plus tard, Matthiessen [2, 3] étudia à son tour ce phénomène et observa cette fois ci que les fréquences étaient synchrones. Cette divergence entre les résultats incita Rayleigh [4] à entreprendre une série d'expérimentations supplémentaires dont les conclusions allaient dans le sens des observations de Faraday. Une modélisation en fluide parfait, faite par Benjamin et Ursell [5] montre que l'amplitude de la surface libre répond à une équation de Mathieu.

Dans ce travail, nous reprenons ce problème, mais en considérant des oscillations quasi-périodiques. Ces dernières sont caractérisées par la présence de deux fréquences incommensurables. L'étude des équations différentielles paramétriques quasi-périodiques a fait l'objet de plusieurs travaux récents [6-8]. Ces oscillateurs s'écrivent en général sous la forme suivante :

$$\ddot{x} + [\delta + \varepsilon(\cos \tau + \cos \omega \tau)]x = 0 \quad (1)$$

Pour un ensemble donné de paramètres ( $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$ ), cette équation est dite stable si toutes les solutions sont bornées et instable s'il existe une solution non bornée. Dans ces travaux les auteurs ont utilisé l'intégration numérique, exposant de Lyapunov et la variété de la méthode de perturbation pour déterminer les régions de la stabilité dans le plan ( $\delta$ - $\omega$ ) en fixant  $\varepsilon$ . En plus, ils ont obtenu des expressions analytiques approchées pour les courbes de transitions englobant les régions de stabilité par l'utilisation de deux méthodes distinctes : Les perturbations régulières et la balance harmonique, puis ils ont utilisé des perturbations singulières pour étudier la stabilité de l'éq. (1) pour des faibles  $\omega$  lorsque  $\delta$  est proche de 1/4. Les expressions analytiques pour les courbes de transitions qui séparent des régions stables et instables (voir Fig.1) ont été obtenues par Rand et al. [9] en utilisant une méthode de perturbation double qui consiste à appliquer deux méthodes

de perturbation successives, valable pour une petite valeur de  $\varepsilon$ . En particulier, l'approximation analytique des courbes de transition englobant la plus grande des régions d'instabilité locales à proximité de  $\delta = 0,25$  et  $\omega = 1$  dans l'équation (1) ont été obtenus sous la forme :

$$\omega = 1 + \varepsilon \left( S \pm \mu \left( \frac{1}{2} + \frac{\delta_1}{S} \right) \right) + o(\varepsilon^2) \quad (2)$$

Avec  $\delta = \frac{1}{4} + \varepsilon \delta_1$ ,  $S = \sqrt{4\delta_1^2 - 1}$  et  $\mu = 1$

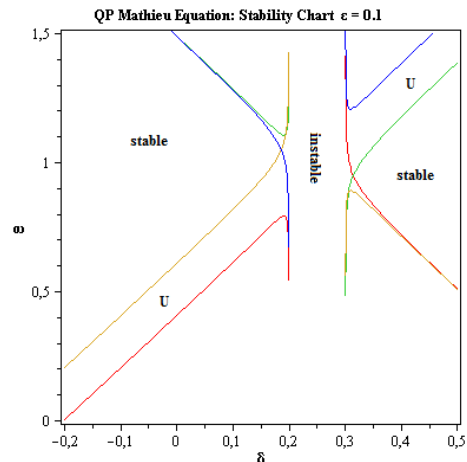


Fig.1 : Courbes de transition séparant régions stables et instables (U) près de  $\delta = 0,25$ ,  $\omega = 1$  sur la base de l'équation (2) avec  $\varepsilon = 0,1$  [9].

Ensuite, ils ont utilisé différentes méthodes de perturbation pour obtenir une expression comparable approximative pour la plus grande des régions d'instabilité locales près de  $\delta = 0,25$  et  $\omega = 0,5$  [9].

$$\omega = \frac{1}{2} + \varepsilon \frac{S}{2} + \varepsilon^2 \left( \delta_1 \frac{(-24\delta_1^2 - 7)}{12S} \pm \left( \frac{1}{2} + \frac{\delta_1}{S} \right) \right) + \dots \quad (3)$$

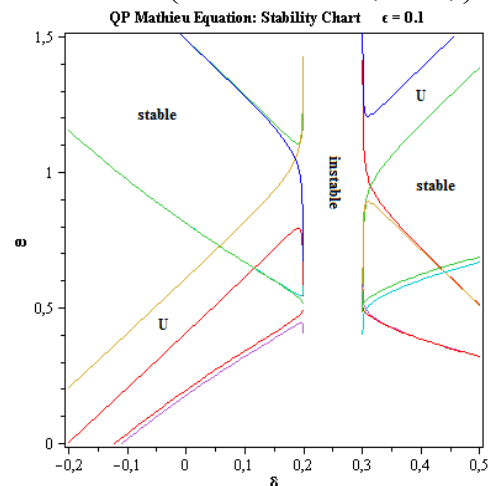


Fig.2 : Courbes de transition séparant régions stables et instables (U) près de  $\delta = 0,25$ ,  $\omega = 0,5$  sur la base de l'équation (3) avec  $\varepsilon = 0,1$  [9].

En s'inspirant de ces travaux, nous étudions l'effet des deux fréquences sur les courbes de stabilité marginale déduites à partir de l'étude linéaire dans le cas de fluide parfait d'une part et d'autre part nous comparons les Courbes de stabilité marginale dans le plan fréquence d'excitation - amplitude de vibration,  $(\omega_1, \alpha_1)$ , déduites par la méthode des balances harmonique (BH) avec celle induite par la méthode de perturbation (MP).



## FORMULATION

Considérons un liquide de masse volumique  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$  et de tension de surface  $\sigma = 72.5 \text{ dyn/cm}$  contenu dans une cuve rectangulaire de longueur (a) et de largeur (b) lequel effectue un mouvement vertical quasi-périodique selon la loi de déplacement : (voir Fig.3)

$$z(t) = \alpha_1 \cos(\omega_1 t) + \alpha_2 \cos(\omega_2 t)$$

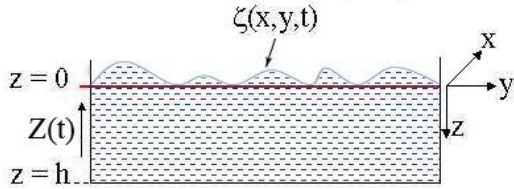


Fig.3 : Le système hydrodynamique

Les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont incommensurables. Les quantités  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  représentent les amplitudes du mouvement oscillatoire. L'accélération quasi-périodique se superpose à celle de la pesanteur g. Le déplacement de la surface libre du liquide par rapport à sa position de repos est défini par la fonction  $\xi(x, y, t)$ .

Nous utilisons dans ce travail le modèle de fluide parfait et nous négligeons les effets dus au mouillage sur les parois.

## EQUATION DE MATHIEU QUASIPERIODIQUE

Dans le repère relatif, les équations d'Euler, l'équation de conservation de la masse et les conditions aux limites conduisent à la forme de la surface libre :

$$\xi = \sum_{l,m} A_{lm}(t) S_{lm}(x, y) \quad , \quad S_{lm} = \cos\left(l\pi \frac{x}{a}\right) \cos\left(m\pi \frac{y}{b}\right) \quad (4)$$

Et les équations d'amplitude de l'interface:

$$\frac{d^2 A_{lm}}{dt^2} + k_{lm} \tanh(k_{lm} h) \left( \frac{k_{lm}^2 \sigma}{\rho} + g - \alpha_1 \omega_1^2 \cos \omega_1 t - \alpha_2 \omega_2^2 \cos \omega_2 t \right) A_{lm} = 0, \quad (5)$$

Où

$$k_{lm}^2 = \pi^2 \left( \frac{l^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} \right)$$

Dans la suite, nous utilisons l'hypothèse :  $\alpha_1 \omega_1^2 = \alpha_2 \omega_2^2$ . Ainsi, l'équation (5) devient après le changement de variable,  $\tau = \omega_1 t$ , une équation similaire à celle étudiée par Rand et al. [10, 11] :

$$\frac{d^2 A_{lm}}{d\tau^2} + [\delta + \varepsilon (\cos \tau + \cos \omega \tau)] A_{lm} = 0 \quad (6)$$

Où

$$\delta = \frac{k_{lm} \tanh(k_{lm} h)}{\omega_1^2} \left( \frac{k_{lm}^2 \sigma}{\rho} + g \right), \quad \varepsilon = -k_{lm} \alpha_1 \tanh(k_{lm} h), \quad \omega = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Pour ce genre de problème la théorie de Floquet n'est plus applicable. Pour déterminer les solutions de l'équation (6). Rand et al. [10, 11] ont proposé la construction de solutions quasi-périodiques bornées pour ce type d'équation. Ces solutions sont données sous la forme :

$$A(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left[ C_{ij} \cos\left(\frac{i+j\omega}{2} \tau\right) + D_{ij} \sin\left(\frac{i+j\omega}{2} \tau\right) \right] \quad (7)$$

L'expression (7) est introduite dans l'équation (6). Les résultats que nous allons exploiter sont obtenus par une troncature des sommes infinies en considérant des sommes de 0 à N pour l'indice i et de -N à N pour l'indice j.

## RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Pour la validation de nos calculs, nous avons reproduit la carte de stabilité de l'équation de Mathieu quasi-périodique dans le plan  $(\delta, \omega)$  obtenue par Rand et al. [10, 11] pour N = 4,  $\varepsilon = 0.1$  (voir Fig.3).

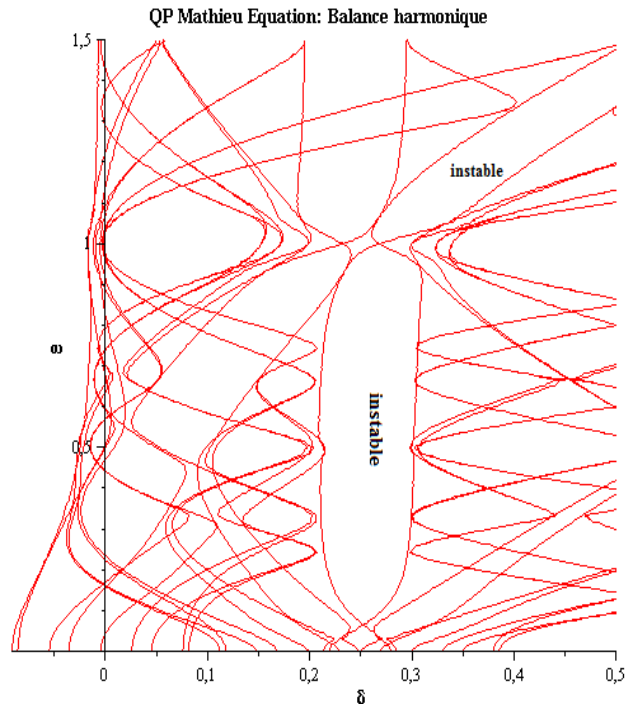


Fig.4 : Carte de stabilité de l'équation de Mathieu quasi-périodique dans le plan  $(\delta, \omega)$  pour N = 4,  $\varepsilon = 0.1$

Pour étudier les Courbes de stabilité marginale dans le plan fréquence d'excitation - amplitude de vibration,  $(\omega_1, \alpha_1)$ , l'équation caractéristique (8) est résolue numériquement en fixant le nombre d'onde, k, le rapport des fréquences,  $\omega$ , la hauteur du fluide, h, et les caractéristiques du fluide étudié (eau pure à 16°C).

## Comparaison entre la méthode des balances harmoniques et la méthode de perturbation

Nous nous sommes intéressés, aux courbes traduisant la séparation des régions stables et instables dans le plan fréquence d'excitation - amplitude de vibration,  $(\omega_1, \alpha_1)$ , pour deux méthodes différentes : La Balance Harmonique (BH) et la méthode de perturbation (MP) (Eq.3).

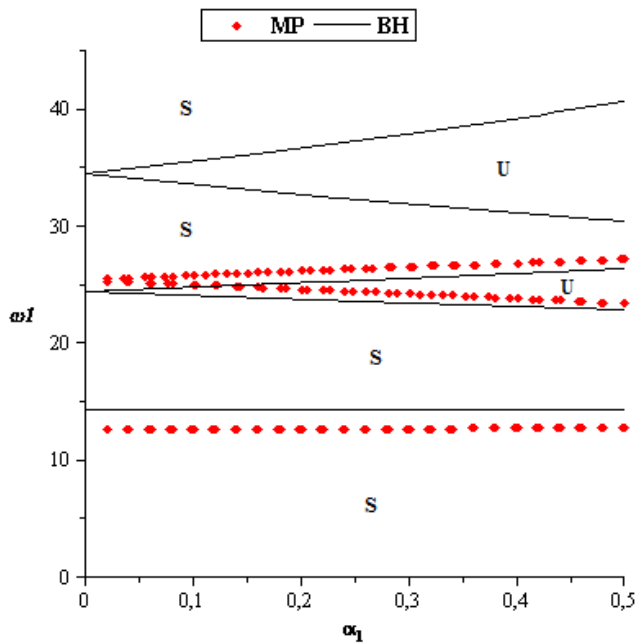


Fig.5 : Courbes de stabilité marginale séparant régions stables (S) et instables (U) pour  $k = 1\text{cm}^{-1}$ ,  $\omega = \sqrt{2}$ ,  $h = 0.29\text{ cm}$  et pour  $N = 1$

La figure (5) illustre, pour  $k = 1\text{cm}^{-1}$  et  $\omega = 2^{1/2}$ , la variation de la fréquence d'excitation ( $\omega_1$ ) en fonction de l'amplitude de vibration ( $\alpha_1$ ). La comparaison des figures montre un accord général entre les deux méthodes utilisées pour résoudre l'équation de Mathieu quasi-périodique.

## CONCLUSION

Dans ce présent travail, nous avons étudié les effets des oscillations quasi-périodiques verticales sur la stabilité d'une surface libre d'un film liquide parfait. Les équations linéaires de mouvement sont réduites à une équation de Mathieu quasi-périodique qu'on la résolu par deux méthodes différentes soit la méthode de balance harmonique ou la méthode des perturbations. On a constaté l'absence des perturbations pour  $\varepsilon$  petit lorsque  $\omega$  prend des valeurs de résonance dus à petit-diviseur dans la deuxième méthode et on a montré comment la première méthode peut être utilisée pour éviter ces difficultés.

## Remerciements

Nos remerciements vont au Prof. M. Souhar du LEMTA – Nancy pour son accueil à Nancy et au service de SCAC de l'Ambassade de France à Rabat pour le support financier.

## Références

1. M. Faraday, "On the forms and states of fluids on vibrating elastic surfaces". *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. 121, 319-340, (1831).
2. L. Matthiessen, "Acoustic experiments concerning the smallest transverse waves in liquids". *Ann. Phys., Lpz*, vol. 134, 107-117, (1868).
3. L. Matthiessen, "On the transverse vibrations of ringing low-viscosity and elastic liquids". *Ann. Phys., Lpz*, vol. 141, 375-393, (1870).
4. L. Rayleigh, "On the crispations of fluid resting upon a

5. vibrating support". *Phil. Mag.*, Vol. 15, 235, (1883).
5. T. B. Benjamin and F. Ursell, "The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion". *Pr. Roy. Soc. London*, Vol. A 255, pp. 505-515, (1954).
6. R.H. Rand, *Topics in Nonlinear Dynamics with Computer Algebra*, Gordon and Breach, Langhorne, PA. (1994)
7. R.S. Zounes and R.H. Rand, "Transition Curves in the Quasiperiodic Mathieu Equation", in *Nonlinear Dynamics and Controls*, editors: A.K. Bajaj, N. Sri Namachchivaya, and M.A. Franchek, ASME Book No. G01025, pp.1-6, American Soc. Mech. Engineers, (1996)
8. R.S. Zounes, "Analytic Techniques for the investigation of Asymptotic Properties of the Quasiperiodic Mathieu Equation", Ph.D. thesis, Center for Applied Mathematics, Cornell University, (1997).
9. R. Rand, K. Guennoun and M. Belhaq, "2:2:1 Resonance in the quasiperiodic Mathieu equation", *Nonlinear Dynamics* 31, 367-374, (2003)
10. R. Rand and R. Hastings, "A quasi-periodic Mathieu equation", *Design Engineering Conferences* 84-1, 3 Part A, ASME, pp. 747-758 (1995).
11. R. S. Zounes and R. Rand, *SIAM J. Appl. Math.*, 58, (1998) 1094-1115.
12. T. Boulal, S. Aniss, M. Belhaq and R. Rand, *Phys. Rev.*, 76, (2007) 56320.
13. T. Boulal, S. Aniss, M. Belhaq and A. Azouani, *Int. J. Non-Linear Mech.*, 43, (2008) 852-857.
14. W. S. Edwards, & S. Fauve, "Parametrically excited quasicrystalline surface waves", *Phys. Rev. E* 47, 47R788-R791, (1993).
15. S. Aniss, M. Belhaq, M. Souhar and M.G. Velarde, "Asymptotic study of Rayleigh-Bénard convection under time periodic heating in Hele-Shaw cell", *Physica Scripta* 71, 1-7, (2005)
16. S. Aniss, M. Souhar and M. Belhaq, "Asymptotic study of the convective parametric instability in Hele-Shaw cell", *Physics of fluids* 12(2), 262-268, (200)

# APPORT DES MODÈLES ATMOSPHÉRIQUES DE FINE ÉCHELLE : CAS DES FORTES PRÉCIPITATIONS DU 31 OCTOBRE 2012 SUR LA RÉGION SOUSS.

R. MERROUCHI<sup>1</sup>, M. CHAGDALI<sup>2</sup> ET S.  
MORDANE<sup>2</sup>

1. Direction de la Météorologie Nationale (Casablanca),  
[rabia.merrouchi@gmail.com](mailto:rabia.merrouchi@gmail.com),

2. Faculté des Sciences Ben M'sik, (Casablanca)  
[m.chagdali@hotmail.com](mailto:m.chagdali@hotmail.com) et [mordanesoumia@yahoo.fr](mailto:mordanesoumia@yahoo.fr)

## 1. INTRODUCTION

Les modèles de circulation atmosphérique ont connu une grande avancée avec le développement de la prévision numérique et des grands progrès qu'on connaît les moyens et puissances de calcul. Les résolutions spatiales et temporelles des modèles globaux se sont ainsi améliorées ce qui a permis d'accroître nettement la précision et la fiabilité de leurs produits. L'accent a été également mis sur le développement des modèles tant sur le plan dynamique et physique que sur le plan d'assimilation et de la diversification des données en entrée et ce en adoptant de nouveaux schémas numériques et de nouvelles paramétrisations physiques afin d'appréhender au mieux les phénomènes météorologiques de petite échelle. Pourtant, ces modèles n'ont pas pu dépasser leurs limites physiques et par conséquent les phénomènes météorologiques d'échelle aérologique ou ceux dits sous maille restent loin d'être maîtrisés.

Pour pallier à cette limitation, de nouveaux modèles numériques à aire limitée ou d'échelle fine ont été développés intégrant, en outre, la microphysique de l'environnement nuageux, la chimie atmosphérique et les caractéristiques du sol (indice de végétation, albédo, rugosité de terrain,...) [1].

La présente étude illustre l'apport des modèles atmosphériques de fine échelle dans la prévision des paramètres atmosphériques et météorologiques en général et dans l'alerte aux phénomènes météorologiques dangereux en particulier à travers le cas réel des fortes pluies qu'a connues la région du Souss durant la nuit du 30 et la matinée 31 octobre 2012 et qui ont atteint 130mm à Taroudant et plus de 84mm à Agadir.

## 2. MATÉRIELS ET MÉTHODES

### Les modèles atmosphériques globaux de circulation générale:

La formulation de ces modèles est basée sur un ensemble d'équations de base, dont certaines sont de type diagnostique décrivant la relation statique entre la pression, la densité, la température et la hauteur. D'autres sont de type pronostique et décrivent l'évolution temporelle des composantes horizontales du vent, de la pression de surface, de la température et du contenu en vapeur d'eau de chaque parcelle d'air. Des équations supplémentaires sont prises en compte pour décrire les changements dans les hydrométéores (pluie, neige, contenu en eau liquide et en glace dans les nuages). Les processus de rayonnement, d'onde de gravité, de turbulence verticale, de convection,

d'interaction sol-nuages sont, en raison de leurs échelles relativement petites, décrits de manière statistique en tant que processus de paramétrisation (disposés en colonnes entièrement verticales).

### Le modèle ARPEGE :

Le modèle ARPEGE (Action Recherche Petite Echelle Grande Echelle) est un modèle atmosphérique global étiré utilisant une grille horizontale à maille variable dont le point focal se trouve sur la France avec une résolution horizontale de 10km environ sur la France, de 15km sur l'Afrique du Nord et de 60km aux antipodes. Sa résolution verticale est de 70 niveaux, avec un premier niveau à 17 mètres au-dessus de la surface et un niveau supérieur à 70km environ. Le pas de temps est de 600 secondes. Arpège utilise une représentation en éléments finis sur la verticale et une coordonnée verticale hybride « pression-sigma ». Il utilise un schéma temporel semi-lagrangien à deux niveaux, semi-implicite.

Les conditions initiales du modèle Arpège sont déterminées par une assimilation variationnelle quadri-dimensionnelle (4D-Var) intégrant une très grande quantité et variété d'observations conventionnelles (radiosondages, mesures avion, stations terrestres, bateaux, bouées, etc.) et issues de la télédétection (ATOVS, SSMI, AIRS, IASI, SEVIRI, GPS, SATOB, etc.).

### Le modèle CEPMMT :

Le modèle Atmosphérique global du Centre Européen de Prévision Météorologique à Moyen Terme est un modèle déterministe utilisant une grille de 91 niveaux sur la verticale et une résolution spatiale horizontale de 0.25°. Le modèle fournit des produits de prévision numérique sur tout le globe à une échéance de 144H.

### Le modèle AL-BACHIR :

Le modèle AL\_Bachir de la Direction de la Météorologie Nationale (DMN) est un modèle atmosphérique à aire limitée centré sur le Maroc bâti et développé en déclinaison du modèle ALADIN dans le cadre d'un consortium regroupant 16 pays. Ce modèle atmosphérique produit des prévisions numériques à une échelle plus fine et à court terme (3 jours) [2]. Le modèle AL-Bachir fonctionne avec 43 niveaux sur la verticale et une résolution spatiale de 10km.

Les conditions initiales du modèle sont déterminées par une assimilation variationnelle intégrant toutes les observations conventionnelles et de télédétection disponibles sur la zone d'étude. Les conditions aux limites sont issues du modèle ARPEGE.

### Le modèle AROME :

Le modèle AROME [3] a été conçu pour améliorer la prévision à courte échéance des phénomènes dangereux tels que les fortes pluies méditerranéennes, les orages violents, le brouillard ou les îlots de chaleur urbains en période de canicule. En effet, les paramétrisations physiques du modèle sont en majeure partie héritées du modèle de recherche Mésos-NH (mésos-échelle et Non Hydrostatique) alors que la partie dynamique est une adaptation pour la fine échelle du noyau dynamique d'ALADIN. Le modèle est opérationnel à la DMN avec une résolution spatiale de 2.5km et il est couplé au modèle AL BACHIR pour la définition des conditions aux limites.

### Les observations :

Pour cette étude, ont été utilisées : les images du Radar météorologique de la DMN installé à l'aéroport d'Agadir



Al Massira (disponibles toutes les 10 minutes), les images satellitaires MétéoSat Seconde Génération (disponibles toutes les 15 minutes en plusieurs canaux) et les cumuls pluviométriques et observations météorologiques horaires relevés aux stations météorologiques d'Agadir et de Taroudant.

### 3. RÉSULTATS

#### Etude de la situation météorologique du 31 octobre 2012

La situation météorologique de la journée du 31 octobre 2012 a été caractérisée, en surface, par la présence sur le Maroc d'un minimum relatif du champ thermique et du champ de pression atmosphérique (Figure 1.) favorisant la formation d'un amas nuageux sur le Sud ouest du pays se déplaçant vers l'Est. Cet amas nuageux (Figure 2.) est constitué de nuage bas cumuliforme d'extension verticale moyenne avec des sommets atteignant 5km d'altitude comme observé par le radar météorologique d'Agadir Al-Massira (Figure 3.).

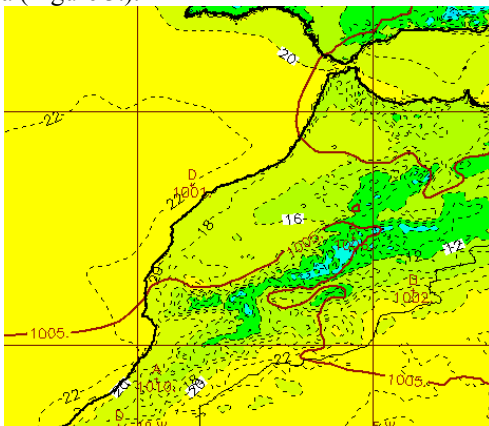


Figure 1. : Tracé des champs thermique (trait interrompu et coloriage) et barrique (trait plein) issus du modèle AL-BACHIR. Carte analyse du 31/10/2012 à 00h00

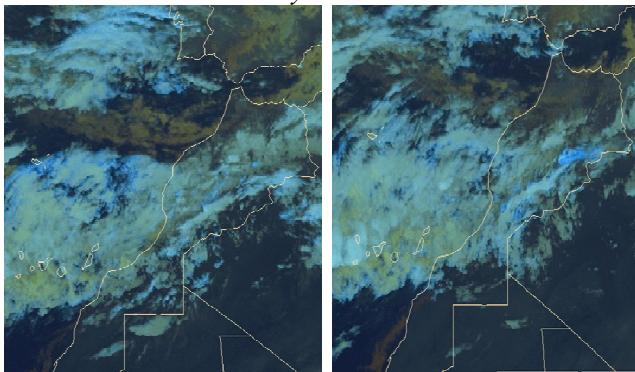


Figure 2. : Images satellitaires MSG du 31 octobre 2012 à 03h00 (gauche) et 06h00 (droite)

Cet amas nuageux abrite des nuages bas et convectifs avec un pouvoir précipitant important matérialisé par de fortes réflectivités dépassant les 30 dbz comme c'est indiqué sur l'image Radar de 7h00 (Figure 3.) illustrant les nuages précipitant qui étaient à l'origine de plus de 40mm de pluie enregistrée à la station de Taroudant entre 07h00 et 08h00. La comparaison entre les sorties des modèles globaux de circulation générale (ARPEGE-CEPMPT) et celles des modèles de petite échelle révèle une meilleure précision des prévisions de certains paramètres météorologiques en particulier les champs de température et de précipitation. A titre d'exemple, la comparaison même entre les deux modèles AL Bachir (10km) (Figure 1.) et AROME (2.5 km) (Figure 4.) montre une aptitude de ce dernier à mieux

prévoir les températures nocturnes dans les reliefs de l'Anti Atlas et de la région de Taza ainsi qu'une précision de plus sur le champ de pression atmosphérique en montrant un minimum relatif 1006 hPa vers le Sud Est du pays.

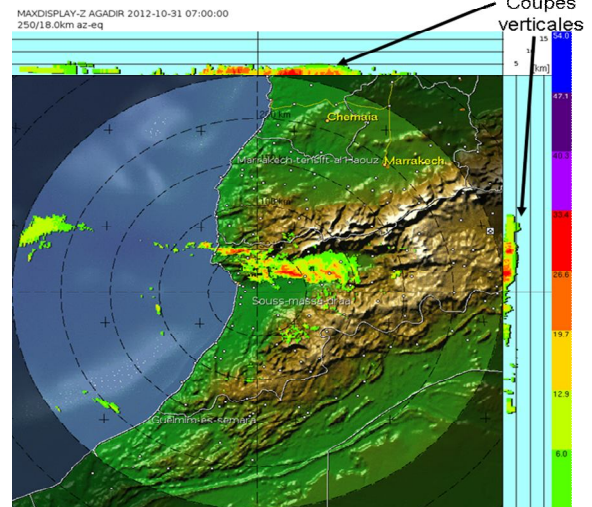


Figure 3. : Image Radar de 07h00 illustrant les réflectivités des nuages précipitant- Radar Météorologique d'Agadir

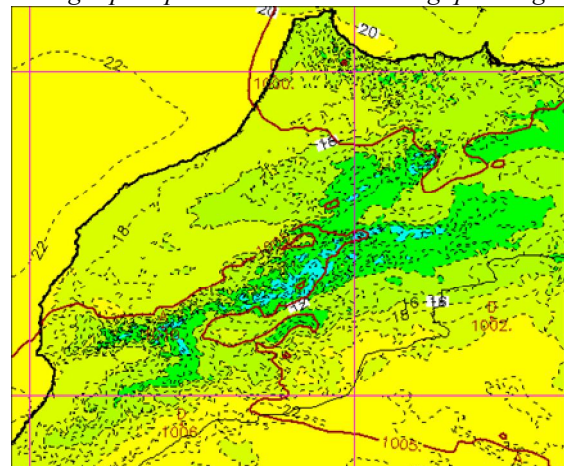


Figure 4. : Tracé des champs thermique (trait interrompu et coloriage) et barrique (trait plein) issus du modèle AROME. Carte analyse du 31/10/2012 à 00h00

Les différences deviennent plus nettes lors de la comparaison du champ de précipitation prévu par les différents modèles utilisés. Si le modèle du CEPMMT ne parvient pas à isoler l'amas nuageux qui a affecté le Souss (Figure 5.) en montrant des pluies faibles à modérées ne dépassant pas 10mm, on remarque que le modèle ARPEGE arrive tout de même à mettre en évidence cet amas nuageux s'étendant d'Agadir vers Taroudant avec des valeurs dépassant 15mm au voisinage d'Agadir (Figure 6.). Le modèle Al Bachir apporte plus de précisions (Figure 7.) en marquant non seulement la position de cet amas nuageux mais également l'étendue des fortes pluies avec un maximum dépassant 20mm sur cet axe d'Agadir- Taroudant nettement marqué sur les images observées par le Radar Agadir (Figure 9.) et en maintenant ces pluies fortes sur toute la période allant de 03 heures à plus de 12h00. Seulement, cette information de taille et qui a été à l'origine d'une alerte météorologique pour de fortes précipitations dépassant 40mm sur 24 heures n'a pas su marquer la fin de cet épisode pluvieux puisque les observations ont montré que les pluies fortes se sont affaiblies après 09h00 (Figure 10.).

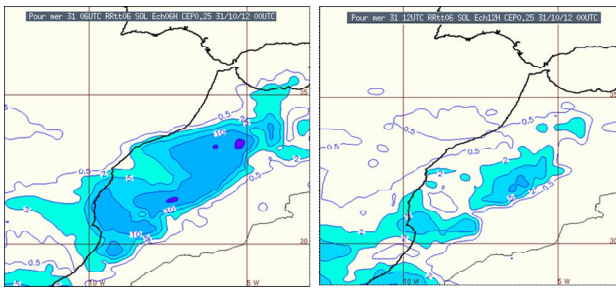


Figure 5. : Tracé d'isogones du champ de précipitation prévu par le modèle CEPMMT pour 06h (G) et 12h (D)

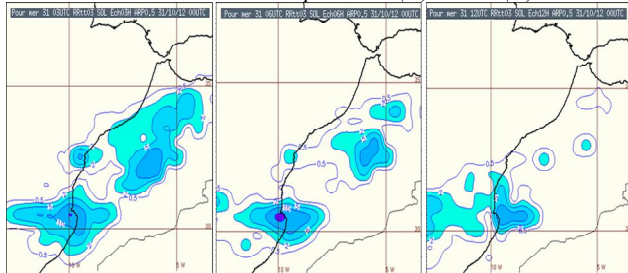


Figure 6. : Isogones du champ de précipitation prévu par le modèle ARPEGE pour 03h (G), 06h (C) et 12h (D)

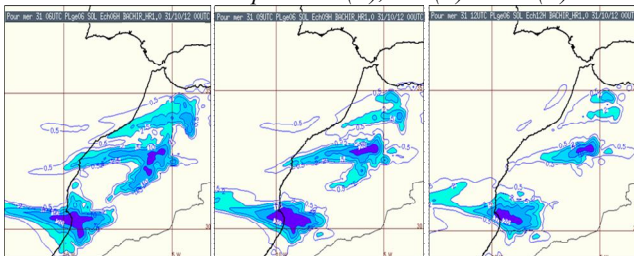


Figure 7. : Isogones du champ de précipitation prévu par le modèle ALBACHIR pour 06h00 (G), 09h (C) et 12h (D)

Le modèle AROME apporte une finesse dans la précision de la période de persistance de ces fortes pluies (Figure 8.) en marquant son début après 03h, son maximum mais aussi sa déclinaison au delà de 09 heures. La comparaison de ces sorties avec les images Radar montre une correspondance, en termes de localisation, entre les nuages précipitant à forte réflectivité et la zone de fortes pluies prévue par le modèle AROME.

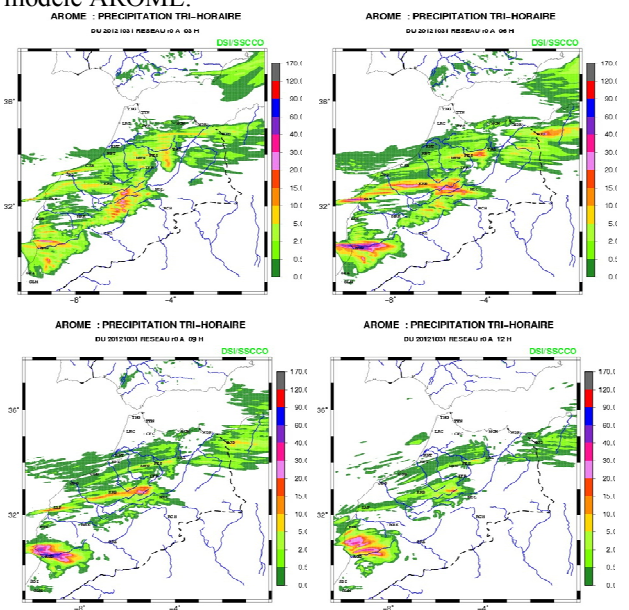


Figure 8. : Champ de précipitation prévu par le modèle AROME pour 03h (HG), 06h (HD), 09h (BG) et 12h (BD)

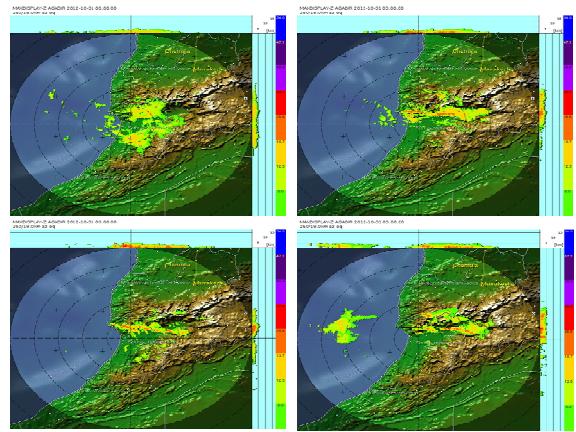


Figure 9. : Image Radar du 31/10/12 à 00h (HG), 03h (HD), 06h (BG) et 09h (BD)-Radar Météorologique d'Agadir

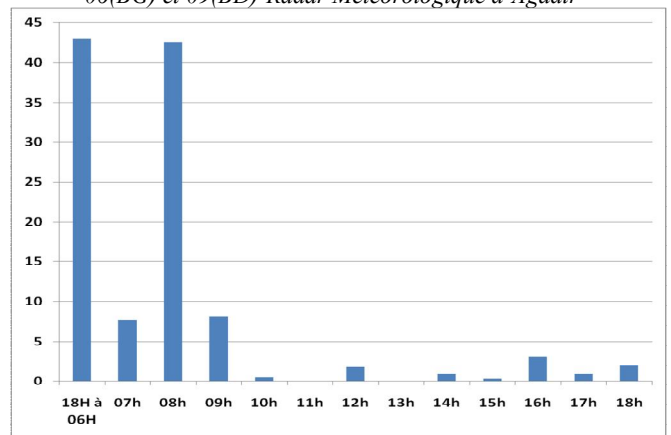


Figure 10. : Histogrammes des cumuls pluviométriques (en mm) observés à TAROUDANT le 31/10/12

#### 4. DISCUSSION ET CONCLUSION

Pour ce cas d'étude l'apport des modèles de fine échelle est nettement remarquable permettant aux prévisionnistes météorologistes d'affiner leurs prévisions et de bien cibler leurs bulletins d'alerte en termes de localisation spatiale et également en termes de persistance temporelle. Cet apport des modèles de petite et fine échelle est non seulement dû à leurs faibles résolutions spatiales leurs permettant d'intégrer des représentations plus réalistes de la topographie locale et des spécificités de la surface mais également aux paramétrisations physiques incluant l'ensemble des processus de microphysique des nuages, de l'interaction sol-nuage, de la chimie atmosphérique et autres ainsi qu'aux cycles d'assimilation qui permettent d'intégrer l'ensemble des observations disponibles. La force de ces modèles la puisent également des progrès que connaissent les modèles atmosphériques globaux ou à aire limitée puisque ces derniers fournissent les conditions aux limites.

#### RÉFÉRENCES

- [1] Ducrocq V., J.-P. Lafore, J.-L. Redelsperger et F. Orain, 2000: Initialisation of a fine scale model for convective system prediction: a case study. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 126, 3041-3066.
- [2] Numerical Weather Prediction In Morocco-2009, K.Essaouini.
- [3] Arome, avenir de la prévision régionale, F. Bouttier, La Météorologie - n° 58 - août 2007.
- [4] [www.cnrm.meteo.fr/](http://www.cnrm.meteo.fr/) - <http://www.ecmwf.int/>



# APPROCHE NUMERIQUE DES COUCHES LIMITES LAMINAIRES AUTOUR DES PROFILS D'AILES D'AVIONS

DR AMEL. MERABET<sup>1</sup>, PR BRAHIM. NECIB<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de mécanique Département de Génie Mécanique Faculté des sciences de l'ingénieur Université Mentouri – Constantine 25000 – Algérie Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie Tél/Fax : 00 213 31 81 88 63

## Résumé

Notre travail consiste à calculer par une méthode numérique très exacte, celle du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur, la couche limite laminaire d'un profil aérodynamique. Celui-ci est considéré par le problème de Blasius comme une plaque plane placée dans et parallèlement à un fluide ou placée dans un courant uniforme.

La résolution de l'équation différentielle faite par Blasius en 1908 à l'aide d'un développement en série de fourrier est ennuyeuse et compliquée.

Pour cela, on a fait appel à la fameuse méthode numérique du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur.

Cette méthode laborieuse nous aide à résoudre les équations différentielles non linéaires du n<sup>ième</sup> ordre, et avec des conditions aux limites.

**Mots clés :** Couche limite laminaire, problème de Blasius, profil d'aile, méthode numérique...

## Introduction

Pour les avions de transport, l'objectif visé lors du dessin d'un profil d'aile est d'obtenir une forte portance avec une traînée faible. Ces buts sont atteints en utilisant des corps profilés relativement minces.

Dans les conditions de croisière, les phénomènes de décollement sont évités. Car, outre leur effet préjudiciable sur les performances, ils peuvent entraîner par l'instationarité qui les accompagne, des vibrations de la structure.

En fluide réel qui est visqueux [1-4], l'écoulement se sépare de l'aile en S pour former un sillage, les forces de pression  $F_2$  n'équilibrent plus les forces  $F_1$ . Il apparaît une

résistance de forme  $\frac{U}{U_\infty} = \frac{U_\infty \cdot f'}{U_\infty}$

En réalité, c'est cette épaisseur qui empêche les forces de pression à l'arrière du profil d'équilibrer (et cela parallèlement à la vitesse) les forces de pression qui s'exercent à l'amont du profil, ou bien entendu il n'y a pas de sillage. Les forces de pression en amont et en aval comme elles ne s'équilibrent plus, produisent une résistance dite de forme (ou de sillage) et dont la viscosité de l'air est par conséquent la cause.

Aux vitesses usuelles en aviation, les forces de frottement des molécules d'air les unes sur les autres sont négligeables sauf dans une couche mince située au voisinage de l'aile,

nommée couche limite, et dont la genèse physique est la suivante :

Lorsqu'un profil d'aile supposé immobile est plongé dans un écoulement aérodynamique des molécules d'air adhèrent à ses parois, et leur vitesse est nulle, par contre au fur et à mesure que l'on s'écarte de la paroi, la vitesse des molécules croît jusqu'à atteindre la vitesse de l'écoulement extérieur. La couche mince où règne cette variation (gradient) de vitesse est constituée au voisinage du bord d'attaque par des lames de fluide sensiblement parallèles, on l'appelle couche limite laminaire [5] qu'on va décrire par le problème de Blasius qui va être résolu par la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur.

Si on considère le problème de Blasius, un frottement entre ces lames se produit à partir d'un certain point de transition, dont la position dépend de plusieurs facteurs (forme du profil, angle d'attaque, turbulence de l'air, etc.).

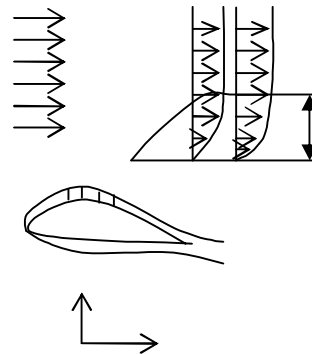


Figure 1 : description de la couche limite laminaire du problème posé

La couche limite devient turbulente en augmentant brusquement d'épaisseur, elle est le siège d'un brassage énergétique des molécules d'air provoque un accroissement considérable des forces de frottement siège de la traînée de frottement.

## Équations de la couche limite laminaire (Problème de Blasius)

Si on considère le problème de Blasius d'après la figure 1 dans lequel une plaque plane du profil est placée dans et parallèlement à un fluide, ou placée dans un courant uniforme. Le fluide passe avec une vitesse  $U_\infty =$  Constantes et une viscosité  $\nu$

En mouvement laminaire, permanent, incompressible, les équations de mouvement et l'équation de quantité de mouvement de Prandtl s'écrivent d'après [5,6]

$$u \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Les conditions aux limites sont :

$$y = 0 : U = V = 0$$

$$y = \infty : U = U_\infty \quad (1)$$

En introduisant les variables :

$$\tau = y \cdot \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \quad (\text{Variable sans dimension})$$

et la fonction de courant  $\psi = \sqrt{\nu \cdot x \cdot U_\infty} \cdot f(\tau)$ ,

Sachant que :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \sqrt{v \cdot x} \cdot U_{\infty} \frac{\partial f}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = U_{\infty} \cdot f'$$

$$V = - \frac{\partial \psi}{\partial x} = \sqrt{v \cdot x} \cdot U_{\infty} \cdot f(\tau)$$

$$= - \sqrt{\frac{v \cdot U_{\infty}}{x}} [\tau f' - f]$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = U_{\infty} \cdot f'' \cdot \frac{\partial \tau}{\partial x} = - \frac{U_{\infty}}{2x} \tau \cdot f'' \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = U_{\infty} \cdot f'' \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = U_{\infty} \cdot f'' \sqrt{\frac{U_{\infty}}{v \cdot x}} = \frac{U_{\infty} \cdot f'' \cdot \tau}{y}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = U_{\infty} \cdot \sqrt{\frac{U_{\infty}}{v \cdot x}} \cdot f''' \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = U_{\infty} \cdot \frac{\tau^2}{y^2} \cdot f'''$$

L'équation de quantité de mouvement devient :

$$(U_{\infty} \cdot f'') \left( - \frac{U_{\infty}}{2x} \cdot \tau \cdot f'' \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v U_{\infty}}{x}} (\tau f' - f) \left( \frac{U_{\infty} \cdot f'' \cdot \tau}{y} \right) = v \cdot U_{\infty} \cdot \frac{\tau^2}{y^2} \cdot f'''$$

$y = \infty$  on a  $U = U_{\infty}$  or :

$$\left. \begin{aligned} U &= U_{\infty} \cdot f' = U_{\infty} \\ \tau &= y \cdot \sqrt{\frac{U_{\infty}}{v \cdot x}} \\ \lim_{y \rightarrow \infty} \tau &= \infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \tau &\rightarrow \infty \\ f' &\rightarrow 1 \end{aligned} \quad (3)$$

A partir des équations (1), (2) et (3), on déduit l'équation différentielle du troisième ordre :

$$2f''' + ff'' = 0 \quad (4)$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\tau = 0, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0$$

$$\tau \rightarrow \infty, \quad f'(\tau) \rightarrow 1$$

L'équation (4) est dite l'équation différentielle du problème de Blasius.

A partir de la fonction  $f \left( f = \frac{\psi}{\sqrt{v \cdot x} \cdot U_{\infty}} \right)$  qui est la fonction

de courant non dimensionnel. Et qui sera déterminée selon la résolution de l'équation différentielle du troisième ordre avec les conditions aux limites, on pourra alors prédire, les vitesses non dimensionnelles  $U$  et  $V$  qui sont données par les relations suivantes :

$$U = \frac{U}{U_{\infty}} = \frac{U_{\infty} \cdot f'}{U_{\infty}} = f' \quad (5)$$

$$V = \frac{v}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v \cdot U_{\infty}}{x}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v \cdot U_{\infty}}{x}} (\tau f' - f) \quad (6)$$

$$= \tau f' - f$$

### Méthodes de résolution de l'équation différentielle de Blasius

Selon l'équation différentielle de Blasius

$$2f''' + ff'' = 0$$

Avec les conditions aux limites qui sont :

$$\text{Pour : } \tau = 0, \quad f = 0 \quad \text{et} \quad f' = 0$$

$$\tau = \infty, \quad f' \rightarrow 1$$

La résolution de cette équation a été effectuée par Blasius en 1908 à l'aide d'un développement en série de Fourier de la fonction  $f$  :

$$f(\tau) = \frac{A \tau^2}{2!} - \frac{A^2 \tau^5}{5!} + 11 \frac{A^3 \tau^8}{8!} + \dots \quad (7)$$

Or : la solution analytique de l'équation ( $2f''' + ff'' = 0$ ) est compliquée et ennuyeuse, pour cela, on utilise la fameuse méthode numérique du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur.

### Procédure de résolution du problème posé

$2f''' + ff'' = 0$  (équation différentielle non linéaire du troisième ordre)

On transforme, cette équation en un système de trois équations du premier ordre.

Posons :

$$g_1 = f, \quad g_2 = f', \quad \text{et} \quad g_3 = f''$$

En substituant dans l'équation de Blasius on aura :

$$\frac{dg_3}{d\tau} = -\frac{1}{2} g_1 \cdot g_3 \quad (8) \quad (2)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\text{Pour } \tau = 0, \quad g_1 = 0, \quad g_2 = 0$$

$$\text{et pour } \tau = \infty \quad g_2 = 1$$

On transforme le problème avec conditions aux limites à un problème à conditions initiales de la manière suivante :

$$\frac{dg_1}{d\tau} = g_2, \quad g_1(0) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dg_3}{d\tau} = -\frac{1}{2} g_1 g_3$$

$$g_2(0) = 0, \quad g_3(0) = ?$$

On cherche la valeur de  $g_3$  pour  $\tau = 0$  (qui est le problème posé)

$$\text{Sachant que } g_2 = 1 \text{ pour } \tau = \infty \quad (4)$$

On transforme la condition aux limites à une condition initiale. Pour cela on utilise la méthode du TIR [7]. Cette méthode n'est pas la même pour les équations différentielles linéaires et les équations différentielles non linéaires.

On résout l'équation différentielle du problème posé par la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur.

Partant de la méthode du tir pour les équations différentielles non linéaires, pour déterminer  $g_{30}$ , cette procédure est itérative (la détermination de  $g_{30}$  se fait pour  $n$  itérations (ou  $n$  fois)).

La résolution de l'équation de Blasius se fait également pour  $n$  itérations avec pour chaque itération une valeur de  $g_{30}$  et par suite une valeur pour la solution de l'équation de Blasius.

On commence avec deux limites arbitraires

On a :

$$G_{30} \text{ Left ET } g_3 \text{ Right}$$

$$G_{30} \text{ Left} = g_3 L, \quad g_{30} \text{ Right} = g_3 R \quad \text{et} \quad g_3(0) = g_{30} \quad (6)$$

D'après la méthode de la bissection [6] :

$$g_{30} = \frac{g_3 L + g_3 R}{2} \quad (9)$$

Pour chaque limite à une itération près cette condition initiale doit vérifier la condition :

$$g_2(\tau \text{ max}) \rightarrow 1$$

- L'explication de la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur est donnée par la référence [7]

Finalement on a :

$$g_{1,i} = g_{1,i-1} + (k_{11} + 2k_{21} + 2k_{31} + k_{41}) / 6$$

$$g_{2,i} = g_{2,i-1} + (k_{11} + 2k_{22} + 2k_{32} + k_{42}) / 6 \quad (10)$$

$$g_{3,i} = g_{3,i-1} + (k_{13} + 2k_{23} + 2k_{33} + k_{43}) / 6$$

pour  $i = 1, 2, 3, 4$

Pour  $i \geq 5$ , on utilise la méthode du prédicteur correcteur d'Adams à pas multiples.

Une explication et une démonstration détaillée de cette méthode sont données par la référence [8].

Ce qui a été expliqué auparavant pour la réalisation de la solution du problème de Blasius va être exécuté selon un organigramme et par suite un programme écrit en langage Fortran d'après [6,7].

### Discussion des résultats

Avant d'aborder cette discussion, il est commode de signaler que la précision d'une solution repose sur le choix de la méthode, les équations posées et l'incrément  $h$ .

Le nombre d'itérations doit être assez grand pour que les résultats soient indépendants des fluctuations des erreurs d'arrondis et afin d'assurer aussi la convergence, le nombre d'itérations trouvé est au voisinage de 20.

L'incrément,  $h$  doit être très petit, car la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur converge pour un pas restreint, comme pour un  $h$  grand on a des nombres de Reynolds impressionnants d'où une augmentation rapide de la vitesse, ce qui induit un régime turbulent, alors que les suppositions prises sont pour un régime laminaire, l'incrément est pris égal à 0,5%.

Les figures 2 et 3 représentent d'une façon critique l'évolution du profil de vitesse le long de la plaque en fonction de la coordonnée additionnelle  $\tau$  ainsi la vitesse est minimale à la paroi, puis augmente jusqu'à la valeur asymptotique de l'écoulement libre, ceci est dû à l'effet de compensation entre les couches de la zone visqueuse.

Le succès de la méthode peut être examiné en constatant  $g_2(\tau_{\max})$  différent de 1 ou proche de 1 à la vingtième itération.

A propos de la vitesse non dimensionnelle  $v$  on constate à  $\tau = \tau_{\max}$  la valeur de  $v$  ne dépasse pas 1.

### Conclusion

Dans cet article, nous avons résolu le problème de Blasius par une méthode numérique très exacte qui est celle du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur. On a pu mettre en valeur cette méthode dans le calcul des couches limites laminaires, cette laborieuse méthode nous aide à résoudre les équations différentielles du nième ordre, non linéaires et avec des conditions aux limites.

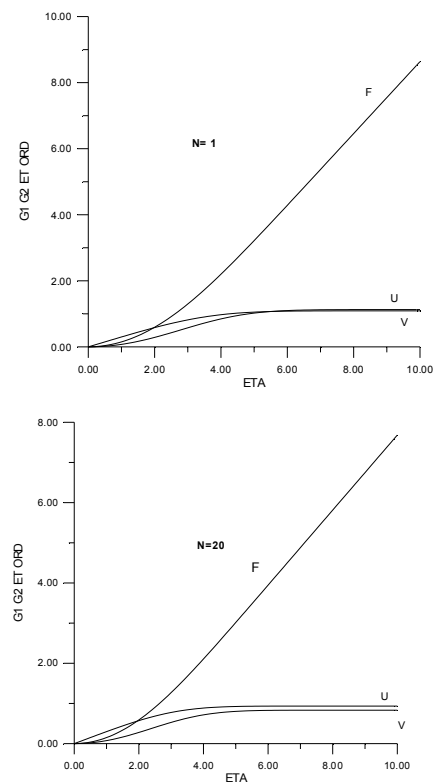
Notre étude consistait à résoudre une équation différentielle non linéaire et ennuyeuse de l'ordre 3 avec des conditions aux limites.

Un programme en langage Fortran permettant de calculer les vitesses non dimensionnelles  $u$  et  $v$  a été élaboré par la suite.

Le succès de cette méthode peut être examiné en vérifiant les conditions aux limites posées par le problème de Blasius, bien entendu la convergence de cette méthode a été aussi vérifiée.

### Références bibliographiques

- [1] Schlichting H., "Boundary layer theory," Mc Graw-Hill, 7th Ed, 1979.
- [2] Blum E.K., "Numerical Analysis And Computation Theory And Practice," Addison-Wesley, 1972.
- [3] Anderson J. D., "Fundamentals of aerodynamics," 2<sup>nd</sup> Ed., Mc Graw-Hill, New York, 1991.
- [4] Kuethe A. M. and Schetzler J. D. "Foundations of aerodynamics bases of aerodynamic design," 4<sup>th</sup> ed., Wiley, New York, 1986 chap 6.
- [5] McCormick, B.W. "Aerodynamics aeronautics and flight mechanics," 2<sup>nd</sup> ed., Wiley, New York, 1995, 112-119.
- [6] A.MERABET et B.NECIB étude numérique des caractéristiques aérodynamiques des ailes de différentes formes. Congrès de mécanique. Université constantine. Mai 2012
- [7] Hennes P.A., "Applied computational aerodynamics," AIAA 1990.
- [8] Merabet, A thèse de Doctorat intitulée : Etude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions de différents profils sous l'effet des vitesses subsoniques, Université Mentouri de Constantine, 2005.



Figures 2,3 : vitesses non dimensionnelles  $u$  et  $v$  en fonction de  $\eta$  et de  $a$  ( $n=1$ ) et ( $n=2$ )

## MODELING OF TRANSIENT FLOW IN PLASTIC PIPES

<sup>1</sup>EL HASSAN ACHOUYAB, <sup>2</sup>MOHAMMED TAMANI  
<sup>1</sup>BENNASSER BAHRAR

<sup>1</sup>Groupe de Mécanique des fluides, énergétique & environnement, ENSETM, Université Hassan II Mohammedia, Maroc.

<sup>2</sup>Laboratoire de Mécanique & énergétique, Faculté des Sciences, Rabat, Maroc.  
E-mail: [bahrarb@yahoo.fr](mailto:bahrarb@yahoo.fr).

**Abstract:** We present a numerical code for calculating transient flow in plastic pipes, especially in the polyethylene pipe, to analysis water hammer phenomena. The set partial differential equations to be solved is obtained using conservation laws and behavior for the fluid and the pipe wall, associated with constitutive equations of the two media, and relationships compatibility of interfaces on velocities and stresses. A digital processing is achieved using the method of characteristics. The results obtained are in good agreement with those found in the literature.

Keywords: transient flow, polyethylene, waterhammer, methods of characteristics

### Nomenclature

$a$  : Celerity of a classical waterhammer

$A_f$  : Cross section area of the fluid

$D$  : Inner diameter of the pipe

$D_m$  : Average diameter

$e$  : Pipe wall thickness

$E_i$  : The generic spring of Kelvin–Voigt model

$g$  : Acceleration of gravity

$L$  : Length of pipe wall

$J(0)$  : The instantaneous compliance of the material of pipe wall

$J(\tau)$  : The creep compliance function

$J_i$  : The generic compliance of the Kelvin–Voigt element of pipe wall

$P$  : Fluid average pressure along a cross section

$t$  : Time

$T_f$  : Friction term of fluid at inner surface of pipe wall

$V$  : Fluid average velocity

$x$  : Longitudinal component of axis along a pipe

$z$  : The piezometric head at the abscissa  $x$

$\rho_f$  : Mass density of fluid

$\varepsilon^e$  : The instantaneous elastic deformation

$\varepsilon^r$  : Strain retarded creep

$\alpha$  : Parameter characterizing the type of anchoring the pipe [1]

$\tau, \tau_i$  : Relaxation times

$\kappa$  : Bulk modulus of elasticity of fluid

$\nu$  : Poisson's coefficient

### Introduction

Water hammer, or hydraulic transient, refers to pressure fluctuations caused by a sudden increase or decrease in flow velocity. In this way, many theoretical and experimental studies have, usually, conducted assuming linear elastic behavior of the pipe wall without mass [1], that is means, time scales of inertia of pipe wall is negligible. The interest of this study is the use of increasingly growing plastic tubes (PVC, polyethylene,...) in different industries and service life compared to traditional piping materials. This leads us to examine the influence of the viscoelastic behavior of these materials on transient flows. A comparison and validation of our code is done with the measurement results conducted by Güney [2], at INSA Lyon..

### Assumptions and basic equations

The basic equations are derived from the classical laws of conservation of mass, momentum for the fluid and the pipe wall in the case of isentropic transformations. We assume also that the fluid is barotropic Newtonian and the material of the pipe wall behaves like elastic or viscoelastic, isotropic, Kelvin Voigt type [3, 4]. Geometrically, the pipe is assumed cylindrical horizontal and circular. One end is rigidly attached to a reservoir upstream, which imposes a constant pressure and the other is on a fixed support and including a valve maneuver. The flow is axisymmetric and longitudinal gradients of velocity are assumed to be small compared to transverse gradients. Given these assumptions, the averaged equations of the flow in a cross section of pipe can be written in traditionally a one-dimensional formulation, reflecting the relations of conservation of mass and momentum averaged over a section of a cross section, [1], as hyperbolic system that is suitable for characteristic methods:

$$\frac{\partial(\rho_f A_f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f A_f V)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_f \frac{dV}{dt} + \frac{\partial P}{\partial x} + \rho_f g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{4T_f}{D} = 0 \quad (2)$$

If we introduce  $\varepsilon^e = \alpha(p(x,t) - p(x,0)) D_m J(0) / 2e$  the instantaneous elastic deformation of the wall and

$$\varepsilon^r = \int_0^t \alpha(P(x,t-\tau) - P(x,0)) \frac{D_m dJ(\tau)}{2e d\tau} d\tau \quad \text{its}$$

resulting strain retarded creep, the deformation of the wall can be considered as the sum of two terms  $\varepsilon^e + \varepsilon^r$ , and the equation (1) above becomes:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{dP}{dt} + a^2 \frac{\partial V}{\partial x} + 2a^2 \frac{d\varepsilon^r}{dt} = 0 \quad (1')$$

In this case, we have three characteristic directions and the relationships along the characteristic curves are:

$$\frac{\delta P}{\delta t} \pm \rho_f a \frac{\delta V}{\delta t} + 2 \frac{\rho_f a^2}{V \pm a} \left( V \frac{\delta \varepsilon^r}{\delta t} \pm a \frac{\delta \varepsilon^r}{\delta t} \right) \pm \rho_f g a \frac{\delta z}{\delta x} \mp a \frac{4T_f}{D} = 0$$

along characteristics of slopes:  $dx/dt = V \pm a$

$$\text{and: } \frac{\partial \varepsilon^r}{\partial t} = \int_0^t \frac{\alpha D_m}{2e} \frac{\partial P(x, t - \tau)}{\partial t} \frac{dJ(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (4)$$

along the characteristic curve:  $dx/dt=0$

### Application and results

The results presented in the figure bellow are obtained for polyethylene pipe and compared with those experimentally obtained by Güney [2], in a registration waterhammer at the valve for the instantaneous closing (10 ms) on the downstream of a pipe.

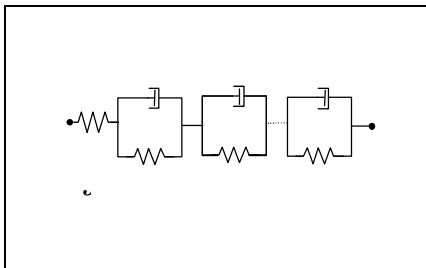
The initial velocity of the flow was set equal to  $V = 0.5m/s$  and the piezometric head at tank is  $H = 0.55m$ , for transient flow of water at  $25^\circ C$ ; its cinematic viscosity and bulk modulus are respectively:

$$\mu / \rho_f = 10^{-6} m^2/s, \quad \kappa = 2.1 \times 10^9 Pa$$

And the data for a pipe are:

$L = 43m, D = 50mm, e = 4.2mm, \nu = 0.43$  and the creep function

The creep compliance function can be expressed as:



$$J(t) = J(0) + \sum_{i=1}^n J_i (1 - \exp(-t/\tau_i)),$$

corresponding to a Kelvin-Voigt model with a generalized representation.

In this representation,  $E_i = 1/J_i$  is the spring in parallel with viscous dampers, leading to a relaxation time  $\tau_i = \eta_i / E_i$ ,  $J(0) = 1/E(0)$ ,  $E(0)$  represents the instantaneous relaxation modulus.

$$J_0 = 1.542 \times 10^{-9} Pa^{-1}, \quad J_1 = 0.754 \times 10^{-9} Pa^{-1},$$

$$J_2 = 1.046 \times 10^{-9} Pa^{-1}, \quad J_3 = 1.237 \times 10^{-9} Pa^{-1},$$

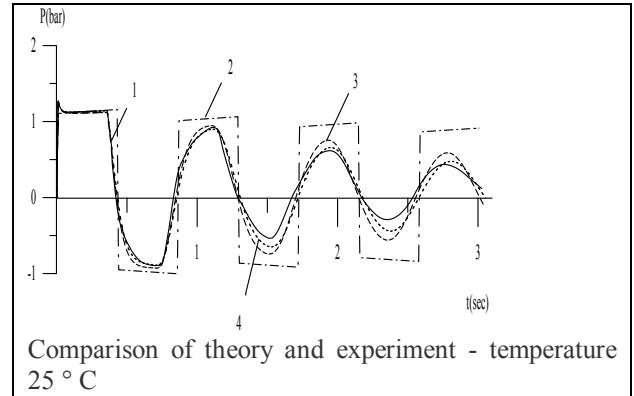
$$\tau_1 = 0.89 \times 10^{-4} s, \quad \tau_2 = 0.022 s, \quad \tau_3 = 1.864 s.$$

These results of this study correspond to:

Graph 1: measurement results obtained by Güney [2],

Graph 2: theoretical calculation conducted in spring, under the conditions described above, the losses being those corresponding to a steady state, Graph 3: theoretical calculation conducted in viscoelastic pressure losses are

- (3) also those corresponding to a steady state, Graph 4: theoretical calculation in viscoelastic behavior, always under the same conditions, but taking into account the level of losses, the non-permanent nature of the flow [5]. This correction slightly improves the agreement between theory and experiment. It is found that viscoelasticity has a significant damping effect, the conventional calculation assumed elastic driving, do not realize.



### Conclusion

We have attempted in this study to analysis the effect of the viscosity of the fluid and the viscoelastic nature of the pipe wall on transient flow. This solver illustrate the effect of dissipation and damping of pressure waves. The numerical results are in agreement with the experimental study. This study can be generalized to the flexible pipe conveying flow to predict the acoustic vibrations and in addition, be adapted to simulate, in hemodynamic, some arterial diseases.

### References

- Wylie E. B., Streeter V. L. - Fluid Transients. New York: Mac Graw-Hill, 1978.  
 Güney M., - Contribution à l'étude du phénomène de coup de bélier en conduite viscoélastique, Thèse présentée à l'Université de Lyon, 1977.  
 Christensen R. M. Theory of viscoelasticity an introduction, Academic Press.  
 Goldberg D.E. and Wylie E.B., - Characteristics Method Using Time-Line Interpolation, ASCE Journal of Hydraulic Division, Vol. 109, N° 5, 1983.  
 Zielke W., - Frequency Dependent Friction in Transient Pipe Flow, ASME, Journal of Basic Engineering, Vol. 90, N°1, 1968.  
 ACHOUYAB E., BAHRAR B. - Numerical modeling of phenomena of waterhammer using a model of fluid-structure interaction, Comptes Rendus Mécanique, Volume 339, Issue 4, April 2011, Pages 262-269



# MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DE L'ÉCOULEMENT SANGUIN DANS LES ARTÈRES STÉNOSÉES

N. EL ATALATI<sup>1</sup>, L. AZRAR<sup>1,2</sup>, M. HAMADICHE<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Equipe MMC, Département de Mathématiques, Faculté des Sciences et Techniques de Tanger, Université Abdelmalek Essaâdi, Tanger, Maroc.

<sup>2</sup>Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Abdulaziz University, Jeddah, Saudi Arabia

<sup>3</sup>Laboratoire LMFA, ECL/UCBL/INSA, Université Claude Bernard, Lyon, France.

[nabil.atlati@yahoo.fr](mailto:nabil.atlati@yahoo.fr), [azrarlahcen@yahoo.fr](mailto:azrarlahcen@yahoo.fr)

**Résumé :** L'objectif de ce travail est la modélisation mathématique et la simulation numérique des instabilités des tubes biologiques à sténoses et à écoulement fluide. Cet écoulement est supposé non Newtonien et incompressible et le problème est modélisé par des EDP instationnaires.

Les vitesses et les contraintes de cisaillement de l'écoulement du fluide ont été obtenues analytiquement en utilisant les transformations de Hankel et de Laplace pour différents types de pressions pulsatiles.

**Abstract:** The objective of this work is the mathematical modeling and numerical simulation of instabilities of biological tubes conveying fluid with stenosis. The flow is assumed incompressible, non Newtonian and the problem is modeled by instationary PDE. The velocities and shear stresses of the fluid flow were obtained analytically using Hankel and Laplace transforms. Various time dependent fluid pressures are considered and the resulting analytical solutions are obtained.

**Mots-clés:** Modélisation, Ecoulement sanguin, artère, sténose, transformées de Hankel et Laplace

## 1. Introduction

La sténose est une maladie fréquente de qui peut entraver l'écoulement du sang dans les artères et causer des problèmes cardiovasculaires menant par fois à la mort. Ce problème, d'ordre humanitaire à tous les mérites d'être étudié. Pour ces raisons, la modélisation et simulation numérique d'un tel problème est primordiale.

Le sang est supposé un fluide homogène, non Newtonien de viscosité cinématique, incompressible et de densité uniforme  $\rho$ . L'écoulement sanguin dans les vaisseaux est modélisé comme étant laminaire et instationnaire. L'artère est supposée cylindrique, horizontal et de section circulaire et variable au voisinage de la sténose.

La modélisation des artères sténosées contenant du sang associé à différentes maladies a été élaborée dans [1]

Dans ce travail une modélisation analytique de l'écoulement du fluide non Newtonien dans un tube sténosé a été élaborée. Une pression pulsatile a été considérée et le comportement instationnaire a été analysé en se basant sur la combinaison des transformées de Hankel et de Laplace.

## 2. Formulation mathématique

Considérons un tube sténosé de longueur  $L$  dont la sténose est localisée à  $[d, d + L_0]$ . La géométrie de la sténose ainsi que le système des coordonnées cylindriques utilisés pour décrire le problème sont donnés sur la fig. 1.  $U$  est la vitesse au centre du tube. La coordonnée radiale  $r$  et la vitesse  $u$  sont positives lorsqu'elles sont dirigées vers l'extérieur de la ligne centrale. Le rayon local du tube axisymétrique est  $R(z)$ ,  $R_0$  est le rayon du tube sans sténose et  $\delta_s$  est la hauteur maximale de la sténose.

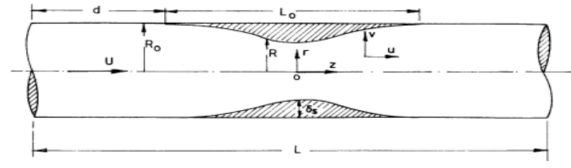


Figure 1: Ecoulement et géométrie du tube sténosé

$$\begin{cases} R(z) = R_0 - \left(\frac{\delta_s}{2}\right) \left[ 1 + \cos \left\{ \left( \frac{2\pi}{L_0} \right) \left( z - d - \left( \frac{L_0}{2} \right) \right) \right\} \right] & \text{si } d \leq z \leq d + L_0 \\ R(z) = R_0 & \text{si autrement} \end{cases}$$

L'équation de quantité de mouvement d'un fluide incompressible et non newtonien est donnée par :

$$\mu \Delta u - \eta_1 \Delta(\Delta u) - \frac{\partial P}{\partial Z} = \rho \frac{\partial u}{\partial T} \quad (1)$$

Où  $\eta_1$  est le paramètre de la contrainte,  $\mu$  la viscosité et  $P$  est la pression de l'écoulement. En supposant que l'écoulement est axisymétrique et après le changement de variables  $y = r/R_0$  et  $t = T\omega$  cette équation se ramène à l'EDP à coefficients variables suivante :

$$\alpha^2 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{R_0^2}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} + \left( \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) - \frac{1}{\beta^2} \left( \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \right] \right)$$

avec  $\alpha^2 = \omega \rho R_0^2 / \mu$  et  $\beta^2 = R_0^2 \mu / \eta_1$

Les conditions aux limites sont : [2]

$$\text{Pour } r = 0 \text{ on a } \frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

$$\text{Pour } r = R(z) \text{ on a } u = 0$$

$$\text{Pour } r = R(z) \text{ on a } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{\eta_1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

$$\text{Pour } r = 0 \text{ on a } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{\eta_1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = 0$$

Pour tenir compte des battements du cœur, une pression pulsatile est considérée. Différents modèles de pression pulsatile peuvent être considérés et l'écoulement associé va être analysé.

## 3. Cas du gradient de pression périodique

Le gradient de la pression est supposé sous la forme

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = A_0 + A_1 \cos(\omega T) \quad (3)$$

avec  $A_0$  est la partie stationnaire de la pression,  $A_1$  est l'amplitude de la partie oscillante  $\omega = 2\pi f$  et  $f$  est la fréquence de battement.

En injectant l'équation (3) dans (2) et en appliquant la transformée de Laplace en t et la transformée de Hankel par rapport à y ( $y \in [0, R/R_0]$ ) on trouve

$$\alpha^2 (s\bar{u}(y,s) - u(y,0)) = \frac{R_0^2}{\mu} \left( \frac{A_0}{s} - \frac{A_1 s}{s^2 + 1} \right) + \Delta \bar{u} - \frac{1}{\beta^2} \Delta (\Delta \bar{u}) \quad (4)$$

$$\bar{u}^*(\lambda_n, s) = \frac{\beta^2 R R_0 J_1(\lambda_n R / R_0)}{\lambda_n \mu} \left[ \frac{A_0 + A_1}{h(s + h/m)} + A_0 \left( \frac{1}{hs} - \frac{1}{h(s + h/m)} \right) \right] + A_1 \left[ \frac{hs}{(h^2 + m^2)(s^2 + 1)} + \frac{m}{(h^2 + m^2)(s^2 + 1)} - \frac{A_1 h}{(h^2 + m^2)(s + h/m)} \right] \quad (5)$$

avec  $h = \lambda_n^4 + \beta^2 \lambda_n^2$  et  $m = \alpha^2 \beta^2$

En appliquant les transformées inverses de Laplace et de Hankel par rapport s et  $\lambda_n$  on trouve:

$$u^*(\lambda_n, t) = \frac{\beta^2 R R_0 J_1(\lambda_n R / R_0)}{\lambda_n \mu} \left[ \frac{A_0}{h} + A_1 \left( \frac{1}{h} - \frac{h}{(h^2 + m^2)} \right) e^{-\frac{ht}{m}} + \frac{A_1}{(h^2 + m^2)} (h \cos(t) + m \sin(t)) \right] \quad (6)$$

Dans le cas du gradient de pression périodique (3) la vitesse de l'écoulement est analytiquement donnée par :

$$u(y, t) = 2 \frac{\beta^2 R R_0}{\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n y)}{\lambda_n J_1(\lambda_n R / R_0)} \left\{ \left[ \frac{A_0}{h} + A_1 \left( \frac{1}{h} - \frac{h}{h^2 + m^2} \right) e^{-\frac{ht}{m}} + \frac{A_1}{h^2 + m^2} (h \cos(t) + m \sin(t)) \right] \right\} \quad (7)$$

Où  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel.

La contrainte de cisaillement à la paroi est définie par

$$\tau_{rz} = \mu \left( \frac{du}{dr} \right)_R \quad (8)$$

La formule analytique explicite de la contrainte à la paroi est alors donnée par

$$\tau_{rz} = -2 \beta^2 R \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{A_0}{h} + A_1 \left( \frac{1}{h} - \frac{h}{(h^2 + m^2)} \right) e^{-ht/m} + \frac{A_1}{(h^2 + m^2)} (h \cos(t) + m \sin(t)) \right] \quad (9)$$

#### 4. Cas du gradient de pression à décroissante exponentielle

Dans ce cas, on suppose que le gradient de la pression est

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -A_0 e^{-\lambda t} \quad (10)$$

En injectant l'équation (10) dans l'équation (2) et en appliquant encore une fois les transformées de Laplace et de Hankel par rapport à t et y ( $y \in [0, R/R_0]$ )

respectivement on obtient.

$$\alpha^2 (s\bar{u}(y,s) - \bar{u}(y,0)) = \frac{R_0^2}{\mu} \frac{A_0}{(s + \lambda)} + \Delta \bar{u} - \frac{1}{\beta^2} \Delta (\Delta \bar{u}) \quad (11)$$

$$\bar{u}^*(\lambda_n, s) = \frac{\beta^2 R R_0 J_1(\lambda_n R / R_0)}{\lambda_n \mu} \left[ \frac{A_0}{h(s + h/m)} + \frac{A_0}{m} \left\{ \frac{1}{(h/m - \lambda)(s + \lambda)} - \frac{1}{(h/m - \lambda)(s + h/m)} \right\} \right] \quad (12)$$

Les transformées inverses de Laplace et de Hankel par rapport s et  $\lambda_n$  donnent respectivement dans cas :

$$u^*(\lambda_n, t) = \frac{\beta^2 R R_0 J_1(\lambda_n R / R_0)}{\lambda_n \mu} \left[ \left( \frac{A_0}{h} - \frac{A_0}{(h - m\lambda)} \right) e^{-ht/m} + \frac{A_0}{(h - m\lambda)} e^{-\lambda t} \right] \quad (13)$$

$$u(y, t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(y \lambda_n)}{J_1^2(\lambda_n R / R_0)} \left( \frac{\beta^2 R R_0 J_1(\lambda_n R / R_0)}{\lambda_n \mu} \right) \left[ \left( \frac{A_0}{h} - \frac{A_0}{(h - m\lambda)} \right) e^{-ht/m} + \frac{A_0}{(h - m\lambda)} e^{-\lambda t} \right] \quad (14)$$

En utilisant (8), la contrainte de cisaillement à la paroi s'écrit sous la forme explicite suivante :

$$\tau_{rz} = -2 \beta^2 R \sum_{n=1}^{\infty} A_0 \left[ \left( \frac{1}{h} - \frac{1}{(h - m\lambda)} \right) e^{-\frac{ht}{m}} + \frac{1}{(h - m\lambda)} e^{-\lambda t} \right] \quad (15)$$

Ces formulations analytiques permettent d'analyser l'effet de la sténose sur l'écoulement. En se basant sur ces modèles une étude paramétrique peut être effectuée pour analyser l'effet des paramètres géométriques de la sténose ainsi que ceux du fluide et du tube.

## 5. Résultats numériques

Le profil de la vitesse et la variation de la contrainte sont numériquement donnés pour un tube sténosé dont les propriétés géométriques et matérielles sont données par:

$$A_0 = 2000 \text{ dynes/cm}^3, A_1 = 4000 \text{ dynes/cm}^3$$

$$L = 100 \text{ mm}, d = 20, l_0 = 60 \text{ mm}, \mu = 0.035 \text{ p et } \alpha = 1 [2]$$

$$R_0 = 0,2 \text{ et } \delta_s = [0, R_0] [1]$$

### 5.1 Cas de pression harmonique

La vitesse de l'écoulement fluide en fonction de z pour  $\beta = 2$  à différents temps t, est représentée sur les figures 2 et 3 pour  $y = r/R_0 = 0$

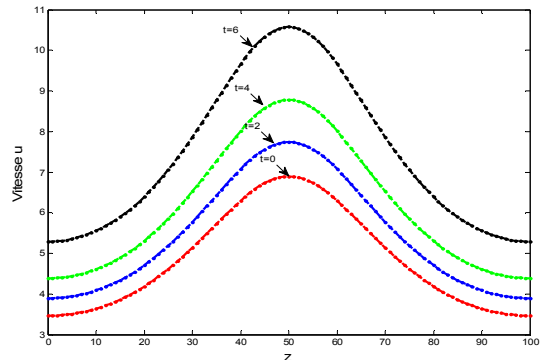


Figure 2: Variation du profil de la vitesse avec z pour différents temps t

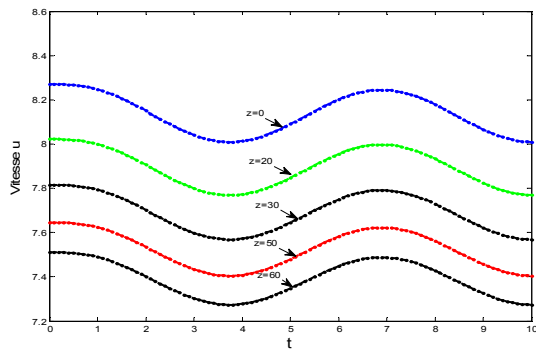


Figure 3: Variation du profil de la vitesse en fonction temps t pour différents z

L'effet de la sténose sur l'écoulement est clairement présenté.

### 5.2 Cas de la pression à décroissance exponentielle

Pour ce cas la vitesse de l'écoulement fluide et la contrainte de cisaillement  $\tau_{rz}$  sont représentées sur les figures 4, 5 et 6 pour différentes valeurs de z,  $\beta$  et t. Il est observé que le paramètre non newtonien  $\beta$  a un grand effet sur la vitesse de l'écoulement ainsi que sur la contrainte  $\tau_{rz}$

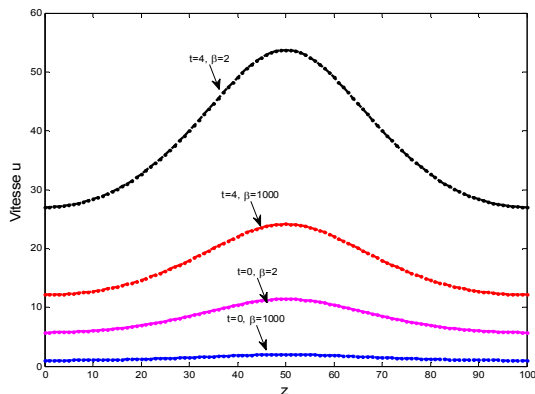


Figure 4: Variation du profil de la vitesse en fonction z pour différents  $\beta$  et temps t

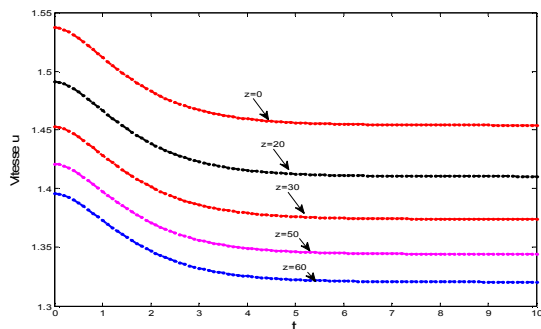


Figure 5: Variation du profil de la vitesse en fonction temps t pour différents z

t pour différents z

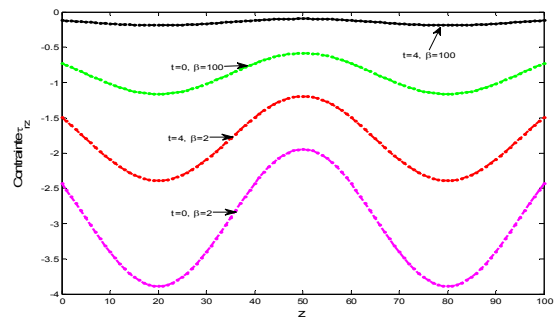


Figure 6: Variation de la contrainte  $\tau_{rz}$  avec z pour différents  $\beta$  et temps t

L'effet des autres paramètres sur les caractéristiques de l'écoulement peut être facilement analysé par les modèles analytiques présentés. Différents types de sang et de pressions peuvent être considérés.

### 6. Conclusion

Ce travail présente une modélisation mathématique de l'écoulement sanguin dans les artères à sténose. En supposant que l'écoulement est axisymétrique une EDP à coefficients variable est obtenue. Les transformées de Laplace et de Hankel ont été utilisées pour la solution analytique. Des modèles analytiques pour la vitesse et la contrainte de cisaillement ont été obtenus pour des gradients de pression périodique et à décroissance exponentielle.

Ces modèles sont obtenues en fonction des paramètres de la sténose et du sang. Des résultats numériques ont été obtenus en fonction des paramètres géométriques et matériels du tube, sténose et écoulement sanguin.

### 7. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the support provided by the "convention CNRST-CNRS" (Morocco-French), SPM06/12 and the support of the King Abdulaziz University, under grant No. (7-4 - 1432/HiCi).

### 8. Références:

- [1] Pralhad R.N, Schutlz D.H Modeling of arterial stenosis and its applications to blood diseases. Mathematical Biosciences, 190(2004).
- [2] Mishra Verma Bk, N(2010).Effect of stenosis on non-Newtonian flow of blood in blood vessels.J.Basic Appl.Sci.4(4):588

# SEASONAL VARIABILITY OF THE COASTAL UPWELLING BASED UPWELLING INDICES DERIVED FROM SATELLITE SEA SURFACE TEMPERATURE AND SATELLITE WIND EXAMPLE: CANARY UPWELLING SYSTEM

A. BENZAOUZ<sup>1</sup>, H. DEMARCO<sup>2</sup>, A. ORBI<sup>1</sup>, K. HIMI<sup>1</sup>, S. MORDANE<sup>3</sup>, M. CHAGDALI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>: Institut National de Recherche Halieutique - Maroc

<sup>2</sup>: Institut de Recherche pour le Développement - France

<sup>3</sup>: Faculté des Sciences Ben M'Sik - Maroc

## 1. Introduction:

The Eastern Boundary Upwelling Ecosystem (EBUE) comprises the central part of the Canary Current Upwelling System (the North West African (NWAf)) and the Iberian Peninsula, represents one of the world's four major Eastern Boundary Currents. It is situated at the eastern boundary of the North Atlantic recirculation system. The seasonal and latitudinal dependence of the NWAf and Iberian upwelling system was first described by Wooster et al. (1976) based on historical ship's measurements, of sea surface temperature (SST), wind stress and currents.

The upwelling of cool, nutrient rich water along the coast is the result of alongshore wind forcing from the northeast trade winds. The strength of the trades is related to the position of the Intertropical Convergence Zone (ITCZ) and the associated Azores High both of which generally oscillate between northerly/southerly positions in summer/winter respectively, giving rise to a pattern of wind forcing which is highly seasonally and latitudinally dependent. This pattern of seasonal wind along the coast has been described by several authors (Mittelstaedt, 1991; Nykjær and Van Camp, 1994; Van Camp et al., 1991; Wooster et al., 1976).

Satellite measurements of sea surface temperature (SST) and wind in the upper water-column were used to recognize the upwelling of deep water and its distribution and mixing in the surface, provide further insights in the characteristics of its variations. The mixing of cold, deep water with warmer surface water

*the QuikSCAT satellite is given by Freilich et al. [1994]. The SeaWinds scatterometer is a scanning microwave radar that infers the surface wind stress from measurements of radar backscatter from the roughness of the sea surface at multiple antenna look angles [Naderi et al., 1991]. The wind data were extracted from the <ftp://podaac.jpl.nasa.gov> database; the data are mapped into 0.25° x 0.25° cells.*

during turbulent mixing processes at the surface is also observable.

The spatial structure of the upwelling as seen by SST was classified and correlated with wind data coming from

remote sensed by Wind Scatterometer to distinct and evaluate the variation of wind forcing.

## 2. Data processing and computation procedures

### 2.1 Date sets

#### 2.1.1 Pathfinder SST

In order to The AVHRR sensors of the National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) satellite series were used for SST. Weekly (8days) AVHRR ascending node SST(V5) data with a resolution of about 5km were extracted from the NASA Physical Oceanography Distributed Active Archive Center (PO.DAAC) Pathfinder (<http://poet.jpl.nasa.gov/>).

Satellite-derived measurement of sea surface temperature (SST) is one of the most influential remotely sensed oceanographic parameters (Robinson, 1994) providing a quantitative view of thermal features in the ocean (Deacon, 1982). SST determines the energy exchanges at the most important interface of the ocean-atmosphere system (Wentz, Gentemann, Smith, & Chelton, 2000). Easily accessible, global measurements of SST V5 are available over long time periods (1981-2009).

#### 2.1.2 Wind data

A description of the SeaWinds scatterometer on the QuikSCAT satellite is given by Freilich et al. [1994]. The SeaWinds scatterometer is a scanning microwave radar that infers the surface wind stress from measurements of radar backscatter from the roughness of the sea surface at multiple antenna look angles [Naderi et al., 1991]. The wind data were extracted from the <ftp://podaac.jpl.nasa.gov> database; the data are mapped into 0.25° x 0.25° cells.

In this study, wind data spanning a 10 years long period (2000–2009) are used to estimate upwelling, due to Ekman transport

### 2.2 Upwelling Indices

The principal products defined for this studies are the thermal upwelling index derived from SST data denoted  $CUI_{sst}$  and the physical Ekman index wind-driven denoted  $CUT_{ekman}$ .

Sea surface temperatures (SST) in upwelling zones is a sensitive indicator of changes in upwelling intensity and prevailing winds. In the studied area, cooler SST can result directly from increased upwelling intensity. Directly quantifying upwelling is extremely difficult, and the idea behind the upwelling index was to develop some simple time series that represent variations in upwelling along the coast.

We derived the mean daily and weekly alongshore wind stress as a proxy for upwelling off the NWAf and Iberian peninsula. For this purpose we used meridional wind stress data; It was assumed that the alongshore wind stress is the same as the meridional wind stress and it's representative locally of the regime of the wind. Wooster and Reid (1963) demonstrated that the offshore component of surface Ekman transport represents an "index of upwelling" that describes seasonal variability in near-coastal cooling presumably associated with upwelling.

Meridional Structure of the Near-shore Upwelling Variability in surface wind stress is expected to govern the fluctuations of the upwelling process, and thus to have a direct impact on the SST field.



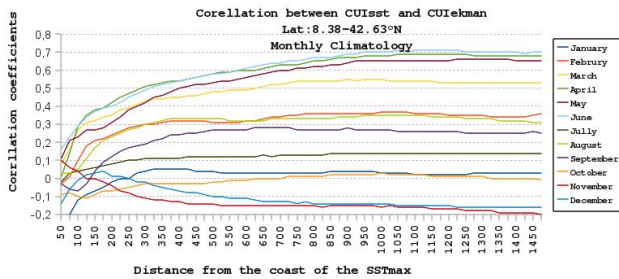


Fig.1: correlation between CUIsst and CUIekman during full climatological year

This figure shows a different plot for a monthly climatological year of the correlation between the Ekman Index ( $CUT_{ekman}$ ) and the thermal index ( $CUT_{sst}$ ) according to the distance from the coast where SSTmax is located. In the beginning of the year (January and February) and the last of the year (September, October and November), the correlation coefficients values are very low. But during the upwelling season (March-April), the correlation coefficients are very high and can reach 0,72 for the full area (8.38-42.36°N).

### 3. Results and Discussion

#### Seasonal upwelling variations

The Canary Basin lies in the recirculation regime linking the Gulf Stream with the North Equatorial Current via the Azores and Canary Currents (Klein and Siedler, 1989). At this latitude coastal upwelling is driven by the interaction between the Trade winds and the Canary Current.

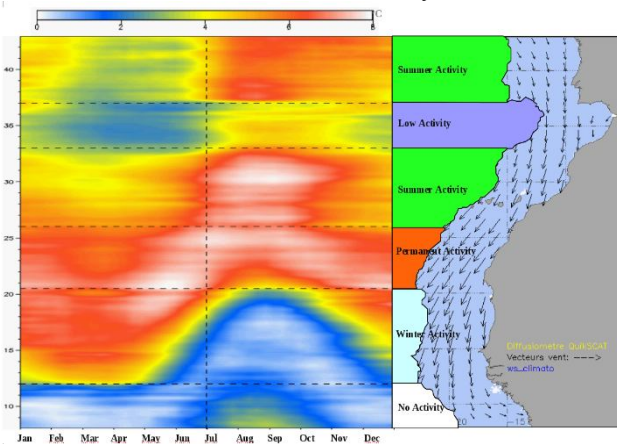


Fig.2: Seasonal variability of the coastal upwelling index along the Northwest Africa and Iberian peninsula interaction between the Trade winds and the Canary Current.

Along the Northwestern African margin (Fig.2), the Trade winds show a pattern of seasonal variations. Thus, dividing the Northwestern African margin into regions of permanent and seasonal upwelling (Fütterer, 1983; Wooster et al., 1976). North of latitude 26°N, the upwelling has a seasonal character, being more active in spring and summer, because of the seasonal shift in the location of the subtropical high-pressure cell, which drives the trades (Mittelstaedt, 1983). Although the upwelling zone is restricted to the coast, satellite imagery has shown that large upwelling filaments develop at specific coastal positions such as Cape Ghir, Cape Blanc or Cape Juby (Van Camp et al., 1991; Gabric et al., 1993; Davenport et al.,

1999). As a result, the upwelling signal can be transported far offshore.

In general, the annual cycle of upwelling shows the coastal temperature anomaly with respect to central ocean alongside the monthly mean upwelling index. Summer Trade Winds affect the Iberian and African coasts north of 20°N. Off the West Coast of Iberia, upwelling generally starts in May or June and lasts only until September. The southern, Algarve, coast of Portugal and north coast of Morocco (33°N-37°N) are oriented at a large angle to the Trade Winds and so upwelling there is intermittent and short-lived. In winter the Trades shift southward to provoke upwelling between 30°N and 12°N. South of 20°N upwelling starts in December and lasts until April or May. Between 20°N and 30°N the coast is subject to year round upwelling that peaks in July and August.

#### 4. Conclusion

The seasonal pattern of upwelling size climatology shows peaks in January and June followed by a minimum in August and a weak period until December. We have confirmed that upwelling occurs throughout the whole year in the zone north of 21° to 26°N. The maximum intensity of the upwelling shifts southwards in winter and northwards in summer according to the season. From April to June, intense upwelling is found far south. From July to September it tends to shift rapidly back to the north. The distribution of upwelling anomalies is largely irregular; maxima and minima of upwelling are displaced relative to their position in years without strong upwelling anomalies. The high energetic nature and strong internal variance of this eastern boundary upwelling system also account for the weak predictability of upwelling response to enhanced wind stress. In summer according to the season. From April to June, intense upwelling is found far south. From July to September it tends to shift rapidly back to the north. The distribution of upwelling anomalies is largely irregular; maxima and minima of upwelling are displaced relative to their position in years without strong upwelling anomalies. The high energetic nature and strong internal variance of this eastern boundary upwelling system also account for the weak predictability of upwelling response to enhanced wind stress.

The seasonal fluctuation of the main upwelling area off Northwest Africa follows the northeast trade wind extension. The area of ocean surface under cold water influence – as a measure of upwelling intensity shows maxima in winter and early spring, while the main minimum is in summer. The spatial distribution of interannual variation is characterized by local upwelling anomalies.

#### 5. References

- Wentz, F.J., C. Gentemann, D. Smith, and D. Chelton, 2000: Satellite measurements of sea surface temperature through clouds. *Science* 288:847–850.
- Wooster, W.S., A. Bakun, and D. McLain, 1976: The seasonal upwelling cycle along the eastern boundary of the North Atlantic, *Journal of Marine Research*, 34 (2), 131-141.
- Van Camp, L., L. Nykjaer, E. Mittelstaedt and P. Schlittenhardt. 1991: Upwelling and boundary circulation off northwest Africa as depicted by infrared and visible satellite observations. *Prog. Oceanogr.*, 26, 357–402



# MODÉLISATION DE LA CAVITATION LOCALISÉE À LA VANNE

MOHAMMED TAMANI<sup>1</sup>, BENNASSER BAHRAR<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique & énergétique, Faculté des Sciences, Rabat, Maroc.

m\_tamani@hotmail.fr

<sup>2</sup>Groupe de Mécanique des fluides, énergétique & environnement, ENSETM,

Laboratoire de Mécanique & Optimisation, Université Hassan II Mohammedia, Maroc.

bahrarb@yahoo.fr

**Résumé :** Dans les systèmes hydrauliques, lorsque la pression chute en deçà d'une valeur critique appelée pression de vapeur, il y a création de la cavitation qui peut engendrer des endommagements dans les canalisations ainsi que les composants du circuit. Le but de cette étude est de calculer la pression à la vanne lors de sa fermeture brusque et à la présence d'une éventuelle cavitation localisée à proximité de la vanne, ce phénomène est connu sous le nom de modèle de séparation de colonne. Dans cette étude, nous analysons, numériquement, l'effet de cette poche d'air sur l'onde de pression en régime transitoire à l'aide de la méthode des caractéristiques. Le système d'équations à résoudre, est déduit des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de celle relative au volume des bulles d'air en cas de cavitation. Le frottement introduit dans les calculs est celui du modèle de Zielke. Ce code a permis d'illustrer ce phénomène de cavitation à la vanne par le calcul de l'évolution de la pression en fonction du temps et, de celle du volume des bulles d'air résultant associées à ce phénomène.

**Abstract:** In power hydraulic systems, when the pressure drops below a critical value called vapor pressure, there is creation of cavitation which can cause damage to the pipes and system components. The purpose of this study is to calculate the pressure at the valve in its sudden closure when the cavitation is localized near the valve, the phenomenon is known as column separation. We examine the effect of this air pocket on the pressure wave transient; the used method is the method of characteristics. The system of equations is derived from the equation of motion and the conservation of mass, the growth of the discrete vapor cavity is calculated by the continuity equation. The friction term introduced in the calculations is based on the Zielke's model. This code allowed to illustrate this phenomenon of cavitation at the valve by calculating the evolution of pressure versus time and the volume of air bubbles resulting associated with this phenomenon.

**Mots-clés :** Pression de vapeur, cavitation localisée, séparation de colonne, méthode des caractéristiques.

## Nomenclature.

$$C = \sqrt{\frac{\kappa / \rho}{1 + (1 - \mu^2) \kappa D / \varepsilon E}} : \text{ célérité de coup de bélier}$$

D : diamètre interne de la conduite

e : épaisseur de la section

E : module de Young de la conduite

$f_q$  : partie quasi-stationnaire du terme de frottement.

$f_u$  : partie instationnaire du terme de frottement.

g : accélération de la pesanteur

K : module d'élasticité volumique de l'eau

P : pression dans une section de la conduite

$P_{\text{vap}}$  : pression de vapeur de l'eau

S : section de la conduite

$T_f$  : terme de frottement de Darcy-Weisbach

V : vitesse de l'écoulement à l'instant t

$V_u$  : vitesse d'écoulement à l'amont de la poche d'air

$V_d$  : vitesse d'écoulement à l'aval de la poche d'air

$\Psi$  : facteur de poids

$\forall$  : volume de la vapeur discrète

$\rho$  : masse volumique de l'eau

## INTRODUCTION.

Les changements de vitesses dans les installations hydrauliques peuvent engendrer des perturbations brusque de la pression, comme l'ouverture ou la fermeture rapide de la vanne, lorsque la pression atteint une valeur inférieure à la pression de vapeur, il y a apparition des bulles de gaz qui par implosion peuvent donner un bruit audible, ce qui permet l'endommagement des surfaces internes voisines de ces implosions [1,2,3]. La cavitation peut être localisée en un point, ou distribuée d'une manière homogène selon la quantité de gaz dissout dans le liquide ; le modèle discret de la cavitation de vapeur (DVCM) est souvent rencontré dans les écoulements à friction stationnaire, ici le modèle de Zielke est utilisé pour modéliser la partie instationnaire du terme de frottement [4].

## MISE EN EQUATIONS.

Le modèle de colonne de séparation dans les systèmes (réservoir-conduite horizontale-vanne) qu'on ferme brusquement est décrit par le système hyperbolique (1) formé par les équations de la quantité de mouvement et la conservation de la masse

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho S) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho S V) = 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -f \frac{V|V|}{2D} \end{cases} \quad (1)$$

L'équation de la continuité relative au volume de la poche d'air est décrite par l'équation (2) :

$$\left( \forall_g \right)_{i,t} = \left( \left( \forall_g \right)_{i,t-\Delta t} + \Psi \left( \left( V_d \right)_{i,t} - \left( V_u \right)_{i,t} \right) + \left( 1 - \Psi \right) \left( \left( V_d \right)_{i,t-\Delta t} - \left( V_u \right)_{i,t-\Delta t} \right) \right) S \Delta t \quad (2)$$

En explicitant la première équation du système (1) et tenant compte de l'expression de la célérité du coup de bélier

selon Korteweg  $C = \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\rho}{S} \frac{\partial S}{\partial P} \right)^{-\frac{1}{2}}$  on obtient:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \rho C^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = T_f \end{cases} \quad (1')$$

P et V sont considérés comme des valeurs moyennes de la pression et de la vitesse suivant une section droite de la conduite.

En négligeant les termes du second ordre  $V \frac{\partial P}{\partial x}$  et

$V \frac{\partial V}{\partial x}$  devant les autres termes on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} + \rho C^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = T_f \end{cases} \quad (1'')$$

$$T_f = -(f_q + f_u) \frac{V|V|}{2D}$$

La méthode des caractéristiques permet de donner à partir du système (1'') les équations de compatibilité suivant les lignes caractéristiques, positive  $C^+$  et négative  $C^-$

$$P_{i,t} - P_{i-1,t-\Delta t} + \rho C (V_{i,t} - V_{i-1,t-\Delta t}) = \rho C \Delta t T_f \quad (3)$$

$$P_{i,t} - P_{i+1,t-\Delta t} - \rho C (V_{i,t} - V_{i+1,t-\Delta t}) = -\rho C \Delta t T_f \quad (4)$$

dont les pentes des lignes caractéristiques positives et négatives sont respectivement  $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{C^\pm} = \pm C$

Le terme instationnaire selon le modèle de Zielke [4,5] est exprimé par :

$$f_u = \frac{32\nu}{DV|V|} \int_0^t \frac{\partial V}{\partial t^*} W_0(t-t^*) dt^* \quad (5)$$

Vitkovsky [4] a développé une formulation du terme instationnaire de Zielke valable en régime turbulent par ajustage des coefficients donnés par Vardy-Brown [6] de la fonction poids  $W_0$  selon la combinaison suivante :

$$W_{app} = \sum_{l=1}^{26} m_l e^{-n_l \hat{t}} \quad \hat{t} = \frac{4\nu}{D^2} t \quad (6)$$

Tenant compte de l'expression de  $W_{app}$   $f_u$  devient :

$$f_u = \frac{32\nu}{DV|V|} \int_0^t \frac{\partial V}{\partial t^*} \sum_{l=1}^{26} m_l e^{-n_l \left( \frac{4\nu}{D^2} (t-t^*) \right)} dt^* = \frac{32\nu}{DV|V|} \sum_{l=1}^{26} \int_0^t \frac{\partial V}{\partial t^*} m_l e^{-n_l K(t-t^*)} dt^* \quad (7)$$

$$\text{avec } K = \frac{4\nu}{D^2} = \frac{\pi\nu}{S}$$

On définit à partir de la fonction  $f_u$  une fonction  $y_l$  par :

$$f_u(t) = \frac{32\nu}{DV|V|} \sum_{l=1}^{26} y_l(t)$$

$$y_l(t) = \int_0^t \frac{\partial V}{\partial t^*} m_l e^{-n_l K(t-t^*)} dt^*$$

L'expression explicite de la fonction  $y_l$  [7] est:

$$y_l(t+\Delta t) = e^{-n_l K \frac{\Delta t}{2}} \left\{ e^{-n_l K \frac{\Delta t}{2}} y_l(t) + m_l [V(t+\Delta t) - V(t)] \right\} \quad (8)$$

les valeurs de  $n_l$  et  $m_l$  sont données dans la littérature [8].

Le terme de frottement  $T_f$  est donc :

$$T_f = -\frac{f_q V|V|}{2D} - 4K \sum_{l=1}^{26} y_l(t) \quad (9)$$

$y_l$  est déterminé à chaque pas de temps.

En écrivant les équations (3) et (4) et en tenant compte du terme de frottement dans l'équation (9) les équations de compatibilité deviennent :

$$P_{i,t} - P_{i-1,t-\Delta t} + \rho C (V_{i,t} - V_{i-1,t-\Delta t}) = \rho C \Delta t \left( \frac{(f_q)_{i-1,t-\Delta t} V_{i-1,t-\Delta t} |V_{i-1,t-\Delta t}|}{2D} + 4K \sum_{l=1}^{26} y_l(t) \right) \quad (10)$$

$$P_{i,t} - P_{i+1,t-\Delta t} - \rho C (V_{i,t} - V_{i+1,t-\Delta t}) = \rho C \Delta t \left( \frac{(f_q)_{i+1,t-\Delta t} V_{i+1,t-\Delta t} |V_{i+1,t-\Delta t}|}{2D} + 4K \sum_{l=1}^{26} y_l(t) \right) \quad (11)$$

Dans le cas où il y a cavitation, la pression à l'intérieur de la poche est celle de la vapeur, et on considèrera les vitesses amont et aval de la poche d'air.

#### APPLICATIONS ET RESULTATS.

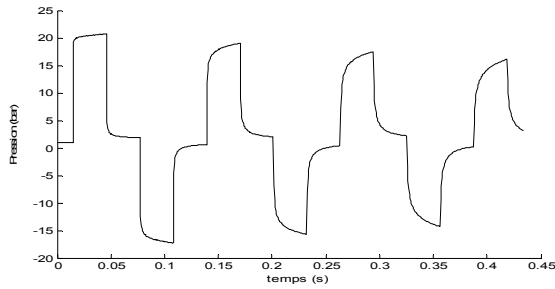
On considère un écoulement turbulent dont la vitesse en régime permanent est  $V_0 = 1$  m/s dans un système constitué d'un réservoir rempli d'eau de hauteur  $H_0$  et une conduite horizontale rigide en cuivre qui se termine par une vanne qu'on ferme brusquement, la poche d'air est supposée localisée à la vanne. Les valeurs des paramètres de calcul sont regroupées dans le tableau suivant :

**Tab.1** : Données de l'écoulement

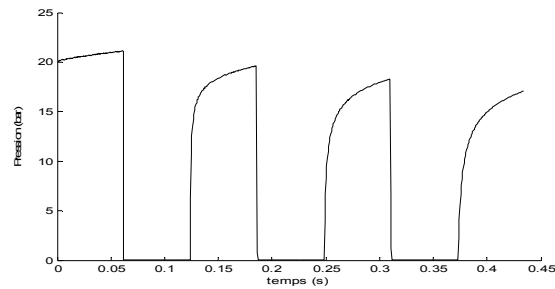
Hauteur du réservoir $H_0$ (m)	2,5
Diamètre interne de la conduite (mm)	20 mm
Longueur de la conduite (m)	40m
Masse volumique de l'eau ( $\text{Kg/m}^3$ )	1000
Viscosité cinématique de l'eau à 25°C ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	$1,18.10^{-6}$
Coefficient de poisson	0,34
Module d'élasticité volumique d'eau (GPa)	2,2
Module de Young du cuivre (GPa)	120
Epaisseur de la conduite (mm)	1
Pression de vapeur de l'eau (bar)	0,023

On va étudier les perturbations de la pression au milieu de la conduite et à la vanne ainsi que la variation du volume de gaz en régime transitoire.

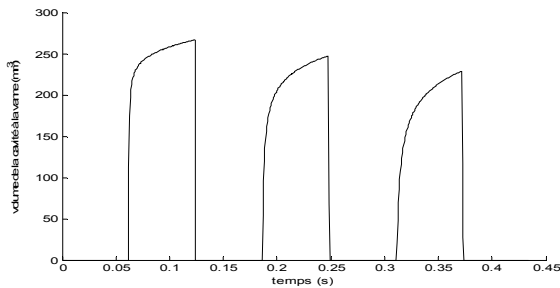
Les figures 1et 2 représentent la pression au milieu de la conduite et à la vanne en fonction du temps, l'évolution en fonction du temps du volume de la poche d'air est représentée par la figure 3 ; la figure 4 représente la vitesse à la vanne en fonction du temps.



ig. 1 : variation de la pression au milieu de la conduite



ig. 2 : variation de la pression à la vanne



ig. 3 : évolution temporelle du volume de la poche d'air

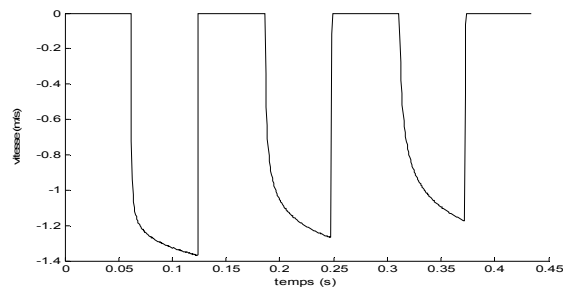


Fig. 4 : variation de la vitesse à la vanne

On remarque que les courbes sont caractérisées par des amortissements dus au terme de frottement composé d'un terme quasi-stationnaire et d'un terme instationnaire de Zielke. La figure 1 montre que la pression au milieu de la conduite est identique à celle du coup de bélier classique. Les figures 2 et 3 montrent qu'aux instants où on a cavitation  $P = P_{cav}$ , il y a apparition des poches d'air dont le volume maximal est voisin de  $270 \text{ mm}^3$  qui apparaît pour la première fois entre les instants (62 et 123 ms).

### CONCLUSION.

Dans tous les points autres que la vanne la pression est la même que celle du coup de bélier classique, ceci nous permet de dire que la poche d'air reste emprisonnée à proximité de la vanne, on peut expliquer ça par l'impossibilité de la migration de la poche d'air dans le sens

des pressions croissantes calculées en régime permanent. On constate la présence de la poche d'air au voisinage de la vanne à des intervalles de temps dont le volume s'atténue.

La poche d'air à la vanne se comporte comme un obstacle rigide qui permet de réfléchir la colonne d'eau avec une vitesse négative.

### REFERENCES.

- [1] Chaudhry M.H. *Applied hydraulic transients*. Van Nostrand Reinhold Company. New York, USA, 1987
- [2] Wylie E.B., Streeter V.L. *Fluid transients in systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA. 1993.
- [3] Shu J.J. Modeling vaporous cavitation on fluid transients. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 80, pp. 187-195, 2003.
- [4] Zielke W. Frequency dependent friction in transient pipe flow, *ASME, Journal of Basic Engineering* pp. 109-115, mars 1968.
- [5] Vakil A., Firoozabadi B., Effect of Unsteady Friction Models and Friction-Loss Integration on Transient Pipe Flow, *Scientia Iranica*, Vol. 13, No. 3, pp. 245 – 254, July 2006.
- [6] Vardy A. E., Brown J. M. B. J. *Sound and Vibration*, vol. 259, No 5 pp. 1011, 2003.
- [7] V'itkovsk'y J. P., Stephens M. L., Bergant. A., Simpson. A., R., Lambert M., Numerical Error in Weighting Function-Based Unsteady Friction Models for Pipe Transients, *journal of hydraulic engineering ASCE*, pp. 709-721, July 2006.
- [8] Urbanowicz K., Zarzycki Z., Transient Cavitating Pipe Flow, *Computation Models and Methods. Task quarterly*, vol. 12 no. 3, pp. 159–172, July 2008.

## DETERMINATION PAR LA TOMOGRAPHIE LASER DES MODES D'INSTABILITES D'UN JET

A. ABBASSI, N. KECHICHE, H. BEN AISSIA

Unité de Métrologie en Mécanique des Fluides et Thermique. (Monastir-Tunisie)

### Introduction

Les deux modes d'instabilité qui sont observables dans un jet axisymétrique libre sont: le mode variqueux qui est caractérisé par un développement axisymétrique des tourbillons (en formes d'anneaux) et le mode hélicoïdal qui correspond à une configuration (progression en spirale).

Le développement linéaire de ces deux modes est tout à fait similaire [1]: pour une même excitation initiale, ils peuvent dominer la zone de transition suivant un scénario qui a été caractérisé, par ailleurs, plusieurs études expérimentales de jets non forcés.

Le mode d'instabilité sinueux a été observé dans quelques études expérimentales. Les premiers travaux de Reynolds [2] dans le cas d'un jet d'eau submergé dans un large réservoir montrent l'existence des ondulations sinusoïdales à une longueur d'onde élevée qui domine l'écoulement pour des nombres de Reynolds compris entre 150 et 300.

Becker et Massaro [3] ont pu observer, pour  $Re = 1690$ , une ondulation sinusoïdale à une distance de la sortie de la buse approximativement égale à 5 fois le diamètre.

Crow et Champagne [4] décrivent d'une façon qualitative sans présenter des visualisations, le passage du mode sinueux aux modes intermédiaires et finalement au mode variqueux, quand le nombre de Reynolds change de 100 à 1000.

### Dispositif expérimental

Le jet, objet du présent travail, est généré par une buse circulaire de faible rapport de forme, de l'ordre de 4 (50/12.4) 2. Le profil de vitesse à la sortie de la buse est uniforme. Cependant, le montage expérimental réalisé et testé par Ben Aissia [5], permet d'étudier les instabilités pour d'autres configurations de jets. La figure 1. montre le dispositif expérimental dans son ensemble (buse, système optique, ...). Nous avons réalisé des prises d'images expérimentales à hautes fréquences en utilisant une caméra CCD rapide. Cette méthode donne une vue globale des structures de l'écoulement : c'est la tomographie laser. En effet, le but de la tomographie laser est de faciliter l'observation du jet en visualisant des coupes de celui-ci. Pour cela, le principe de cette technique consiste à éclairer, avec une nappe laser, une tranche du jet, préalablementensemencé avec des petites particules, qui sont bien choisies. Les particules contenues dans cette fine section diffusent la lumière du laser selon un mécanisme obéissant aux lois de Lorenz-Mie. L'image des particules ainsi éclairées est alors enregistrée à l'aide d'une caméra CCD. Cette technique peut être utilisée pour quantifier le mélange de deux gaz (ensemencé différemment), suivre et caractériser des structures tourbillonnaires à l'aide d'une caméra rapide. L'acquisition des images est effectuée par la caméra CCD de résolution  $756 \times 756$  pixels.

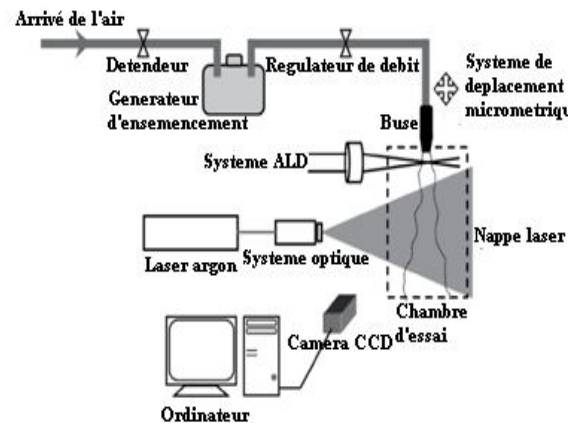


Figure 1. Dispositif expérimental.

### Résultats et Discussion

La figure 2 donne une description dynamique de l'écoulement en fonction de son évolution en aval pour un nombre de Reynolds  $Re = 830$ . D'après cette figure, on distingue principalement trois régions de comportements différents. Pour les faibles valeurs de la distance longitudinale  $x/d_{jet}$  le jet est laminaire, dans cette région les filets de fluide sont parfaitement parallèles, en effet dans cette zone dont la longueur dépend du nombre de Reynolds comme montré par Ben Aissia, [5] et donné sur la figure 3, l'approximation de la couche limite laminaire est applicable. La deuxième région est caractérisée par le développement des instabilités primaires dite de Kelvin-Helmholtz, est dû à l'existence d'un gradient de vitesse important à travers la couche de mélange initiale. En effet, dans cette région l'accroissement des instabilités primaires mènent à travers une série d'instabilités successives vers la turbulence. La troisième région est celle de la turbulence, dans laquelle le jet est instationnaire et tridimensionnel.

L'évolution du mode sinueux et variqueux dans la zone initiale du jet à bas nombre de Reynolds est visualisée sur la figure 4, pour trois nombres de Reynolds :  $Re = 832$ ,  $Re = 1600$  et  $Re = 1800$ . Pour  $Re=1800$ , nous remarquons la coexistence des deux modes d'instabilités. Dans la zone proche du jet le mode variqueux (MV) est le mode le plus instable, vers la fin du noyau potentiel le mode sinueux (MS) apparaît, son énergie devient importante pour dominer le jet à cette position.

Il faut signaler que pour les positions longitudinales  $x/d_{jet}$  plus élevées, et vers la fin du noyau potentiel, le mode sinueux possède une énergie de plus en plus grande pour qu'il apparaît à cette distance figure 4(b).

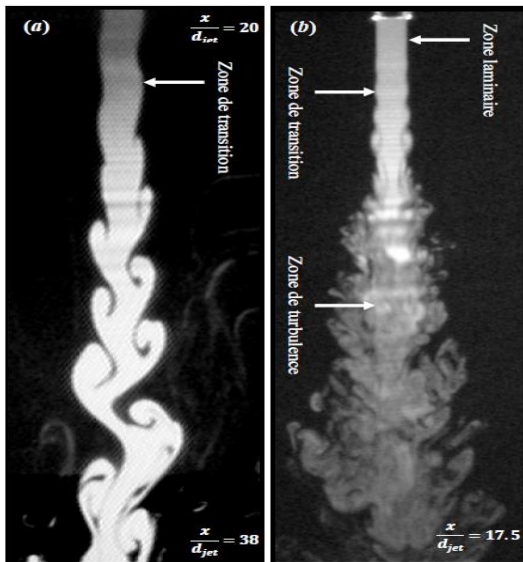


Figure 2. Description de la dynamique du jet (a) pour  $Re = 830$  et (b) pour  $Re = 1900$ .

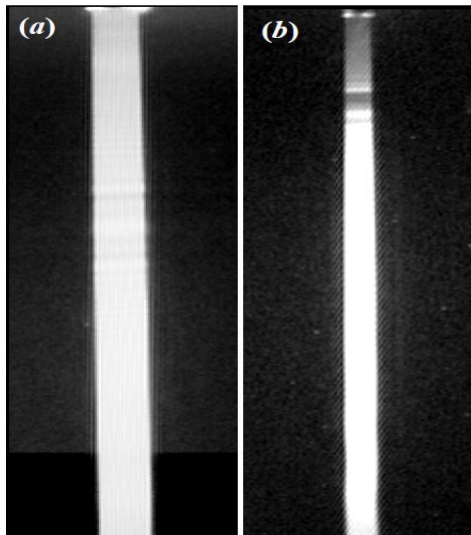


Figure 3. Caractéristiques de la couche de mélange initiale. Mise en évidence de la longueur laminaire.

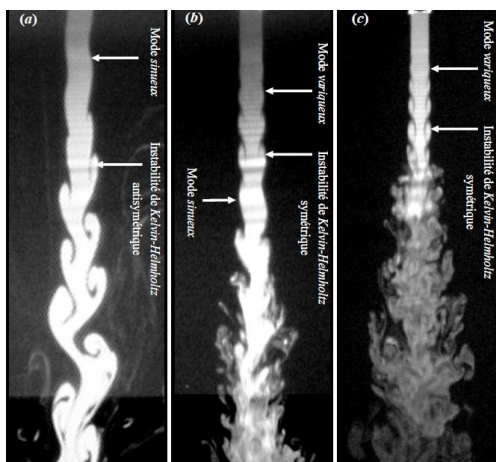


Figure 4. Évolution du mode sinueux et variueux dans la zone initiale du jet à bas nombre de Reynolds. (a)  $Re = 832$ , (b)  $Re = 1600$ , et (c)  $Re = 1800$ .

à partir du mesure par ALD est basée sur la fluctuation de la vitesse  $u$  par contre la fréquence obtenue à partir des

Sur la figure 5, on observe le processus d'appariement des instabilités primaires de Kelvin-Helmholtz. En plus, on remarque un grossissement des tourbillons primaire par fusionnement de deux structures cohérentes successives signe de l'instabilité secondaire, pour un nombre de Reynolds  $Re = 830$ .

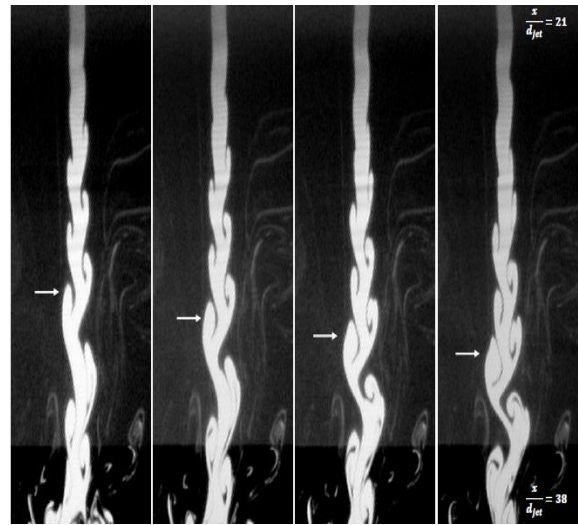


Figure 5. Mise en évidence du processus d'appariement des instabilités primaires de Kelvin-Helmholtz.

La figure 6 montre les étapes de formation de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz pour un nombre de Reynolds égale à 830.

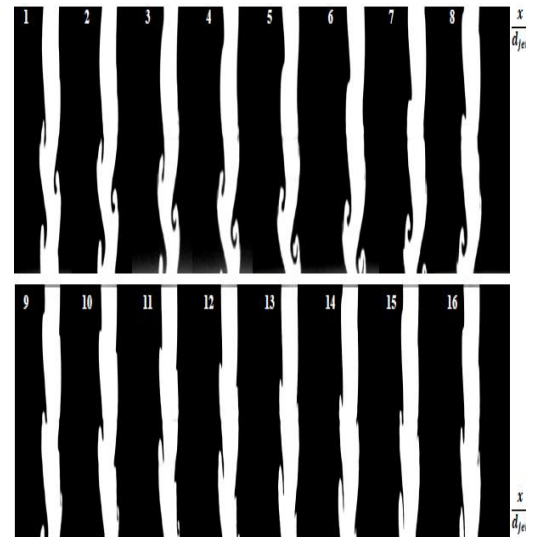


Figure 6. Description du mécanisme physique de formation des instabilités primaire de Kelvin-Helmholtz pour  $Re = 830$ .

Les mesures effectuées par tomographie donne une fréquence du mode la plus instable de 8.51Hz (Zaouali, [6]) pour Reynolds 830. La différence entre cette valeur et celle trouvée par ALD (9Hz), Kechiche [7]) vient du faite que la fréquence obtenue à partir des images tomographiques mesure la fréquence de passage des structures tourbillonnaires.



## Conclusion

Dans ce papier, on a effectué une étude expérimentale par tomographie laser de la transition d'un jet axisymétrique, descendant, isotherme et à profil de vitesse initialement uniforme. Dans ce cas, nous remarquons que pour les faibles vitesses à la sortie de la buse, faible nombre de Reynolds, l'apparition du mode sinueux (antisymétrique) comme le mode le plus instable est favorable plus que le mode symétrique variqueux comme il été montré dans la première partie en utilisant les vitesses instantanées obtenues par Anémométrie Laser à effet Doppler. Pour les hautes vitesses, hauts nombres de Reynolds, ce sont les modes variqueux qui ont le plus d'énergie à des sections faibles  $x/d_{jet}$  (distance prise à partir de la section d'éjection dans la direction de l'écoulement) et sont les modes les plus instables.

## Références

- [1] Danaila I., 1997, Etude des instabilités et des structures cohérentes dans la zone de proche sortie d'un jet axisymétrique. Thèse de doctorat, Univ. de la Méditerranée Aix-Marseille II, France.
- [2] Reynolds A. J., 1962, Observation of a liquid-into-liquid jet, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 14, pp. 552-561.
- [3] Becker H.A. et Massaro T.A., 1968, Vortex evolution in a round jet, *J. Fluid Mech.* 31, pp. 435-448.
- [4] Crow S.c. and Champagne F.H., 1971, Orderly structure in jet turbulence, *J. Fluid Mech*, 77, pp.397-413.
- [5] Ben Aissia H. Étude numérique et expérimentale par imagerie et anémométrie laser Doppler d'un jet axisymétrique. Docteur es sciences physiques, 2002.
- [6] Y. Zaouali. Étude tomographique des instabilités d'un jet axisymétrique à bas nombre de Reynolds par PIV et analyse des frontières. Thèse de doctorat,, Univ. du centre, Tunisie., 2004.
- [7] Najah Kechiche, Ali Abbassi, Taoufik Filali, Jacques Jay, and Habib Ben Aissia. Spectral analysis of round jet instabilities at low reynolds number. *Mécanique & Industries.*, 10 :447–454, 2009.

# CONVECTION NATURELLE ENTRE DEUX CYLINDRES EXCENTRÉS D'UN FLUIDE POREUX

B. TAHRI & M. BOUANINI

Laboratoire d'ENERGARID Université de Béchar

## 1. Résumé

A notre connaissance, il y a peu de travaux concernant la convection naturelle dans une enceinte délimitée par un cylindre creux contenant un autre cylindre plein excentré et horizontaux lorsqu'on suppose que la température du cylindre creux est constante, le cylindre plein est traversé par un flux de chaleur de densité constante  $q$ . Cette étude est consacrée à la convection naturelle dans un espace situé entre deux cylindres excentrés horizontaux qui est remplie d'une matière poreuse Introduction.

## 2. Introduction

La détermination du transfert de chaleur et des caractéristiques des écoulements générés par les forces d'Archimède dans des cavités est un problème dont l'intérêt tant sur le plan fondamental qu'au niveau des applications pratiques est important. Parmi ces applications nous pouvons citer : le stockage des fluides, l'écoulement d'air dans les pièces d'habitation, dans les capteurs solaires, etc...

Il ressort des travaux disponibles dans la littérature, l'intérêt devient grandissant actuellement tant sur le plan numérique qu'expérimental, sur la structure d'écoulement de convection naturelle se produisant dans une cavité demi-cylindrique inclinée, comme l'écoulement naturel de l'air dans les serres agricoles, dans les hangars de forme cylindrique ou dans les habitacles des avions de ligne.

**Mots clefs :** convection naturelle, enceinte demi-cylindrique

## 3. Description du problème

Considérons un espace annulaire, rempli d'un milieu poreux saturé de fluide, situé entre deux cylindres horizontaux excentrés. Les températures constantes  $T_1$  et  $T_2$

## 4. Analyse théorique

En posant les hypothèses simplificatrices :

- Le milieu poreux est homogène et isotrope.
- Les propriétés physiques sont constantes.
- Les hypothèses de Boussinesq sont valables.

En prenant respectivement  $r_1$ ,  $\alpha_{eq}/r_1$  et  $(T_1 - T_2)$  comme longueur, vitesse et température de référence, l'équation du mouvement adimensionnelle et les conditions aux limites s'écrivent

## Equation du mouvement

$(T_1 > T_2)$ . La figure (1) représente une section droite du système.

Pour résoudre notre problème, nous introduisons les coordonnées bi cylindriques. En effet, dans un tel système, les conditions aux limites des faces des cylindres peuvent être exprimées par des valeurs constantes :  $\eta_1$  pour le cylindre intérieur et  $\eta_2$  pour le cylindre extérieur figure (1). Le passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées bi cylindriques est effectué à l'aide des formules de transformation.

$$x = \frac{ash\eta}{ch\eta - \cos\theta} \quad (1)$$

$$y = \frac{a \sin \theta}{ch\eta - \cos\theta} \quad (2)$$

$$h = h_\theta = h_\eta = \frac{a}{ch\eta - \cos\theta} \quad (3)$$

$$h_z = 1 \quad (4)$$

Nous définissons la distance focale, le rapport des rayons et l'excentricité relative respectivement par :

$$b = \sinh \eta_1, \quad \gamma^+ = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{et} \quad \varepsilon^+ = \frac{e}{(r_1 - r_2)}$$

Où 'e' est la distance entre les centres des deux cylindres.

La connaissance de  $\gamma^+$  et  $\varepsilon^+$  nous permet de déterminer les coordonnées des deux cylindres  $\eta_1$  et  $\eta_2$ .

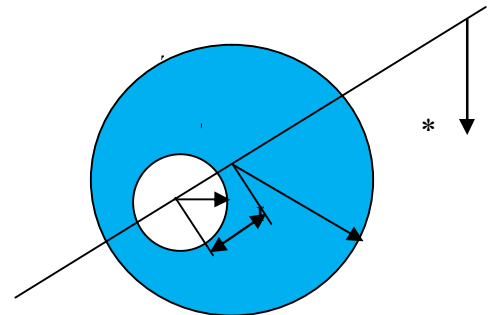


Figure (1) : section droite du système

$$\frac{1}{h^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \psi^* = -\frac{Ra}{h} \left[ \frac{\partial T^*}{\partial \eta} + \frac{\left[ \begin{array}{l} F(\eta, \theta) \cos \alpha + G(\eta, \theta) \sin \alpha \\ F(\eta, \theta) \sin \alpha \\ -G(\eta, \theta) \cos \alpha \end{array} \right] \frac{\partial T^*}{\partial \theta}}{\left[ \begin{array}{l} F(\eta, \theta) \cos \alpha + G(\eta, \theta) \sin \alpha \\ F(\eta, \theta) \sin \alpha \\ -G(\eta, \theta) \cos \alpha \end{array} \right]} \right] \quad (5)$$

Avec le nombre de Darcy Rayleigh :

$$Ra = \frac{g\beta\lambda r_1(T_1 - T_2)}{\alpha_{eq}v} \quad (6)$$

Où

$$F(\eta, \theta) = \frac{1 - ch\eta \cos\theta}{ch\eta - \cos\theta} \quad (7)$$

$$G(\eta, \theta) = \frac{sh\eta \sin \theta}{ch\eta - \cos \theta} \quad (8)$$

Conditions sur la paroi cylindre intérieur

$$\psi^* = 0 \quad (9)$$

$$T^* = 1 \quad (10)$$

Conditions sur la paroi cylindre extérieur

$$\psi^* = 0 \quad (11)$$

$$T^* = 0 \quad (12)$$

On définit le nombre local de Nusselt (Nu) et le nombre de Nusselt moyen ( $\overline{Nu}$ ) sur la paroi chauffée respectivement par :

$$Nu = (\eta_1 - \eta_2) \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \quad (13)$$

$$\overline{Nu} = \frac{(\eta_1 - \eta_2)}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} d\theta \quad (14)$$

#### 4. Formulation numérique

La résolution numérique des équations avec les conditions aux limites s'effectue en utilisant la méthode aux différences finies. Elles sont discrétisées par des différences à tous les nœuds.

Les pas  $\Delta\eta$  et  $\Delta\theta$ , constants, définis dans le maillage bi cylindrique, sont donnés par :

$$\Delta\eta = \frac{\eta_1 - \eta_2}{NI - 1} \quad \Delta\theta = \frac{2\pi}{NJ - 1} \quad (15)$$

Où NI, et NJ sont respectivement les nombres de points considérés suivant  $\eta$  et  $\theta$ . Nous retenons les valeurs suivantes :  $NI = 20$  et  $NJ = 48$ .

Nous résolvons les équations aux différences finies à l'aide de la méthode de « Gauss-seidel row itération ».

Le processus est répété jusqu'à ce que le critère de convergence suivant soit satisfait :

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i,j} |\psi^{n+1}(i,j) - \psi^n(i,j)|}{\sum_{i,j} |\psi^{n+1}(i,j)|} < 10^{-4} \quad (16)$$

#### 5. Résultats numériques

Les résultats consignés dans les figure (1)-(2) comparent les nombres de Nusselt moyen et les fonctions de courant issus de notre simulation numérique et ceux trouvés dans la littérature.

Pour  $\gamma^+ = 2$  et  $\varepsilon^+ = 0.001$ , l'écart entre nos résultats et ceux de l'analyse donnée par Bau [5] est inférieur à 1.8 % lorsque  $Ra \leq .60$  et il est inférieur à 7.72 % pour  $Ra > .60$  Figure (1). Pour  $\gamma^+ = 2$  et  $\varepsilon^+ = 0.2$ , l'écart entre notre résultat et celui de Bau [5] est de l'ordre de 3 % figure (2).

Le tableau (1) compare les variations de la fonction de courant adimensionnelle maximale  $\psi^*_{max}$  pour  $\gamma^+ = 2$  et  $\varepsilon^+ = 0.001$ . Notre résultat numérique est presque identique à celui obtenu par Bau.

Il existe donc un bon accord entre nos résultats et ceux donnés par la littérature.

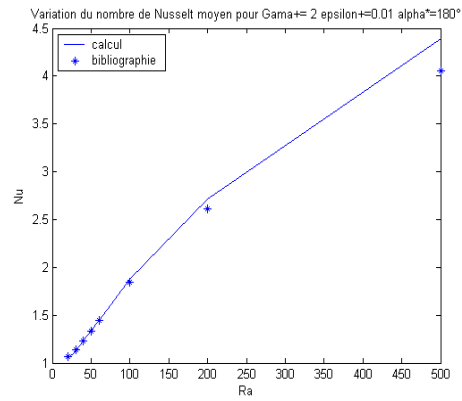


Figure (1) : Variation du nombre Nusselt moyen pour  $\gamma^+ = 2$ ,  $\varepsilon^+ = 0.001$  et  $\alpha^* = 180^\circ$

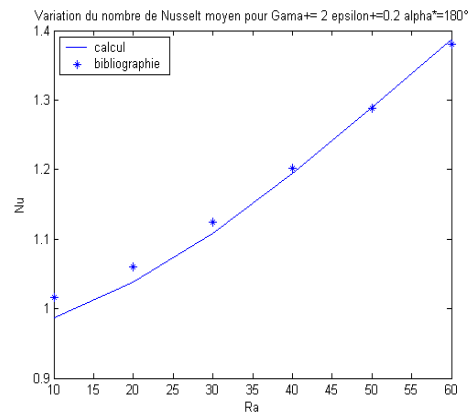


Figure (2) : Variations du nombre de Nusselt moyen pour  $\gamma^+ = 2$ ,  $\varepsilon^+ = 0.2$  et  $\alpha^* = 180^\circ$ .

Ra	Notre calcul	Bau
50	5.556	5.555
100	9.929	9.9637
200	16.34	16.3255
500	28.22	28.09914

Tableau (1) : Variation de la valeur de la fonction de courant adimensionnelle maximale  $\psi^*_{max}$  pour

$$\gamma^+ = 2, \quad \varepsilon^+ = 0.001 \text{ et } \alpha^* = 180^\circ$$

Les figures (3)-(4) montrent que les allures des lignes de courant sont identiques pour l'angle  $\alpha=0$ , le mécanisme de la conduction domine l'échange de chaleur dans ce cas.

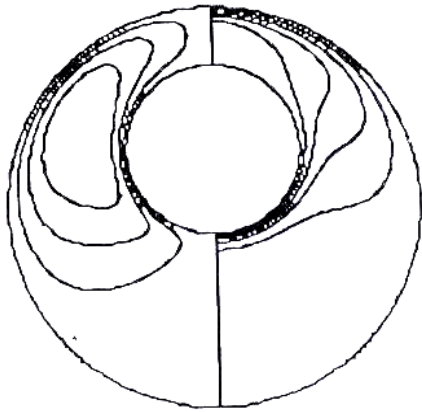


Figure (3) : Evolution des isothermes et des lignes de courant pour  $\gamma^+ = 2.38$ ,  $\epsilon^+ = 0.5136$ ,  $Ra = 60$  et  $\alpha^* = 180^\circ$

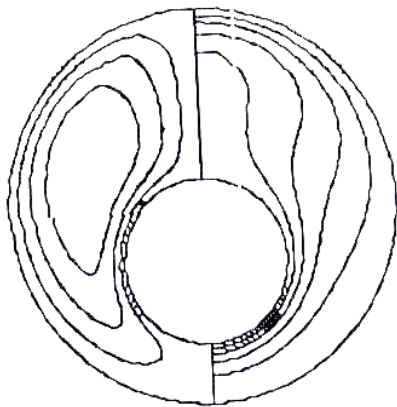


Figure (4) : Evolution des isothermes et des lignes de courant pour  $\gamma^+ = 2.38$ ,  $\epsilon^+ = 0.5136$ ,  $Ra = 60$  et  $\alpha^* = 0^\circ$

La figure (5) montre que les lignes de courant sont parallèles au cylindre extérieur et les isothermes se dirigent vers le haut on peut dire que l'écoulement devient plus rapide.

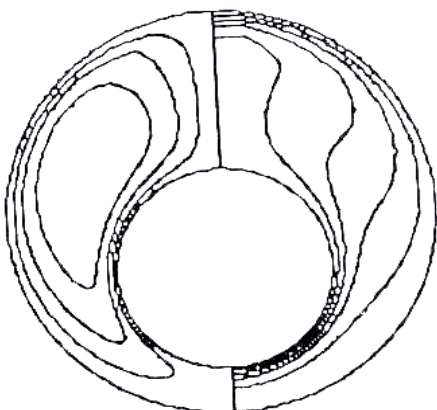


Figure (5) : Evolution des isothermes et des lignes de courant pour  $\gamma^+ = 2$ ,  $\epsilon^+ = 0.6$ ,  $Ra = 200$  et  $\alpha^* = 0^\circ$

Nous avons étudié, en régime laminaire et permanent, la convection naturelle thermique bidimensionnelle dans un espace annulaire situé entre deux cylindres horizontaux excentrés et rempli d'une matière poreuse.

Les résultats mettent en évidence l'intérêt et l'influence de la position du cylindre intérieur sur le transfert de chaleur dans cette étude comparative entre les résultats obtenus et ceux trouvés dans la littérature.

## 7. Bibliographie

- [1] J. H. Lee, Contribution à l'étude de la convection naturelle thermique en régime laminaire transitoire dans un récipient cylindrique vertical partiellement rempli par un fluide Newtonéen, Thèse d'état, Université de Perpignan (1984).
- [2] U. Grigull et W. Hauf, Natural convection in horizontal cylindrical annuli, Proc. Third International Heat Transfer Conference, Vol. 2, pp. 182-195, (1966).
- [3] T. H. Kuehn et R. J. Golstein, Correlating equation for natural convection heat transfer between horizontal circular cylinders, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 19, pp. 1127-1134 (1976).
- [4] U. Projahn, H. Reiger et H. Beer, Numerical analysis of laminar convection between concentric and eccentric horizontal cylinders, Numer. Heat Transfer, Vol. 4, pp. 131-146 (1981).
- [5] H. H. Bau, Low Rayleigh number thermal convection in a saturated porous medium bounded by two horizontal eccentric cylinders, ASME J. Heat Transfer, Vol. 106, pp. 166-175 (1984).
- [6] B. Tahri, K. Bouhadeb, A. Slimani et M. Rebhi, Optimization of Inclination of a Cavity Formed by Three-Cylinders in a natural convection, (IREMOS) pp. 1017-1023 Avril, 2012.

# DIMENSIONNEMENT DES CONDUITES DE FORME OVOÏDALE PARTIELLEMENT REMPLIES

M. RIABI<sup>1</sup>, B. ACHOUR<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dr ING. En hydraulique-Université de Chlef Algérie.

E-mail : mohammedriabi@hotmail.com

<sup>2</sup>Laboratoire de recherche en hydraulique souterraine et de surface (LARHYSS)

Université de Biskra

## Résumé :

La présente étude a pour objectif le dimensionnement des conduites de forme ovoïdale partiellement remplies. Sur la base du modèle rugueux de référence le diamètre circonscrit caractéristique peut s'écrire  $D = \psi \bar{D}$  ;  $\bar{D}$  représente le diamètre circonscrit du modèle rugueux de référence et  $\psi$  est un coefficient de correction sans dimension linéaire. Cette approche est applicable dans le domaine entier de l'écoulement turbulent et mène à des solutions explicites et pratiques de conception de telles conduites. Le calcul de la dimension linéaire, même celui de la profondeur normale, devient aisé dans une large gamme pratique du taux de remplissage compris entre 0,2 et 0,8.

## Abstract:

The present study aims to contribute in the design of the egg-shaped conduct partially filled. On the basis of the referential rough model, the vertical diameter of the conduct can be written  $D = \psi \bar{D}$ , where  $\bar{D}$  is the vertical diameter of the referential rough model and  $\psi$  is a non-dimensional correction factor. This approach is applicable in the entire turbulent flow domain and leads in practice to explicit relationships for the design of such conducts. The computation of the linear dimension and also the normal depth is easy in the wide range of the flow depth ratio from 0.2 to 0.8.

## 1 INTRODUCTION

L'écoulement est considéré comme étant uniforme lorsque ses caractéristiques sont invariables dans le temps et dans l'espace. Les éléments à considérer dans l'écoulement permanent sont le débit volume  $Q$ , la pente  $J$ , la rugosité absolue  $\mathcal{E}$ , une dimension linéaire  $a$  quelconque (Achour et al, 2002), le taux de remplissage  $\eta$  de la conduite et la viscosité cinématique du liquide  $\nu$  en écoulement. Ces paramètres sont liés par la relation fonctionnelle :

$$\varphi(a, Q, J, \mathcal{E}, \eta, \nu) = 0.$$

Trois catégories de problèmes peuvent se présenter dans la pratique de l'ingénieur hydraulicien. La première catégorie répond à un besoin de dimensionnement et consiste à évaluer la dimension linéaire  $a$  à partir des valeurs connues des cinq autres paramètres régissant l'écoulement (Achour et al, 2002). En se référant à la bibliographie, il n'existe à

l'heure actuelle aucune relation explicite susceptible de répondre à cette catégorie de problème lorsque l'écoulement est de nature lisse ou de transition. Ceci s'explique par l'impossibilité d'évaluer le nombre de Reynolds  $R$  puisque celui-ci dépend de la dimension linéaire  $a$  recherchée. Le problème peut être résolu en s'appuyant sur un procédé itératif. Dans le domaine rugueux, pour lequel  $a$  est indépendant de  $R$ , l'application de relations de type *Manning-Strickler* donne des résultats satisfaisants. La deuxième catégorie de problème consiste à évaluer le débit  $Q$ . Ce problème est solutionné de manière explicite par la combinaison des relations de *Colebrook-White* et de *Darcy-Weisbach*, et ce quelle que soit la nature du régime d'écoulement. La troisième catégorie de problème est celle qui consiste à évaluer le gradient de la perte de charge  $J$ , pour ce cas, l'application des relations de type *Darcy-Weisbach* est suffisante (Swamee et Jain, 1976, 1977, 1978). Seul le problème du dimensionnement sera considéré dans la présente étude. Elle sera basée sur le modèle rugueux de référence. Ce modèle est une conduite caractérisée par une rugosité relative  $\varepsilon/D = 0,037$  arbitrairement choisie.

L'écoulement est supposé être turbulent rugueux de telle sorte que le coefficient de frottement soit égal à  $f = 1/16$  en vertu de l'équation de *Colebrook-white* pour un nombre de Reynolds  $R = \bar{R} \rightarrow \infty$ .

Les études existantes se rapportant au dimensionnement de telles conduites ne sont pas nombreuses. Elles proposent soit une résolution graphique ou soit des solutions itératives basées toutes sur un coefficient de résistance à l'écoulement constant. D'autres donnent, avec des relations approchées explicites, des solutions pour les grosses conduites remplies à 75% (Swamee et Swamee, 2008). Il n'existe pas actuellement une approche théorique donnant des solutions intégrant toute valeur du taux de remplissage  $\eta$  entre 0 et 1.

## 1. CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES DE LA CONDUITE.

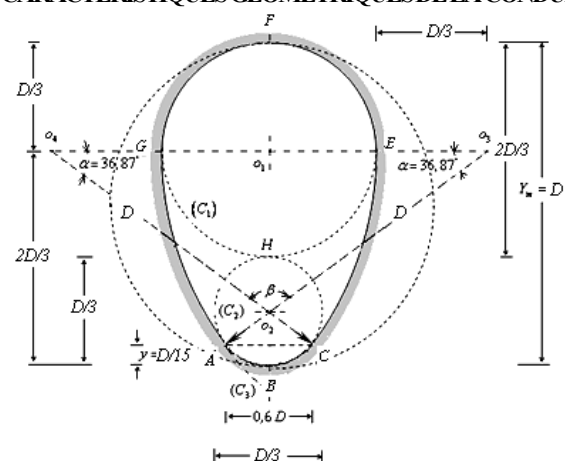


Figure 1. Schéma de définition de la conduite ovoïdale normale (Lancastre, 1996).

La conduite est caractérisée par la dimension représentant sa hauteur  $Y_m$  égale au diamètre  $D$  du cercle circonscrit. Elle est formée dans sa partie haute par un demi-cercle ( $C_1$ ) de diamètre  $2D/3$  et dans sa partie basse par un arc de cercle



(C<sub>2</sub>) de diamètre  $D/3$ , les deux parties sont reliées symétriquement par deux arcs de diamètre  $D$  désignées par (C<sub>3</sub>). On démontre aisément :

$$\alpha = 36,87^\circ - \beta = 106,26^\circ - y = D/15 - \overline{AC} = 4/15 D$$

**CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT**

Les caractéristiques de l'écoulement, telle que l'aire de la section mouillée  $A$ , le périmètre mouillé  $P$ , le rayon hydraulique  $R_h$  ou la largeur du plan d'eau  $e$  dépendent du taux de remplissage  $\eta = y_n/D$  ou  $y_n$  est la profondeur normale de l'écoulement et  $D$  est la hauteur de la conduite. Ces caractéristiques s'expriment par différentes relations selon le lieu géométrique de l'écoulement.

Nous avons trois lieux géométriques différents que peut occuper l'écoulement, selon la valeur du taux de remplissage :

Entre le point  $B$  et la corde  $\overline{AC}$  de la partie circulaire basse c'est-à-dire  $\eta \leq 1/15$

Entre les cordes  $\overline{AC}$  et  $\overline{GE}$  de l'espace délimité par les arcs de cercle  $\overline{GA}$  et  $\overline{GE}$ , c'est-à-dire  $1/15 \leq \eta \leq 2/3$

Entre la corde  $\overline{GE}$  et le point  $F$  de la partie circulaire la plus haute de la conduite c'est-à-dire  $2/3 \leq \eta \leq 1$ .

Les éléments géométriques, telle que la surface mouillée  $A$ , le périmètre mouillée  $P$ , et le rayon hydraulique  $R_h$  dépendent de la dimension linéaire  $a$  ( $D$  dans notre cas) recherchée et l'on peut écrire que quelle que soit la forme du profil géométrique on a :

$$A = A_1 a^2 = A_1 D^2 \quad (1)$$

$$P = P_1 a = P_1 D \quad (2)$$

$$R_h = \frac{A_1}{P_1} a = \frac{A_1}{P_1} D = DR_{h1} \quad (3)$$

$A_1, P_1$  et  $R_{h1}$  sont des paramètres adimensionnels et correspondent respectivement à l'aire de la section mouillée, le périmètre mouillé et le rayon hydraulique lorsque la dimension linéaire  $D$  est égal à l'unité. Nos calculs ont montré que tous ces paramètres ne dépendent, dans toute l'étude que nous allons considérées, que du taux de remplissage  $\eta = y_n/Y_m$  qui représente le rapport de la hauteur normale  $y_n$  de l'écoulement sur la hauteur de la conduite  $Y_m$ .

Selon la valeur de ce taux, nous avons exprimé les différentes paramètres adimensionnels  $A_1, P_1$ , et  $R_{h1}$  en fonction de ce taux de remplissage, ces paramètres figurent dans le tableau ci-contre.

**DIMENSIONNEMENT DE LA CONDUITE**

Le diamètre  $D$  peut être évalué par la relation fondamentale de la MMR, applicable à toute forme de profil géométrique de conduites et canaux (Achour et Bedjaoui, 2006) :

$$D = \psi \overline{D} \quad (4)$$

Ou :  $\overline{D}$  représente le diamètre du modèle rugueux de référence et  $\psi$  un coefficient de correction sans dimension

**Tableau des Paramètres adimensionnels.**

Expressions des fonctions de $\eta$			
$\eta \leq 1/15 \quad \sigma(\eta) = \cos^{-1}(1 - 6\eta) ;$			
$\varphi(\eta) = 1 - \frac{2(1 - 6\eta)\sqrt{3\eta(1 - 3\eta)}}{\cos^{-1}(1 - 6\eta)} ;$			
$1/15 \leq \eta \leq 2/3 \quad \vartheta(\eta) = 1,59610063 - 2 \sin^{-1}\left(\frac{2}{3} - \eta\right)$			
$\zeta(\eta) = 1,22481487 - \sin^{-1}\left(\frac{2}{3} - \eta\right) + \left(\eta - \frac{2}{3}\right)\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3} - \eta\right)^2} - \frac{4}{3}\eta$			
$2/3 \leq \eta \leq 1 \quad \tau(\eta) = 2,64329818 - \frac{2}{3} \cos^{-1}\left[3\left(\eta - \frac{2}{3}\right)\right];$			
Par. dim	$\eta \leq 1/15$	$1/15 \leq \eta \leq 2/3$	$2/3 \leq \eta \leq 1$
$A_1$	$A_1 = \sigma(\eta)\varphi(\eta)/36$	$A_1 = \zeta(\eta)$	$A_1 = \lambda(\eta)$
$P_1$	$P_1 = \sigma(\eta)/3$	$P_1 = \vartheta(\eta)$	$P_1 = \tau(\eta)$
$R_{h1}$	$R_{h1} = \varphi(\eta)/12$	$R_{h1} = \zeta(\eta)/\vartheta(\eta)$	$R_{h1} = \lambda(\eta)/\tau(\eta)$

A l'état plein on a :

$$A_{1p} = 0,5104589 ; P_{1p} = 2,64329818 ; R_{h1p} = 0,19311438$$

**3-1 Détermination du diamètre  $\overline{D}$  par la MMR :**

La relation de Darcy -Weisbach régissant l'écoulement à surface libre dans une conduite est :

$$J = f V^2 / 2gD_h \quad (5)$$

La vitesse  $V$  et le diamètre hydraulique  $D_h$  s'écrivent par les relations respectives  $V = Q/A$  et  $D_h = 4A/P$ .

La relation (5) devient alors :

$$J = f \frac{PQ^2}{8gA^3} \quad (6)$$

En exprimant dans cette dernière la surface  $A$  et le périmètre  $P$ , en fonction de la dimension linéaire  $D$  par leurs relations respectives (1) et (2) on a :

$$J = f \frac{Q^2}{8gD^5} \left( \frac{P_1}{A_1^3} \right) \quad (7)$$

Dans le modèle rugueux de référence considéré, c'est-à-dire lorsque  $D$  est une inconnue du problème, assumons les égalités  $J = \overline{J}$  et  $Q = \overline{Q}$  par contre  $D \neq \overline{D}$ ,  $A \neq \overline{A}$ , et  $P \neq \overline{P}$ .

(C'est à dire, nous faisons écouler dans ce modèle rugueux de référence le même débit que celui de la conduite, sous le même gradient de perte de charge linéaire. Selon la MMR, l'écoulement dans ce modèle est caractérisé par un coefficient de frottement  $\overline{f} = 1/16$  (Achour, 2007). La relation (7) prend alors la forme suivante :

$$J = \frac{Q^2}{128g\overline{D}^5} \left( \frac{P_1}{A_1^3} \right) \quad (8)$$

En comparant (7) et (8) nous pouvons déduire que  $D \neq \overline{D}$ . Ainsi, pour écouler le débit  $Q$  sous le gradient de perte de charge  $J$ , le modèle rugueux de référence doit être caractérisé par une dimension linéaire  $\overline{D}$  différente de celle

de la conduite. On tire de la relation (8) l'expression de la dimension linéaire dans le régime turbulent rugueux :

$$\bar{D} = 0,379 \left( \frac{Q^2}{gJ} \right)^{1/5} \left( \frac{P_1}{A_1^3} \right)^{1/5} \quad (9)$$

### 3-2 Détermination du coefficient $\psi$ et expression du diamètre $D$ :

Le paramètre  $\psi$  sans dimension compris entre les valeurs 0 et 1 (tel que  $0 \leq \psi \leq 1$ ) est défini par la relation (Achour et Bedjaoui, 2006) :

$$\psi = 1,35 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon}{19R_h} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \quad (10)$$

Où  $\bar{R}_h$ , le rayon hydraulique du MMR, exprimé par (3) :

$$\bar{R}_h = \frac{\bar{A}}{P} = \frac{A_1 \bar{D}}{P_1} \quad (11)$$

Le nombre de Reynolds  $\bar{R}$  est calculé par :

$$\bar{R} = \frac{4Q}{Pv} = \frac{4Q}{P_1 D v} \quad (12)$$

En remplaçant dans cette dernière  $\bar{D}$  par la relation (9) et après calcul on a :

$$\bar{R} = 10,556 \frac{(gJQ^3)^{1/5}}{v} \left( \frac{A_1}{P_1^2} \right)^{3/5} \quad (13)$$

La dimension linéaire  $D$  est alors selon la relation (4) :

$$D = 0,512 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon}{19R_h} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \left( \frac{Q^2}{gJ} \right)^{1/5} \left( \frac{P_1}{A_1^3} \right)^{1/5} \quad (14)$$

Ainsi, avec les valeurs connues des paramètres  $Q$ ,  $\eta$  et  $J$ , les étapes de calcul de  $D$  sont alors les suivantes :

A partir de la valeur connue du taux  $\eta$  de la conduite, on détermine les par.dim.  $A_1$  et  $P_1$  selon le tableau.

Les valeurs ainsi déterminées,  $Q$  et  $J$  sont introduites dans (9), (11) et (13) pour le calcul de  $\bar{D}$ ,  $\bar{R}_h$  et  $\bar{R}$ .

Ainsi, tous les paramètres de la relation (13) sont connus pour l'évaluation du diamètre recherché  $D$ .

Le coefficient  $\psi$  peut être déterminé par la relation (10).

#### Exemple d'application :

Calculer la valeur du diamètre  $D$  de la conduite si le débit  $Q=1,337\text{m}^3/\text{s}$ ,  $v=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $J=5.10^{-4}$ . La rugosité  $\varepsilon=0,0005\text{m}$  et le taux de remplissage est  $\eta=0,65$ .

#### Solution

Puisque  $1/15 \leq \eta \leq 2/3$ , les par.dim :  $A_1$  et  $P_1$  sont :

$$(\eta = 0,65) \quad P_1 = 1,56276575 \quad A_1 = 0,32481641$$

Selon la relation (9) le diamètre  $\bar{D}$  est :

$$\bar{D} = 0,379 \left( \frac{1,337^2}{9,81 \times 0,0005} \right)^{1/5} \left( \frac{1,56276575}{0,32481641^3} \right)^{1/5} = 2,64703675 \text{ m}$$

Selon la relation (9) le rayon hydraulique est :

$$\bar{R}_h = \frac{A_1 \bar{D}}{P_1} = \frac{0,32481641}{1,56276575} \times 2,64703675 = 0,55017905 \text{ m}$$

Le nombre de Reynolds du MMR selon la relation (36)

$$\bar{R} = 10,556 \times \frac{(9,81 \times 5.10^{-4} \times 1,337^3)^{1/5}}{10^{-6}} \times \left( \frac{0,32481641}{1,56276575^2} \right)^{3/5} = 1293052$$

Selon la relation (37), le diamètre  $\bar{D}$  est :

$$D = 0,512 \left[ -\log \left( \frac{\varepsilon}{19R_h} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \left( \frac{Q^2}{gJ} \right)^{1/5} \left( \frac{P_1}{A_1^3} \right)^{1/5} = 2,00193098 \text{ m} \approx 2 \text{ m}$$

Soit un diamètre  $D=2 \text{ m}$ .

Vérifions nos calculs en déterminant le débit volume  $Q$  par application de la formule générale d'Achour et Bedjaoui (2006) :

$$Q = -4\sqrt{2g} A \sqrt{R_h J} \log \left( \frac{\varepsilon}{14,8R_h} + \frac{10,04}{R} \right) \text{ Ou } \bar{R} = \frac{32\sqrt{2} \sqrt{gR_h^3}}{v}$$

Pour cela, évaluons d'abord  $A$ ,  $R_h$  et  $\bar{R}$ , pour  $D$  calculé :

L'aire de la section mouillée  $A$  est donnée par (1), soit :

$$A = A_1 D^2 = 0,32481641 \times 2,00193098^2 = 1,30177571 \text{ m}^2$$

Le rayon hydraulique est donné par la relation (3) :

$$R_h = D \frac{A_1}{P_1} = 2,00193098 \times \frac{0,32481641}{1,56276575} = 0,41609565 \text{ m}$$

Le nombre de Reynolds  $R$  est :

$$\bar{R} = \frac{32\sqrt{2} \sqrt{gR_h^3}}{v} = \frac{32 \times \sqrt{2} \times \sqrt{9,81 \times 0,0005 \times 0,41609565^3}}{10^{-6}} = 850696$$

Ainsi, selon la relation générale, le débit  $Q$  est égal à :

$$Q = 4 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,30177571}$$

$$\times \sqrt{0,41609565 \times 0,0005} \times \log \left( \frac{0,0005}{14,8 \times 0,41609565} + \frac{10,04}{850696} \right) = 1,34121542 \text{ m}^3/\text{s} \approx 1,341 \text{ m}^3/\text{s}$$

L'écart relatif  $Q$  calculé et celui donné à l'énoncé est inférieur à 0,32% seulement.

Notations :  $Q$  (débit) ;  $J$  (gradient de perte de charge) ;  $\varepsilon$  (rugosité absolue) ;  $R$  (nombre de Reynolds) ;  $\eta$  (taux de remplissage) ;  $\bar{Q}$  (Débit dans le MMR) ;  $\bar{J}$  (Gradient de perte de charge dans le MMR) ;  $\bar{R}$  (Nombre de Reynolds dans le MMR).

#### Bibliographie :

ACHOUR, B., BEDJAOUI, A., KHATTAOUI, M., DABABECHE, M. (2002). Contribution au calcul des écoulements uniformes à surface libre et en charge. *Larhyss/Journal* n°1, 7-36.

ACHOUR, B., BEDJAOUI, A. (2006, to be published). "Discussion of: Exact Solutions for Normal Depth Problem" by Prabatha, K. Swamee and Pushpa N. Rathie. *J.Hydraulic.Res., IAHR*

ACHOUR, B., BEDJAOUI, A., (2006). Contribution au calcul de la profondeur normale dans un canal rectangulaire. *Larhyss/Journal* n°5, 139-147

ACHOUR, B., BEDJAOUI, A., (2006). Calcul du coefficient de frottement en conduite circulaire sous pression. *Larhyss/Journal* n°5, 197-200

CARLIER, M. (1986). *Hydraulique générale et appliquée*, Ed. Eyrolles, Paris.

LENCASTRE, A. (1996). *Hydraulique générale*, Ed.

# MODÉLISATION NUMÉRIQUE D'UN ÉCOULEMENT DE JET

KHALID ADNAOUI ; N.TOUNSI,M ;CHAGDALI ; S.MORDANE.

Laboratoire : Analyse, modélisation et simulation  
Université hassan II Mohamedia –Casablanca-

## 1-Introduction :

Dans ce travail, on présente une méthode numérique de résolution des équations de Navier Stokes basée sur le couplage entre les méthodes adaptées à la description Eulérienne des équations du mouvement et les méthodes adaptées à la description Lagrangienne. Dans son application, on utilise la décomposition du domaine et pour chaque sous domaine on utilise la méthode la plus adaptée. L'illustration de cette méthode est faite sur le problème de jet dans écoulement externe.

## 2- Présentation de la méthode

L'application de la méthode est faite en plusieurs étapes :

- 1<sup>ère</sup> étape : Décomposition du domaine :

Le domaine de résolution est décomposé en plusieurs sous domaines. Cette décomposition est basée sur des considérations physiques et numériques : Nature du régime de l'écoulement, facilité d'écriture des conditions aux limites et le traitement des non linéarités dans les équations du mouvement.

On considère un domaine connexe  $\Omega$ : La décomposition est basée sur le partitionnement du domaine  $\Omega$  en  $n$  ( $n \geq 2$ ) sous domaine  $\Omega_i$  :

$$\Omega = \bigcup_{1 \leq i \leq n} \Omega_i.$$

L'intersection entre les sous domaines se limite aux interfaces :

$$\forall 1 \leq i < j \leq n, \Omega_i \cap \Omega_j = \partial\Omega_i \cap \partial\Omega_j$$

La figure 1, illustre la partition du domaine globale en deux sous domaines.

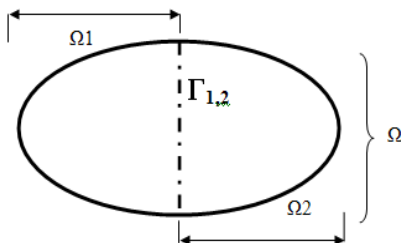


Figure 1 : Partition en deux sous domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$

-2<sup>ème</sup> étape : Choix de la méthode de résolution dans  $\Omega_i$  :

Le choix de la méthode de résolution dans chaque sous domaine est fait sur la base de la capacité de la méthode numérique à traitée les équations du mouvement. En particulier, on prend en considération le temps de calcul, l'adaptation aux traitements des non linéarités et à la configuration géométrique

-3<sup>ème</sup> étape : Ecriture des conditions d'interfaces

Il s'agit d'écrire des conditions de continuité des variables entre les deux sous domaines géométriques. En particulier il faut assurer le caractère implicite de la résolution des équations de mouvements.

## 3- Application :

### Modélisation numérique d'un écoulement de jet

On cherche à résoudre les équations de Navier-Stokes et l'équation de transport de masse d'un jet au fond d'un canal. En termes de fonction tourbillon  $\omega$ , de fonction de courant  $\psi$  et de concentration C, ces équations s'écrivent [1]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \omega = \frac{1}{\Re \epsilon} \Delta \omega + \frac{1}{Fr^2} \left[ \vec{\nabla} C \wedge \frac{\vec{g}}{\|\vec{g}\|} \right] \cdot \vec{k} \quad (1)$$

$$\Delta \psi = -\omega \quad (2)$$

$$\vec{U} = \vec{\nabla} \wedge (-\psi \vec{k}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) C = \frac{1}{\Re \epsilon Pr} \Delta C \quad (4)$$

Avec les notations suivantes:

$\vec{\nabla}$  et  $\Delta$  sont respectivement l'opérateur gradient et l'opérateur Laplacien.

$\vec{k}$  est le vecteur directement perpendiculaire au plan de l'écoulement.

$\vec{U}$  est le vecteur vitesse.

$\psi$  est la fonction de courant.

$\omega$  est la fonction tourbillon tel que  $\vec{\omega} = \omega \vec{k} = \vec{\nabla} \wedge \vec{U}$ .

C est la concentration du polluant.

$\vec{g}$  est l'accélération de la pesanteur.

$\Re, Pr, Fr$  représentent respectivement les nombres de Reynolds, Prandtl et Froude.

Le domaine rectangulaire connexe  $\Omega$  est décomposé en deux sous domaine  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  séparé par une frontière  $\Gamma$  (figure 2) :

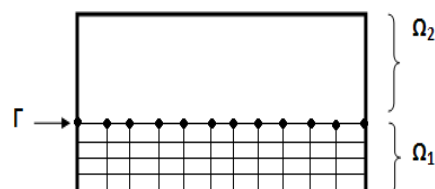


Figure 2 : subdivision du domaine  $\Omega$ .

Le jet est par le fond (Domaine  $\Omega_1$ ) et l'écoulement est dominé par l'effet des parois. La méthode de résolution choisie dans ce sous domaine, est la méthode de différences finis [2]. C'est une méthode Eulérienne qui possède l'avantage de faciliter l'écriture des conditions aux limites sur les parois solides.

Loin des parois (Domaine  $\Omega_2$ ), l'écoulement est externe à grand nombre de Reynolds et à grande recirculation de

vitesse. Dans ce domaine, on utilise la méthode particulaire [3] C'est une méthode Lagrangienne qui consiste à discrétiser les variables transportables à l'aide d'un certain nombre de particules qui seront suivies dans leur mouvement.

Entre les deux sous domaines l'interface est le lieu de transmission les résultats de résolution par une méthode qui utilise un maillage (la méthode différences finis sur  $\Omega_1$ ) et une méthode sans maillage (la méthode particulaire sur  $\Omega_2$ ), nécessite des traitements particulières. Un premier algorithme consiste à transmettre l'information suivant le signe de la vitesse normale à la frontière qui sépare les deux sous domaine  $\Omega_1$  à  $\Omega_2$  sans faire de recouvrement de domaine. C'est une approche explicite mais il est utiliser ici pour la mise en place de la méthode présenté dans ce travail.

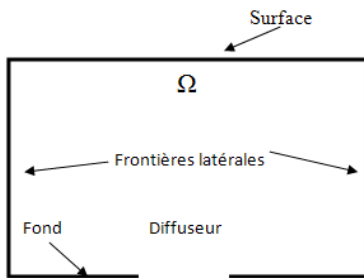


Figure 3 : Domaine d'étude  $\Omega$ .

#### 4- Résultats numérique :

On considère un domaine de longueur 6 et de Largeur  $l=4$  L'interface fictive séparant les deux sous domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  est fixé en  $y=1.4$ . C'est à partir de cette interface que sont émises les particules représentant l'écoulement du jet dans le sous domaine  $\Omega_2$  situé entre  $y=1.4$  et  $y=5$ . Sur les figures 4, 5 et 6 on présente le résultat obtenu pour les iso - valeurs de la fonction tourbillon  $\omega$  et les lignes de courant, dans tout le domaine d'étude  $\Omega$ . La résolution est faite par différence finie pour des nombres sans dimensions suivants :  $Fr=18$ ,  $Pr=1.5$ . Ces résultats vont servir de test pour la validation de la méthode.

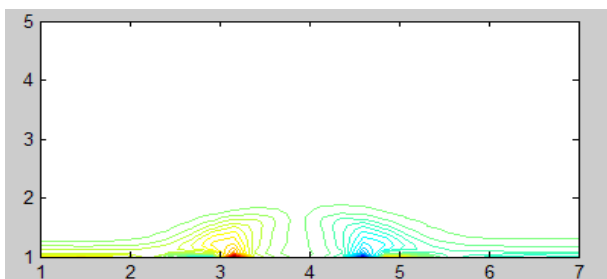


Figure 4 : iso-tourbillons on utilisant la méthode différence fini Avec  $t=1$ ,  $Re=100$ .

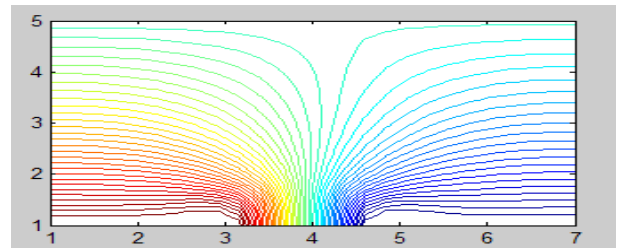


Figure 5 : Les lignes de courant on utilisant la méthode différence fini Avec  $t=1$ ,  $Re=100$ .

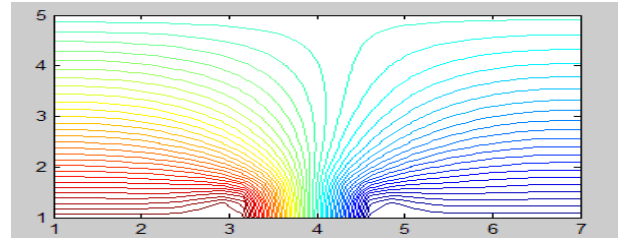


Figure 6 : Les lignes de courant on utilisant la méthode Différence fini Avec  $t=1$ ,  $Re=1000$ .

Dans l'application de la nouvelle méthode, on a placé l'interface fictive séparant les deux sous domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  est fixé à  $y=1.4$ . C'est à partir de cette interface que sont émises les particules représentant l'écoulement du jet dans le sous domaine  $\Omega_2$  situé entre  $y=1.4$  et  $y=5$ .

Les figures 7,8,9 et 10 sont les résultat obtenu par la méthode multi-domaine.

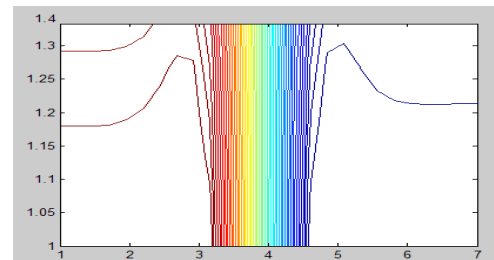


Figure 7: Les lignes de courant dans le sous Domaine  $\Omega_1$  Avec  $Re=100$  et  $t=1$ .

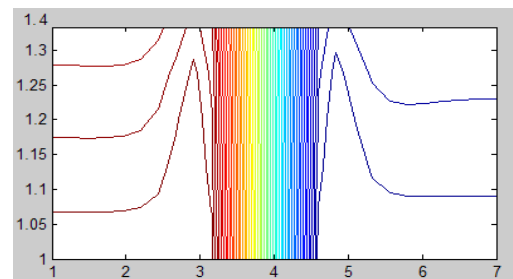
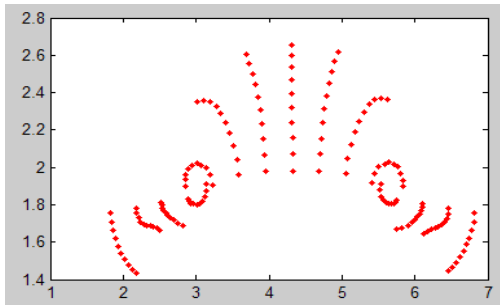
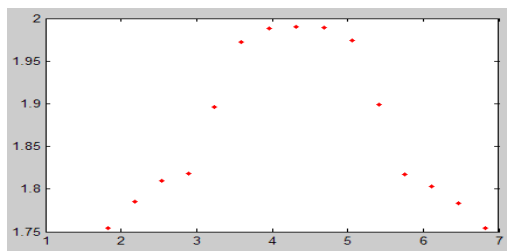


Figure 8: Les lignes de courant dans le sous Domaine  $\Omega_1$ , Avec  $Re=1000$  et  $t=1$ .



**Figure 9 :** position des particules du jet à l'extérieur du domaine  $\Omega_1$ , Avec  $\mathcal{R}_e=100$  et  $t=1$



**Figure 10:** position des particules du jet à l'extérieur de la Couche limite avec  $\mathcal{R}_e=100$ ,  $t=0.1$ .

### **5- Conclusion :**

D'après les résultats présentés, on peut conclure que la méthode de multi-domaine a permis de lever les difficultés posées par la méthode des différences finies et qui sont liées aux instabilités numériques liées aux grands nombres de Reynolds. Basée sur la combinaison de plusieurs méthodes.

La méthode multi domaine permet d'utiliser les avantages d'une méthode numérique donnée dans la région où elle est la plus efficace.

### **6-Bibliographique :**

- [1] G.MANGOUB, Etude numérique de l'interaction tourbillon paroi par une méthode particule-maillage , thèse de Doctorat Université paris –VI, Décembre 1992.
- [2] O. DAUBE – T. P. LOC," Etude numérique d'écoulements instationnaires de fluides visqueux incompressibles autour de corps profilés, par une méthode combinée d'ordre  $O(h^2)$  et  $O(h^4)$  Journal de mécanique Vol 17 n°6 1978.
- [3] S. HUBERSON, Modélisation asymptotique et simulation numérique d'écoulements tourbillonnaires, Thèse de Doctorat d'Etat, Décembre 1986



# ANGLES PRIVILEGIÉS ET COEFFICIENTS AÉRODYNAMIQUES DANS L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'AILES DELTA SIMPLES

M. S. BOUTOUDJ

Laboratoire d'Énergétique, Mécanique et Matériaux -  
LEMM, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,  
Algérie

## Résumé

L'écoulement autour d'une aile delta se distingue par l'apparition, à partir d'incidences relativement faibles, d'un enroulement de la nappe tourbillonnaire aux bords d'attaques qui génère deux tourbillons d'apex entraînés par l'écoulement longitudinal.

Des visualisations effectuées sur de nombreuses ailes de ce genre à plusieurs angles d'apex ont révélé que les tourbillons occupent exclusivement des positions correspondant à des valeurs d'angles dits angles privilégiés.

L'étude expérimentale présentée ici intéresse le champ de pression pariétal extradors ainsi que les coefficients de portance et de traînée résultant de l'écoulement autour d'ailes delta à apex privilégié et non privilégié proches.

**Mots clés :** Angles privilégiés, Aile delta, Tourbillons d'apex, Coefficients aérodynamiques

## 1. Introduction

L'écoulement autour d'une aile delta se distingue par l'apparition, à partir d'incidences relativement faibles, d'un enroulement de la nappe tourbillonnaire aux bords d'attaques qui génère deux tourbillons d'apex entraînés par l'écoulement longitudinal.

Ce type particulier d'ailes a fait l'objet de nombreuses recherches théoriques et expérimentales intéressant l'aspect physique de l'écoulement tel que le champ de vitesse, la pression ou encore l'éclatement des tourbillons d'extrados.

Le concept d'angles privilégiés introduit par M. Le Ray [1] montre une quantification de la valeur de l'angle formé par les tourbillons en cornet.

Les visualisations alors effectuées sur de nombreuses ailes delta à plusieurs angles d'apex ont révélé que les tourbillons occupent exclusivement des positions correspondant à des valeurs d'angles privilégiés et donnés par la relation :

$$\cos \theta_{l,m} = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (1)$$

où  $l$  et  $m$  sont des entiers tels que  $-l < m < l$ .

La relation (1) traduit à l'échelle microscopique la quantification du moment cinétique orbital et définit macroscopiquement deux familles d'angles privilégiés [1]. La première famille donnée par  $l = m$  correspond aux angles de  $45^\circ$ ,  $35,3^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $26,6^\circ$ ,  $24,1^\circ$  ... tandis que ceux de

la deuxième famille sont :  $35,3^\circ$ ,  $54,7^\circ$ ,  $63,4^\circ$ ,  $68,6^\circ$  ... et correspondent à  $m = 2$  et  $l \geq 2$ .

Ainsi des visualisations systématiques entreprises sur des ailes delta de formes variées montrent que non seulement l'angle entre les tourbillons d'apex prend une valeur privilégiée mais également l'existence d'une corrélation entre l'apex et la valeur de cet angle [2, 3, 4].

Cette corrélation entre la valeur  $\beta$  à l'apex et l'angle  $\alpha$  entre les tourbillons est désignée par la loi de filiation :

$$\frac{1}{2} \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha \quad (2)$$

Au delà des visualisations, des analyses comparatives sur des formes aérodynamiques existantes (avions, voiles...) attribuent de meilleures performances aux formes présentant des angles privilégiés [2].

Par ailleurs, des mesures de la position de l'axe du tourbillon sur une aile delta de  $75^\circ$  de flèche montrent que cet axe ne varie que très modérément le long de l'envergure lorsque l'incidence augmente [5].

L'étude expérimentale présentée ici intéresse le champ de pression pariétal extradors ainsi que les coefficients de portance et de traînée résultant de l'écoulement autour d'ailes delta à apex privilégié et non privilégié proches.

## 2. Expérimental

### 2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué d'une soufflerie de marque Deltalab de vitesse variable de 0 à 50 m/s. Elle est équipée d'un manomètre pour les mesures de pression et d'une balance aérodynamique à affichage digital pour la mesure des forces de portance et de traînée.

### 2.2 : Ailes delta réalisées

Les ailes delta étudiées sont des ailes simples à bord d'attaques droits. Elles sont en plexiglas de 5 mm d'épaisseur et munies de prises de pression pour la détermination de la pression pariétale. Chaque prise de pression est reliée à une colonne du manomètre permettant une mesure simultanée de 24 points. La figure °1 montre une des ailes réalisées.



Figure 1 : Aile delta avec prises de pression  
Les prises de pression sont repérées par leurs coordonnées cartésiennes (x,y) avec l'origine des axes pris au sommet de

l'aile et l'axe des y confondu avec la ligne médiane. Elles sont localisées au tiers et aux deux tiers de la corde.

Concernant la mesure du champ de pression pariétal, quatre angles à l'apex sont considérés (2 privilégiés notés P et 2 non privilégiés notés NP).

Les ailes considérées de corde fixée égale à 13 cm ont des angles d'apex  $\beta = 57^\circ$  (NP) proche de  $\beta = 54,7^\circ$  (P), puis  $\beta = 48^\circ$  (NP) voisins de  $45^\circ$  (P).

Les tableaux 1 et 2 donnent respectivement les positions des prises de pression pour les apex  $\beta = 57^\circ$  et  $\beta = 54,7^\circ$  au tiers (y = 43,3 mm) et aux deux tiers de corde (y = 86,7 mm). Pour ces 2 apex, les prises de pression ont les mêmes coordonnées.

Prise n°	1	2	3	4	5	5
x(mm)	4	6,5	9	11,5	14	16,5
$\theta$ (°)	5,3	8,5	11,7	14,9	17,9	20,9

Tableau 1 : Positions des prises de pressions au tiers de corde des ailes d'apex  $\beta = 57^\circ$  et  $\beta = 54,7^\circ$

P <sub>i</sub> n°	x (mm)	$\theta$ (°)	P <sub>i</sub> n°	x (mm)	$\theta$ (°)
7	5	3,3	14	22,5	14,5
8	7,5	4,9	15	25	16,1
9	10	6,6	16	27,5	17,6
10	12,5	8,2	17	30	19,1
11	15	9,8	18	32,5	20,5
12	17,5	11,4	19	35	22
13	20	13	20	37,5	23,5

Tableau 2 : Positions des prises de pressions au deux tiers de corde des ailes d'apex  $\beta = 57^\circ$  et  $\beta = 54,7^\circ$

Pour ces deux apex, l'angle entre les tourbillons selon les visualisations est donné égale  $\theta_{2,2} = 35,3^\circ$  [4].

Les prises de pression sur les ailes d'apex  $\beta = 48^\circ$  (NP) et  $\beta = 45^\circ$  (P) sont disposées de manière analogue. Cependant, l'angle entre les tourbillons subit un saut de  $\theta_{2,2} = 35,3^\circ$  à  $\theta_{1,1} = 30^\circ$  à forte incidence dans le cas de l'apex  $\beta = 48^\circ$  alors qu'il reste constant et égal à  $\theta_{1,1} = 30^\circ$  pour l'apex de  $45^\circ$ .

Dans les mesures des coefficients de portance et de traînée, il a été considéré l'angle à l'apex privilégié  $\theta_{1,1} = 45^\circ$  et deux apex non privilégiés proches ( $47^\circ$  et  $43^\circ$ ).

### 3. Résultats obtenus

#### 3.1. Champ de pression

Le champ de pression est déterminé par le coefficient

$$C_p = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} \quad (3)$$

où P est la pression statique au point de mesure, P<sub>0</sub> la pression à l'infini amont,  $\rho$  la masse volumique de l'air et V<sub>0</sub> la vitesse à l'infini amont.

A titre d'exemple, les figures 2 et 3 montrent les valeurs de C<sub>p</sub> à différentes incidences i allant de 10° à 35° pour une vitesse d'écoulement de 20 m/s. Elles montrent que la dépression augmente de la ligne médiane au bord d'attaque

en passant par un maximum correspondant à la position des tourbillons d'extrados.

La dépression augmente bien évidemment avec l'incidence de l'aile.

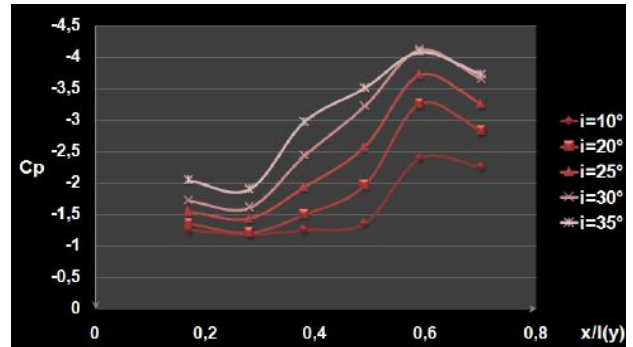


Figure 2 : Coefficient de pression suivant l'envergure de l'aile d'apex  $\beta = 57^\circ$  pour  $V_0 = 20$  m/s au tiers de corde (l(y) est la demi envergure locale)

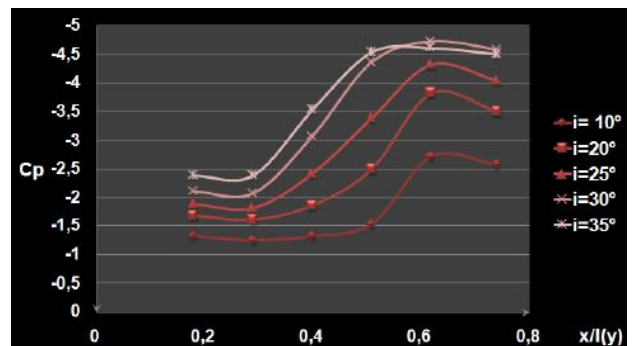


Figure 3 : Coefficient de pression suivant l'envergure de l'aile d'apex  $\beta = 54,7^\circ$  pour  $V_0 = 20$  m/s au tiers de corde

Les figures 2 et 3 montrent que le maximum de dépression se situe au voisinage de l'angle  $\theta = 17,9^\circ$  très proche de la moitié de l'angle privilégié  $\theta_{2,2} = 35,3^\circ$  donné par les visualisations [4].

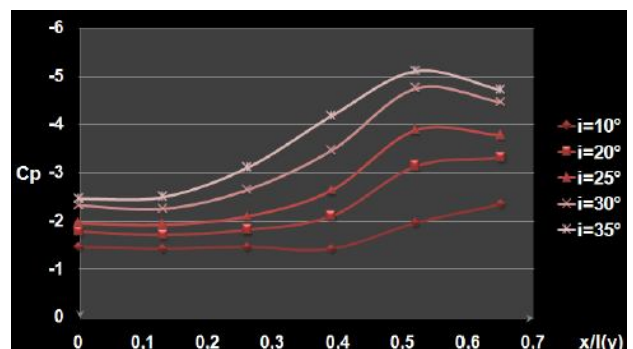


Figure 4 : Coefficient de pression suivant l'envergure de l'aile d'apex  $\beta = 48^\circ$  pour  $V_0 = 20$  m/s au tiers de corde

On remarque sur la figure 4 que le maximum de dépression se rapproche de la ligne médiane lorsque l'incidence est supérieure à 20° tel que révélé par les visualisations [4].

Les figures 5 et 6 montrent respectivement au tiers de corde, puis aux deux tiers de corde le coefficient de pression à une incidence de 20°, une vitesse de 20 m/s dans le cas des ailes  $\beta = 57^\circ$  (NP) et  $\beta = 54,7^\circ$  (P). On y

remarque une dépression légèrement plus importante dans le cas de l'apex privilégié au tiers de corde. Cette différence est un peu plus accentuée aux deux tiers de corde.

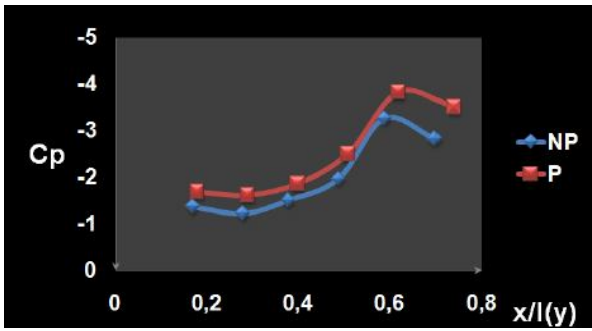


Figure 4 : Coefficient de pression suivant l'envergure des ailes d'apex  $\beta = 57^\circ$  (NP) et  $\beta = 54,7^\circ$  (P) pour  $V_0 = 20$  m/s au tiers de corde

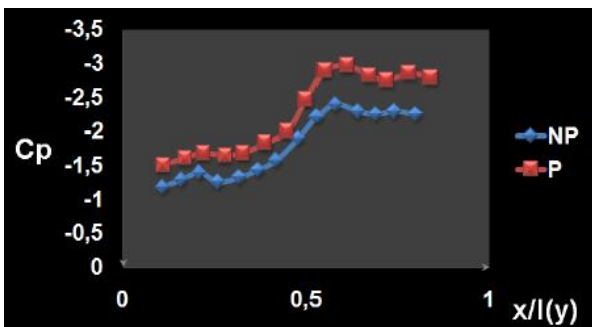


Figure 5 : Coefficient de pression suivant l'envergure des ailes d'apex  $\beta = 57^\circ$  (NP) et  $\beta = 54,7^\circ$  (P) pour  $V_0 = 20$  m/s aux deux tiers de corde

### 3.2. Coefficients de portance et de traînée

Le coefficient de portance  $C_z$  est défini à partir de l'effort de sustentation  $F_z$  :

$$C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho S V_0^2} \quad (4)$$

où S désigne la surface de l'aile.

Le coefficient de traînée est donné par :

$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho S V_0^2} \quad (5)$$

$F_x$  représente la force de traînée.

La figure 6 montre la finesse de l'apex privilégié de  $45^\circ$  et des apex non privilégiés proches. Elle montre des performances aérodynamiques similaires pour ces 3 apex.

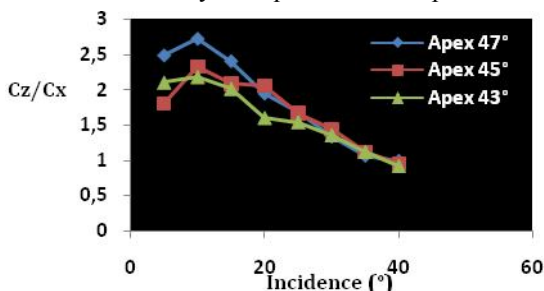


Figure 6 : Finesse des apex de  $47^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $43^\circ$

### 4. Conclusion

L'évolution du champ pariétal de pression révèle un maximum de dépression sous les tourbillons d'extrados. La valeur de l'angle formé entre eux est en bon accord avec celle mentionnées par les visualisations.

Dans le cas de l'apex de  $48^\circ$ , le maximum de dépression se rapproche de la ligne médiane à forte incidence indiquant ainsi une diminution de l'angle entre les axes des tourbillons à l'extrados de cette aile.

Par ailleurs, l'apex privilégié de  $54,7^\circ$  montre une valeur de la dépression légèrement supérieure à celle de l'apex de  $57^\circ$  à incidence et vitesse fixées.

Concernant les coefficients de portance et de traînée, les mesures effectuées montrent des performances similaires lorsque les valeurs des apex sont proches.

### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M. LE RAY, Dialogue du physicien et de l'esthète, Communication et langage, n° 45, Paris, Mars 1980
- [2] M. LE RAY, J. P. DEROYON, M. J. DEROYON, C. MINAIR, Critères angulaires de stabilité d'un tourbillon hélicoïdal, rôle des angles privilégiés dans l'optimisation des ailes, voiles, coques des avions et navires, Association technique et maritime, 1985
- [3] C. MINAIR, Contribution à la définition des formes optimisées en mécanique des fluides par l'application des structures d'angles privilégiés, notamment à finalité énergétique, Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université de Valenciennes, 1983
- [4] M. BENKIR, Persistance et destruction des structures tourbillonnaires concentrées en particulier au dessus d'ailes delta. Critères angulaires de stabilité aux écoulements, Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes, 1990
- [5] H. WERLE, Exploitations quantitative des visualisations d'écoulements obtenues dans les tunnels hydrodynamiques de l'ONERA, Recherche aérospatiale n°6, 1990

# ANALYSE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DE L'ÉCLATEMENT DU TOURBILLON D'APEX AU DESSUS D'UNE AILE DELTA MINCE.

I. BOUMRAR, A. OUIBRAHIM

Laboratoire d'Énergétique Mécanique et Matériaux – LEMM - Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Algérie.

## Résumé

Dans ce travail, on présente, à travers la distribution du champ de pression à l'extrados, les résultats de l'analyse expérimentale de l'éclatement de vortex au-dessus d'une aile delta mince, d'angle de flèche  $\varphi=50^\circ$ , à des angles d'attaque élevés.

L'éclatement de vortex montre un saut soudain de la position mesurée et de la sensibilité des données critiques de l'aile à partir d'un certain angle d'incidence qui est fonction de l'allongement de l'aile delta. La simulation numérique effectuée avec le code CFD Fluent apporte beaucoup de détails et de facteurs qui contribuent à étudier et expliquer divers effets de ce comportement. Cette contribution contient les résultats des essais effectués et de la simulation CFD associée qui traduit fidèlement les résultats expérimentaux obtenus.

**Mots Clés:** Aile delta mince, CFD Fluent, Éclatement de vortex.

## 1. Introduction :

L'écoulement vortex joue un rôle important dans l'aérodynamique de l'avion muni d'aile delta. La dépression induite à l'extrados de l'aile delta par les tourbillons principaux issus des bords d'attaque a comme conséquence une importante augmentation des capacités de transport en vol. Cet effet est intensivement exploité dans la conception de l'avion civil moderne et de l'avion militaire de combat [1-4].

Le vortex principal se produit aux faibles incidences quand l'écoulement rencontre des bords d'attaque suffisamment et fortement vifs. L'augmentation de l'angle d'attaque de l'aile mène à une augmentation de l'intensité des vortex de bord d'attaque. L'angle d'attaque critique, auquel la structure du vortex change sensiblement et l'éclatement de vortex se produit, dépend surtout de la vitesse de l'écoulement et des paramètres géométriques de l'aile delta considérée. L'éclatement de vortex signifie une augmentation soudaine de la section du vortex et la perte de la régularité de l'écoulement.

De plus, l'éclatement de vortex marque également la fin des effets favorables induits par le vortex de bord d'attaque. Le phénomène d'éclatement de vortex a été observé dans les expériences, grâce à des visualisations de l'écoulement, menées en soufflerie [5] et les vols réels. L'éclatement de vortex des ailes delta peut causer un tangage vers le haut, dans le cas extrême, l'asymétrie au-dessus des ailes peut induire aussi le moment de roulis.

Pour cette raison, beaucoup de tentatives de contrôle de l'évolution de l'éclatement du vortex au dessus de l'aile delta ont été introduites

Le premier souci de ce travail est la localisation de la limite de la stabilité d'un noyau de vortex via des résultats expérimentaux, sur la distribution du champ de pression, présentés pour montrer une manifestation physique du phénomène d'éclatement de vortex.

Cette manifestation physique du phénomène d'éclatement du vortex est étudiée à travers l'écoulement en soufflerie autour d'une aile delta mince d'angle d'apex  $\beta=80^\circ$  dans des conditions subsoniques, consolidée ensuite par des simulations numériques avec le code de calcul Fluent effectuées aussi à différents angles d'attaque.

## 2. Expérimentation

### 2.1 . Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est décrit en [6]. La section d'essai de la soufflerie est de 100x30x30 cm, la vitesse maximale dans la section d'essai est de 45 m/s dans les conditions de l'écoulement uniforme.

La figure 1 montre l'installation expérimentale et la configuration de l'aile delta d'angle d'apex  $\beta=80^\circ$  dans la veine d'essai.

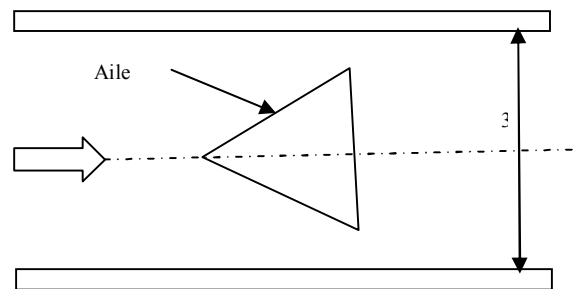


Figure 1 : Coupe longitudinale de la veine d'essai de la soufflerie.

### 2.2. Modèle et conditions d'essais en soufflerie

La figure 2 présente la maquette de l'aile delta étudiée. Elle a une épaisseur de 5mm, un angle d'apex  $\beta=80^\circ$  et une corde de 95.5mm. Ses bords d'attaque et de fuite sont droits. Les vitesses de l'écoulement libre utilisées sont de 20.3 et 31 m/s, ce qui correspond à des nombres de Reynolds de  $1.3 \times 10^5$  et  $2 \times 10^5$  rapportés à la corde de l'aile delta. La gamme des angles d'attaque est variable de  $\alpha = 0$  à  $45^\circ$ . L'aile est montée sur un support spécial pour la mesure de la pression et, par la suite, sur un autre support pour la mesure de la portance et de la traînée [6].

Une rangée de prises de pression est répartie sous le tourbillon d'apex de l'aile pour suivre l'évolution de ce tourbillon et détecter sa position d'éclatement depuis le bord d'attaque au bord de fuite.





Figure 2 : Modèle d'aile delta étudiée.

### 3. Résultats expérimentaux et discussions:

#### Mesure de la pression:

L'évolution de la pression, figure 3, sous le tourbillon d'apex nous permet de suivre l'évolution de ce tourbillon depuis son apparition jusqu'à son éclatement.

Ceci nous permet de déduire la position de l'éclatement du tourbillon à angle d'attaque donnée (tableau 1) [7].

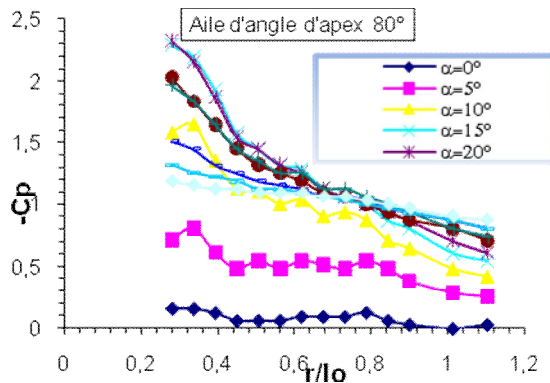


Figure 3: Evolution longitudinale du coefficient de dépression -Cp sous le tourbillon principal pour Vo=20,3 m/s.

Une fois cette position identifiée sur la figure 3, il est alors possible d'étudier précisément l'influence de l'angle d'attaque sur le tourbillon d'apex, figure 4, pour constater l'évolution de l'intensité du tourbillon avec l'angle d'attaque et déterminer aisément l'angle de décrochage ou angle d'éclatement de ce tourbillon [7].

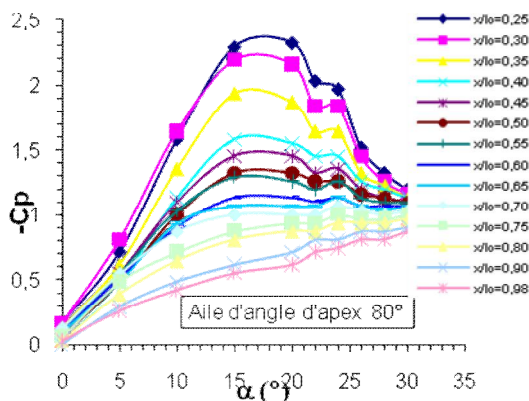


Figure 4: Evolution du coefficient de la dépression expérimental -Cp sous le tourbillon principal pour Vo=20,3 m/s.

### 4. Étude par CFD

Une simulation numérique a été entreprise en utilisant le code de calcul Fluent. Le but de cette étude était de voir si le comportement obtenu avec les mesures expérimentales (c.-à-d. l'évolution de l'éclatement vers l'apex) pourrait être prévu, et avec quelle sensibilité et détails de la simulation. La description détaillée des positions d'éclatement de vortex utilisées dans les comparaisons sont récapitulées dans le tableau 1.

Le modèle de turbulence Spalart-Allmaras et un maillage non structuré ont été utilisés pour un nombre de Reynolds de  $1.3 \times 10^6$ . Le maillage a été raffiné sur la surface de l'aile.

Les évolutions, figures 5 et 6, ainsi numériquement déterminées sont parfaitement analogues à celles des figures expérimentales 3 et 4 respectivement.

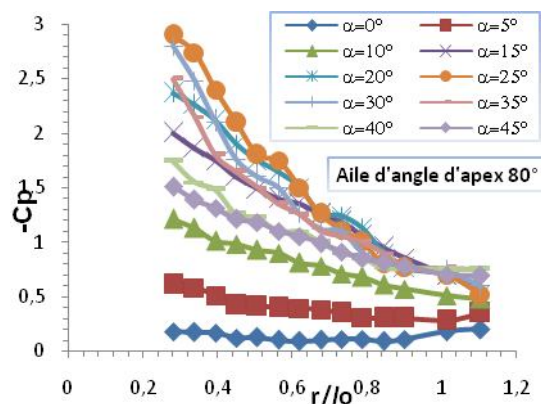


Figure 5: Evolution longitudinale de -Cp numérique sous le tourbillon principal pour Vo=20,3 m/s.

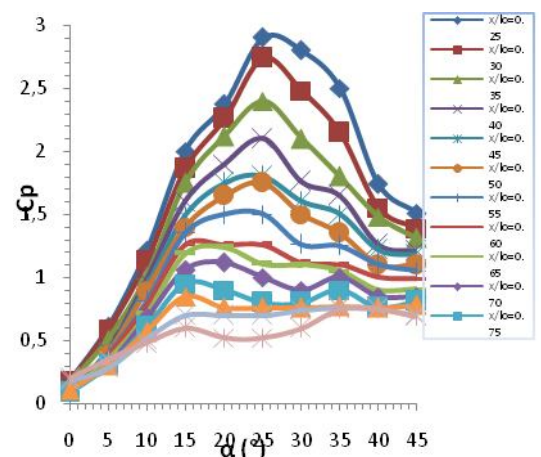


Figure 6: Evolution de -Cp numérique sous le tourbillon principal pour Vo=20,3 m/s.

Incidence (°)	X <sub>vb</sub> en cm (Expérimentale)	X <sub>vb</sub> en cm (Numérique)
15°	5.73	7.1625
20°	4.775	5.73
22°	2.3875	5.2525
24°	2.3875	4.2975
25°	2.3875	2.3875

Tableau 1 : Quelques positions de l'éclatement du tourbillon d'apex.



## 5. Conclusion

Nous avons examiné le comportement physique de l'écoulement vortex sur une aile delta mince, avant et après éclatement des tourbillons d'apex qui prennent naissance à partir des bords d'attaque de l'aile delta. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats numériques particulièrement la position de l'endroit d'éclatement de tourbillons.

Nous avons pu ainsi mettre en évidence par des mesures expérimentales simples l'évolution du tourbillon d'apex et la détermination de sa position d'éclatement sur l'aile ainsi que l'angle d'attaque correspondant au décrochage, ou angle de décrochage. Les simulations numériques conduites donnent des évolutions du tourbillon du bord d'attaque au bord de fuite tout à fait analogues à celles obtenues expérimentalement.

## 6. Références

- [1] Anthony M. Mitchell, Jean Détery, *Research into vortex breakdown control*, Progress in Aerospace Sciences 37 (2001) 385–418.
- [2] A. A. PASHILKAR, *Surface pressure model for simple delta wings at high angles of attack*, Sadhana Vol. 26, Part 6, December 2001, pp. 495–515.
- [3] H. Werlé, *On Vortex Bursting*, National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C. June 1984, Translation of "Sur l'éclatement des tourbillons", Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiale (ONERA), Technical Note No. 175,1971, 50pp.
- [4] X.Z. Huang and E.S. Hanff, *A Critical Assessment and Requirement for Ground Testing on Vortex Breakdown Locations over Delta Wings*, Symposium on Advanced Flow Management: Vortex Flows and High Angle of Attack – Military Vehicles.
- [5] M. Benkir, *Persistence et Destruction des Structures Tourbillonnaires Concentrées, en Particulier au dessus d'Ailes Delta : Critères angulaires de stabilité aux écoulements*. Thèse de Doctorat, Avril 1990, Université de Valenciennes.
- [6] I. Boumrar and A. Ouibrahim, *Experimental and numerical analysis of apex vortex location on delta wing-fuselage combinations*, 47th International Symposium of Applied Aerodynamics, 3AF, Paris, 26-28 March 2012,
- [7], I. Boumrar, *Comportement des Ailes Delta à Apex Privilégiés avec et Sans Fuselage – Etude Expérimentale et Simulation Numérique*, Thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Sept. 2012.

# COMPORTEMENT D'UN PALIER HYDRODYNAMIQUE LORS D'UNE AUGMENTATION DE TEMPERATURE

BELHANAFI A<sup>1</sup>, BENZEGUIR R<sup>2</sup>

Université des Sciences et de la Technologie - Mohamed Boudiaf - d'Oran BP 1505, El-M'Naouer, Oran 31000, Algérie  
Laboratoire: Carburants Gazeux et Environnement  
[Hamou47@live.com](mailto:Hamou47@live.com)  
[benzeguir\\_redouane@yahoo.fr](mailto:benzeguir_redouane@yahoo.fr)

## Résumé

La lubrification des paliers est un problème complexe, en raison des multiples paramètres tels que la température et le champ de pression, qui agit sur le comportement du fluide séparant les surfaces solides du palier hydrodynamique. L'analyse numérique du problème de la lubrification hydrodynamique par la résolution de l'équation de Reynolds, pour un film mince visqueux, par la détermination de la répartition de température au sein du film d'huile, fonctionnant en régime d'écoulement permanent et laminaire à différentes vitesses de rotation de l'arbre, avec la prise en considération la variation de l'excentricité, à l'aide du logiciel de simulation Fluent.

**Mots clés :** Palier, film lubrifiant, température, vitesse de rotation.

## INTRODUCTION

Les paliers lisses hydrodynamiques ont pour objectif principal de supporter une charge radiale. Ces organes de support et de guidage en rotation sont de plus en plus utilisés dans les machines tournantes. Ils sont constitués de trois parties : le coussinet (géométrie fixe ou à patins oscillants), l'arbre en rotation, et le film lubrifiant qui les sépare.

L'accroissement des vitesses et des charges augmente l'énergie dissipée dans le film d'huile donc les températures. Ceci entraîne d'une part une baisse de la viscosité du lubrifiant, donc de la capacité de charge, et d'autre part une déformation élastique des surfaces de contact qui peut être dans certains cas très sévères, de l'ordre de, ou même supérieure à l'épaisseur minimale du film.

## II. EQUATION DE REYNOLDS POUR LE CAS D'UN PALIER CIRCULAIRE

Application de l'équation de Reynolds au cas du palier, L'équation de Reynolds en coordonnées cartésienne prend l'expression suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x_i} \right) = 6\rho(V_{1i} - V_{2i}) \frac{\partial h}{\partial x_i} + 6h \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(V_{1i} - V_{2i})) + 12\rho V_{22} + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1)$$

## II.1 EQUATION DE FILMS MINCES VISQUEUX

la lois de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (2)$$

la lois fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3)$$

la lois de conservation de l'énergie :

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \alpha_p T \left( \frac{\partial P}{\partial t} + V_i \frac{\partial P}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \mu \left[ \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_2} \right)^2 \right] \quad (4)$$

L'obtention de l'équation qui régit l'évolution de la température au sein d'un fluide nécessite une approche énergétique.

Le domaine de résolution:

$$0 < \theta < 2\pi \quad -\frac{l}{2} < z < \frac{l}{2} \quad (5)$$

Les conditions aux limites:

$$P(\theta, z = -\frac{l}{2}) = 0 \quad P(\theta, z = \frac{l}{2}) = 0 \quad (6)$$

En introduisant les conditions aux limites, l'équation de Reynolds simplifiée devient :

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = 6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (7)$$

avec l'expression de l'épaisseur du film:

$$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta) \quad (8)$$

## III. RÉSULTATS DISCUSSION

Nous avons analysé le comportement d'un palier court en régime d'écoulement laminaire, alimenté à travers une rainure axiale. Après une comparaison avec les résultats d'un travail expérimental de la littérature nous avons varié la vitesse de rotation de l'arbre de 2000 tr/min à 4000 tr/min puis 6000 tr/min, pour voir son influence sur les paramètres tels que la distribution du gradient de température, le champ de pression, la variation de la viscosité du lubrifiant, ainsi que le couple de frottement et le coefficient de frottement avec des excentricités qui varie de 0 à 1.

### III.1 CARACTÉRISTIQUES DU PALIER

Diamètre de l'arbre	99,780 mm
Largeur du palier	80mm
Jeu radial	117,5 µm
Epaisseur du coussinet	10 mm
Longueur de la rainure	70 mm

### III.2 CARACTÉRISTIQUES DU LUBRIFIANT

Densité	870 kg/m <sup>3</sup>
Capacité calorifique	2000 J/kg.K°
Viscosité dynamique	0,299 Pa.s

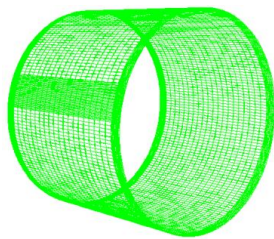


Fig.1 Maillage de domaine

### III.3 COMPARAISON DES RÉSULTATS

Les résultats obtenus sur la figure 2 représente la même allure de pression en fonction du coordonnée angulaire, et permettent de comparer les approches de la simulation numérique avec l'expérimentaux, pour le cas d'un fluide incompressible (l'huile) en régime d'écoulement laminaire.

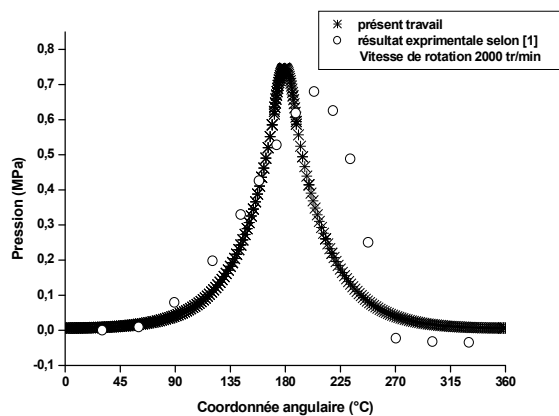


Fig.2: Pression du lubrifiant

Les résultats numérique sont difficiles à obtenir comme l'expérimental, car dans les mécanismes réel plusieurs phénomènes interviennent.

### III.4 INFLUENCE DE LA VITESSE DE ROTATION SUR LA DISTRIBUTION DE LA TEMPÉRATURE

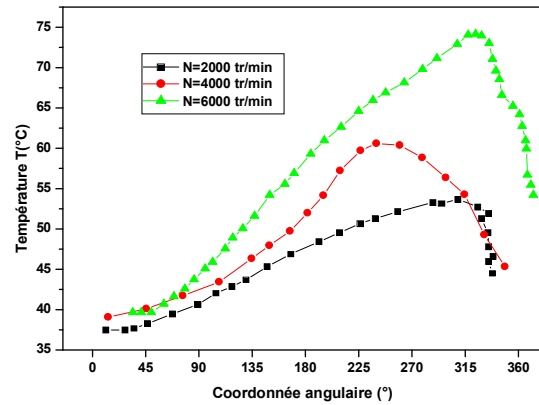


Fig.3 Température de lubrifiant à différentes vitesses de rotation.

La vitesse de rotation joue un rôle très important sur la variation de température de lubrifiant causée par le mouvement de fluide et leur frottement en contact des parois, d'où l'énergie dissipée par frottement visqueux, elle influe directement sur la température du palier. La Figure 3 à différentes vitesses de rotation de l'arbre (2000, 4000 et 6000 tr/min) montre cette influence avec une température d'alimentation imposée de 37°C.

Les contours de la Figure 4, montrent la répartition de températures dans la direction circonférentielle du palier en 3D complet, pour le film lubrifiant.

On constate que la température augmente progressivement avec une coloration bleu autour de la rainure d'alimentation puis la couleur tend vers le rouge fur à mesure que la vitesse de rotation augmente.

On remarque que la plage de température s'étend de plus en plus avec la variation de vitesse de rotation de l'arbre.

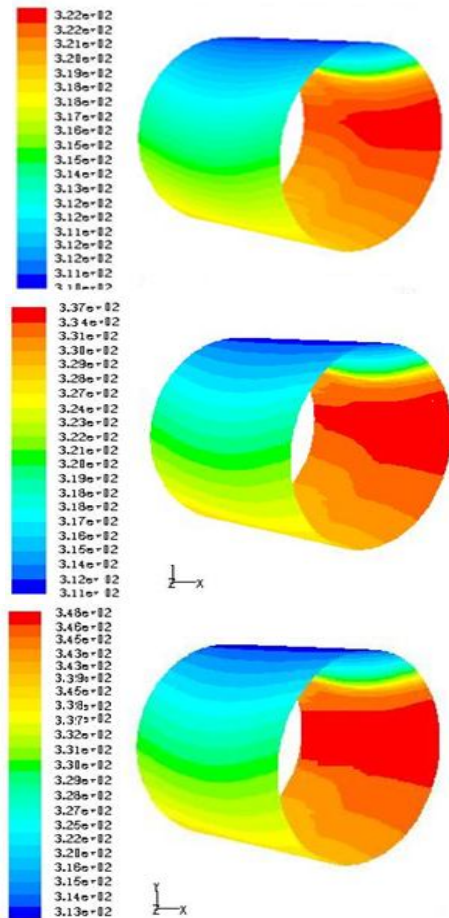


Fig.4 Contour de température du film lubrifiant à différentes vitesses de rotation.

## V. CONCLUSION

Lors que la vitesse de rotation de l'arbre augmente elle provoque une élévation de température au sein du film lubrifiant, d'où l'énergie dissipée par cisaillement ce qui fait chuter sa viscosité entraînant une baisse de pression, donc il y a risque d'augmenter les contraintes ainsi que des déformations et par conséquent endommagement du palier.

## VI. RÉFÉRENCES

- [1] J-Frêne « Lubrification hydrodynamique » paliers et butées. Paris, 1990.
- [2] J-Michel HERVOUET « Hydrodynamique des écoulements à surface libre » Modélisation numérique avec la méthode des éléments finis. Paris, 2003.
- [3] J-Louis Ligier « Avaries en lubrification » Application aux paliers. Edition Technip Paris, 2003.
- [4] J-Louis Ligier « Lubrification des paliers moteurs ». Edition Technip Paris, 1997.
- [5] MAURICE BORN « Lubrification et fluides pour automobile »

Edition technip Paris 1998.

[6] Jean Marie Georges « Frottement, usure et lubrification » Edition technip Paris, 2000.

[7] A.Duval « Graissage des moteurs diesel » Edition technip Paris 1980.

[8] J.F.Roy « Fluides visqueux incompressibles » E.N.S.TA Pris 1981.

[9] Walter H. Graf et M.S. Altinakar « Hydrodynamique » Edition technip Paris 1991.

[10] J.Briant- G.Parc « propriétés rhéologiques des lubrifiants » Edition technip Paris 1985.

[11] Publication de l'institut FRANÇAIS DU PETROLE « les lubrifiants moteur pertes par frottement et usure » Edition technip Paris 1979.

[12] Jean Bouyer. « Étude des performances thermoélastohydro-dynamique de paliers soumis à des conditions sévères ». Thèse de doctorat, université de Poitiers, 2003.

# EVALUATION DU MODELE DE LA CORRELATION PRESSION-DEFORMATION DANS LE CADRE D'UNE TURBULENCE COMPRESSIBLE HOMOGENE CISAILLEE

A. HANAFTI<sup>(1)</sup>, H. KHLIFI<sup>(2)</sup>

Laboratoire de mécanique des fluides, Faculté des sciences de Tunis, Elmanar 1060, Tunis, Tunisie

## Introduction

Durant la dernière décennie, l'étude des écoulements turbulents compressibles est devenue pour un grand nombre de chercheurs une préoccupation scientifique majeure à cause des exigences imposées par de nombreuses applications technologiques avancées, essentiellement liées aux domaines de l'aéronautique, l'environnement, l'énergie. Dans ce contexte, plusieurs études aussi bien numériques qu'expérimentales ont été effectuées dans le but de bien comprendre le phénomène de compressibilité et de concevoir des modèles théoriques capables de reproduire correctement un tel phénomène. Ainsi les modèles incompressibles de la corrélation pression-déformation ne prédisent pas correctement les effets de la compressibilité. L'objet de ce travail est d'évaluer les corrections appliquées sur le modèle incompressible dû à Launder, Reece et Rodi (LRR), cette correction concerne essentiellement les coefficients incompressibles du modèle qui sont devenues en fonction du nombre de Mach turbulent.

L'évaluation des modèles compressibles est effectuée par référence aux résultats de simulation directe de Simone disponible dans la littérature. D'une manière générale les résultats obtenus sont relativement encourageants.

## Modèles de turbulence :

On se propose d'examiner un ensemble de modèles récents proposés pour les écoulements turbulents évoluant en présence des effets de la compressibilité en vue de proposer une classification de ces modèles. Cette classification qui concerne particulièrement les modèles au second ordre, elle s'appuie essentiellement sur l'évaluation et la performance dans la prédétermination des écoulements compressibles. Ceci renvoie à la nécessité de confronter les modèles disponibles aux données expérimentales et numériques.

## Modèles de turbulence de la pression-déformation :

La modélisation de la corrélation pression-déformation constitue un problème très complexe dans la fermeture des écoulements turbulents, cela est dû à la complexité des phénomènes qu'elle reflète et le rôle qu'elle joue dans le mécanisme de redistribution de l'énergie entre les différentes composantes du tenseur de Reynolds.

Comme nous l'avons déjà indiqué que les modèles établis dans le cadre des écoulements turbulents compressibles sont déduits par une simple extension de leurs homologues incompressibles. Nous indiquons ici que jusqu'à nos jours, cette extension ne concerne qu'un seul modèle incompressible, ce modèle qui est simple et très populaire, il est dû à Launder-Reece et Rodi [11], son expression est :

$$\Phi_{ij}^* = -C_1 \bar{\rho} \epsilon_s b_{ij} + C_2 \bar{\rho} k \left( \bar{S}_{ij} - \frac{1}{3} \bar{S}_{kk} \delta_{ij} \right) + C_3 \bar{\rho} k \left( b_{ip} \bar{S}_{jp} + b_{jp} \bar{S}_{ip} - \frac{2}{3} b_{pq} \bar{S}_{pq} \delta_{ij} \right) + C_4 \bar{\rho} k \left( b_{ip} \bar{\Omega}_{jp} + b_{jp} \bar{\Omega}_{ip} \right)$$

Où  $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i})$  est le tenseur des taux moyens de déformations de Favre.

$\bar{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$  est le tenseur des taux moyens de rotation de Favre.

$C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$  sont des constantes ayant les valeurs suivantes :

$$C_1=3, C_2=0.8 \text{ et } C_3=1.75 \text{ et } C_4=1.31$$

Dans ces dernières années plusieurs tentatives de modélisations de la corrélation pression-déformation dans le domaine des écoulements turbulents compressibles ont été faites. Ces tentatives ont donné lieu à des formes corrigées du modèle standard de Launder et al.

Dans ce contexte, il est important d'indiquer que bien les méthodes adoptées sont différentes, les formes corrigées du modèle LRR [11] sont presque similaires, elles se réunissent sur le point que les constantes standards sont devenues fonction des paramètres de compressibilité à savoir le nombre de Mach turbulent et la variance de pression

## Modèle d'Adumitroaie et al. :

La correction du modèle de Launder et al. proposée par Adumitroaie est basée sur la divergence non nulle de la fluctuation de vitesse. Ces auteurs proposent un modèle pour la corrélation pression-déformation paramétré en fonction du nombre de Mach turbulent comme suit :

$$\Phi_{ij}^* = -C_1 \bar{\rho} \epsilon a_{ij} + \bar{\rho} k \left( \frac{4}{5} + \frac{2}{5} d_1 \right) \bar{S}_{ij}^* + (1 - C_3 + 2d_2) \bar{\rho} k \left[ a_{ip} \bar{S}_{pj}^* + a_{jp} \bar{S}_{ip}^* - \frac{2}{3} b_{pq} \bar{S}_{pq}^* \delta_{ij} \right] - (1 - C_4 - 2d_2) \bar{\rho} k \left[ \left[ b_{ip} \bar{\Omega}_{jp} + b_{jp} \bar{\Omega}_{ip} \right] + \frac{4}{5} d_2 \bar{S}_{pp} a_{ij} \right]$$

Il est important d'indiquer que la correction proposée par Adumitroaie et al. concerne seulement la partie linéaire du tenseur de la corrélation pression-déformation. En effet, ces auteurs ont adopté le modèle classique (modèle de Rotta) pour la partie de retour à l'isotropie.

## Modèle de Song Fu :

La forme corrigée du modèle de Launder, proposée par Song Fu pour exprimer la corrélation pression-déformation se présente sous la forme suivante :

$$\Phi_{ij}^* = -C_1 a_{ij} \epsilon + C_2 k \left( \bar{S}_{ij} - \frac{1}{3} \bar{S}_{kk} \right) + C_3 k \left( a_{il} \bar{S}_{lj} + a_{jl} \bar{S}_{li} - \frac{2}{3} a_{lk} \bar{S}_{kl} \delta_{ij} \right) + C_4 k \left( a_{jl} \bar{\Omega}_{il} + a_{il} \bar{\Omega}_{jl} \right)$$



**Simulation Numérique d'une turbulence compressible homogène Cisaillée**

**a) Equations régissant la turbulence compressible homogène**

**Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial (\bar{u}_k)}{\partial x_k} = 0$$

**Equation de conservation de la quantité de mouvement :**

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{u}_k \frac{\partial (\bar{u}_i)}{\partial x_k} = 0$$

**Equation de conservation de**

**l'énergie :**  $\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{T})}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{u}_k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_k} = \frac{1}{c_v} (\bar{\rho} \bar{u}_{i,i} + \pi_d - \bar{\rho} \epsilon)$

**Equation d'évolution des tensions de**

**Reynolds :**  $\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial t} = P_{ij} + \phi_{ij}^* + \frac{2}{3} \pi_d \delta_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} \epsilon \delta_{ij}$

**Equation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente :**

$$\frac{\partial (\bar{\rho} k)}{\partial t} = P + \pi_d - \bar{\rho} \epsilon$$

**Equations simplifiées dans le cadre d'une turbulence compressible homogène et uniformément cisaillée**

D'une manière générale, un écoulement turbulent homogène de fluide compressible uniformément cisaillé est caractérisé par un tenseur gradient de vitesse moyenne de la forme :

$$\bar{u}_{i,j} = S \delta_{i1} \delta_{j2} = \begin{cases} S & i=1, j=2 \\ 0 & i \neq 1, j \neq 2 \end{cases}$$

$$\bar{\rho} = cte$$

$$\bar{\rho} \frac{d \bar{T}}{dt} = -\frac{1}{c_v} (\pi_d - \bar{\rho} \epsilon_s - \bar{\rho} \epsilon_c)$$

$$\bar{\rho} \frac{d (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{dt} = P_{ij} + \phi_{ij}^* + \frac{2}{3} \pi_d \delta_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} (\epsilon_s + \epsilon_c) \delta_{ij}$$

$$\bar{\rho} \frac{d k}{dt} = P + \pi_d - \bar{\rho} (\epsilon_s + \epsilon_c)$$

**Equation d'évolution du nombre de Mach turbulent**

$$\frac{dM_t}{dt} = M_t \left[ \frac{P}{2k} + \frac{M_t}{2\rho k} \left[ 1 + \frac{1}{2} \gamma (\gamma - 1) M_t^2 \right] (\pi_d - \bar{\rho} \epsilon_s - \bar{\rho} \epsilon_c) \right]$$

**Equation de transport de la dissipation solénoïdale**

$$\frac{d\epsilon_s}{dt} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon_s}{k} P - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon_s^2}{k}$$

**Equations sans dimension**

Les équations différentielles précédentes peuvent être écrite sous forme adimensionnelle et conduisent aux équations d'évolution des grandeurs sans dimensions

$b_{ij}, k^* = k/k_0, M_t, \epsilon_s^* = \epsilon_s/\epsilon_{s0}$  et  $t^* = St$ .  $k_0, \epsilon_{s0}$  Sont respectivement les valeurs initiales de  $k$  et  $\epsilon_s$  avec :

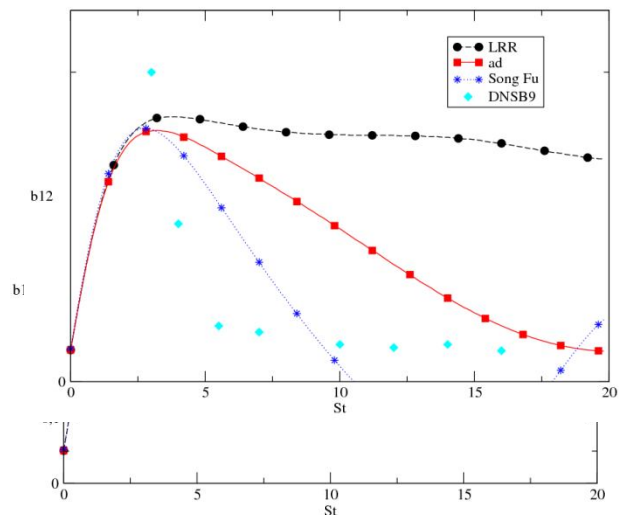
$$b_{ij} = a_{ij}/2K, \quad a_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

$$S_1 \left\{ \begin{aligned} \frac{d\epsilon_s^*}{dt^*} &= -2C_{\epsilon 1} b_{12} \epsilon_s^* - C_{\epsilon 2} a_0 \frac{\epsilon_s^{*2}}{K^*} \\ \frac{dk^*}{dt^*} &= -2b_{12} k^* + \frac{\bar{p}' d' / \bar{\rho} - \epsilon_s - \epsilon_c}{Sk_0} \\ \frac{dM_t}{dt^*} &= M_t \left[ -b_{12} + \frac{1}{2} \gamma (\gamma - 1) M_t^2 \left( \frac{\bar{p}' d' / \bar{\rho} - \epsilon_s - \epsilon_c}{Sk} \right) \right] \\ \frac{db_{11}}{dt^*} &= -\frac{4}{3} b_{12} - \Lambda b_{11} + \Phi_{11}^* \\ \frac{db_{22}}{dt^*} &= \frac{2}{3} b_{12} - \Lambda b_{22} + \Phi_{22}^* \\ \frac{db_{12}}{dt^*} &= -\frac{1}{3} b_{22} - \Lambda b_{12} + \Phi_{12}^* \end{aligned} \right.$$

**Résultats :**

	Mt	Mg	Sk/ε
B1	0.25	0.6	8
B3	0.25	1.9	24
B5	0.25	3.8	48.05
B7	0.25	6.8	85.4
B9	0.25	10.6	133.3

**Condition initial pour les résultats de DNS de Simone**



**Fig.1. Evolution temporelle du tenseur d'anisotropie  $b_{12}$  cas  $B_1$  et  $B_9$**

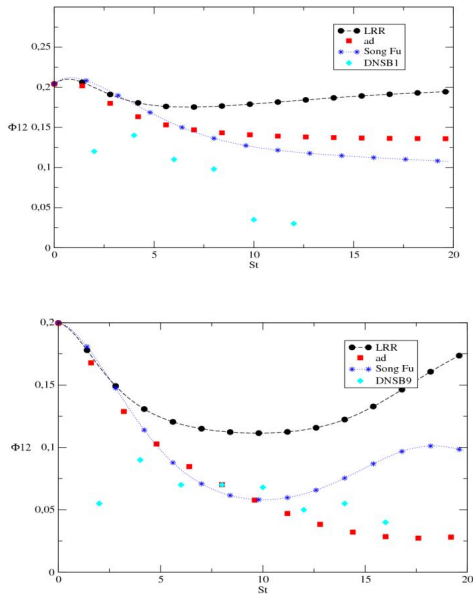


Fig.2. Evolution temporelle de la corrélation pression-déformation  $\Phi_{12}$  dans les cas B<sub>1</sub> et B<sub>9</sub>

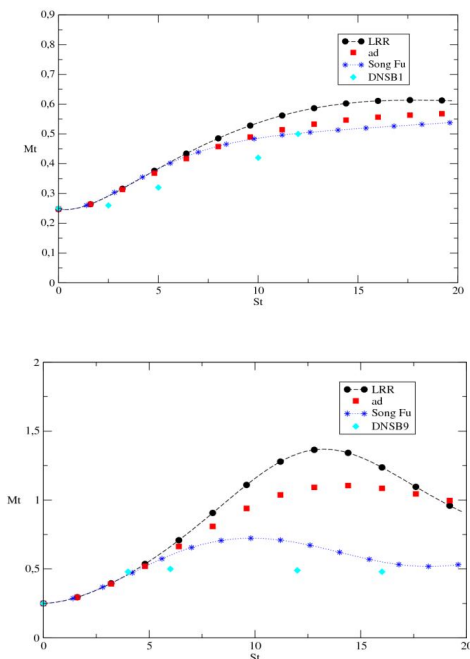


Fig.3. Evolution temporelle du nombre de Mach turbulent

**Discussion des résultats :**

La figure 1 présente l'évolution temporelle du tenseur d'anisotropie  $b_{12}$  dans les cas B<sub>1</sub> et B<sub>9</sub>, ces résultats montrent que cette grandeur caractéristique de la structure de la turbulence est affectée par les effets de la compressibilité

En effet une augmentation du nombre de Mach gradient se traduit par une réduction de la composante tangentielle  $b_{12}$ .

La figure 2 montre que les résultats obtenus à l'aide des modèles compressibles sont relativement acceptables par référence aux résultats de DNS de Simone particulièrement

dans le cas B<sub>9</sub> là où la compressibilité est forte. Le modèle incompressible (LRR) apparaît incapable de déterminer correctement les changements importants induits par la compressibilité sur le asymptotique du tenseur d'anisotropie, les résultats sont presque similaires aux cas relatif à une turbulence incompressible. Il est nettement clair qu'ils sont en grand désaccord avec les résultats de DNS de Simone.

le modèle de Adumitroaie et al. apparaît aussi déficient pour prédire le comportement asymptotique de la turbulence compressible homogène cisailé dans le cas B<sub>9</sub>. Alors que les résultats obtenus du modèle de Song Fu est en bon accord avec les résultats de DNS de Simone.

**Conclusion**

Nous remarquons que les modèles testés présentent des différences de niveaux de performances dans la prédétermination des effets de la compressibilité, il est clair que ces différences s'accroissent du cas B<sub>1</sub> au cas B<sub>9</sub> lorsque la compressibilité devient plus importante.

Nous avons pu confirmer que les modèles obtenus à partir des considérations physiques spécifiques au phénomène de compressibilité ont donné des résultats encourageants pour des écoulements turbulents relativement compressibles. De ce fait des prudence doivent être retenues pour élaborer des modèles susceptibles de représenter correctement les effets de la compressibilité. Il est important d'indiquer que jusqu'à nos jours, à notre connaissance il n'existe pas de modèle de turbulence universel à recommander pour tous les régimes d'écoulements compressibles. Chaque régime d'écoulement turbulent a des caractéristiques spécifiques dominantes.

**Références**

A. Favre : « Equations des gaz turbulents compressible, Méthode des vitesses moyenne : méthode des vitesses macroscopiques pondérées par la masse volumique » J.Méc., vol.4, pp.390-421(1972).  
 S.Sarkar, G.Erlebacher, M.Y, Hussaini.,:«direct simulation of compressible turbulence in a shear flow »Theoretical and computational Fluid Dynamics ,pp291-305 (1991).  
 B.E. Launder, G.J.Reece , W.Rodi:«Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure »J.Fluid., Mech., vol.68,p.534(1975)  
 V.Adumitroaie, J.R.Ristorcelli, D.B.Taulbee., «Progress in Favre Reynolds stress closure for compressible flows» Phys.Fluids A, vol.9, p.2696 (1999)  
 A.Simone, G.N.Coleman and C.Combon,«the effect of compressibility on turbulent shear flow: a rapid-distortion theory and direct numerical simulation study» , J.Fluid Mech (1997), vol.347, p.37.  
 Rotta,J.C., 1951, Statistische theorie nichthomogener turbulenz ,Z.Phys.(1951), vol.199,p.547.  
 Song Fu « Modeling of pressure-strain correlation in compressible turbulent flow » the project supported by the national Natural science foundation of china (10232020, 90505005).

# THERMODYNAMIC REMODELING OF THE LA-PT BINARY SYSTEM

S. KARDELLASS\*, N. SELHAOUI, A. IDDAOUDI, M. AIT AMAR, R. KARIOUI, Y. AITYASSIN AND L. BOURDEN.

Laboratory of Thermodynamics and Energy (L.T.E), Faculty of science, B. P. 8106, University IbnZohr, Agadir, Morocco.

\*[s.kardellass@gmail.com](mailto:s.kardellass@gmail.com)

**Abstract:** The thermodynamic Description of the La-Pt binary system has been carried out by using the CALPHAD (Calculation of Phase Diagrams) method based on the available literature data including the phase equilibria and thermodynamic properties. The Gibbs free energies of the liquid, bcc\_A2( $\gamma$ La), fcc\_A1( $\beta$ La and (Pt)) and dhcp( $\alpha$ La) phases were described by the subregular solution model with the Redlich–Kister formula, and those of the intermetallic compounds (LaPt<sub>5</sub>, La<sub>2</sub>Pt<sub>7</sub>, La<sub>3</sub>Pt<sub>4</sub>, LaPt, La<sub>3</sub>Pt<sub>2</sub> and La<sub>7</sub>Pt<sub>3</sub>) in the La–Pt binary system were described by the sublattice model, and intermetallic compound (LaPt<sub>2</sub>) in the La-Pt binary system was described by the two-sublattice model. A consistent set of thermodynamic parameters leading to a reasonable agreement between the calculated results and literature data was obtained.

**Keywords:** Phase diagram; Thermodynamic assessment; rare earth; CALPHAD technique.

## 1. Introduction

The rare earth elements exhibiting a good combination of magnetic, optical, electrical and thermal properties have been paid increasing attention and widely used to prepare new high performance functional materials, such as permanent magnet, magnetic refrigerant and hydrogen storage material [1–3]. The CALPHAD technique, which has been recognized to be an important tool to significantly reduce time and cost during the development of materials, can provide a clear guidance for the materials design [4–6].

## 2. Literature data

One purpose of the present work was to optimize the thermodynamic description of the system using both, thermodynamic and phase diagram data and to calculate the phase diagram. X-ray investigations have revealed the existence of six intermetallic compounds with the stoichiometry's LaPt<sub>5</sub> [7, 8], LaPt<sub>2</sub> [9–11], La<sub>3</sub>Pt<sub>4</sub> [12], LaPt [13, 14], La<sub>3</sub>Pt<sub>2</sub> [15], and La<sub>7</sub>Pt<sub>3</sub> [16, 17]. Moreover, a eutectic was reported to exist on the Pt-rich side [18]. The tentative phase diagram given in a recent compilation [19] is based on these findings. Thermodynamic results available from the literature include the enthalpies of formation of the compounds LaPt and LaPt<sub>2</sub> [14, 20, 21], and the Gibbs energy of formation of the compound LaPt<sub>5</sub> [22, 23].

The La-Pt phase diagram in [19] was redrawn by Moffatt.

**Table 1** Symbols and crystal structure data of the stable solid phases in the La-Pt system.

Diagram symbol	Composition Pearson at.% Pt	symbol	Symbol used in thermo-calc data file	Prototype
La	0	cl2	BCC_A2	W
La	0	cF4	FCC_A3	Cu
( La)	0	hP4	DHCP	$\alpha$ La
La <sub>7</sub> Pt <sub>3</sub>	30	hP20	La <sub>7</sub> Pt <sub>3</sub>	Fe <sub>3</sub> Th <sub>2</sub>
La <sub>3</sub> Pt <sub>2</sub>	40	hR15	La <sub>3</sub> Pt <sub>2</sub>	...
LaPt	50	aC8	LaPt	CrB
La <sub>3</sub> Pt <sub>4</sub>	57.1	hR14	La <sub>3</sub> Pt <sub>4</sub>	...
LaPt <sub>2</sub>	66.7 to 72	cF24	LaPt <sub>2</sub>	Cu <sub>2</sub> Mg
La <sub>2</sub> Pt <sub>7</sub>	77.8	....	La <sub>2</sub> Pt <sub>7</sub>	....
LaPt <sub>5</sub>	83.3	hP6	LaPt <sub>5</sub>	Ca Cu <sub>3</sub>
(Pt)	100	cF4	FCC_A1	Cu

## 3. Thermodynamic models

### 3.1 Pure elements

The Gibbs energy function:

$$G_i^\varphi(T) = {}^0G_i^\varphi - H_i^{SER}(298.15 K) \quad (1)$$

for the element  $i$  ( $i = \text{La}$  in the phase

$\varphi$  ( $\varphi = \text{Liquid, DHCP, FCC\_A1 and BCC\_A2}$ ) is described by an equation of the following form:

$$G_i^\varphi(T) = a + bT + cT \ln T + dT^2 + eT^3 + fT^4 + gT^{-2} + hT^{-5} \quad (2)$$

where  $H_i^{SER}(298.15 K)$  is the molar enthalpy of the element at 298 K in its standard element reference (SER) state, DHCP for Pt and FCC\_A1 for La.

In this article, The Gibbs energy functions are taken from the Scientific Group Thermodata Europe (SGTE) compilation of Dinsdale [27].

### 3.2 Solution phases

The solution phases ( $\alpha$ La), ( $\beta$ La), ( $\gamma$ La), (Pt) and liquid were modelled as substitutional solutions according to the polynomial Redlich–Kister model [28]. The Gibbs energy of one mol of formula unit of phase  $i$  is expressed as the sum of the reference part  $G_i^{ref}$ , the ideal part  $G_i^{id}$ , and the excess part  $G_i^{ex}$ :

$$G_m^\varphi = {}^{ref}G^\varphi + {}^{id}G^\varphi + {}^{ex}G^\varphi \quad (\text{As used in the thermo-calc}$$

software [29]:

$${}^{ref}G^\varphi(T) = ({}^0G_{La}^\varphi(T) - H_{La}^{SER}(298.15 K))x_{La} + ({}^0G_{Pt}^\varphi(T) - H_{Pt}^{SER}(298.15 K))x_{Pt} \quad (4)$$

$${}^{id}G^\varphi = RT(x_{La} \ln x_{La} + x_{Pt} \ln x_{Pt}) \quad (5)$$

The excess terms of all the solution phases were modeled by the Redlich-Kister [28] formula:

$${}^{ex}G_{La,Pt}^\varphi(T) = x_{La}x_{Pt} \left[ {}^1L_{La,Pt}^\varphi(T) + {}^2L_{La,Pt}^\varphi(T)(x_{La} - x_{Pt}) + {}^3L_{La,Pt}^\varphi(T)(x_{La} - x_{Pt})^2 + \dots \right] \quad (6)$$

$${}^iL_{La,Pt}^\varphi(T) = a_i + b_i T \quad (7)$$

where  ${}^iL_{La,Pt}^\varphi$  is the interaction parameter between the elements  $La$  and  $Pt$ , which is evaluated in this study,  $i$  is

the temperature in Kelvin,  $R$  is the gas constant and the coefficients  $a$  and  $b$  are optimized using the PARROT module [29], while  $x_A$  and  $x_B$  are the mole fraction of elements  $A$  and  $B$ , respectively.

**3.3 Stoichiometric compounds and intermediate phases**

The Gibbs energy of the stoichiometric compounds is expressed as follows:

$${}^0G_{A_pB_q} = \frac{p}{p+q} {}^0G_A + \frac{q}{p+q} {}^0G_B + a(8)$$

Where  $G_A$  and  $G_B$  are the Gibbs energy of the pure elements La and Pt, respectively, and  $a$  and  $b$  were evaluated in the present work based on the literature data.

The  $\text{La}_2\text{Pt}$  (C14 Laves, isotypic with  $\text{MgCu}_2$ ) intermetallic compound has an experimental homogeneity range reported by [2006rei], it was treated by a two-sublattice model [30]. The experimental extension of  $\text{La}_2\text{Pt}$  is towards the Pt rich part (substoichiometric compound), so the modelling was as follow  $(\text{La}, \text{Pt})_1(\text{La}, \text{Pt})_2$ , where the first sublattice is mainly occupied by La and the second by Pt. The Gibbs energy function per mole (m) of the formula unit  $(\text{La}, \text{Pt})_1(\text{La}, \text{Pt})_2$  is the following:

$$G_m^{\text{LaPt}_2} = y_{\text{La}}^I y_{\text{La}}^{II} {}^0G_{\text{La:La}} + y_{\text{La}}^I y_{\text{Pt}}^{II} {}^0G_{\text{La:Pt}} + y_{\text{Pt}}^I y_{\text{La}}^{II} {}^0G_{\text{Pt:La}} + y_{\text{Pt}}^I y_{\text{Pt}}^{II} {}^0G_{\text{Pt:Pt}} + pRT(y_{\text{La}}^I \ln y_{\text{La}}^I + y_{\text{Pt}}^I \ln y_{\text{Pt}}^I) + pRT(y_{\text{La}}^{II} \ln y_{\text{La}}^{II} + y_{\text{Pt}}^{II} \ln y_{\text{Pt}}^{II}) + p y_{\text{La}}^I y_{\text{Pt}}^I \left[ y_{\text{La}}^{II} \sum_n {}^nL_{\text{La:Pt:La}} (y_{\text{La}}^{II} - y_{\text{Pt}}^{II})^n + y_{\text{Pt}}^{II} \sum_n {}^nL_{\text{La:Pt:Pt}} (y_{\text{La}}^{II} - y_{\text{Pt}}^{II})^n \right] + q y_{\text{La}}^I y_{\text{Pt}}^I \left[ y_{\text{La}}^{II} \sum_n {}^nL_{\text{La:La:Pt}} (y_{\text{La}}^{II} - y_{\text{Pt}}^{II})^n + y_{\text{Pt}}^{II} \sum_n {}^nL_{\text{Pt:La:Pt}} (y_{\text{La}}^{II} - y_{\text{Pt}}^{II})^n \right]$$

Where  $y_A^I$  and  $y_A^{II}$  are the site fraction of component  $A$  ( $A = \text{La}, \text{Pt}$ ) located on sublattice I and II, respectively, and the parameter  $L$  represents the Gibbs free energy of the compound phase when the two sublattices are occupied by element  $A$  or  $B$ .  $L_{La:La}$  and  $L_{La:Pt}$  are the interaction parameters between La and Pt in the second or first sublattice, when the other sublattice is occupied by element  $A$  or  $B$ .  $L_{La:La:Pt}$  and  $L_{Pt:La:Pt}$  were evaluated in the present work.

**4. Results and discussions**

The evaluation of the phase diagram was carried out with the computer software THRMOCALC [31], which makes it possible to optimize the Gibbs energies of formation of the phases of the system by means of the least squares method [32] using simultaneously thermodynamic and phase diagram data. The eutectic on the Pt-rich side at  $x_{\text{Pt}} = 0.5$  and  $T = 1913 \pm 15 \text{K}$  [18] was used as experimental input data. The other compounds were consequently optimized by using phase diagram reported by

S.Reimann [24] and thermodynamic information of the compounds.

Phase	Parameters in Pt
Liquid	${}^0L^{\text{liq}} = -283255.2264 - 1.48T$ ${}^1L^{\text{liq}} = 174226.1296 - 84.798T$
BCC_A1	${}^0L^{\text{BCC,A1}} = -100020$
FCC_A1 DHCP	No excess term No excess term
$\text{La}_7\text{Pt}_3$	$G_{\text{La:Pt}}^{\text{La}_7\text{Pt}_3} - 0.7 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} - 0.3 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}}$ $= 0.7 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} + 0.3 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 68089.38 + 8.618T$
$\text{La}_3\text{Pt}_2$	$G_{\text{La:Pt}}^{\text{La}_3\text{Pt}_2} - 0.6 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} - 0.4 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}}$ $= 0.6 G_{\text{La}}^{\text{DHCP}} + 0.4 G_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 83971.484 + 9.164T$
$\text{LaPt}$	$G_{\text{La:Pt}}^{\text{LaPt}} - 0.5 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} - 0.5 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}}$ $= 0.5 G_{\text{La}}^{\text{DHCP}} + 0.5 G_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 92135.07 + 6.95T$
$\text{La}_4\text{Pt}_4$	$G_{\text{La:Pt}}^{\text{La}_4\text{Pt}_4} - 0.428 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} - 0.572 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}}$ $= 0.428 G_{\text{La}}^{\text{DHCP}} + 0.572 G_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 91636.77 + 8.66T$
$\text{La}_2\text{Pt}_7$	$G_{\text{La:Pt}}^{\text{La}_2\text{Pt}_7} - 0.222 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} - 0.778 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}}$ $= 0.222 G_{\text{La}}^{\text{DHCP}} + 0.778 G_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 73803.49 + 3.364T$
$\text{LaPt}_2$	$G_{\text{Pt:Pt}}^{\text{LaPt}_2} - H_{\text{Pt}}^{\text{DHCP}} = 25000 + GH_{\text{SERPt}}$ $G_{\text{Pt:La}}^{\text{LaPt}_2} - 0.71 H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 0.29 H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} = 25000 + 0.71 GH_{\text{SERPt}} - 0.29 GH_{\text{SERLa}}$ $G_{\text{La:La}}^{\text{LaPt}_2} - 0.29 H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 0.71 H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} = +0.71 GH_{\text{SERLa}} - 0.29 GH_{\text{SERPt}}$ $G_{\text{La:Pt}}^{\text{LaPt}_2} - H_{\text{Pt}}^{\text{DHCP}} = 75000 + GH_{\text{SERLa}}$ $G_{\text{Pt:Pt:La}}^{\text{LaPt}_2} = 70507.29 + 1.053T$ ${}^0L_{\text{La:Pt}}^{\text{LaPt}_2} = -69000$
$\text{LaPt}_5$	$G_{\text{La:Pt}}^{\text{LaPt}_5} - 0.166 {}^{298}H_{\text{La}}^{\text{DHCP}} - 0.834 {}^{298}H_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}}$ $= 0.166 G_{\text{La}}^{\text{DHCP}} + 0.834 G_{\text{Pt}}^{\text{FCC,A1}} - 60965.635 + 3.364T$

The calculated phase diagram together with the experimental points is presented in Fig. 2. The calculated invariant points compared to the experimental information are summarised in Table 2. The overall agreement between the calculated and measured values is very good.

**Table 2** The optimized thermodynamic parameters of the La-Pt system.

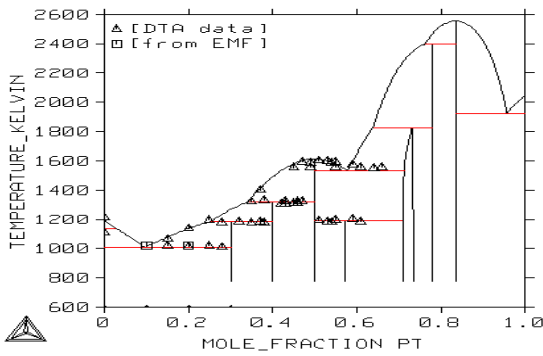


Fig. 2 Comparison of the La-Pt calculated phase diagram with the experimental data

The comparison of the calculated invariant reactions in the La-Pt system with the literature data is listed in Table 3, where a reasonable agreement between the calculated and experimental temperatures for those invariant reactions was obtained. The enthalpies of formation of the intermetallic compounds in the La-Pt system were calculated, and presented in Fig. 3. The calculated results are consistently with the literature data in Refs. [15,16].

Réaction	S. Reimann et al [1] expérimental *[2]		This work	
	T(K)	X <sub>liq</sub> /at. % [1]	T(K)	X <sub>liq</sub> /at. %
LaPt ↔ Liq	1595.7[1]	0.5	1613	0.5
LaPt <sub>5</sub> ↔ Liq	2534.1[1]	0.834	2554	0.836
Liq ↔ La(FCC_A1) + La <sub>7</sub>	1015 ± 1 [2]	0.109	1010	0.100
La <sub>7</sub> Pt <sub>3</sub> ↔ Liq + La <sub>2</sub> Pt <sub>2</sub>	1179 ± 10 [2]	0.26	1182	0.246
La <sub>2</sub> Pt <sub>2</sub> ↔ La(FCC_A1) + La <sub>7</sub>	1317 ± 10[2]	0.34	1317	0.315
La <sub>2</sub> Pt <sub>4</sub> ↔ LaPt <sub>2</sub> + LaPt	1190 ± 10[2]	0.573	1189	0.581
Liq ↔ LaPt <sub>2</sub> + LaPt	1557 ± 10[2]	0.562	1530	0.568
LaPt <sub>2</sub> ↔ Liq + La <sub>2</sub> Pt <sub>7</sub>	1760[1]	0.65	1826	0.634
La <sub>2</sub> Pt <sub>7</sub> ↔ Liq + LaPt <sub>5</sub>	2440[1]	0.767	2396	0.779
Liq ↔ (Pt) + LaPt <sub>5</sub>	1913 ± 15[2]	0.954	1919	0.951
DHCP(α - La) ↔ FCC_A1	583	0	550	0

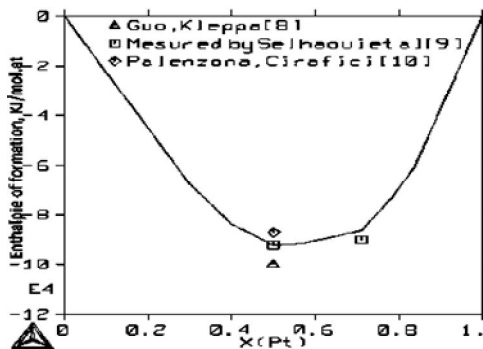


Fig. 3 Calculated and measured enthalpies of formation.

As mentioned by [31], in order to check that the optimized thermodynamic parameters of the intermetallic compounds are satisfactory, we verified that when the liquid phase is suspended during the calculation of the La-

Pt phase diagram, the stoichiometric phases disappear at high temperatures (Fig.4).

The (α ↔ β) polymorphic transformation was the last to be optimized.

Table 3 Invariant reactions in the La-Pt system.

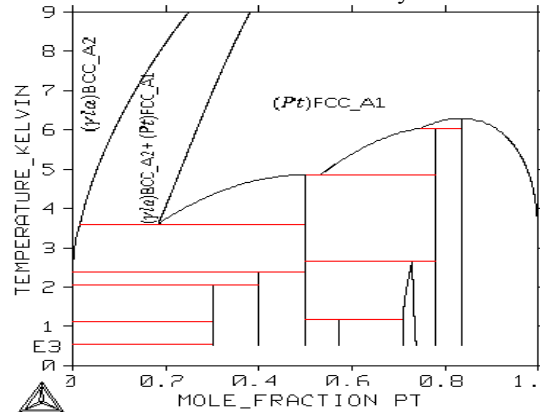


Fig. 4 Calculated La-Pt phase diagram when the liquid phase is suspended.

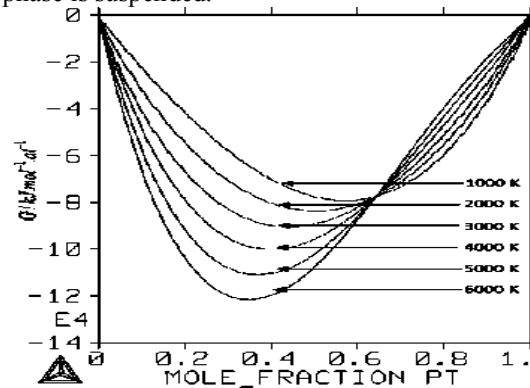


Fig.5 Gibbs energy of mixing of the liquid phase at different temperature. The reference states were La and Pt liquids.

### 5. Conclusions

After the optimization of the Gibbs energy functions, a set of consistent thermodynamic parameters for the La-Pt binary system is obtained. The calculated phase equilibria and thermodynamic properties, including the phase diagrams and the enthalpies of mixing of liquid, agree well with the experimental data.

### References

- [1] K.H.J. Buschow, Rep. Progr. Phys. 40 (1977) 1179–1256.
- [2] L. Schlapbach, A. Züttel, Nature 414 (2001) 353–358.
- [3] V.K. Pecharsky, K.A. Gschneidner, Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 4494–4497.
- [4] L. Kaufman, H. Bernstein, Computer Calculation of Phase Diagram, Academic Press, New York, 1970.
- [5] N. Saunders, A.P. Miodownik, CALPHAD – A Comprehensive Guide, Pergamon Press, Oxford, UK, 1998.
- [6] H. Lukas, S.G. Fries, B. Sundman, Computational Thermodynamics—The Calphad Method, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2007.
- [7] W. Bronger, W. Klemm, Z. Anorg. Allg. Chem. 319 (1962) 58.
- [8] W. Bronger, J. Less-Common Met. 12 (1967) 63.
- [9] Redlich O, Kister A. Algebraic representation of thermodynamic properties and the classification of solutions. Ind Eng Chem. 1948;40:345–8.
- [9] B. Erdmann, C. Keller, J. Solid State Chem. 7 (1973) 40.
- [10] I.R. Harris, J. Less-Common Met. 14 (4) (1968) 459.
- [11] V.B. Compton, B.T. Matthias, Acta Cryst. 12 (1959) 651.
- [12] A. Palenzona, J. Less-Common Met. 53 (1977) 133.
- [13] A.E. Dwight, R.A. Connor Jr., J.W. Downey, Acta Cryst. 18 (1965) 835.
- [14] A. Palenzona, S. Cirafici, Thermochim. Acta 25 (1978) 252.
- [15] J. LeRoy, J.-M. Moreau, D. Paccard, Acta Cryst. B 33 (1977) 2414.



- [16] J. LeRoy, J.-M. Moreau, D. Paccard, *Acta Cryst. B* 34 (1978) 9.
- [17] G.L. Olcese, *J. Less-Common Met.* 33 (1973) 71.
- [18] L.I. Voronova, V.P. Polyakova, E.M. Savitsky, *Russ. Metall.* 4 (1983) 140.
- [19] T.B. Massalski, P.R. Subramanian, L. Kacprzak (Eds.), *Binary Alloy Phase Diagrams*, 2nd ed., ASM International, Metals Park, OH, 1990.
- [20] N. Selhaoui, O.J. Kleppa, *J. Alloys Compd.* 191 (1) (1993) 155.
- [21] Q. Guo, O.J. Kleppa, *J. Alloys Compd.* 218 (2) (1995) 21.
- [22] K.T. Jacob, Y. Waseda, *Bull. Mater.Sci.* 13 (4) (1990) 235.
- [23] G. Kemmler, Kernforschungsanstalt Karlsruhe, KFK 2452, 1977.
- [24] S. Reiamann and H.-J. Schaller, Constitution and thermodynamics of Pt-La alloys, *Journal of Alloys and Compounds* 419 (2006) 133–139.
- [25] H. Okamoto and T.B. Massalski. Thermodynamically improbable phase diagram, *Journal of phase equilibria*, (1991) 148-168.
- [26] H. Okamoto and T.B. Massalski. Guidelines for binary phase diagram assessment, *Journal of phase equilibria*, (1993) 316-335.
- [27] Dinsdale AT, SGTE data for pure elements. *Calphad* 1991;15:317-425.
- [28] Redlich O, Kister A. Algebraic representation of thermodynamic properties and the classification of solutions. *Ind Eng Chem.* 1948;40:345–8.
- [29] Sundman B, Jansson B, Andersson JO. The Thermo-Calc databank system. *CALPHAD.* 1985;9:153–90.
- [30] M. Hillert, L.I. Stafansson, *Acta. Chem. Scand.* 24 (1970) 3618.
- [31] Chen SL, Daniel S, Zhang F, Chang YA, Oates WA, Schmid-Fetzer R. On the calculation of multicomponent stable phase diagrams. *J Phase Equilib.* 2001;22:373-8.

# CARACTERIZATION AND MODÉLISATION OF NATURAL VENTILATION IN A INCLINED WALLS MULTISPAN GREENHOUSE

M. EL JAZOULI<sup>1</sup>, K. LEKOUCH<sup>2</sup>, A. WIFAYA<sup>3</sup>  
L. BOURDEN<sup>4</sup>

mail: [mohajaz01@hotmail.com](mailto:mohajaz01@hotmail.com)

Laboratoire Thermodynamique et Energétique  
Faculté des Sciences Agadir

## 1) Context / Study motivation

The study concerns a multispan greenhouse with inclined walls of large surface (5532, 8 m<sup>2</sup>) in real condition of tomato culture, with a report of area open to the area covered (0.43) .the vent openings equipped with insect-proof nets extend on the lateral surface of greenhouse.

The study aims to determine performance ventilation in this type of greenhouse; using the method of the global energy balance by measurements of different climatic factors, which allow us to determine the rate of aeration  $G$  (m<sup>3</sup>/s) which is then used to identify  $Cd$  parameter efficiency of wind on aeration by regression of a mod

**Keywords: greenhouse; microclimate; natural ventilation.**

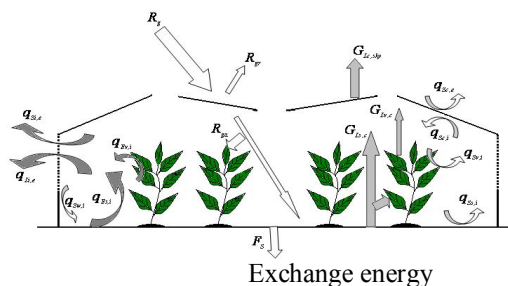
## 2) Greenhouse Description



The culture has the following characteristics:

- planting date: 8/8/2009
- total number of plants: 4387
- line number: 19.5
- Line length: 90 m
- distance between plants: 0. 4 m
- the distance between the lines: 2. 4 m

### physics study of greenhouse



Greenhouse: 4 elements

- Soil
- Vegetation
- Indoor Air

- coverage

Interior and exterior

Climatic parameters

- Temperature  $T_i$  and relative humidity  $H_{ri}$  in greenhouse centre.
- Net radiation  $R_{net}$  above the vegetation;
- The flow in soil  $F_s$ ;
- The temperature of the roof  $T_c$ ;
- The temperature of the soil  $T_s$ ;
- The temperature of vegetation  $T_v$ ;
- Temperature  $T_e$  and the moisture  $H_{re}$  of the surrounding air
- Velocity  $U$  and external wind direction  $D_v$  above the greenhouse;
- Total radiation outside the greenhouse  $R_g$ .

## Measurements

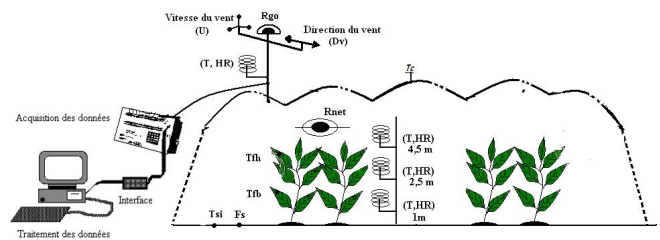
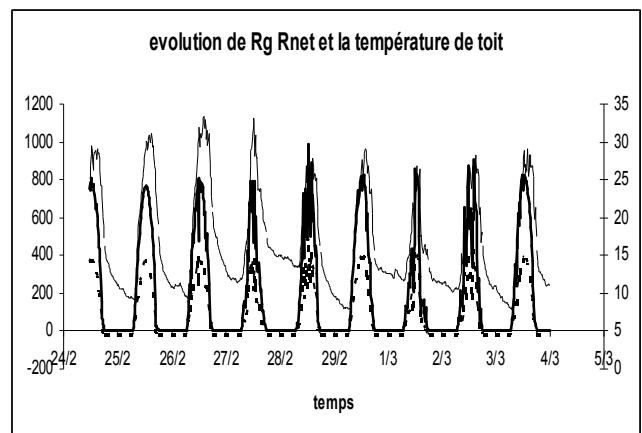
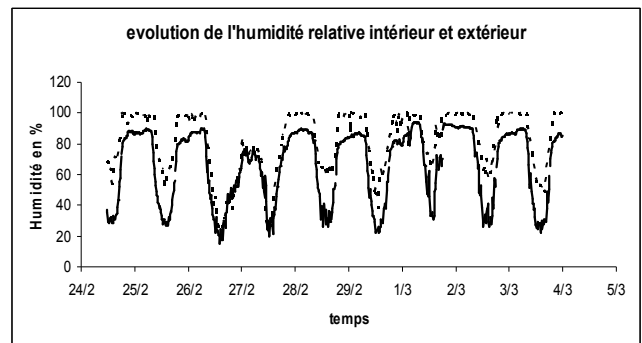
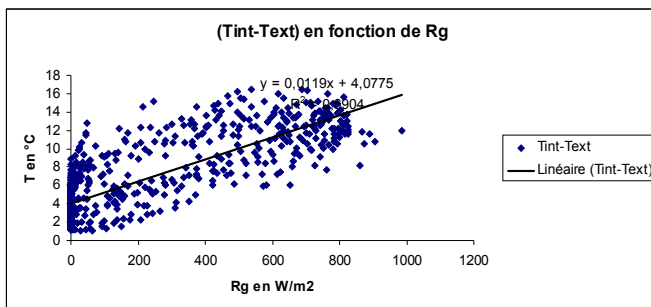
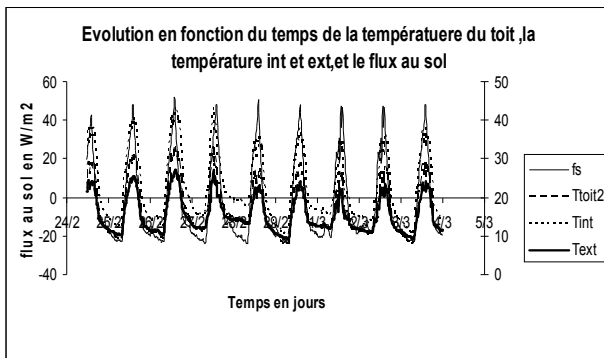
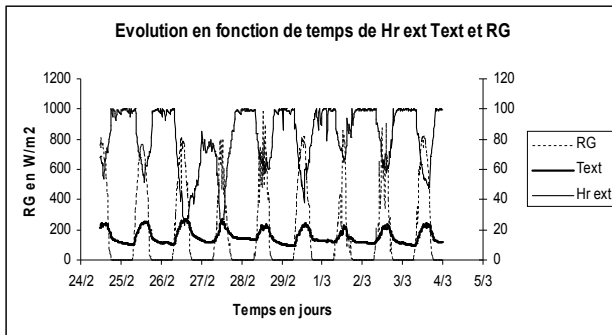
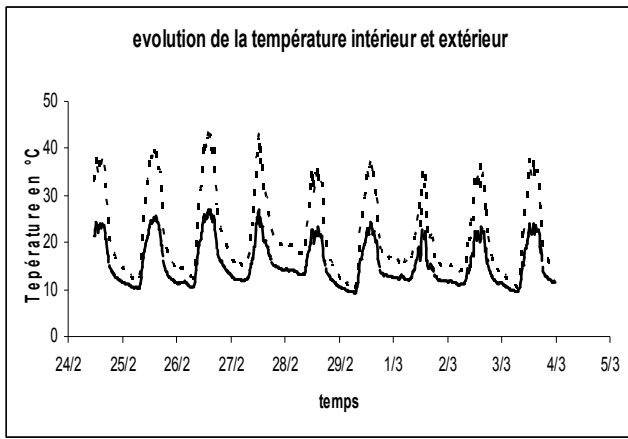


Diagram of the experimental device instaled for measurement of the factor climatics

## 3) Results / Conclusions / Perspectives

### Analyse of microclimate greenhouse





$$R_{net} = q_{Si,e} + q_{Li,e} + q_{Si,c} + F_S$$

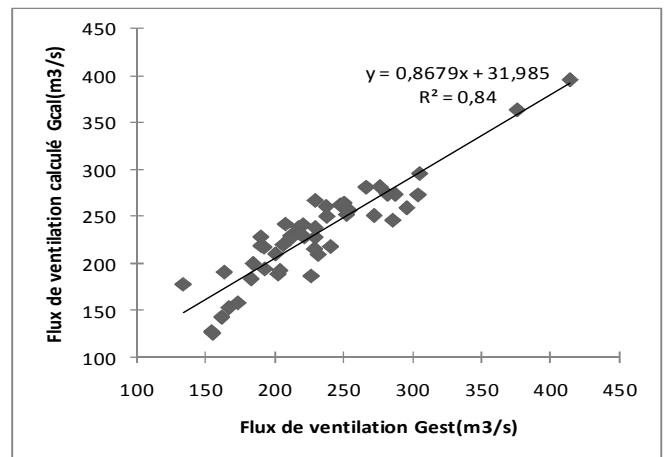
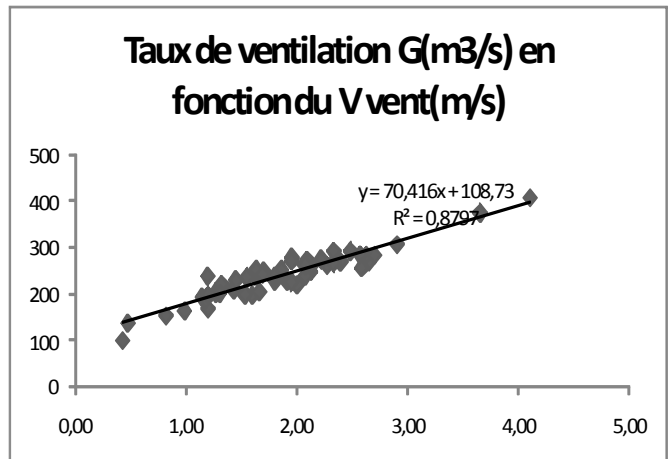
$$q_{Si,e} = K_S \cdot \Delta T$$

$$K_S = \rho_a c_p G / A_S$$

$$q_{Li,e} = K_L \Delta W$$

$$K_L = \rho_a \lambda G / A_S$$

$$G = \frac{A_S (R_{net} - F_S) - A_c [C_h (T_i - T_c)]}{\rho_a [c_p (T_i - T_e) + \lambda \Delta W]}$$



### Conclusion

The semi-déterministe ventilation model based on Bernoulli theorem, allows the identification of the coefficients of the wind on ventilation efficiency. the use of nets anti insects with fine meshes (20/10) and obstruction of rows of vegetation cover on the circulation of air, can be filled by the surface important the opening side (St = 2382, 5 m 2). These studies can help to improve the structure of the greenhouses and climate control and irrigation

### Analyse et discussion des performances en ventilation :

Method of energy balance

$$R_{net} = R_{A,V} + R_{A,S}$$

$$R_{A,V} = q_{SV,i} + q_{LV,i} + \rho_v c_v d_v \frac{dT_v}{dt}$$

$$R_{A,S} = q_{SS,i} + q_{LS,i} + F_S + \rho_s c_s d_s \frac{dT_s}{dt}$$

# EFFET D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE TRANSVERSAL SUR LA STABILITÉ LINÉAIRE D'UN ÉCOULEMENT DE POISEUILLE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES, POREUSES ET PARALLÈLES EN PRÉSENCE D'UN ÉCOULEMENT TRANSVERSAL UNIFORME.

M. LAMINE, A. RAFIKI, A. HIFDI

Faculté des sciences Ain Chock BP 5366 Maarif,  
Casablanca, Maroc

E-Mail : [mustapha.lamine@gmail.com](mailto:mustapha.lamine@gmail.com)

## Introduction:

Les instabilités linéaires des écoulements de type Poiseuille de fluides newtoniens en présence d'un écoulement transversal uniforme sont très rencontrées dans un large éventail d'applications d'ingénierie. Notamment, l'étude de Joslin [1], qui a bien illustré l'utilisation de l'aspiration murale pour retarder la transition vers la turbulence sur la surface d'une aile d'avion. En effet, les résultats de Hains [2] et Sheppard [3] ont montré qu'une quantité modeste d'injection uniforme produit une augmentation significative du nombre de Reynolds critique. En 2003, Fransson et Alfredsson [4] a bien expliqué l'effet d'un jet transversal uniforme sur l'écoulement plan de Poiseuille, qu'on peut stabiliser ou déstabiliser selon la valeur prise par le nombre de Reynolds défini par rapport à la vitesse constante d'injection.

Dans ce cadre, l'objectif de notre étude est de supprimer l'effet déstabilisant de l'écoulement transversal en imposant à l'écoulement principal de Poiseuille un champ magnétique extérieur et de discuter l'influence du sens de l'injection transversale sur la stabilité.

L'instabilité de l'écoulement plan de Poiseuille sans injection, en présence d'un champ magnétique transversal a été explorée premièrement par Lock [5] dans le cas des nombres de Prandtl magnétiques très petits devant 1. Ceci lui a permis d'établir une équation d'Orr-Sommerfeld modifiée qu'il a résolue par une méthode asymptotique. Il ressort de cette étude que le champ magnétique a un effet stabilisant sur l'écoulement plan de Poiseuille. En 1996 Takashima [6] valide les travaux de Lock [5] en résolvant numériquement cette équation. De cette étude il ressort que le champ magnétique stabilise l'écoulement plan de Poiseuille.

Jain [7] calcule la solution de base dans le cas de l'écoulement plan de Poiseuille en présence d'un écoulement uniforme et d'un champ magnétique transversaux et entame des discussions sur des conditions suffisantes de la stabilité linéaire d'un tel écoulement sans en donner une solution numérique.

C'est pour cette raison que nous nous proposons dans le cadre de ce travail de résoudre numériquement le problème de Jain [7] afin de déterminer l'impact du champ magnétique sur la stabilité de cet écoulement. Nous menons une étude de stabilité linéaire de ce problème en établissant l'équation d'Orr-Sommerfeld modifiée adéquate. Celle-ci

sera résolue numériquement par la méthode spectrale de collocation de Tchebychev [8] basée sur la distribution de points de collocation de Gauss-Lobatto.

## Formulation mathématique du problème:

Dans le système de coordonnées cartésiennes  $(x^*, y^*)$ , on considère l'écoulement de Poiseuille entre deux plaques planes, non conductrices, poreuses et parallèles séparées l'une de l'autre par une distance  $2d$ . Une injection transversale, uniforme et de vitesse constante  $V_0$  est produite au niveau d'une paroi et sa succion se fait à la même vitesse au niveau de l'autre. L'ensemble est soumis à un champ magnétique externe, transversal et constant  $H_0$ . Deux configurations seront envisagées, l'une concerne une injection par la paroi inférieure ( $n=+1$ ) et l'autre consiste à une injection par la paroi ( $n=-1$ ) où  $n$  est un coefficient paramétrant le sens de l'écoulement transversal.

Les équations mathématiques modélisant le problème sont :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right] = -\nabla p + \rho \nu \Delta \mathbf{V} + \frac{\mu}{4\pi} [\text{rot}(\mathbf{H}) \wedge \mathbf{H}] \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \text{rot} \mathbf{V} \wedge \mathbf{H} = \lambda \Delta \mathbf{H} \quad (3)$$

Où  $\mathbf{V} = (V_x, V_0)$ ,  $\mathbf{H} = (H_x, H_0)$ ,  $\rho$ ,  $\nu$  et  $\lambda$  sont respectivement: les vecteur de vitesse et d'induction magnétique, la masse volumique, la viscosité cinématique et la diffusivité magnétique.

Les conditions aux limites de ce problème sont:

$$V_x(x^*, \pm d) = H_x(x^*, \pm d) = 0 \quad (4)$$

Dans le cas d'un écoulement de base stationnaire pour un fluide incompressible, les solutions de base adimensionnelles de vitesse et de l'induction magnétique s'écrivent :

$$U_x = 1 + \frac{\sinh(r_1)[e^{r_2 y} - 1] - \sinh(r_2)[e^{r_1 y} - 1]}{\sinh(r_2)[\cosh(r_1) - 1] - \sinh(r_1)[\cosh(r_2) - 1]} \quad (5)$$

$$B_x = \frac{Re_m}{M^2} \times$$

$$\left[ \frac{r_1 \sinh(r_1)[e^{r_2 y} - (1 - r_2 y) \cosh(r_2)] - r_2 \sinh(r_2)[e^{r_1 y} - (1 - r_1 y) \cosh(r_1)]}{\sinh(r_2)[\cosh(r_1) - 1] - \sinh(r_1)[\cosh(r_2) - 1]} \right] \quad (6)$$

$$\text{Avec :} \quad r_1, r_2 = \frac{1}{2} \left[ n Re_i \pm \sqrt{Re_i^2 + 4M^2} \right]$$

Où  $Re_i = \frac{V_0 d}{\nu}$  est le nombre de Reynolds d'injection,

$M = \mu H_0 d \sqrt{\sigma(\rho \nu)^{-1}}$  est le nombre d'Hartmann et  $\sigma$  est la conductivité électrique.

Ici:  $y = \frac{y^*}{d}$ ,  $U_x = \frac{V_x}{U_0}$  et  $B_x = \frac{H_x}{H_0}$  sont respectivement les

grandeurs adimensionnelles de la largeur, de vitesse et du champ d'induction magnétique.  $U_0$  est la vitesse au centre.

Pour étudier la stabilité linéaire de cet écoulement nous limiterons dans le cadre du théorème de Lock [5] et celui de Squire [9] à perturbations  $(\mathbf{v}, \mathbf{b}, p_1)$  bidimensionnelles que l'on traduira en modes normaux de la façon suivante :

$$(\mathbf{v}, \mathbf{b}, p_1) = [\Psi(y), \Phi(y), p_0] e^{i(\alpha x - \alpha c t)} \quad ; \quad i^2 = -1$$

où  $c$  est la vitesse de propagation,  $\alpha$  est le nombre d'onde selon la direction  $x$ ,  $\Psi$  et  $\Phi$  et  $p_0$  respectivement sont les amplitudes complexes de  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{b}$  et  $p_1$ .

Si la partie imaginaire  $c_i$  de  $c$  est négative, l'écoulement est dit instable.

Ceci nous conduit à établir une équation différentielle d'Orr-Sommerfeld modifiée:

$$[\alpha \operatorname{Re}(c-U)[\alpha^2 - D^2] - \alpha \operatorname{Re} D^2 U + i n \operatorname{Re}_i (D^3 - \alpha^2 D) - i(D^4 - 2\alpha^2 D^2 + \alpha^4)] \psi = i M D^2 \psi \quad (7)$$

Les conditions aux limites associées à ce problème sont :

$$\psi(\pm 1) = D\psi(\pm 1) = 0, \quad \text{avec: } D^j = \frac{\partial^j}{\partial y^j}; \quad j=1,2,3,4 \quad (8)$$

**Méthode numérique:**

Les équations (7) et (8) sont résolues numériquement en utilisant la méthode spectrale de collocation de Tchebychev telle qu'elle est utilisée dans [8]. Dans ces conditions, la discrétisation de notre système d'équations (7) et (8) aux points de collocation de Gauss-Lobatto (N) se ramène à un système algébrique aux valeurs propres c:

$$F\psi = cG\psi \quad (9)$$

où F et G sont deux matrices dépendantes de  $\alpha, \operatorname{Re}_i, M, \text{ et } \operatorname{Re}$ .

Pour valider notre code de calcul nous utilisons les résultats du tableau 5 d'Orszag [10] pour le cas d'un fluide newtonien ( $\operatorname{Re}_i=0$  et  $M=0$ ) et pour le mode fondamental ( $\alpha=1$ ;  $\operatorname{Re}=10000$ ), les 32 premières valeurs propres paires et impaires les moins stables. Nous avons constaté la parfaite concordance entre nos résultats et ceux dégagés par d'Orszag [10]. On constate l'existence d'une valeur 'extra'  $c=0,212725779989-0,199360694295382i$  qui est déjà signalée par [11] et [12]. Elle est située entre les positions 17 et 18 du tableau 5 d'Orszag [10]. On trouve avec une grande précision les seuils de stabilité de l'écoulement d'un fluide newtonien ( $\operatorname{Re}_i=0$  et  $M=0$ ):  $\operatorname{Re}_c=5772,22$  et  $\alpha_c=1.0205$ . Par la suite nous validons les résultats de stabilité dans le cas de présences séparées de l'écoulement transversal uniforme et du champ magnétique externe au sein des équations (7) et (8) dans les cas  $n=\pm 1$ , en comparant nos résultats à ceux des références [4] et [6]. Les résultats obtenus en étude de stabilité sont identiques pour les deux valeurs prises par n.

Les tableaux ci-dessous résumant cette validation :

Tableau 1: Seuils critiques de stabilité lorsque  $M=0$  et  $N=60$ .

$\operatorname{Re}_i$	M	Nos résultats		Les résultats de [4]	
		$\operatorname{Re}_c$	$\alpha_c$	$\operatorname{Re}_c$	$\alpha_c$
0,2	0	5960,185	1,01312	5967,01	1,01189
0,4	0	6578,206	0,99131	6607,4	0,99025
0,6	0	7825,034	0,95514	7902,5	0,95361

Tableau 2: Seuils critiques de stabilité lorsque  $\operatorname{Re}_i=0$  et  $N=60$ .

$\operatorname{Re}_i$	M	Nos résultats		Les résultats de [6]	
		$\operatorname{Re}_c$	$\alpha_c$	$\operatorname{Re}_c$	$\alpha_c$
0	1	10016,262	0,9718	10016,26	0,9718
0	5	164088,99	1,1342	164089,99	1,1342
0	10	439818,16	1,7391	439818,16	1,7391
0	15	708962,10	2,4566	708962,18	2,4566
0	20	961767,19	3,2376	961767,17	3,2376
0	50	2415552,01	4,8460	2415552,1	4,8460

A partir de ces tableaux, on peut conclure que nos résultats sont en accord avec ceux dégagés par [4] et [6].

**Résultats et discussion:**

Notre étude porte essentiellement sur l'effet du nombre d'Hartmann M sur la stabilité de l'écoulement établi par Fransson et al. [4]. La figure (1) montre l'évolution du profil de vitesse à l'équilibre en variant les paramètres physiques M et/ou  $\operatorname{Re}_i$ .

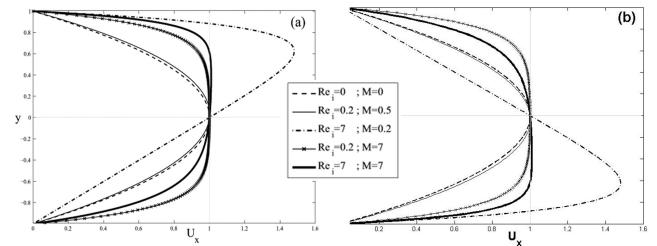


Figure 4: L'évolution du profil de vitesse de l'écoulement plan de Poiseuille pour les différents valeurs de M et  $\operatorname{Re}_i$  dans les deux configurations: (a) si  $n=+1$  et (b) si  $n=-1$ .

On voit clairement sur cette figure que dans la limite  $\operatorname{Re}_i \rightarrow 0$  et  $M \rightarrow 0$ , la forme classique du profil de Poiseuille plan est récupérée. Dans le cas de la présence de l'écoulement transversal ( $\operatorname{Re}_i$ ), le profil de vitesse est similaire à celui de Couette-Poiseuille ou l'une des parois est mobile. L'augmentation du champ magnétique, a pour conséquence l'aplatissement du profil de vitesse et la diminution de la valeur de la vitesse maximale. Dans le plan ( $\operatorname{Re}_c, \alpha_c$ ), on trace les courbes de stabilité marginales de notre écoulement, en fixant  $\operatorname{Re}_i$  à 0,2 et en variant progressivement M (figure 2).

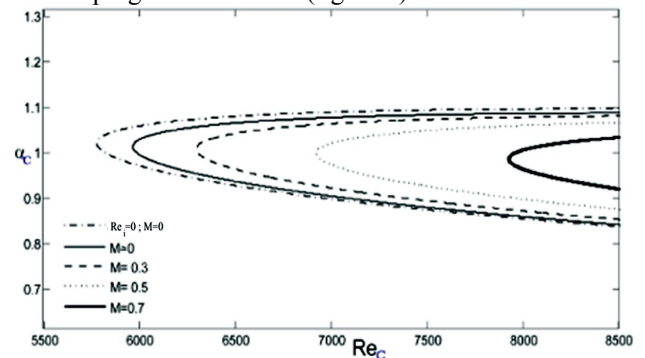


Figure 5: Courbes de stabilité marginale pour différentes valeurs de M  $\operatorname{Re}_i=0.2, n=\pm 1$  et  $N=60$

Ces courbes montrent que lorsque M augmente, l'écoulement devient plus en plus stable. Pour bien comprendre et visualiser le comportement de l'écoulement dans ce cas, face aux variations de M, nous présentons sur la figure (3) la variation de la partie imaginaire  $c_i$  de la valeur propre c la plus dangereuse du mode fondamental ( $\alpha=1$ ) quand  $\operatorname{Re} = 3000$  pour différentes valeurs de  $\operatorname{Re}_i$ .

Dans la figure (3) on voit clairement que l'écoulement est sensible aux variations de  $\operatorname{Re}_i$  et de M. Par ailleurs, en l'absence du champ magnétique ( $M=0$ ), l'écoulement se stabilise par l'augmentation de la vitesse d'injection jusqu'à la valeur  $\operatorname{Re}_i=5,001$  (point A1). Ensuite, l'écoulement devient de moins en moins stable et il perd sa stabilité à partir de  $\operatorname{Re}_i=42,24$  (point A2). Son instabilité croit d'abord à partir de cette valeur jusqu'à ce que  $\operatorname{Re}_i$  atteigne la valeur 273,33 (point A3) et entame une décroissance jusqu'à ce que  $\operatorname{Re}_i$  soit égale 630,42 (point



A4). À partir de ce point l'écoulement retrouve une nouvelle stabilité.

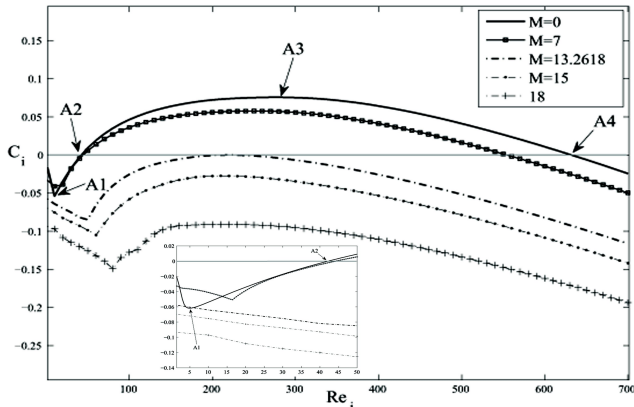


Figure 6: Variation de la partie imaginaire de la plus grande valeur propre du mode fondamental en fonction de  $Re_i$  pour différentes valeurs de  $M$  pour  $n = \pm 1$  lorsque  $Re = 3000$ .

En ce qui concerne l'effet de  $M$  sur cette courbe au fur et à mesure que  $M$  augmente ( $M=7; 13,2618; 15; 18$ ) la zone instable dans un intervalle de  $Re_i$  se réduit en fonction de  $M$ . A partir de  $M=13,2618$ , l'écoulement devient parfaitement stable pour tout  $Re_i$ . Ce dernier résultat prouve que l'instabilité pour ce genre d'écoulement est retardée ou devient inexistante en présence d'un champ magnétique pour lequel  $M$  devient de plus en plus grande.

La figure (4) illustre l'effet combiné de  $Re_i$  et  $M$  sur ce mode le plus dangereux correspondant à la plus grande valeur propre du spectre. D'après cette figure, nous constatons d'abord l'existence d'un couple deux valeurs critiques du nombre de Reynolds de l'injection  $Re_{ic}$  (42,24 ; 630,42) correspondant  $M=0$ . Le nombre de ces valeurs critiques passe de deux à un ( $Re_{ic} = 209,5321$ ) à  $M = 13,2618$ . Pour toute valeur de  $M$  supérieure à cette dernière, on voit sur les figures (3 et 4) que l'écoulement devient définitivement stable. Pour la partie réelle  $c_r$  de ce mode dangereux, on peut constater sur la figure (4) que lorsque  $M=0$ , l'injection amplifie l'amplitude de  $c_r$ . En présence d'un champ magnétique et pour toute valeur de  $M > 2,21$ , l'amplitude de  $c_r$  diminue d'abord en fonction de  $Re_i$  jusqu'à une certaine valeur qui dépend de  $M$  (figure 4) puis reprend sa croissance.

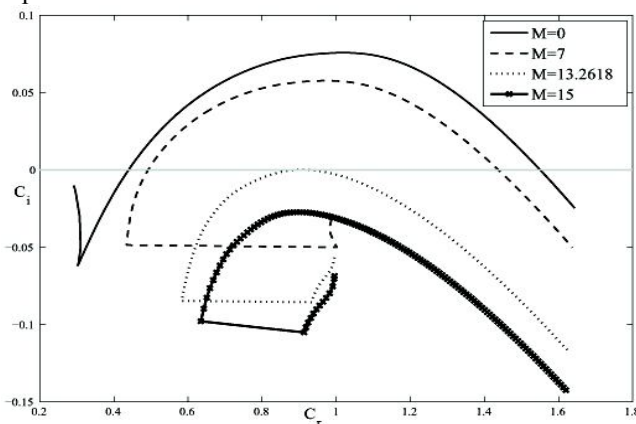


Figure 7 : Spectre  $c_i = f(c_r)$  de la plus grande valeur propre du mode fondamental, en fonction de  $Re_i$  pour différentes valeurs de  $M$  pour  $n = \pm 1$  lorsque  $Re = 3000$ .

## Conclusion:

Dans ce travail, nous avons étudié l'instabilité magnétohydrodynamique de l'écoulement de Poiseuille entre deux plaques planes, poreuses, parallèles et non conductrices en présence d'un écoulement transversal uniforme. Cette étude a été faite à partir d'une équation d'Orr-Sommerfeld modifiée que l'on a obtenue en considérant la solution de base de l'écoulement en question. Nous avons résolu numériquement cette équation par la méthode spectrale de collocation de Tchebychev. Notre code de calcul a été validé à l'aide des résultats des travaux [4, 6 et 10]. Les résultats que nous avons obtenus révèlent que nous pouvons utiliser un champ magnétique comme un moyen très efficace pour contrôler les instabilités de cet écoulement et que le sens du jet transversal n'a aucun effet sur cette stabilité.

## References:

- [1] R. D. Joslin, Aircraft laminar flow control. Fluid Mech, 30, 1998.
- [2] F. D. Hains, Stability of plan Couette-Poiseuille flow with uniform cross flow. Physics of Fluids, Phys. Fluids 14, pp. 1620-1623, 1971
- [3] D. Max Sheppard. Hydrodynamic stability of the flow between parallel porous walls. Physics of Fluids, 1972.
- [4] J. H. M. Fransson and P. Henrik Alfredsson. On the hydrodynamics stability of channel flow with cross flow. Physics of Fluids, 15(2), pp. 436-441, 2003.
- [5] R.C. Lock. The stability of the flow of an electrically conducting fluid between parallel planes under a transverse magnetic field. Proc. Roy. Soc. Lond, A 221, pp. 105- 125, 1955.
- [6] M. Takashima. The stability of the modified plane poiseuille flow in the presence of a transverse magnetic field. Fluid Dynamics Research, 1, pp. 293-310, 1996.
- [7] R.K. Jain. Stability of hydromagnetic flow between porous parallel plates under transverse magnetic field, Nat. Inst. Sci. India, Part A, 35: 37-43(Jan. 1969).
- [8] J. A. C. Weideman and S. C. Reddy. A matlab differentiation matrix suite. ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 26, no. 4, pp. 465-519. 2000.
- [9] H. B. Squire. On the stability of three-dimensional disturbances of viscous flow between parallel walls. Proc. R. Soc. Lond., 142, pp. 621-628., 1933.
- [10] S. A. Orszag, Accurate solution of the Orr-Sommerfeld stability equation, J. Fluid Mech., vol. 50, no. 4, pp. 689-703, 1971.
- [11] A. Hifdi, M. Ouazzani-Touhami, and J. Khalid-Naciri, Channel entrance flow and its linear stability, J. Stat. Mech.: Theor. Exp., vol. P06003 (stacks.iop.org/JSTAT/2004/P06003), 2004.
- [12] J. J. Dongarra, B. Straughan, and D. W. Walker, Chebyshev tau-QZ algorithm methods for calculating spectra of hydrodynamics stability problems, J. Appli. Math., vol. 22, no. 4, pp. 399-435, 1996.

**Thème 8:  
Rhéologie et fluides complexes**

# EFFET DE LA CONTRAINTE SEUIL SUR LE COMPORTEMENT HYDRODYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DE HERSCHEL-BULKLEY DANS UNE CONDUITE CYLINDRIQUE

N. LABSI, Y. K. BENKAHLA, A. BOUTRA

Laboratoire des Phénomènes de Transfert,  
Université des Sciences et de la Technologie Houari  
Boumediene  
BP 32 El Alia, Bab Ezzouar 16111, Alger, Algérie  
[nabilalabsi@yahoo.fr](mailto:nabilalabsi@yahoo.fr)

**Résumé :** La présente étude traite de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide viscoplastique incompressible obéissant au modèle rhéologique de Herschel-Bulkley. L'écoulement a lieu au sein d'une conduite à section droite circulaire maintenue à une température pariétale constante et uniforme, siège d'un transfert thermique en mode de convection forcée pure. L'effet du nombre de Herschel-Bulkley sur les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement est analysé. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Herschel-Bulkley entraîne la diminution de la vitesse centrale du fluide d'une part, et l'augmentation du coefficient de frottement d'autre part.

**Abstract:** the present study deals with the steady laminar flow of an incompressible Herschel-Bulkley fluid within a circular pipe maintained at uniform wall temperature. The results show that the increase of Herschel-Bulkley number leads to the decrease of the centerline velocity and the increase of the friction factor.

**Mots clés :** viscoplastic fluid, Herschel-Bulkley fluid, yield stress, finite volume method.

## 1. Introduction

Une grande gamme de fluides rencontrés dans les applications industrielles est à caractère viscoplastique. Parmi ces fluides, il existe ceux qui obéissent au modèle rhéologique de Herschel-Bulkley.

Plusieurs travaux ont été réalisés dans le but d'étudier les caractéristiques de l'écoulement des fluides viscoplastiques. Saramito et Roquet [1] ont étudié l'écoulement de Poiseuille d'un fluide viscoplastique obéissant au modèle rhéologique de Bingham dans une conduite à section droite carrée. L'utilisation de la méthode des éléments finis combinée à la méthode augmentée du Lagrangien leur a permis de distinguer la coexistence de zones mortes aux coins du conduit, et une zone de bouchon au niveau de son centre. Mitsoulis et al. [2] ont étudié l'évolution du coefficient de trainé lors de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide viscoplastique de Bingham dans une conduite placée entre deux plans mobiles. Ils ont utilisé la méthode des éléments finis et ont proposé une expression reliant le coefficient de trainé au nombre de Bingham. Ils

ont déduit que les résultats sont indépendants de la géométrie envisagée.

La présente étude concerne l'analyse numérique, par le biais de la méthode des volumes finis, de l'effet de la contrainte seuil d'un fluide obéissant au modèle rhéologique de Herschel-Bulkley sur les caractéristiques hydrodynamiques de son écoulement à l'intérieur d'une conduite cylindrique maintenue à température pariétale uniforme. Le fluide est incompressible et à propriétés physiques et rhéologiques constantes. Le transfert thermique s'effectue en mode de convection forcée pure.

## 2. Formulation mathématique

Considérons une conduite à section droite circulaire, de diamètre  $D$  et de longueur  $L$  maintenue à une température pariétale constante et uniforme. Cette conduite est traversée par un fluide viscoplastique incompressible obéissant au modèle rhéologique de Herschel-Bulkley dont la loi rhéologique reliant la contrainte de cisaillement  $\tau$  au taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  est :

$$\begin{cases} \tau = K \dot{\gamma}^n + \tau_0 & \tau \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (1)$$

Dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région à faible vitesse de cisaillement, plusieurs auteurs [2], [3] et [4] recommandent d'utiliser la loi constitutive proposée par Papanastasiou :

$$\eta_{\text{eff}} = \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{HB}{\dot{\gamma}} [1 - \exp(-M \dot{\gamma})] \quad (2)$$

$M$  étant un paramètre adimensionnel qui représente la croissance de l'exponentielle ( $M = mV_0/D$ ). Les chercheurs [2], [3] et [4] conseillent de prendre  $m = 1000$  s.

Les équations qui régissent le mouvement et le transfert thermique sont : l'équation de continuité, les équations de l'impulsion suivant  $R$  et  $X$  ainsi que l'équation de l'énergie. Elles sont données respectivement par :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} = & -\frac{\partial P^*}{\partial R} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \eta_{\text{eff}} R \frac{\partial V}{\partial R} \right) \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial X} \left( \eta_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \left. \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{V}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) - \eta_{\text{eff}} \frac{V}{R^2} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial U}{\partial R} + R \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{V}{R} \right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = & -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \eta_{\text{eff}} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial X} \left( \eta_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial U}{\partial X} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV\theta)}{\partial R} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} = \frac{1}{\text{Pe}} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right] \quad (6)$$

Des conditions aux limites sont associées aux équations adimensionnelles (3-6). Il s'agit de considérer un profil uniforme de vitesse et de température à l'entrée de la conduite ( $U = \theta = 1$  et  $V = 0$ ), d'appliquer les conditions d'adhérence et de température pariétale constante le long de la conduite ( $U = V = \theta = 0$ ) et enfin de considérer un écoulement établi à la sortie de celle-ci ( $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$ ).

La résolution numérique des équations générales de conservation (3-6) est effectuée par le biais de la méthode des volumes finis proposée par Patankar [5]. Ces équations adimensionnelles sont discrétisées et transformées en équations algébriques qui sont résolues en utilisant un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER et sur la méthode de résolution ligne par ligne et ce, en considérant un maillage non uniforme 250x50 suivant X et R respectivement.

### 3. Validation du code de calcul

Le code de calcul élaboré a été validé après confrontation des résultats qui en découlent avec ceux de la littérature. En effet, la figure 1, qui illustre la variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour le cas limite du fluide de Bingham ( $\tau_0 \neq 0$  et  $n = 1$ ), comparée à celle de Malin [6], montre une bonne concordance entre les deux résultats.

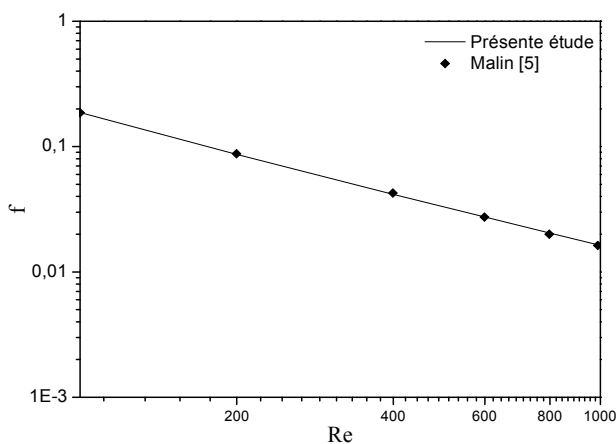


Fig. 1 : Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds.  $n = 1$  ;  $He = 100$ .

### 4. Résultats et discussion

Le nombre de Herschel-Bulkley est lié à la valeur de la contrainte seuil. Plus ce nombre est élevé, plus l'étendue du bouchon est grande.

Les figures 2-a, b et c représentent le profil développé de vitesse pour différentes valeurs du nombre de Herschel-Bulkley et pour les valeurs de l'indice d'écoulement égales à 0,5 ; 1 et 1,5, respectivement.

Nous remarquons que toutes les courbes, à l'exception de celles correspondant à  $HB = 0$  (fluides rhéofluidifiant, newtonien et rhéopaisissant pour respectivement  $n = 0,5$  ; 1 et 1,5), présentent deux régions distinctes, qui caractérisent les fluides viscoplastiques. En effet, la région près de la paroi, appelée région cisailée, est caractérisée par un profil de vitesse parabolique. En revanche, la région du centre est représentée par une vitesse uniforme ; elle est

appelée : région du bouchon. Dans cette région, le fluide se comporte comme un solide et s'écoule en bloc.

Il est à noter également que pour les trois valeurs de l'indice d'écoulement considérées, l'augmentation du nombre de Herschel-Bulkley entraîne la diminution de la vitesse centrale et par conséquent, l'élargissement de la zone non cisailée, c'est-à-dire le bouchon.

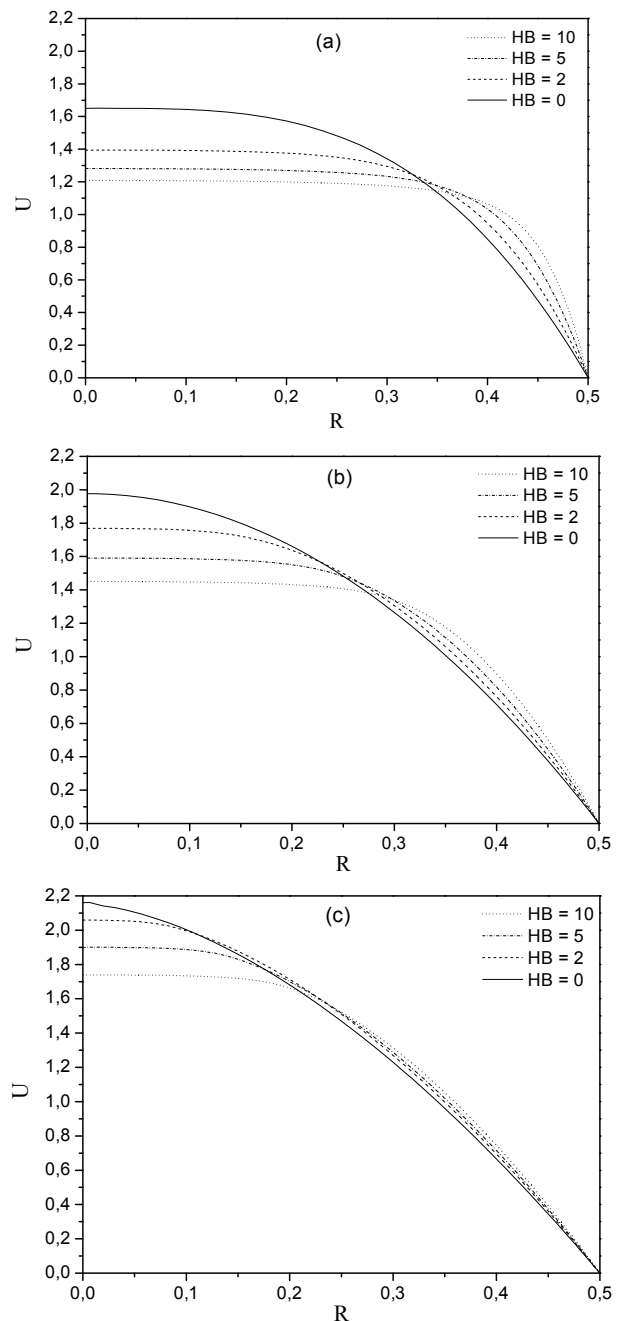
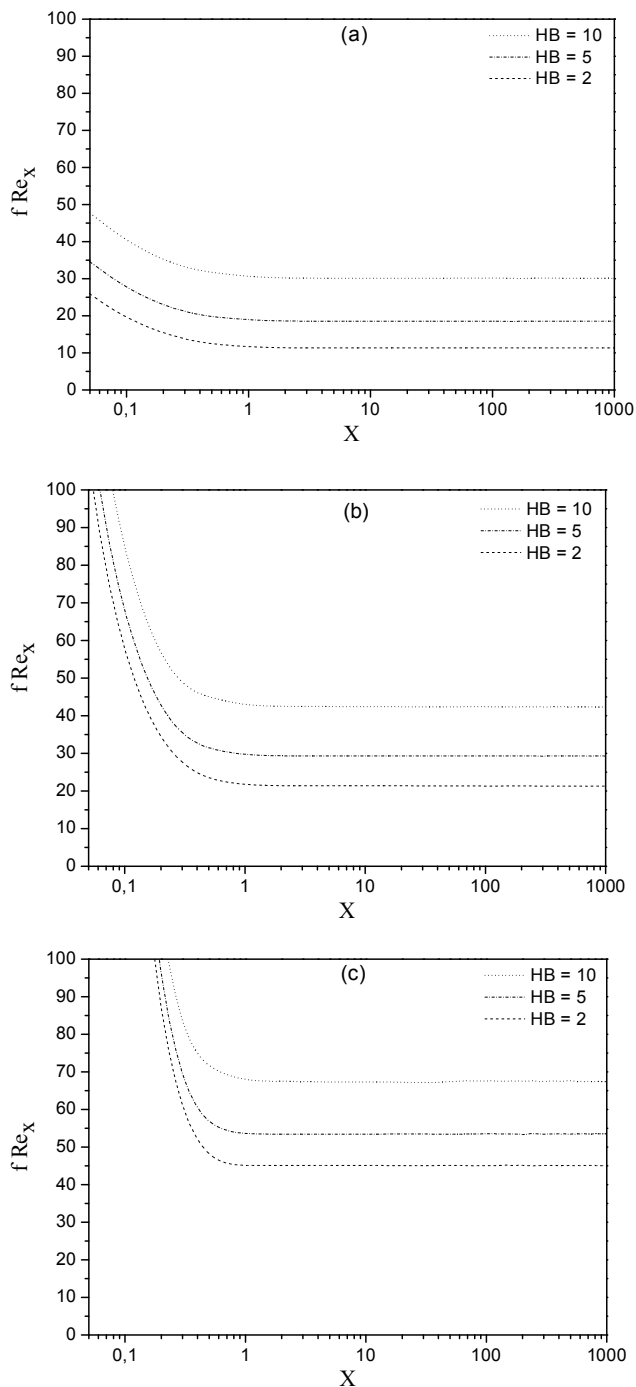


Fig. 2 : Profil de vitesse pour différentes valeurs de HB.  $Pe = 1000$ . (a)  $n = 0,5$  (b)  $n = 1$  (c)  $n = 1,5$

L'effet du nombre de Herschel-Bulkley sur le profil de vitesse se répercute sur l'évolution axiale du coefficient de frottement de Fanning. En effet, les figures 3-a, b et c illustrant cet effet pour  $n = 0,5$  ; 1 et 1,5, respectivement, montrent que l'augmentation du nombre de Herschel-Bulkley entraîne l'accroissement du coefficient de frottement étant donné que le gradient pariétal de vitesse (figure 2) augmente également. Il est intéressant de noter que les valeurs du coefficient de frottement de Fanning sont

beaucoup plus importantes pour les valeurs les plus grandes de l'indice d'écoulement. Ceci est dû au fait que les fluides rhéopaississants de Herschel-Bulkley ( $n > 1$ ) sont plus visqueux et par conséquent, les frottements sont plus importants.



**Fig. 3 :** Evolution axiale de  $fRe_x$  pour différentes valeurs de HB.  $Pe = 1000$ . (a)  $n = 0,5$  (b)  $n = 1$  (c)  $n = 1,5$

### 5. Conclusion

L'étude numérique entreprise a permis d'analyser l'effet de la variation du nombre de Herschel-Bulkley sur les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement d'un fluide viscoplastique obéissant au modèle rhéologique de Herschel-Bulkley.

L'augmentation du nombre de Herschel-Bulkley entraîne d'une part, la diminution de la vitesse centrale et par

conséquent, l'augmentation du gradient pariétal de vitesse et d'autre part, l'extension de l'étendu du bouchon. Quant au coefficient de frottement, les résultats montrent que ce dernier augmente avec l'augmentation du nombre de Herschel-Bulkley et de l'indice d'écoulement du fluide.

### Références

M. Soares, M.F. Naccache, P.R. Souza Mendes, Heat transfer to viscoplastic materials flowing laminarily in the entrance region of tubes, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 20 (1999), 60-67.  
 E. Mitsoulis, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects, *Chem. Eng. Sci.*, 59 (2004), 789-800.  
 C. Nouar, Thermal convection for a thermo-dependent yield stress fluid in an axisymmetric horizontal duct, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 48 (2005), 5520-5535.  
 T. Min, H.G. Choi, J.Y. Yoo, H. Choi, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3689-3701.  
 S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, (1980), McGraw. New York.  
 M.R. Malin, The turbulent flow of Bingham plastic fluids in smooth circular tubes. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 24-6 (1997), 793-804.

### Nomenclature

$C_p$	chaleur spécifique à pression constante, $J kg^{-1} K^{-1}$
$D$	diamètre de la conduite, m
$HB$	nombre de Herschel-Bulkley, $= \tau_0 D^n / \mu_0 V_0^n$
$He$	nombre de Hedstrom
$k$	conductivité thermique, $W m^{-2} K^{-1}$
$K$	consistance du fluide, $kg m^{-1} s^{-1}$
$L$	longueur de la conduite, m
$m$	paramètre de croissance exponentielle, s
$M$	paramètre réduit de croissance exponentielle
$n$	indice d'écoulement du fluide
$p^*$	pression, Pa
$P^*$	pression réduite, $= p^* / \rho V_0^2$
$Pe$	nombre de Prandtl, $= \rho C_p V_0 D / k$
$r$	coordonnée radiale, m
$R$	coordonnée radiale réduite, $= r/D$
$Re$	nombre de Reynolds, $= \rho V_0^{2-n} D^n / K$
$T$	température, K
$T_0$	température d'entrée, K
$T_w$	température à la paroi, K
$U$	vitesse axiale réduite, $= V_x / V_0$
$V$	vitesse radiale réduite, $= V_r / V_0$
$V_0$	vitesse d'entrée, $m s^{-1}$
$x$	coordonnée axiale, m
$X$	coordonnée axiale réduite, $= x/D$

### Symboles grecs

$\dot{\gamma}$	taux de cisaillement réduit
$\eta$	viscosité effective, $kg m^{-1} s^{-1}$
$\eta_{eff}$	viscosité effective réduite, $= \eta/K$
$\rho$	masse volumique, $kg m^{-3}$
$\tau$	contrainte de cisaillement, Pa
$\tau_0$	contrainte seuil de cisaillement, Pa
$\theta$	température réduite, $= (T - T_w) / (T_0 - T_w)$



# OPEN LOOP CHARACTERIZATION OF A MAGNETO-RHEOLOGICAL DAMPER

JOANES BERASATEGUI\*, M<sup>a</sup> JESUS ELEJABARRIETA, M. MOUNIR BOU-ALI

Mondragon Unibertsitatea, Mechanical and Industrial Manufacturing Department.  
Loramendi 4, 20500 Arrasate-Mondragon, Spain.  
[\\*jberasategui@mondragon.edu](mailto:*jberasategui@mondragon.edu)

## Abstract

Magneto-rheological (MR) dampers are used to optimize the attenuation of oscillatory movements. The MR damper behavior is determined by the rheological behavior of the MR damper under an external magnetic field. In this work, a MR fluid prototype has been characterized by an open loop testing method and its response has been related to the magneto-rheological behavior of MR fluids. Using the open loop characterization method, the unrestrained response of the MR damper has been obtained. Therefore the vibration attenuation capacity of the MR damper has been characterized for its implementation in an industrial application.

## Introduction:

Magneto-rheological fluids are suspensions composed by a carrier fluid and magnetic particles. When an external magnetic field is applied to the MR fluids, the magnetic particles form chain like structures in the direction of the magnetic field, and therefore, the rheological behaviour of the fluid is modified [1].

One of the many MR fluids applications are the MR dampers. In those, the oil of conventional hydraulic dampers is replaced by a MR fluid to optimize the attenuation of vibrations [2].

The characterization of dampers is usually performed imposing a sinusoidal movement on close control to obtain the damping force [3]. For MR dampers, the characterization is performed taking into account the magnetic field. In close loop testing, as the movement is imposed, the vibration attenuation capacity of the damper is not directly measured.

An alternative damper characterization testing method has been recently developed by Zubieta *et al.* [4]. In this method, the damper is fed by oscillatory excitation energy, but no cinematic conditions are imposed. As a result, the unrestrained response of the damper is obtained. This method has proved to be effective to characterize friction dampers [5].

In this work a MR damper prototype filled with the commercial MR fluid MRF 122-EG (Lord) has been characterized by the open loop characterization method. The MR damper response has been related to the MR fluid magneto-rheological behavior.

## System description and methodology

### a) MR fluid:

The MRF-122EG fluid from Lord has been used in this work. The main characteristic of the fluid are a low viscosity in the absence of a magnetic field,  $0.042 \pm 0.020$  Pa·s at 40°C, and a high solid content, 72% by weight.

### b) MR damper:

The MR damper prototype design has a bypass for fluid circulation and two rods (Fig.1). When a relative velocity is applied to the damper, a damping force appears due to a pressure difference on both side of the piston equation (1).



Fig.1: MR damper prototype.

$$F = \Delta P \cdot A_p \quad (1)$$

where  $\Delta P$  is the pressure difference on both side of the piston and  $A_p$  is apparent piston area [6]. In the bypass of the MR damper, a rectangular conduct is located in which the magnetic field is applied. Neodymium permanent magnets have been used to apply the magnetic field, and the magnetic field intensity has been controlled by the amount of the magnets, and the gap between them. The dimensions in the rest of the hydraulic circuit have been designed to reduce viscous losses and low friction hydraulic seals have been used. As a result, the MR damper behavior is due to MR fluid behavior in the rectangular conduct.

### c) Analytical flow solution

In the rectangular conduct a valve type flow is given. The shear stress,  $\tau$ , distribution through the gap of the rectangular conduct is determined by equation (2) [7].

$$\tau = \mu \cdot \left( y - \frac{H}{2} \right) \quad (2)$$

where  $\Delta p$  is the pressure loss per unit length,  $h$  is the gap height and  $y$  is the height position in the gap. In Fig.2 the shear stress distribution through the gap is shown according to equation (2). As the MR fluids show a yield stress when subjected to an external magnetic field [5], a minimum value of  $\Delta p$  is necessary to have a fluid flow.

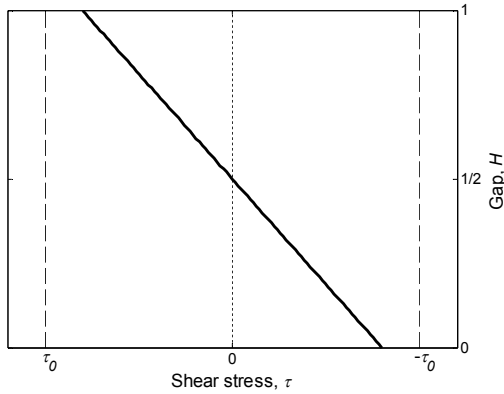


Fig.2: Shear stress distribution through the gap.

The maximum shear stress value is obtained at boundaries. Equating the maximum shear stress value to MR fluid yield stress, the minimal  $\Delta p$  value is obtained to have a flow, equation (3).

$$P_{min} = \frac{2 \cdot \tau_0}{H} \quad (3)$$

where  $\tau_0$  is the MR fluid yield stress value. Introducing equation (3) in equation (1), and knowing the conduct length  $L$ , the minimum value of damping force is obtained to obtain MR fluid flow equation (4).

$$F_{min} = P_{min} \cdot L \cdot A_f \quad (4)$$

#### d) Open loop characterization method

The MR damper characterization has been performed using an open loop testing method [4]. This method has been carried out with an electro-dynamic shaker fed by an electric signal. The damping force has been obtained by a piezoelectric uniaxial force transducer and the movement by an optical laser (Fig.3). By modifying the amplitude of the feeding signal, the amount excitation power is controlled. As the cinematic curves are not imposed, the outputs of the tests are both the cinematic curves and the damping force.

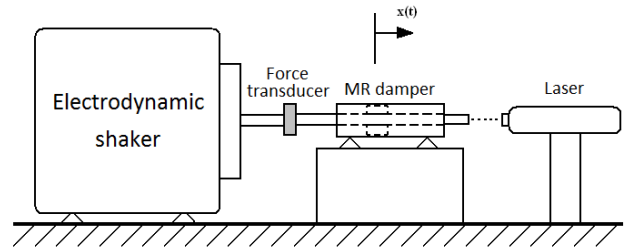


Fig.3: Open loop characterization method.

#### Results and discussion

The MR fluid has been characterized by a rotational rheometer MCR-501 (Anton Paar) equipped with the MRD 70/1T magneto-rheological cell and the parallel plate measurement system (PP20/MRD). Viscosimetry tests were carried out at different magnetic field intensity (Fig.4).

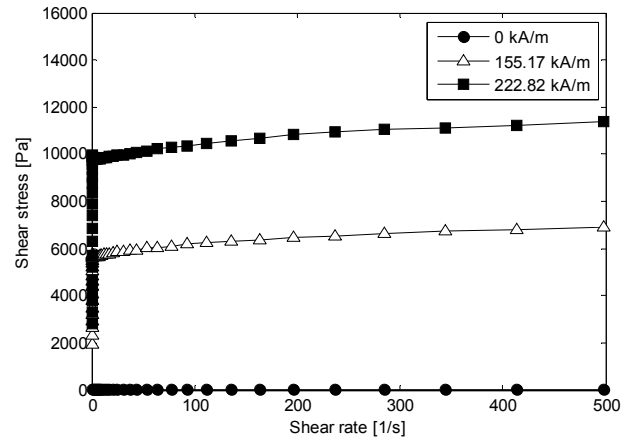


Fig.4: MR fluid viscosimetry tests.

The rheological behavior of MR fluids is determined by a yield stress and a post-yield pseudo-plastic behavior [8]. The yield stress values of the MR fluid have been obtained by fitting Herschel-Bulkley rheological model, equation (5), to experimental data [9].

$$\tau = \tau_0 + K \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^n \quad (5)$$

where  $\tau$  is the shear stress,  $\tau_0$  is the yield stress,  $n$  is the consistency,  $\frac{du}{dy}$  the shear rate and  $K$  the pseudo-plasticity index. The fitting of the rheological model has been satisfactory, with correlation coefficient above 0.98. In Fig.5 the yield stress values are shown according the magnetic field intensity.

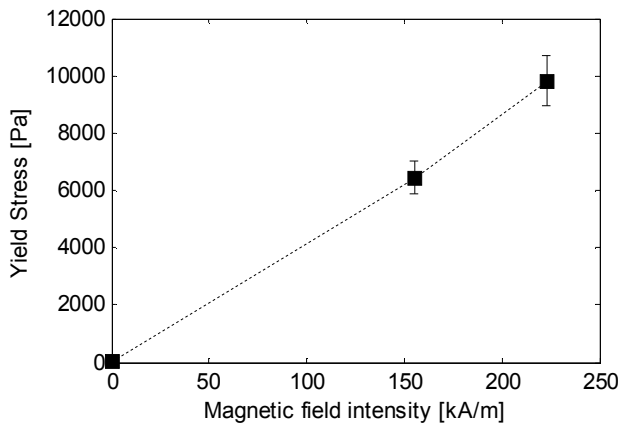


Fig.5: MR fluid yield stress.

In Fig.6, the MR damper force-displacement curves for different applied magnetic fields are shown in open loop at 1 Hz. For increasing magnetic fields, displacement amplitudes are considerably reduced, showing the vibration attenuation of the MR damper.

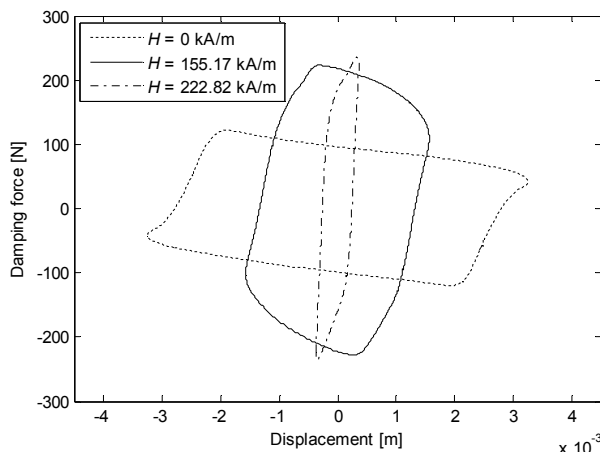


Fig.6: Open loop force-displacement curves.

In Fig.7, the movement amplitude is compared according to the applied magnetic field for two different electric signals. For  $V_0 = 0.8$  V, the movement is reduced with increasing magnetic fields, obtaining a minimum movement amplitude with 222 kA/m. When less energy is introduced at the system with a smaller electric signal ( $V_0 = 0.5$  V), less movement amplitudes are obtained. Furthermore, less magnetic field intensity is necessary to attenuate completely the vibrations.

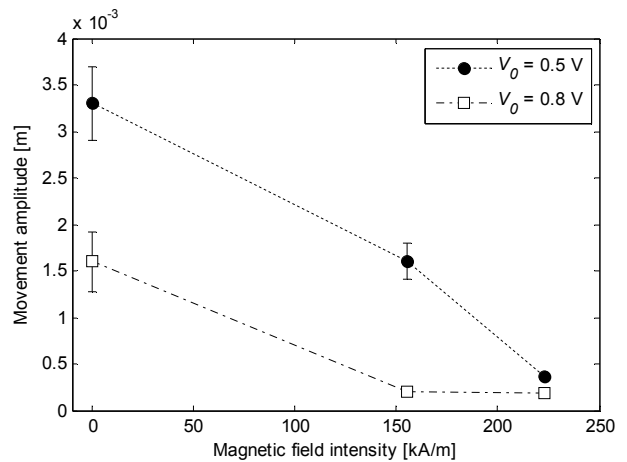


Fig.7: MR damper power dissipation on open loop.

### Discussion and conclusions

The unrestrained response of an MR damper has been obtained using an open loop characterization method. This way, the vibration attenuation capacity of a MR damper has been measured as the cinematic curves are not imposed. As a result, the open loop testing method has proven to be appropriate for obtaining MR damper response in an industrial application.

### Acknowledgements:

The present study has been partially supported by the BF109.44 PhD grant, Actimat project and Research Group program (IT557-10) from the Basque Government, and by the Magneto (INNFACTO-020000-2010-006) and Avisuint (DPI 2012-36366) from the Spanish Government.

### References:

- [1] J. Rabinow; *AIEE Trans*, **67** (1948), 1308-1315.
- [2] J. D. Carlson, M. J. Chrzan; *United States Patent* (1994) US277281.
- [3] R. A. Snyder, G. M. Kamath, N. M. Wereley; *AIAA J*, **39** (2001), 1240-1253.
- [4] M. Zubieta, M. J. Elejabarrieta, M.M. Bou-Ali; *Mech Mach Theory*, **44** (2009), 1560-1569.
- [5] J. Berasategui, M. Zubieta, M. J. Elejabarrieta, M.M. Bou-Ali; *10<sup>ème</sup> Cong. Mech*, **1** (2011), 444-446.
- [6] J. C. Dixon; *The shock absorber handbook* (1999), ISBN 0-7680-0050-5.
- [7] J. E. Linder, D. A. Dimcock, N. M. Wereley; *Proc Soc Photo Opt Instrum Eng*, **3985** (2000), 426-437.
- [8] S. Genç, P. P. Phule; *Smart Mater. Struct.*, **11** (2002), 140-146.
- [9] T. G. Mezger; *The rheology handbook* (2002), ISBN 3-87870-745-2.

# ETUDE EXPERIMENTALE DES PROPRIETES RHEOLOGIQUES DE FLUIDES COMPLEXES

S. YUCEFI<sup>1</sup>, A. YUCEFI<sup>2</sup>

(1) Département de Génie Mécanique USTO-MB (Algérie)  
 (2) Laboratoire d'Aéronautique et des Systèmes Propulsifs, Département de Génie Mécanique USTO-MB (Algérie)  
 Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf (Algérie)  
 S.youcefi@yahoo.fr, youcefi\_a@yahoo.fr

## Introduction

La rhéologie ne se réduit pas, comme on le croit trop souvent à l'étude ou à la mesure de la viscosité. Il s'agit d'un domaine d'étude beaucoup plus vaste, qui concerne l'ensemble des propriétés mécaniques des matériaux, et qui met en œuvre des expériences aussi diverses que des suivant pas la loi classique de Newton et l'importance des problèmes pratiques qu'ils engendrent sont à l'origine de l'intérêt sans cesse croissant porté à l'étude des fluides non newtoniens depuis quelques années. La rhéologie des fluides est donc une science universelle qui s'ouvre à l'industrie, l'agroalimentaire, les cosmétiques, la médecine, la pharmacie, etc... Elle étudie toute une gamme de comportements allant des tests d'écoulement, de fluage, de relaxation ou encore des expériences oscillatoires, également appelées dynamiques. Ce sont ces expériences oscillatoires qui fournissent en général les informations les plus riches et les plus précises sur le matériau étudié. L'élaboration et l'utilisation par l'industrie de fluides nouveaux ne comportent pas un comportement parfaitement élastique au comportement purement visqueux. Dans les comportements purement visqueux on sépare les fluides dont le comportement est newtonien des fluides dont le comportement est non newtonien.

## Techniques expérimentales

L'étude des propriétés rhéologiques et des caractéristiques viscoélastiques des fluides étudiés est effectuée au moyen d'un rhéomètre Carri-Med. Son fonctionnement est entièrement géré par micro-ordinateur, lui permet d'être utilisé de façon classique pour déterminer les rhéogrammes des fluides échantillons en écoulement cisailé permanent, ou encore de façon dynamique en écoulement oscillatoire. Piloté en contrainte, il permet de déterminer les seuils d'écoulement des fluides, et à partir d'écoulements transitoires, leurs propriétés de fluage.

Le rhéomètre utilisé est un rhéomètre à contrainte imposée Carri-Med CS 100 version 4.3 travaillant dans une gamme de couple allant de  $1\mu\text{N.m}$  à  $10^{-2}\text{N.m}$ , variant dans une plage de gradient de vitesse allant de  $10^{-5}\text{ s}^{-1}$  à  $5.10^3\text{ s}^{-1}$  (qui dépend du dispositif de mesure utilisé) et dans une gamme de viscosité de  $2,5 \cdot 10^{-2}\text{ mPa.s}$  à  $2,5 \cdot 10^9\text{ mPa.s}$  et pouvant fonctionner dans une gamme de vitesse angulaire de 0 à 50 radians par seconde. Le principe de mesure adopté est le dispositif cône-plan. Celui-ci se compose d'une plaque

plane horizontale, dite plateau et un cône renversé dont le sommet est mis au contact du plateau. L'angle entre la génératrice du cône et l'horizontale du plateau est très faible ( $1^\circ < \psi < 4^\circ$ ), l'échantillon fluide est disposé dans l'espace ménagé entre le cône et le plateau. La contrainte tangentielle qui dépend de la géométrie utilisée varie entre 0.008 et  $4.5 \cdot 10^3\text{ Pa}$ . Le volume d'échantillon nécessaire pour élaborer un rhéogramme est très faible de l'ordre de  $0.6\text{ cm}^3$  pour un cône de  $2^\circ$  et de 4 cm de diamètre.

Pour les angles de cône  $\psi$  très petits, on peut considérer que la contrainte  $\tau$  et la vitesse de cisaillement  $\gamma$  déterminés par le mouvement relatif des couches fluides, sont constantes dans la totalité de l'échantillon.

$$M = 2\pi\tau \int r^2 dr = 2/3\pi R^3 \tau \quad \text{d'où} \quad \tau = 3M/2\pi R^3$$

Si le cône a une vitesse constante  $N$ , la vitesse linéaire de rayon  $r$  est  $2\pi Nr$ , la hauteur de l'espace entre le cône et le plateau au rayon  $r$  est  $r \text{tg}\psi$ , la grandeur de la vitesse de cisaillement au rayon  $r$  est donc :  $\gamma = 2\pi N r / r \text{tg}\psi = 2\pi N / \text{tg}\psi$  si  $\psi$  est très petit  $\text{tg}\psi = \psi$  et  $\gamma = 2\pi N / \psi$

Le gradient de vitesse est indépendant du rayon. L'angle  $\psi$  est exprimé en radians. Ainsi on obtient le rhéogramme de l'échantillon

Parmi le large éventuel des comportements possibles pour des matériaux soumis à des sollicitations en cisaillement, le rhéomètre CS 100 permet d'étudier : les fluides visqueux newtoniens ou non newtoniens, les fluides viscoélastiques possédant simultanément, mais à des degrés différents, les propriétés visqueuses d'un fluide et les propriétés élastiques d'un solide.

La caractérisation rhéologique des fluides visqueux se fait en régime permanent et conduit à la détermination des courbes d'écoulement. La caractérisation des fluides viscoélastiques se fait au moyen : des essais de fluage en mode transitoire et des essais dynamiques en mode oscillatoire.

On impose au mobile un couple constant que l'on veut faire varier pas à pas ou progressivement en fonction du temps et l'on mesure la vitesse de rotation  $\omega$  correspondante. la transformation de ces grandeurs physiques à partir des équations de la mécanique des fluides et des conditions aux limites du problème conduit à la détermination des courbes d'écoulement donnant la variation du gradient de vitesse au sein du fluide en fonction de la contrainte de cisaillement à laquelle il est soumis.

## Résultats

Signalons tout d'abord que les fluides étudiés ont dans tous les cas accusé un comportement pseudoplastique ( $n < 1$ ).

Pour présenter analytiquement le comportement plastique de ces solutions, nous avons utilisé le modèle de Herschel-Bulkley défini, dans le cas d'un écoulement unidirectionnel par :  $\tau = \tau_0 + m (\gamma)^n$

Les paramètres  $\tau_0$ ,  $m$  et  $n$  de ce modèle sont donnés directement par le logiciel CS100 ou bien calculés à partir d'un tracé de ces résultats en coordonnées logarithmiques

Les premières constatations qualitatives qu'il est possible d'annoncer sont les suivantes :

À température constante, la consistance  $m$  croît avec la concentration

Pour une concentration donnée, cette même consistance décroît lorsque la température augmente, d'autre part l'indice de comportement fluide  $n$  croît avec la température pour une concentration constante, et à température donnée,  $n$  décroît lorsque la concentration augmente.

De ces constatations, nous pouvons déduire les conclusions suivantes :

La consistance  $m$  des fluides Ostwaldiens subit une influence très marquée en ce qui concerne les effets de température et son évolution semblable à celle de la viscosité dynamique du solvant

Nous avons conduit nos expériences entre 15° et 35° C, gamme de température qui correspond à nos conditions de travail. Les rhéogrammes présentés sur les figures 3 et 4 caractérisent le rôle joué par la température.

Les représentations des variations de la consistance  $m$  en fonction de la température (figure 3) conduisent aux constatations suivantes :

A concentration donnée,  $\log m$  est une fonction linéaire de l'inverse de la température absolue. Les droites représentatives de ces variations de  $m$  à diverses concentrations sont parallèles entre elles.

Sur la figure 4 nous avons reporté à titre d'exemple les évolutions de  $n$  en fonction de la température en coordonnées normales, pour trois types de solutions; par contre, c'est  $\log m$  et non pas  $m$  qui a été porté en fonction de l'inverse de la température. Pour chacune de ces deux représentations et à chaque concentration, les points expérimentaux sont correctement alignés, ceci est valable pour toute les solutions étudiées.

Le caractère non-newtonien, matérialisé par la valeur du coefficient  $n$ , diminue lorsque la concentration des solutions diminue ce qui paraît tout à fait logique; le même coefficient se rapproche de l'unité lorsque la température croît et ceci semble a priori beaucoup moins prévisible.

#### Discussion des résultats

La gamme des concentrations est de 0.1 % à 2% de solutions de polyacrylamide. Après dépouillement et détermination des indices de consistance et de comportement de fluide respectivement  $m$  et  $n$  (figures 1 et 2). Les comportements de solutions de polyacrylamide sont donc très sensibles à l'évolution de la variation de la concentration. A température donnée, l'indice de consistance  $m$  croît avec la concentration, tandis que l'indice de comportement fluide, s'écarte de l'unité en décroissant. Ces résultats paraissent tout à fait logiques, puisque lorsque la concentration du soluté augmente.

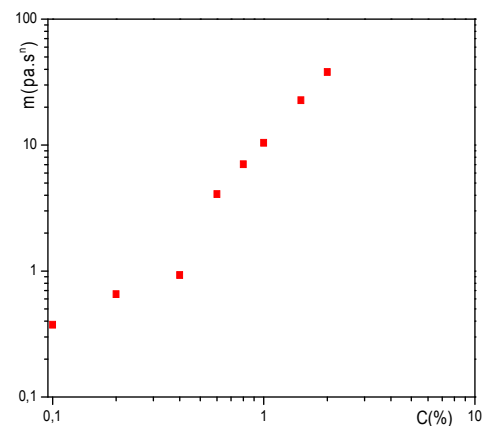


Figure 1: Evolution de l'indice de consistance en fonction de la concentration

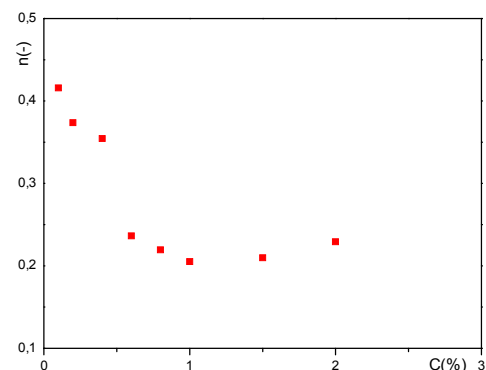


Figure 2: Influence de la concentration sur l'indice de comportement fluide



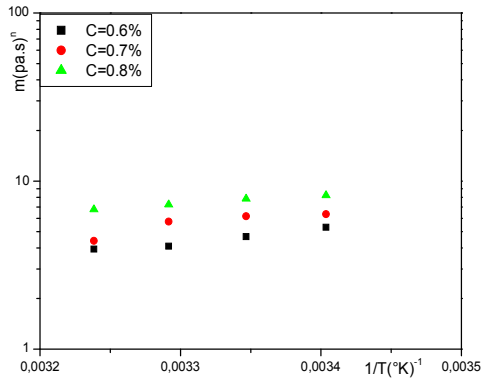


Figure 3: Influence de la température sur l'indice de consistance

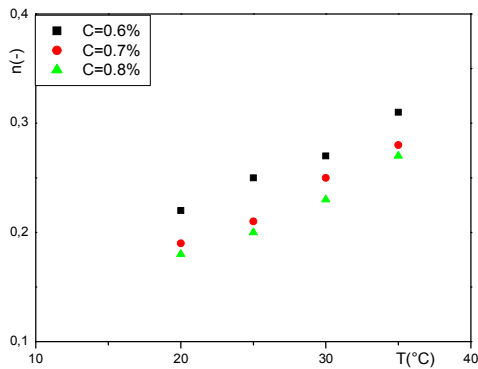


Figure 4 : Influence de la température sur l'indice de comportement fluide

### Conclusion

L'analyse rhéologique montre que les solutions de polyacrylamide suivent la loi de puissance avec une thixotropie plus ou moins prononcée suivant la concentration. Les résultats obtenus grâce à un rhéomètre rotatif plan-cône à contrainte imposée ont été représentés

par le modèle d'Ostwald dans une gamme de gradient de vitesse de  $10^{-2}$  à  $10^3$  s<sup>-1</sup>. Ces résultats montrent la dépendance des paramètres rhéologiques m et n de ce modèle en fonction de la concentration des solutions de polyacrylamide. L'analyse rhéologique montre que les solutions de polyacrylamide sont de type plastique à seuil avec une thixotropie plus ou moins prononcée suivant la concentration et présentant une élasticité. Les résultats obtenus grâce à un rhéomètre rotatif plan-cône à contrainte imposée ont été représentés par le modèle de Herschel-Bulkley dans une gamme de gradient de vitesse de  $10^{-2}$  à  $10^3$  s<sup>-1</sup>. Ces résultats montrent la dépendance des paramètres rhéologiques m, n et  $\tau_0$  de ce modèle en fonction de la concentration des solutions et de la température opératoire.

### Références

- Bellet D., Sengelin M. Caractéristiques rhéologiques de solutions non-newtoniennes : influence de la température et de la concentration C.R. Acad. Sc. Paris, 273, 126- 128 (1971)
- Bellet D., Sengelin M. Quelques expériences sur le comportement non-newtonien de liquides organiques, XIèmes journées de l'hydraulique, rapport 2, 1-8, Paris (1972)
- Ferry J.D. Viscoelastic properties of polymers, 3ème édition, John Wiley, New York (1980)
- Couaraze G., Grossier J.L. Initiation à la rhéologie, Tech. et Doc. Lavoisier (1983)
- Grossiord J.L. Méthodes de caractérisations rhéologiques : applications aux polymères, entropie, 159, 53-58 (1990)
- Barnes H.A., Hutton J.F., Walters K. An introduction of rheology, Rheology series, 3, New York (1989)

# BIOFILMS D'EAU POTABLE COHESION ADHERENCE ET RESISTANCE AUX CONTRAINTES ENVIRONNEMENTALES

SKALI-LAMI S., FRANCIUS G., BLOCK J.C.

Université de Lorraine, Nancy France

## INTRODUCTION :

Les dépôts organo-minéraux appelés "biofilms" associés à la paroi des réseaux d'eau potable, représentent une salissure de quelques dizaines de microgrammes de matière organique par cm<sup>2</sup> (Niquette et al., 2000) et de moins de 10<sup>7</sup> cellules bactériennes/cm<sup>2</sup> (Batté et al., 2003). Le transport des cellules bactériennes de l'eau vers les parois en régime dynamique est gouverné par la diffusion convective (Paris et al 2007 et 2009). Dans des situations statiques, le transport a lieu par diffusion les biofilms. Quelles que soient les conditions testées (eaux usées, de rivière, potables), les biofilms sont des structures dynamiques qui évoluent constamment. Leur épaisseur résulte d'un équilibre dynamique entre le dépôt par accumulation et l'arrachement par détachement de bactéries. Cette épaisseur évolue dans le temps selon plusieurs phases dont la dernière est dite de saturation (au cours de laquelle apport = détachement), elle dépend des conditions hydrodynamiques et de la concentrations en masse (Picioreanu et al., 2001). les biofilms se comportent comme des solides élastiques et viscoélastiques (Stoodley et al., 1999b). Par ailleurs les biofilms peuvent être formés d'espèces microbiennes comprenant des agents pathogènes tels que les protozoaires parasites (Giardia et Cryptosporidium), et les bactéries pathogènes (légionelles, Aeromonas, Pseudomonas, Helicobacter). Dans la plupart des conditions de fonctionnement des réseaux de distribution d'eau potable, une fraction de la biomasse formant le biofilm se trouve attachée de la paroi des conduits (Batté et al. 2003, Srinivasan et al. 2008). La présence de ces micro-organismes indésirables en resuspension provoque une détérioration de la qualité microbiologique de l'eau potable (LeChevallier 1999) et engendre une préoccupation opérationnelle. Par conséquent, les stratégies de contrôle du biofilm dans les systèmes de distributions d'eau potable sont nécessaires : la limitation en nutriments, l'ajout de désinfectant et dans certaines situations spécifiques le nettoyage hydrodynamique des conduits.

L'influence des conditions hydrodynamiques sur le détachement de biofilms d'eau potable a été peu explorée malgré son intérêt évident. Le détachement a lieu lorsque les forces de cisaillement hydrodynamique externes dépassent la force de cohésion interne de la matrice du biofilm ou par la diminution des forces de cohésion interne (vieillessement du biofilm, ou absence des éléments nutritifs).

Parmi les quelques études dans les processus de détachement du biofilm, il a été démontré une forte corrélation entre les coefficients élastiques (indicatif de cohésion biofilm) et les résistances à la traction (force de

déformation maximale) à laquelle le biofilm résiste détachement (Ohashi et al. 1999). Leurs observations ont montré qu'il est possible d'estimer la force de cisaillement externe requise pour arracher les biofilms si leurs forces de cohésion internes sont connues.

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour mesurer expérimentalement une force cohésive des biofilms : utilisation de la centrifugation et d'un dispositif de collision (Ohashi et Harada, 1996), du dispositif micro-cantilever (Poppele et Hozalski 2003) et de la microscopie à force atomique (AFM) (Abe et al. 2011, Ahimou et al. 2007). Les résultats peuvent être très différents en fonction de la technique utilisée et du biofilm testé.

En outre, il apparaît un écart important entre les forces de cohésion dans le biofilm et les contraintes de cisaillement hydrodynamique nécessaire pour arracher le biofilm. Cette lacune peut être comblée si l'on prend en compte la structure de la matrice exopolymérique des biofilms qui a un comportement viscoélastique (Flemming et Wingender 2010), ce qui n'a pas été quantifié pour les biofilms réels d'eau potable. Quoi qu'il en soit, ces données montrent que le nettoyage hydrodynamique des surfaces colonisées par biofilms d'eau potable peut être difficile et / ou limitée à certains agrégats.

Dans cette étude, nous développons un modèle (Abe et al. 2012) de viscoélasticité structurelle basé sur le degré d'enchevêtrement des exopolymères constituant la matrice des biofilm afin de d'établir un lien entre la cohésion du biofilm et les contraintes hydrodynamiques de cisaillement nécessaires pour décrocher des agrégats du biofilm. En utilisant une nouvelle approche développée pour décrire le profil de la force de cohésion en fonction de la contrainte de cisaillement mesuré par AFM, nous avons évalué la cohésion et les propriétés des biofilms d'eau potable.

La procédure expérimentale est basée sur des études antérieures (Abe et al. 2011, Ahimou et al. 2007). Cependant, la méthode de quantification mis en œuvre est différente, car ces auteurs ont utilisé la spectroscopie de force latérale alors que nous utilisons ici déviation verticale en raison de l'incertitude associée à la mesure ressort cantilever latérale constante. La méthode de décomposition (AFM) adoptée est basée sur une étude antérieure (Deupree et Schoenfish 2008), qui met en œuvre une nouvelle méthode pour quantifier la contrainte de cisaillement exercée par la pointe de l'AFM sur la base des valeurs de la flèche et de l'analyse hauteur de l'image.

Le but de notre étude est (i) de mieux comprendre la répartition des forces de cohésion au sein des agrégats formant des biofilms jeunes d'eau potable, (ii) d'évaluer l'effet de la contrainte de cisaillement hydraulique imposée au cours de la formation du biofilm et (iii) d'estimer l'ancrage ou le taux d'enchevêtrement et par conséquent la résistance hydrodynamique dans le cas d'un biofilm l'eau potable jeune.

## FORMULATION

La contrainte moyenne hydrodynamique sur la suspension des particules non-sphériques a été développé par Batchelor (Batchelor 1970, Batchelor 1971). Nous utilisons cette approche sur les agrégats de biofilm contenues dans un volume V (voir figure1), la contrainte hydrodynamique moyenne peut être exprimée par la somme d'un terme

visqueux et d'un terme élastique. On considère que le terme élastique  $\sigma_{ij}^b$  provient d'une surface  $A_1$  résultant d'un enchevêtrement des exopolymères, et que le terme visqueux  $\sigma_{ij}^f$  provient de la contrainte de cisaillement hydrodynamique exercée sur le reste de la surface  $A_0-A_1$ :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_1^n \left( \int_{A_0-A_1} \sigma_{ik}^f x_j n_k dA + \int_{A_1} \sigma_{ik}^b x_j n_k dA \right) \quad (1)$$

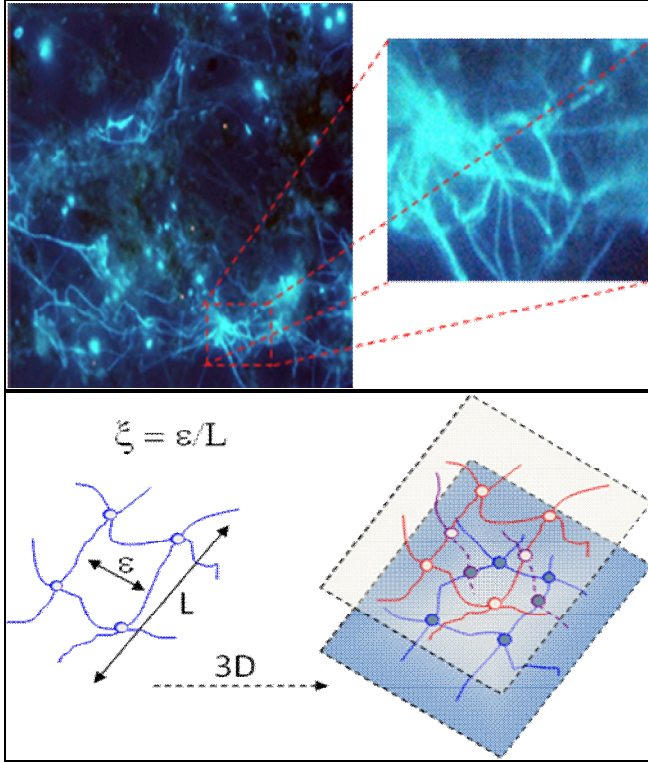


Figure 1 : Biofilm d'eau potable image du haut et enchevêtrement des exopolymères schémas en bas.

La solution de l'équation 1, pour une concentration  $C$  des agrégats, est de la forme :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^f C (1 - \xi) + \sigma_{ij}^b C \xi \quad (2)$$

Qui, en termes de taux de déformations  $\varepsilon$ , s'écrit :

$$\tau = \mu C (1 - \xi) \frac{d\varepsilon}{dt} + G C \xi \varepsilon \quad (3)$$

Cette relation traduit un comportement du type solide viscoélastique de Kelvin-Voigt, admettant comme fonction de fluage :

$$f(t) = \frac{1}{G \xi} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \right) \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{\mu (1 - \xi)}{G \xi} \quad (4)$$

Où  $\theta$  est le temps caractéristique viscoélastique.

Ce qui donne lieu à des comportements allant de celui d'un liquide à celui d'un solide élastique selon la valeur de  $\theta$  et par conséquent selon le degré d'enchevêtrement  $\xi$  comme le montre la figure 2.

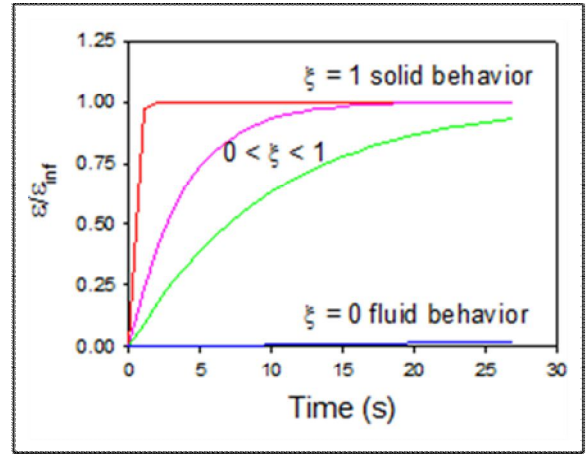


Figure 2 : Comportement d'un agrégat de Biofilm selon le degré d'enchevêtrement

A l'équilibre, on peut considérer que l'énergie élastique est du même ordre que l'énergie d'activation, ce qui amène à écrire l'équation suivante:

$$G \xi^3 V_{cluster} = k_B T \quad (5)$$

Par conséquent, le volume de cluster / agrégat peut être écrit sous la forme:

$$V_{cluster} = \frac{k_B T}{\xi^3 G} \quad (6)$$

Il faut rappeler que le taux d'enchevêtrement est sans dimension et peut être déduit des équations (3) et (6).

L'objectif de cette approche est d'évaluer la contrainte hydrodynamique pouvant détacher un agrégat de volume  $V_{cluster}$ . A partir de l'expression (3), la contrainte totale exercée sur l'agrégat devient égale à zéro lorsque la contrainte de cisaillement hydrodynamique devient du même ordre que la contrainte de cisaillement élastique lors du détachement (si détachement: la déformation est maximale est de l'ordre de 100%  $\varepsilon \approx 1$ ):

$$\mu \frac{d\varepsilon}{dt} C (1 - \xi) = \mu \gamma C (1 - \xi) = G C \xi \varepsilon_{max} \quad (7)$$

Ceci conduit à l'expression de la contrainte hydrodynamique :

$$\tau_{hyd} = \mu \gamma = \frac{G \xi}{1 - \xi} \quad (8)$$

Où  $\xi$  peut être déduit de (6):

$$\xi = \sqrt[3]{\frac{k_B T}{G V_{amas}}} \quad (9)$$

## RESULTATS ET DISCUSSION

L'équation (13) exprime l'évolution du détachement de la contrainte hydrodynamique  $\tau_{hyd}$  en fonction du volume du cluster via le taux d'enchevêtrement. Ce taux d'enchevêtrement  $\xi$  peut être considéré comme un facteur de cohésion de l'agrégat, car il est lié à son volume et à son élasticité. Dans l'équation (8), la contrainte hydrodynamique de détachement augmente fortement lorsque la valeur de cohésion est proche de 1.

Concernant les biofilms, la notion de mollesse des agrégats formant les biofilms peuvent être reliée directement au facteur de cohésion  $\xi$ . En utilisant l'équation (8) et la contrainte de cisaillement détachement mesurée par AFM

(module élastique critique  $G$ ), il est possible d'estimer la contrainte de cisaillement hydrodynamique nécessaire pour détacher des agrégats du biofilm. La figure 3 montre l'évolution de cette contrainte en fonction du volume de l'agrégat.

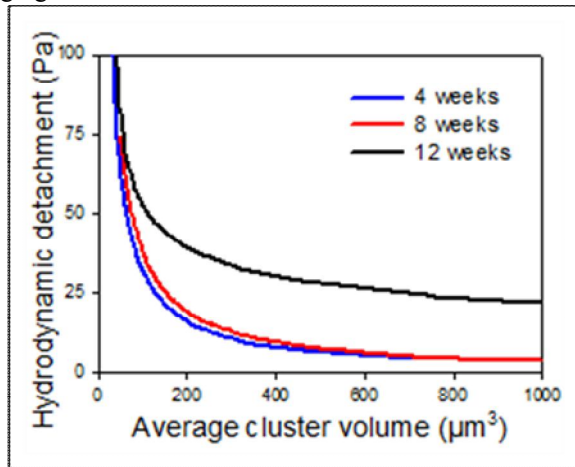


Figure 3 : Contrainte de détachement hydrodynamique en fonction du volume de l'agrégat à différents âges du biofilm.

On remarque sur cette figure qu'il y a un léger renforcement de la cohésion qui se produit entre 4 et 12 semaines. Cette tendance montre que, dans une période de plusieurs semaines, les effets du vieillissement n'influencent pas la cohésion du biofilm et la résistance hydrodynamique reste élevée (les facteurs dominants sont le volume des agrégats et le taux d'enchevêtrement). Ensuite, les résultats mettent en évidence qu'il est possible de détacher de grands agrégats avec des contraintes de cisaillement hydrodynamique couramment rencontrées dans réseaux d'eau potable. Dans une situation d'écoulement donné, on peut supposer que l'équilibre dynamique qui se produit dans la biomasse du biofilm fait évoluer les tailles des agrégats le long de la paroi jusqu'à atteindre une taille critique détachable par les contraintes hydrodynamiques. Pendant ce temps, la formation de nouveaux petits agrégats à la paroi est possible par les mécanismes de diffusion convective. Ce cycle détachement et la formation de nouveaux agrégats peuvent expliquer la constance concentration bactérienne dans le réseau de distribution d'eau.

## CONCLUSION

D'après les expériences effectuées avec un réacteur à disque rotatif sur le biofilm eau potable jeune, les principaux points concernent:

- (1) la mesure AFM qui met en évidence un comportement mécanique selon le profil de la force de cohésion.
- (2) les imageries AFM consécutives sous des contraintes de cisaillement appliquées croissantes qui montrent que l'élimination des agrégats du biofilm se fait couche par couche, ce qui correspond à une structure stratifiée.
- (3) La suppression des agrégats de plus de  $200 \mu\text{m}^3$  se produit généralement par une contrainte de cisaillement mécanique d'environ 100 kPa.
- (4) La contrainte de cisaillement de détachement est faiblement influencée par le vieillissement (4 à 12 semaines) et par les conditions de formation hydrodynamiques (0,120 à 0,230 Pa).
- (5) la mise en œuvre d'une approche théorique qui prend en considération le taux d'enchevêtrement  $\xi$ . Nous avons

constaté que les biofilms jeunes d'eau potable se comportent comme un solide viscoélastique avec un enchevêtrement d'environ  $6.10^{-4}$  à  $10^{-3}$ .

(6) Les valeurs de  $\xi$  déterminées à partir des expériences AFM permettent d'apporter une explication de l'écart en termes de détachement entre les expériences mécaniques et hydrodynamiques. La combinaison de mesures mécaniques et des valeurs  $\xi$  permettent de prédire le détachement hydrodynamique dans le même ordre de grandeur que les valeurs rapportées dans la littérature.

## RÉFÉRENCES

- Abe, Y., Polyakov, P., Skali-Lami, S. and Francius, G. (2011) Investigation of elasticity and physico-chemical properties during drinking water biofilm formation. *Biofouling*, vol. 27, (7), pp. 739-750.
- Abe, Y., Skali-Lami, S., Block, J.C, Francius, G. (2012), Cohesiveness and hydrodynamic properties of young drinking water biofilms, . Water Res. 46(4), 1155-1166.
- Ahimou, F., Semmens, M.J., Novak, P.J. and Haugstad, G. (2007) Biofilm cohesiveness measurement using a novel atomic force microscopy methodology. *Appl. Environ. Microbiol.* 73(9), 2897-2904.
- Batchelor, G.K. (1970) Slender-Body theory for particles of arbitrary cross-section in Stokes flow *J. Fluid Mech.* 44, 419.
- Batchelor, G.K. (1971) The stress generated in non-dilute of elongated particles by pure straining motion. *J. Fluid Mech.* 46, 813.
- Batté, M., Appenzeller, B.M.R., Grandjean, D., Fass, S., Gauthier, V., Jorand, F., Mathieu, L., Boualam, M., Saby, S. and Block, J.C. (2003) Biofilms in drinking water distribution systems. *Reviews in Environmental Science and Biotechnology* 2, 147-168.
- Deupree, S.M. and Schoenfish, M.H. (2008) Quantitative method for determining the lateral strength of bacterial adhesion and application for characterizing adhesion kinetics. *Langmuir* 24, 4700-4707.
- LeChevallier, M.W. (1999) Biofilms in the Aquatic Environment. Keevil, C.W., Godfree, A., Holt, D. and Dow, C. (eds), pp. 220-230, Royal Soc Chemistry, Cambridge.
- Ohashi, A. and Harada, H. (1996) A novel concept for evaluation of biofilm adhesion strength by applying tensile force and shear force. *Water Sci. Technol.* 34, 201-211.
- Ohashi, A., Koyama, T., Syutsubo, K. and Harada, H. (1999) A novel method for evaluation of biofilm tensile strength resisting erosion. *Water Sci. Technol.* 39(7), 261-268.
- Paris, T., Skali-Lami, S. and Block, J.C. (2007) Effect of wall shear rate on biofilm deposition and grazing in drinking water flow chambers. *Biotechnol. Bioeng.* 97(6), 1550-1561.
- Paris, T., Skali-Lami, S., Block, J.C., (2009), Probing young drinking water biofilms with hard and soft particles, . Water Res. 43(1), 117-126.
- Poppele, E.H. and Hozalski, R.M. (2003) Micro-cantilever method for measuring the tensile strength of biofilms and microbial flocs. *J. Microbiol. Methods* 55, 607-615.
- Srinivasan, S., Harrington, G.W., Xagorarakis, I. and Goel, R. (2008) Factors affecting bulk to total bacteria ratio in drinking water distribution systems. *Water Res.* 42(13), 3393-3404.
- Stoodley, P., Lewandowski, Z., Boyle, J.D. and Lappin-Scott, H.M. (1999b) Structural deformation of bacterial biofilms caused by short-term fluctuations in fluid shear: An in situ investigation of biofilm rheology. *Biotechnol. Bioeng.* 65(1), 83-92.

# DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL POUR L'ÉTUDE DES ONDES À LA SURFACE DE FILMS NON-NEWTONIENS S'ÉCOULANT SUR UN PLAN INCLINÉ.

M. H. ALLOUCHE, V. BOTTON, H. BENHADID, B. GUZEL, S. MILLET, D. HENRY

LMFA UMR 5509, CNRS, Université de Lyon, Ecole Centrale de Lyon, Université Lyon 1, INSA de Lyon, INSA de Lyon, Bât Joseph Jacquard – 20 Av Albert Einstein – 69621 Villeurbanne

## Introduction

Les problèmes de stabilité d'écoulements de films liquides par gravité se rencontrent dans certains procédés tels que l'enduction (*coating* en anglais) ou le couchage en général, la problématique est alors d'éviter ou de retarder l'apparition d'instabilités qui constituent à la fois une source de défauts dans le produit fini et une limitation de la productivité. Cette configuration d'écoulement n'en garde pas moins un intérêt environnemental (écoulements de glaciers, écoulements de boues ou débris, de lave, ...); la problématique est alors de prévoir les longueurs d'onde et taux d'amplifications observés dans la nature, ainsi que de comprendre les phénomènes physiques sous-jacents. En particulier lors d'évènements de type « laves torrentielles » (coulées de boue sur des terrains très pentus), les observations de terrain montrent que l'écoulement est souvent constitué de « paquets de boues » assez régulièrement espacés, plutôt que d'un écoulement continu. L'origine de cette organisation de l'écoulement en paquets se trouve peut-être dans une instabilité de type « instabilité de film » et de son développement non linéaire; prédire les longueurs d'ondes issues d'un tel processus permettrait de valider ou d'invalider cette hypothèse.

Que ce soit dans l'industrie ou dans l'environnement, les fluides sont souvent de nature complexe, aussi nous choisirons de les modéliser comme des fluides non newtoniens plutôt rhéofluidifiants bien qu'ils présentent parfois un seuil de mise en mouvement.

Après un bref résumé des acquis de la bibliographie, nous rappellerons ci-dessous quelques résultats emblématiques de l'aspect théorique et numérique développé par notre équipe puis nous présenterons l'approche expérimentale mise en œuvre.

## Etude bibliographique

Notre travail de recherche s'inscrit dans la continuité des études théoriques et numériques menées par Rousset *et al.* [1], Millet *et al.* [4] qui s'étaient intéressées à la stabilité linéaire temporelle de films de fluides, d'une ou plusieurs couches faiblement rhéofluidifiants, modélisés par la loi de Carreau dans la limite des grandes longueurs d'onde. Il s'agit là d'une première étape dans la perspective d'étudier ensuite le cas de fluides à seuil.

On s'intéresse à la stabilité de l'écoulement uniforme, en particulier pour des ondes planes de longueur bien plus

grande que la profondeur de l'écoulement. Yih [5] a en effet montré que ce sont les ondes longues qui présentent le seuil de stabilité le plus bas.

Dans le cas newtonien, les principales études sur la stabilité linéaire de ce type d'onde sont dues à Yih [5], Benjamin [6] et Kelly *et al.* [7]. Smith [8] et Liu *et al.* [2] étendirent ces travaux par leurs études respectivement phénoménologique et expérimentale. L'inertie joue un rôle prépondérant dans l'instabilité des ondes de surfaces si bien qu'elle se déclenche pour un nombre de Reynolds non nul; en particulier pour le cas des ondes longues (Rousset *et al.* [1]) ce nombre de Reynolds critique est proportionnel à la cotangente de l'inclinaison,  $\beta$ :

$$Re_c = \kappa \cotan \beta,$$

où la constante  $\kappa$  prend des valeurs différentes suivant les grandeurs caractéristiques choisies pour construire le nombre de Reynolds. Une autre caractéristique importante de ces ondes longues est que leur célérité en newtonien vaut deux fois la vitesse de l'écoulement au niveau de la surface libre lorsqu'elles sont marginalement stables (Smith [8]). Plusieurs approches théoriques différentes ont été utilisées pour cerner ce problème, toutes dans le cadre de la stabilité linéaire.

La première approche consiste à scénariser la formation des ondes longues par un enchaînement de phénomènes élémentaires simples; proposée initialement par Smith (1990) dans le cas newtonien avec fond imperméable, cette approche permet de montrer explicitement les équilibres nécessaires à l'obtention d'une onde marginalement stable (c'est-à-dire ni amplifiée, ni amortie). Elle permet aussi de faire le calcul du nombre de Reynolds critique, de la célérité, du taux d'amplification, *etc.* Nous avons utilisé cette approche pour mettre en valeur l'importance des fluctuations de viscosité dans la modification de la loi donnant le nombre de Reynolds critique pour un fluide rhéofluidifiant (Rousset *et al.* [1]). Cette approche présente l'intérêt de mener à des résultats intéressants sans présupposer une forme de loi constitutive pour le fluide – il suffit que celui-ci soit purement visqueux.

Notre seconde approche repose sur un développement analytique doublement asymptotique (Rousset *et al.* [1]) dans lequel on considère des ondes longues dans la limite d'un comportement faiblement rhéofluidifiant.

Enfin, une approche pleinement numérique a été menée, toujours en considérant un fluide de Carreau, mais en ne se limitant ni aux grandes longueurs d'ondes ni au cas faiblement rhéofluidifiant.

## Aspect expérimental

Deux paramètres jouent un rôle essentiel dans les conditions de l'amplification ou non des instabilités: il s'agit de l'angle d'inclinaison et du nombre de Reynolds. Il apparaît en effet intuitif que plus la pente sera raide et plus l'écoulement sera rapide, plus les chances qu'auront les instabilités de se former et/ou de s'amplifier dans l'espace seront grandes. Nous adopterons les acquis de la stabilité linéaire: nous nous intéresserons donc à ce qui se passe autour du seuil critique et nous ne nous préoccuperons que des perturbations d'amplitude infinitésimale.

Les travaux en fluide newtonien réalisés par Liu *et al.* [2] confirment l'hypothèse selon laquelle les instabilités se



manifestant au niveau de la surface libre sont de nature convective, ce qui explique le caractère spatial de notre problème de stabilité.

### Présentation du dispositif expérimental

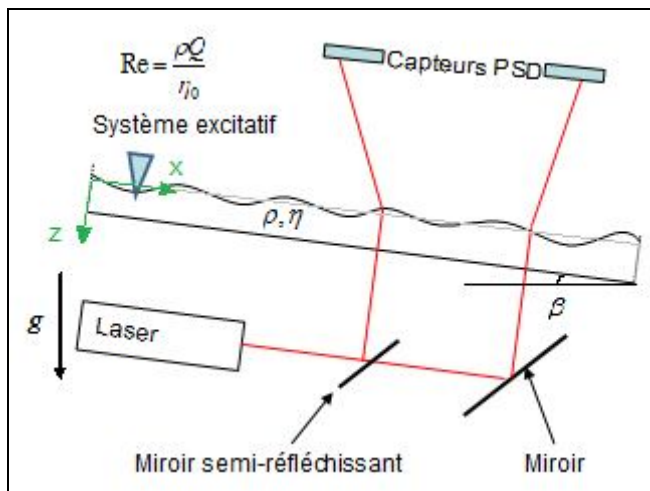


Figure 1 Schéma du dispositif expérimental

L'écoulement s'effectue le long d'une plaque de verre large d'environ 50cm ; l'angle d'inclinaison est réglable par l'intermédiaire d'un pied télescopique motorisé. Le fluide est acheminé du réservoir vers le système d'injection grâce à une pompe volumétrique à rotor hélicoïdal, et nous disposons d'un débitmètre électromagnétique pour les mesures de débit (nous restons dans une gamme comprise entre 50 et 200ml/s).

La démarche employée est analogue à celle présentée dans les travaux de Liu *et al.* [2], ainsi que, plus récemment Forterre et Pouliquen [9]. Les ondes de surface sont créées en amont de l'écoulement par un pot vibrant piloté en fréquence et amplitude. Le dispositif d'excitation est piloté par *Labview-National Instruments*, ce qui permet, typiquement de parcourir une gamme de fréquence bien définie. Nous disposons de deux techniques expérimentales complémentaires :

La première permet des mesures en deux points de la pente  $dh/dx$  de la surface libre  $h(x,y,t)$  au niveau de l'axe central de l'écoulement grâce à un jeu de miroirs et un laser. Les oscillations du faisceau laser défléchi par l'interface liquide/air sont recueillies par deux capteurs de position (Fig 1).

Pour ce qui est du traitement du signal temporel obtenu, nous utilisons une méthode de démodulation synchrone qui présente l'avantage de s'affranchir rigoureusement du bruit et des composantes fréquentielles indésirables, et ce à travers un traitement relativement simple. Il est tout aussi possible de recourir à des méthodes plus classiques d'analyse spectrale. Nous mesurons donc en particulier le taux d'amplification des ondes comme étant le rapport des amplitudes mesurées aux deux points considérés.

La seconde méthode (dite FS-SS) permet de déterminer de façon plus globale les propriétés ondulatoires de l'écoulement (atténuation spatiale, longueur d'onde, bidimensionnalité ou variations transverses). On s'appuie pour cela sur la technique proposée par Moisy *et al.* [3] (Fig 2). Elle donne accès à davantage d'informations contenues

au sein des deux composantes  $dh/dx$  et  $dh/dy$  de la pente de la surface libre. Une comparaison des mesures obtenues par les deux techniques sur l'axe central montre une bonne cohérence entre ces deux méthodes complémentaires.

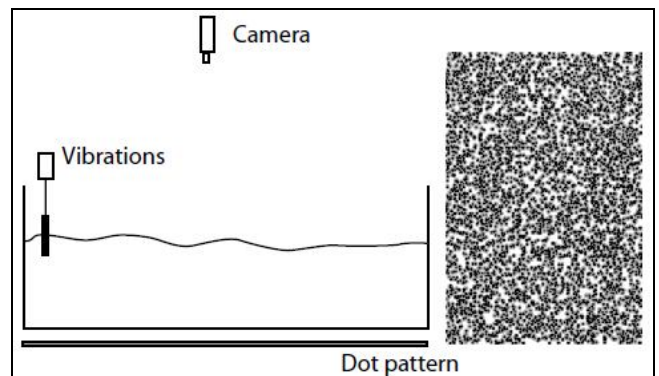


Figure 2 Schéma du montage expérimental de la méthode FS-SS (à gauche) et exemple de motif aléatoire (à droite). Densité des tâches : 50% et diamètre : 1mm (Issu du 18<sup>ème</sup> congrès français de mécanique – Rabaud *et al.* – Août 2007

### Choix du fluide

Le fluide doit être rhéofluidifiant, c'est-à-dire que sa viscosité doit décroître en fonction du taux de cisaillement, tout en restant purement visqueux, c'est-à-dire qu'il ne doit pas présenter d'effet élastique (*i.e.* le cisaillement ne doit pas engendrer de contrainte normale). On désire avoir une possibilité de « réglage » des propriétés rhéologiques de ce fluide qui font partie des paramètres de l'étude. La mise en œuvre doit rester la plus aisée, la plus simple et la plus stable possible. L'idéal est que ce fluide soit transparent, même si ce n'est pas obligatoire.

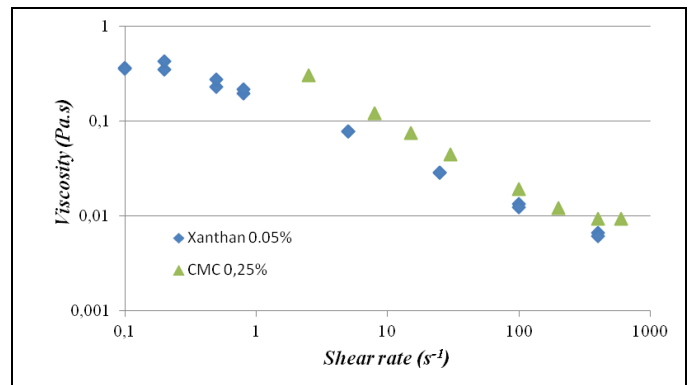


Figure 3 Courbes de viscosité des fluides utilisés actuellement dans notre dispositif : une solution aqueuse de Xanthane et une solution aqueuse de CarboxyMethylCellulose. Ces résultats ont été obtenus par un rhéomètre rotatif de Couette.

Quatre fluides- candidats ont été testés : le CMC (carboxymethylcellulose), utilisé en agro-alimentaire, soluble dans l'eau (chimie simple), comportement purement visqueux à faible concentration, qui présente toutefois un comportement thixotropique ; c'est le fluide que nous utiliserons principalement.

Le PEO (polyéthylène oxyde) : solution aqueuse possible, bien documenté car fréquemment utilisé pour des

expériences de dynamique des fluides (ex : écoulement autour d'un cylindre, etc.).

La gomme de Xanthane fait aussi l'objet d'essais ; elle présente l'inconvénient d'être peu stable dans l'eau (putréfaction en quelques jours) mais offre des possibilités intéressantes en termes de loi de comportement rhéofluidifiant.

Le Carbopole, qui est un fluide à seuil transparent utilisé par l'industrie cosmétique ; il entre notamment dans la composition des gels pour cheveux.

Les premières expériences se feront avec des liquides visqueux de comportement newtonien, de manière à retrouver certains résultats de la littérature : on utilisera dans ces cas un mélange eau/glycérol et/ou du sirop de glucose stabilisé.

### Validation en fluide newtonien

A angle et nombre de Reynolds fixés, la fréquence de coupure est la fréquence pour laquelle le taux d'amplification spatial est égal à l'unité, valeur pour laquelle on assiste à une bifurcation dans la stabilité de l'écoulement. En répétant la même démarche pour plusieurs valeurs du nombre de Reynolds et à inclinaison toujours fixée, nous obtenons un nuage de points qui, dans la limite des grandes longueurs d'ondes et en fluide newtonien font que la fréquence de coupure évolue comme une fonction du nombre de Reynolds :

$$f_c = a(\text{Re} - \text{Re}_c)^{\frac{1}{2}}$$

Cependant, il est difficile d'obtenir des mesures fiables à fréquence quasi-nulle car les instabilités apparaissent et se développent à ce niveau. C'est la raison pour laquelle nous ajustons cet ensemble de points dans le sens des moindres carrés de façon à ce qu'ils décrivent la fonction ci-dessus puis nous relevons le nombre de Reynolds qui correspond à son extrapolation pour des longueurs d'onde infinies c'est-à-dire pour des fréquences nulles (Fig 4). Il s'agit du nombre de Reynolds critique relatif à la valeur de l'angle d'inclinaison considéré.

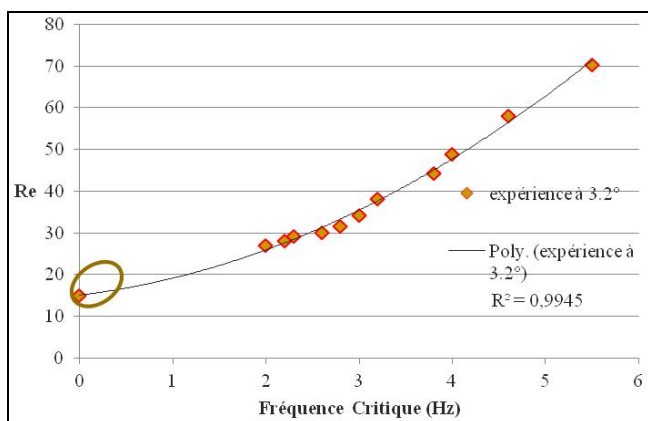


Figure 4 Détermination du nombre de Reynolds critique en newtonien (solution aqueuse de glycérine à 3.2° d'inclinaison)

Pour plusieurs valeurs de l'angle d'inclinaison, nous finissons par obtenir la courbe de stabilité donnant le nombre de Reynolds critique en fonction de l'angle (Fig 5). Il est préférable d'utiliser des solutions de glycérine assez fortement concentrées, donc plus visqueuses, pour les

mesures à grande inclinaison de façon à retarder le seuil d'instabilité.

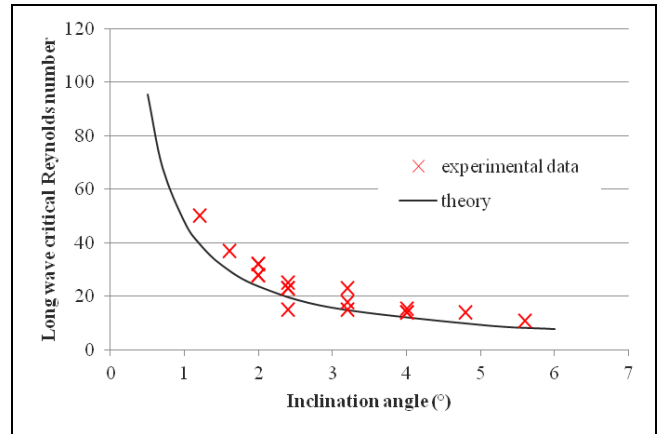


Figure 5 Courbe de stabilité marginale en newtonien. Les résultats expérimentaux ont été obtenus pour des solutions aqueuses de glycérine de concentration différente suivant l'angle d'inclinaison considéré

### Conclusion

Nous avons présenté ci-dessus la démarche de notre équipe concernant l'étude des instabilités à la surface de films non-newtoniens s'écoulant sur un plan incliné. Nous nous intéressons dans un premier temps au cas des fluides rhéofluidifiants. Notre approche théorique prédit que le nombre de Reynolds critique correspondant au seuil de stabilité pour les ondes longues doit être plus faible que dans le cas des fluides newtoniens. De même le rapport de la célérité des ondes sur la vitesse à la surface libre doit être plus fort que pour des fluides newtoniens. Notre objectif est de vérifier expérimentalement ces résultats. Notre dispositif expérimental est comparable à celui de Liu *et al.* [2]. Les premiers résultats sont obtenus avec une solution eau/glycérine, qui est un fluide newtonien. Ces résultats sont cohérents avec le comportement théorique attendu.

### Références

- [1] F. Rousset, S. Millet, V. Botton, and H. BenHadid, "Temporal stability of Carreau fluid flow down an incline", *J. Fluids Eng.* 129, 913 (2007).
- [2] J. Liu, J.D. Paul, J.P. Gollub "Measurements of the primary instabilities of film flows", *J. Fluid Mech.* 250:69-101 (1993).
- [3] F. Moisy, M. Rabaud, K. Salsac, "A synthetic Schlieren method for the measurement of the topography of a liquid interface", *Exp. Fluids*, 46:1021-1036, 2009
- [4] S. Millet, V. Botton, F. Rousset, H. BenHadid, "Wave celerity on a shear-thinning fluid film flowing down an incline.", *Phys. Fluids*, 20, 031701 (2008).
- [5] C.-S. Yih, "Stability of Liquid Flow down an Inclined Plane.", *Phys. Fluids* 6(3), 321-334 (1963),
- [6] T. B. Benjamin, "Wave formation in laminar flow down an inclined plane.", *J. Fluid Mech.* 2, 554-573 (1957),
- [7] R. E. Kelly, D. A. Goussis, S. P. Lin, and Hsu F. K. "The mechanism for surface wave instability in film flow down an inclined plane.", *Phys. Fluids A* 1(5), 819-828 (1989)
- [8] M. K. Smith, "The mechanism for the long-wave instability in thin liquid films.", *J. Fluid Mech.* 217, 469-485 (1990).
- [9] Y. Forterre, O. Pouliquen, "Long-surface-wave instability in dense granular flows", *J. Fluid Mech.* 486, 21-50 (2003)

# ETUDE EXPÉRIMENTALE DE L'INFLUENCE DES PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES SUR LA PERTE PAR FROTTEMENT DU DISQUE DE ROUE D'UNE POMPE CENTRIFUGE

ALI NEMDILI

Département d'Hydraulique Faculté d'Architecture et de Génie Civil Université des Sciences et de la Technologie – Mohamed Boudiaf – d'Oran, B.P. 1505, El-M'Naouer, Oran 31000, Algérie  
e-mail : [alnemdili@yahoo.com](mailto:alnemdili@yahoo.com)

**Résumé :** Etant donné qu'il est peu connu du rapport entre la grandeur des pertes par frottement de disques et leur géométrie, des disques cylindriques sont examinés dans une volute réelle de pompe centrifuge, en faisant varier leur largeur, la largeur de la volute et la vitesse de rotation. Les résultats obtenus montrent que quand le jeu axial du disque augmente, le coefficient de frottement diminue en fonction du nombre de Reynolds. De plus, une très bonne concordance avec les résultats obtenus par une formulation plus récente a été obtenue, d'où une nouvelle formulation de calcul du coefficient de frottement du disque est proposée.

**Abstract :** Since it is little known about the relationship between the size of disc friction losses and their geometry, cylindrical discs are examined in a real volute of a centrifugal pump, by varying their width, the width of the volute and the rotational speed. Obtained results show that when the axial clearance of the disc increases, the disc friction coefficient decreases according to Reynolds number. Furthermore, very good agreement with obtained results using a recent formulation is obtained, from where a new formula for the evaluation of the disc friction coefficient is proposed.

**Mots-Clés :** Pompe centrifuge, Roue, Disque, Géométrie, Perte, Frottement.

## 1. INTRODUCTION

Les méthodes analytiques de recherches sur les pertes individuelles dans les pompes centrifuges ne sont pas totalement disponibles ceci en raison de la complexité de l'écoulement du fluide dans la roue et dans le diffuseur et leurs effets d'échange et les difficultés quant aux investigations expérimentales. En plus, le nombre élevé d'équations de pertes proposées par différents auteurs sont difficiles à utiliser. La raison est l'information insuffisante concernant les coefficients de pertes choisis, qui découlent des recherches expérimentales. Malgré qu'on trouve dans la littérature un nombre élevé d'équations empiriques pour la prédiction des pertes de puissance par frottement de flasques de roues de turbomachines ; il n'existe pas de modèle physique précis qui permettrait de prédire ces pertes de puissance des flasques de la roue de pompes centrifuges.

Le but des présentes investigations est de rechercher les pertes par frottement des flasques de roues tournants dans un corps de pompe centrifuge réel ayant différentes largeurs. Il est peu connu du rapport entre la grandeur des pertes par frottement de disques et la géométrie des flasques dans un corps de pompe centrifuge réel. Pour pouvoir étudier expérimentalement cette influence ; des disques cylindriques seront examinés, et durant les expériences, les grandeurs influençantes suivantes seront variées :

Largeur des disques,

Largeur de sortie de la volute,

et la vitesse de rotation.

Les expériences seront conduites dans une volute réelle de pompe centrifuge.

## 2. TRAVAUX ANTÉCÉDENTS SUR LA PERTE PAR FROTTEMENT DU DISQUE

### 2.1 Frottement du disque selon Daily et Nece [1]

Daily et Nece [1] ont réalisé des études théorique et expérimentale d'un disque de surface lisse tournant dans une chambre cylindrique aussi lisse pour la détermination du coefficient de frottement du disque pour différents nombres de Reynolds ainsi que pour différents jeux axiaux, et ceci pour des régimes d'écoulement laminaire et turbulent. Dans l'approche de [1], l'écoulement dans l'espace entre le disque tournant et la paroi fixe de l'enceinte possède une caractéristique turbulente. De plus, les couches limites de fluide du disque rotatif et de la chambre fixe sont clairement séparées l'une de l'autre. Le jeu radial  $t$  entre le disque et la chambre, le nombre de Reynolds  $Re$  ainsi que le débit  $Q$  de l'écoulement central et de l'écoulement périphérique ; ont été maintenus tous constants durant les essais.

Les formules suivantes pour la prédétermination de la puissance perdue due aux frottements des flasques de la roue  $P_{RSR}$  ont été trouvées pour une seule face :

$$P_{RSR} = \frac{1}{2} \cdot c_M \cdot \rho \cdot \omega^3 \cdot R^5 \quad (1)$$

L'équation (1) est une formulation théorique de similitude du frottement des flasques de la roue et définit le coefficient  $c_M$  par :

$$c_M = \frac{0,0102 \cdot \left(\frac{s}{R}\right)^{0,1}}{Re^{0,2}} \quad (2)$$

### 2.2 Frottement du disque selon Nixon et Cairney [2]

Dans la publication présentée par Nixon et Cairney [2], dans le calcul du coefficient par frottement du disque  $c_M$ , il faut différencier entre les relations de calcul pour les surfaces d'écoulement hydrauliquement lisses ( $k_s \leq k_{s,crit}$ ), où :

$$c_M = 0,075 \cdot Re_d^{-0,2} \cdot \left\{ 1 + 0,75 \cdot \left( \frac{s}{R} + \frac{t}{R} \right) \right\} \quad (3)$$

Avec :  $s$  et  $t$  étant les jeux axial et radial respectivement entre le corps en rotation et le corps immobile de la pompe centrifuge,

et  $k_s$  représente la rugosité hydraulique effective. Pour des surfaces d'écoulement hydrauliquement rugueuses, pour lesquelles ( $k_s \geq k_{s,crit}$ ), on a :

$$c_M = \frac{1 + 0,75 \cdot \frac{t}{R}}{\left\{ 3,8 \cdot \log_{10} \left( \frac{R}{k_s} \right) - 2,4 \cdot \left( \frac{s}{R} \right)^{0,25} \right\}^2} \quad (4)$$

La valeur critique pour  $k_s$  est:

$$k_{s,crit} = \frac{150 \cdot \nu}{\omega \cdot R} \quad (5)$$

La grandeur  $k_s$  doit être désignée comme valeur caractéristique de rugosité des surfaces d'écoulement d'une pompe centrifuge.

Il est à noter que le jeu axial  $s$  pour les parties avant et arrière de l'espace entre le disque et le carter, pour une largeur de disque  $b_2$  à expérimenter, doit être toujours de même grandeur. Il en est de même pour la grandeur du jeu radial  $t$  pour toutes les largeurs de disques utilisées.

### 2.3 Frottement du disque selon Poulikkas [3]

La formulation de calcul du coefficient de frottement du disque tournant selon Poulikkas [3], tient compte de la rugosité de surface, ce qui est judicieux, puisqu'il n'y avait pas d'expression qui fait intervenir la rugosité de surface du corps en rotation comme paramètre d'influence et de calcul. La formulation de calcul vaut :

$$c_M = \left( \frac{k_s}{R} \right)^{0,25} \cdot \frac{\left( \frac{s}{R} \right)^{0,1}}{Re^{0,2}} \quad (6)$$

Avec  $s$  étant le jeu axial entre la roue et le corps de la pompe centrifuge.

Le nombre de Reynolds  $Re$  est formé par la vitesse périphérique  $u$  soit la vitesse angulaire  $\omega$ , le rayon  $R$  du disque et la viscosité cinématique  $\nu$  de l'eau :

$$Re = \frac{u \cdot R}{\nu} = \frac{\omega \cdot R^2}{\nu} \quad (7)$$

### 3. PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE

Un banc d'essai pour la recherche de la puissance perdue par frottement de disques pour des investigations expérimentales en eau a été réalisé. Pour la variation des rapports géométriques, les éléments suivants sont disponibles:

Trois volutes de largeurs  $b_4$  différentes,

Quatre disques de largeurs  $b_2$  différentes.

La Figure 1 suivante montre une vue d'ensemble du banc d'essai pour la recherche de la puissance perdue par frottement de disques pour des essais en eau, [4].

Le moteur d'entraînement est un moteur électrique à vitesse réglable d'une puissance de 7,5 kW. La liaison de la pompe d'essai avec le moteur est assurée par un accouplement à lamelles. Avant la mise en place du couple mètre, il était nécessaire d'essayer de mettre en marche la pompe d'essai pour une longue période avec une construction démontable au lieu du couple – mètre, ceci afin que ce dernier ne soit détruit à cause de la charge excessive due aux perturbations de fonctionnement de la pompe centrifuge, comme par

exemple le contact des disques tournants avec le corps fixe de la volute de la pompe qui engendre des frottements.

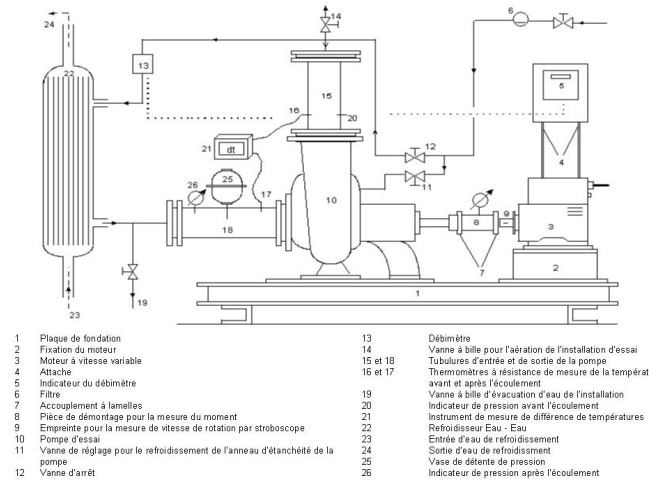


Fig. 1: Schéma du banc d'essai, [4]

### 4. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les pertes par frottement de disques ont été examinées dans une plage de vitesses de rotation de 800 jusqu'à 1780 tours/min. Ceci est d'une part causé par le régime maximal possible du moteur d'entraînement utilisé et d'autre part à cause de la lecture de la valeur mesurée du couple de rotation au système d'amplification de mesure, qui pour des oscillations fortes du moteur ne permet pas une lecture précise de la valeur mesurée pour de plus faibles régimes.

La perte de puissance par frottement du disque aussi bien que le coefficient correspondant, ont été examinés pour plusieurs facteurs d'influence. Les déviations des résultats par rapport aux approches théoriques sont dues au fait que quelques uns de ces facteurs d'influence, comme par exemple la rugosité, n'a pas été prise en considération durant les essais par quelques auteurs.

#### 4.1 Influence du jeu axial $s$

Un exemple de résultats expérimentaux du coefficient de frottement  $c_M$  du disque, pour les différents disques pleins testés de largeurs  $b_2$  de 18 ; 23 ; 29 et 36 mm ; donc respectivement donnant les valeurs du jeu axial  $s$  suivantes de 13,5 ; 11 ; 8 et 4,5 mm ; sont représentés à la Figure 2 en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ .

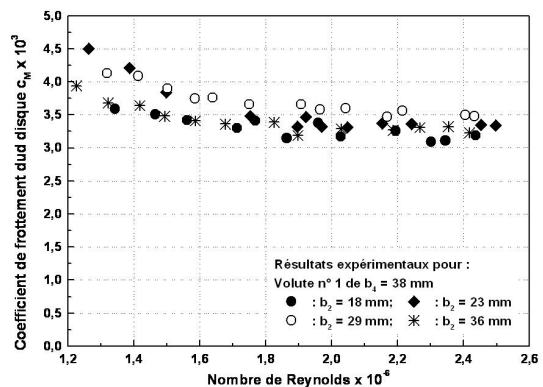


Fig. 2 : Influence du jeu axial  $s$  sur le coefficient  $c_M$   
 On constate que :

Pour chaque volute, le coefficient de frottement du disque  $c_M$  diminue de la même manière quand le nombre de Reynolds  $Re$  augmente.

Quand le rapport  $s/R$  entre le jeu axial  $s$  et le rayon  $R$  du disque augmente, le coefficient  $c_M$  diminue ; ceci étant valable dans le cas de chacune des volutes.

#### 4.2 Influence de la largeur $b_4$ de la volute

Un exemple de résultats expérimentaux montrant l'influence de la largeur  $b_4$  de la volute sur le coefficient de frottement  $c_M$  des disques testés sont représentés à la Figures 3 en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ .

On constate que dans ce cas, la géométrie de la volute représentée par sa largeur de sortie  $b_4$ , a peu d'influence sur le coefficient de frottement du disque  $c_M$ .

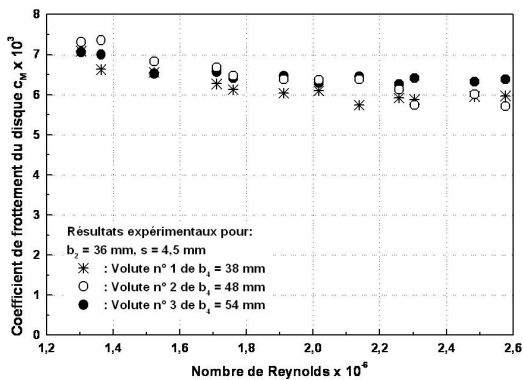


Fig. 3 : Influence de la largeur  $b_4$  de la volute sur le coefficient  $c_M$

#### 4.3 Comparaison

La comparaison des résultats des expériences avec ceux obtenus en utilisant les différentes formulations trouvées dans la littérature (Figure 4), avec une importance particulière dans ce domaine de recherche accordée aux travaux de Nixon et Cairney [1], de Daily et Nece [2] et de Poullikkas [3], selon leur ordre chronologique d'apparition; montrent une très bonne concordance qualitative mais des dispersions élevées de point de vue quantitatif, résultant de la modification des températures entre l'entrée et la sortie de l'installation et donc de la modification de la viscosité du fluide.

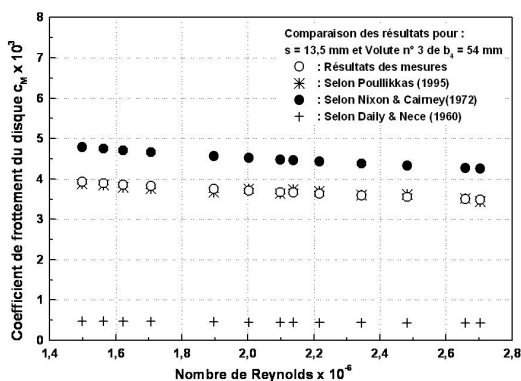


Fig. 4 : Comparaison des résultats

Il a été constaté, une très bonne concordance des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par l'approximation de

Poullikkas [3], qui est de date plus récente et qui décrit donc mieux le frottement du disque dans une volute réelle de pompe centrifuge.

À l'aide de l'analyse dimensionnelle, une nouvelle formulation (8) du calcul du coefficient de frottement du disque est proposée, et elle permet de prévoir les résultats expérimentaux avec une faible déviation, [4] et [5].

$$c_M = \left(\frac{k_s}{R}\right)^{0,25} \cdot \left(\frac{s}{R}\right)^{0,1} \cdot \left(\frac{b_4}{s}\right)^{0,2} \cdot Re^{0,2} \quad (8)$$

#### 5. CONCLUSION

Les résultats expérimentaux de la présente étude ont permis de tirer les conclusions suivantes :

Le coefficient de frottement du disque diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

Quand le jeu axial du disque augmente, le coefficient de frottement diminue ; ceci étant valable dans le cas de chacune des volutes.

Une très bonne concordance entre les résultats expérimentaux du frottement du disque dans une volute de pompe réelle et ceux obtenus par le biais de l'approximation de date plus récente a été obtenue. Ce qui a conduit à l'aide de l'analyse dimensionnelle à proposer une nouvelle formulation du calcul du coefficient de frottement du disque.

#### RÉFÉRENCES

- Daily, J. W. and Nece, R. E. Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks. *Journal of Basic Engineering*, March 1960.
- Nixon, R. A. and Cairney, W. D. Scale effects in centrifugal cooling water pumps for thermal power stations. *NEL Report N°505*, 1972.
- Poullikkas A. Surface Roughness Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks. *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, pp. 526-528, 1995.
- Nemdili A. Einzelverluste von Kreiselpumpen mit spezifischen Drehzahlen  $n_q = 15 \dots 35 \text{ min}^{-1}$ . Kaiserslautern, Univ., Diss., Verlag Universität Kaiserslautern, Germany, ISBN: 3-925178-45-7, ISSN: 1615-6587, May 2000.
- Nemdili, A. and Hellmann, D.-H. Development of an empirical equation to predict the disc friction losses of a centrifugal pump. *Scientific Bulletin of the Politehnica University of Timisoara, Romania, Transactions on Mechanics*, Tom 49 (63), Special Issue, ISSN 1224-6077, pp. 235-240, 2004.
- Nemdili A. and Hellmann D.-H. Investigations on fluid friction of rotational discs with and without modified outlet sections in real centrifugal pump casings. *Journal "Engineering Research", Forschung im Ingenieurwesen*, DOI 10.1007/s10010-006-0045-1, Springer Verlag, Band 71, Heft 1, pp. 59-67, 2007.



# INSTABILITE CENTRIFUGE D'ECOULEMENT PULSE AU SEIN D'UN FLUIDE VISCOELASTIQUE SOUS L'EFFET D'UNE MODULATION PERIODIQUE

M. RIAHI\*, S. ANISS\*, M.OUZZANI\*, SKALLI  
LAMI SALLAH\*\*

\*Université Hassan II, Faculté des Sciences Ain-Chock,  
Laboratoire de Mécanique, B.P.5366 Mâarif, Casablanca,  
Maroc

\*\*Lemta-UMR CNRS 7563-Ensem, 2 avenue de la Forêt  
de Haye, BP 160, Vandoeuvre\_les Nancy.54504, France

## INTRODUCTION

L'étude de l'instabilité de l'écoulement de Taylor-Couette entre deux cylindres coaxiaux en rotation uniforme a suscité un grand intérêt depuis les travaux initiaux de Taylor [1]. Bien que cette instabilité est aujourd'hui bien connue théoriquement et expérimentalement, des effets extérieurs peuvent être ajoutés à cet écoulement qui le rendent alors plus complexe : modulation périodique des vitesses pariétales, fluide viscoélastique, champ magnétique, flux thermique, parois compliantes, etc...

Des études récentes ont porté sur la détermination de l'effet dû à la variation des vitesses pariétales [2,3,4] en fonction du temps, ou encore celui dû à la nature non-Newtonienne du fluide sur les paramètres critiques de l'écoulement à savoir le nombre de Taylor et le nombre d'onde. Nous nous intéressons dans ce travail à la caractérisation de l'influence du couplage entre une modulation sinusoïdale, en phase et en opposition de phase, des vitesses de rotation des cylindres intérieur et extérieur et la nature viscoélastique du fluide sur ces paramètres critiques.

## ECOULEMENT DE BASE

On considère un fluide viscoélastique, de densité  $\rho$  et de viscosité cinématique  $\nu$ , confiné entre deux cylindres coaxiaux de rayons  $R_1$  et  $R_2 = R_1 + d$  ayant respectivement les vitesses angulaires  $\Omega_{R_1}$  et  $\Omega_{R_2}$  définies par  $\Omega_{R_1} = \Omega_0 \cos(\omega t^*)$  et  $\Omega_{R_2} = \varepsilon \Omega_0 \cos(\omega t^*)$ , où  $\Omega_0$  et  $\omega$  sont respectivement l'amplitude et la fréquence de pulsation. Deux valeurs du paramètre  $\varepsilon$  ont été considérées :  $\varepsilon = 1$ , les deux cylindres oscillent en phase;  $\varepsilon = -1$ , les deux cylindres oscillent en opposition de phase. Les équations régissant l'écoulement sont l'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de conservation de la masse:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t^*} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

où  $\mathbf{u}$  est le vecteur vitesse,  $\boldsymbol{\tau}$  est le tenseur de contrainte et  $P$  est la pression. Le fluide considéré est supposé de type Maxwell linéaire dont le comportement est donné par:

$$\boldsymbol{\tau} + \lambda \frac{\partial}{\partial t^*} \boldsymbol{\tau} = \eta \mathbf{D}$$

le coefficient  $\lambda$  désigne le temps de relaxation,  $\eta$  la viscosité dynamique et  $\mathbf{D}$  le tenseur de déformation. Sous les hypothèses d'invariance par rotation et translation le long de l'axe des cylindres, et lorsque la largeur de l'espace annulaire  $d$  est faible devant le rayon  $R_1$  du cylindre intérieur, la vitesse de l'écoulement de base possède une seule composante azimutale  $V_\theta$  donnée par

$$V_\theta(x, t) = V_1(x) \cos(\sigma t) + V_2(x, t) \sin(\sigma t)$$

avec  $x$  ( $x = \frac{r-R_1}{d}$ ) étant la coordonnée radiale adimensionnelle à l'intérieur du gap ( $0 \leq x \leq 1$ ) et  $t$  ( $t = \frac{t^*}{\Omega_0 R_1^2}$ ) désigne le temps adimensionnel.

Pour  $\varepsilon = \pm 1$ , les expressions de  $V_1$  et de  $V_2$  sont données par:

$$V_1(x) = \frac{\cos(\gamma \beta x) \cosh(\gamma \xi (1-x)) + \varepsilon \cos(\gamma \beta (1-x)) \cosh(\gamma \xi x)}{\varepsilon \cos(\gamma \beta) + \cosh(\gamma \xi)}$$

$$V_2(x) = \frac{\sin(\gamma \beta x) \sinh(\gamma \xi (1-x)) + \varepsilon \sin(\gamma \beta (1-x)) \sinh(\gamma \xi x)}{\varepsilon \cos(\gamma \beta) + \cosh(\gamma \xi)}$$

$$\text{où } \gamma = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}}, \beta = \sqrt{1 - \sqrt{1 + \Gamma^2 \sigma^2}}, \xi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \Gamma^2 \sigma^2}} \text{ et } \Gamma = \frac{\eta \nu}{\sigma^2}$$

Les paramètres adimensionnels  $\Gamma$  et  $\sigma$  qui désignent respectivement le nombre de Deborah caractérisant le rapport du temps de relaxation du fluide au temps de diffusion visqueux et le nombre de fréquence.

## ANALYSE DE STABILITÉ LINÉAIRE

Pour l'étude de la stabilité linéaire de l'écoulement de base défini précédemment, nous appliquons la procédure classique des perturbations qui consiste à superposer à cette écoulement des perturbations infinitésimales en vitesse et en pression de telle sorte que:

$$\mathbf{u} = (0, V_\theta, 0) + (u(x, z, t), v(x, z, t), w(x, z, t))$$

$$P = P_B + p(x, z, t)$$

Le comportement de l'écoulement perturbé est contrôlé par deux paramètres: le nombre de fréquence,  $\sigma$ , et le nombre de Taylor défini par:  $Ta = (R_1 \Omega_0 d / \nu) \sqrt{d/R_1}$ . On considère par la suite que les perturbations s'écrivent en modes normaux:

$$(u, v, w, p) = (\tilde{u}(x, t), \tilde{v}(x, t), \tilde{w}(x, t), \tilde{p}(x, t)) \exp(iqz)$$

où  $q$  désigne le nombre d'onde. En éliminant la pression et la vitesse axial, le système perturbé se réduit à:

$$\left( M - \frac{\partial}{\partial t} - \Gamma \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) M \tilde{u} = 2q^2 T_a^2 \left( 1 + \Gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) V_\theta$$

$$\left( M - \frac{\partial}{\partial t} - \Gamma \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \tilde{v} = \left( 1 + \Gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \tilde{v} \frac{\partial V_\theta}{\partial x}$$

où  $M = \frac{\sigma^2}{\alpha x^2} - q^2$ . Les conditions aux limites sont :

$$\tilde{u} = \tilde{v} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0 \quad \text{en } x = 0, 1$$

Ce système associé aux conditions aux limites constitue un problème aux valeurs propres. Compte tenu du fait que les coefficients de ces équations sont des fonctions périodiques du temps, la théorie de Floquet permet de présenter la solution du problème sous la forme

$$(\tilde{u}, \tilde{v}) = \exp(\mu t) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (u_p(x), v_p(x)) \exp(in\sigma t)$$

Nous désignons l'exposant de Floquet par  $\mu = \mu_0 + i\mu_1$  qui est un nombre complexe. Nous limitons notre étude à la détermination des courbes de stabilité marginale correspondant aux solutions harmoniques  $\mu_0 = \mu_1 = 0$ . L'écriture de la solution de base  $V_B$  sous sa forme complexe est donnée par:

$$V_B = F(x) \exp(i\sigma t) + F^*(x) \exp(-i\sigma t)$$

avec  $F(x) = \frac{1}{2}(V_1(x) - iV_2(x))$  et  $F^*$  son conjugué. En substituant ces expressions dans notre système, nous obtenons une hiérarchie infinie de systèmes:

$$(D^2 - q^2 - in\sigma + \Gamma n^2 q^2)(D^2 - q^2)U_n = 2q^2 T_a^2 (F V_{n-1} + F^* V_{n+1})$$

$$(D^2 - q^2 - in\sigma + \Gamma n^2 q^2)V_n = \left(\frac{dF}{dx} u_{n-1} + \frac{dF^*}{dx} v_{n+1}\right) (1 + i\Gamma)$$

où  $D = \frac{\partial}{\partial x}$ . Les conditions aux limites associées sont :

$$u_n = v_n = Du_n = 0 \quad \text{en } x = 0$$

Ce système d'équations différentielles est transformé en un système d'équations différentielles du premier ordre dont les inconnues sont  $u_n, Du_n, (D^2 - q^2)u_n, D(D^2 - q^2)u_n, v_n, Dv_n$ . Un ensemble de solutions indépendantes vérifiant les conditions aux limites en  $x = 0$  sont construites à partir d'un schéma numérique de Runge-Kutta du quatrième ordre, une combinaison linéaire de ces solutions satisfaisants les conditions aux limites en  $x=1$ , mène alors à un système algébrique homogène dont les inconnues sont les coefficients d'une telle combinaison. Une condition nécessaire d'existence de solutions non nulles est que le déterminant de ce système homogène soit nul. Ceci mène à une relation de dispersion de la forme:

$$f(\sigma, q, T_a, \Gamma) = 0$$

**RESULTATS**

Pour  $\varepsilon = 1$ , nous avons les résultats suivants (Figures 1, 2, 3 et 4)

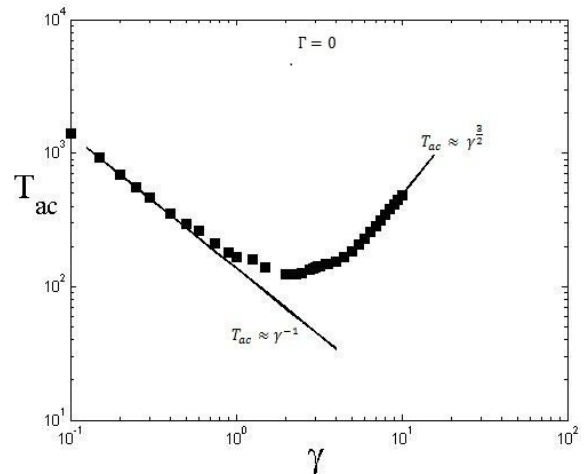


Figure 1 : Evolution du nombre de Taylor critique en fonction du nombre de fréquence  $\gamma$

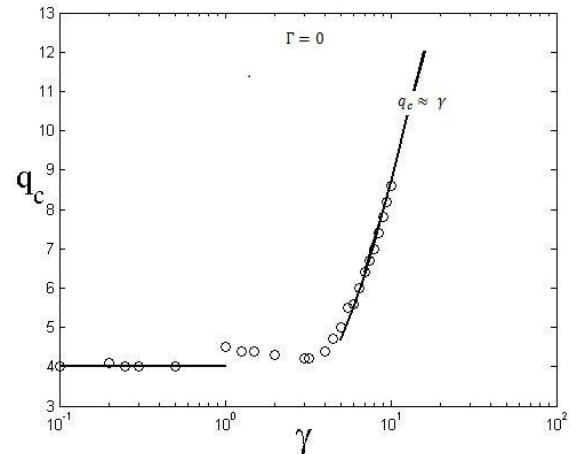


Figure 2 : Evolution du nombre d'onde critique en fonction du nombre de fréquence  $\gamma$

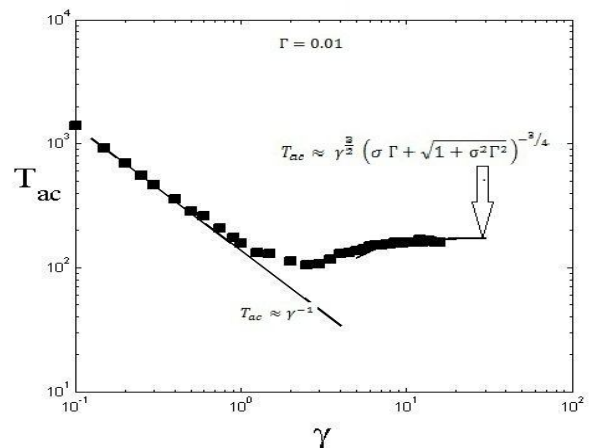


Figure 3 : Evolution du nombre de Taylor critique en fonction du nombre de fréquence  $\gamma$

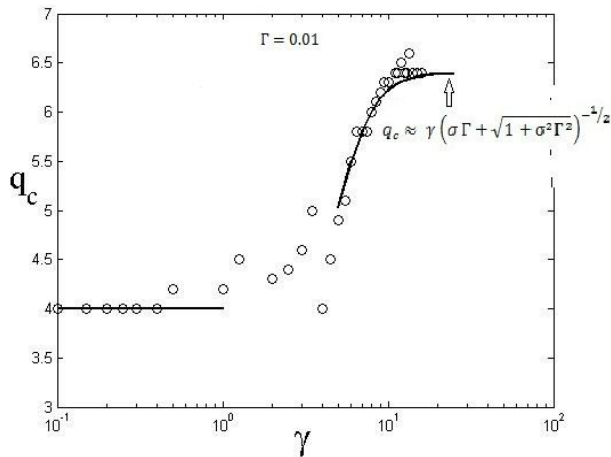


Figure 4 : Evolution du nombre d'onde critique en fonction du nombre de fréquence  $\gamma$

Pour  $\varepsilon = -1$ , nous avons :

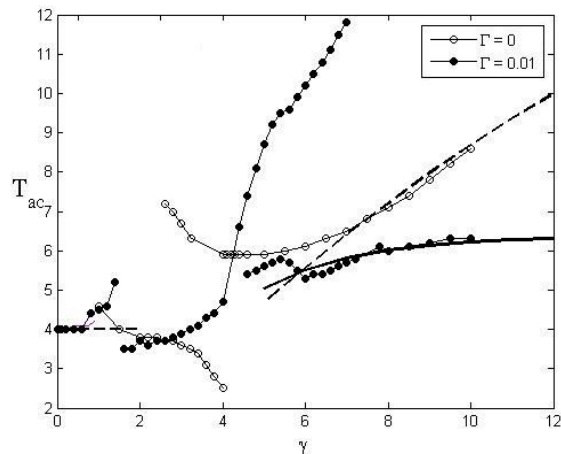


Figure 5 : Evolution du nombre de Taylor critique en fonction du nombre de fréquence  $\gamma$  pour différentes valeurs du nombre de Deborah  $\Gamma$ .

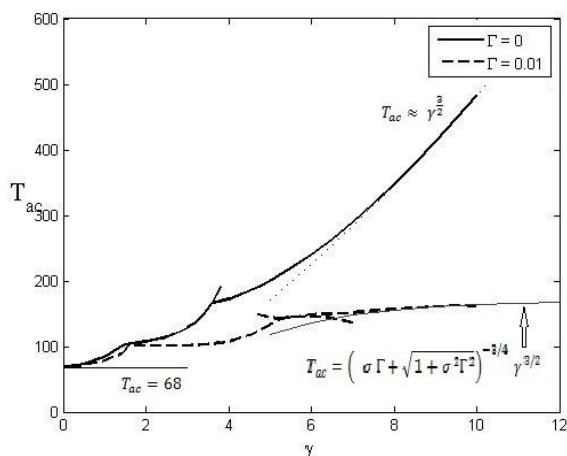


Figure 6 : Evolution du nombre de Taylor critique en fonction du nombre de fréquence  $\gamma$  pour différentes valeurs du nombre de Deborah  $\Gamma$ .

Les valeurs critiques du nombre de Taylor et du nombre d'onde,  $T_{ac}$  et  $q_c$ , en fonction de  $\gamma$  sont présentées dans les figures ci-dessus pour différentes valeurs du nombre de Deborah et pour  $\varepsilon = 1$  et  $\varepsilon = -1$ .

Pour  $\varepsilon = 1$  (modulation en phase), les courbes de  $T_{ac}$  admettent des minimums respectivement autour de 123 pour le cas Newtonien et 100 pour  $\Gamma = 0.01$ . A partir de ces courbes nous constatons que la modulation imposée génère un effet déstabilisant par rapport au cas non modulé. Cet effet déstabilisant devient de plus en plus accentué lorsque la fréquence de modulation augmente et ce aussi pour les différentes valeurs du nombre de Deborah. Notons que pour les basses fréquences, le nombre de Deborah n'a aucun effet sur le nombre de Taylor critique  $T_{ac}$  tandis que pour les grandes fréquences, la nature viscoélastique du fluide entraîne aussi un effet déstabilisant par rapport au cas Newtonien.

Pour  $\varepsilon = -1$  (modulation en déphasage), l'écoulement est considéré potentiellement instable dans le régime des basses fréquences et la valeur critique du nombre de Taylor correspond à celle du cas non-modulée ( $T_{ac} = 68$ ). Un effet stabilisant de la modulation imposée a été observé au fur et à mesure que la fréquence de cette modulation augmente et ce pour les différentes valeurs du nombre de Deborah. De façon similaire au cas d'une modulation en phase ( $\varepsilon = 1$ ), la nature viscoélastique du fluide n'a aucun effet sur le seuil d'instabilité en basses fréquences tandis qu'un effet fortement déstabilisant a été constaté en hautes fréquences.

En ce qui concerne le nombre d'onde critique, il reste, dans les deux cas de figures,  $\varepsilon = \pm 1$ , constant pour les basses fréquences et ne dépend pas du nombre de Deborah. Dans la zone des hautes fréquences, il augmente quasi-linéairement en fonction de la fréquence de modulation, avec une pente qui diminue avec le nombre de Deborah.

## CONCLUSION

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'étude de l'effet d'une modulation périodique des vitesses pariétales sur l'instabilité centrifuge d'un fluide de Maxwell en géométrie de Taylor-Couette. Les résultats numériques obtenus dans ce cadre montrent les différents effets stabilisant et déstabilisant selon la nature ( $\varepsilon = \pm 1$ ) et la gamme de cette modulation. Ces résultats sont en bonne concordance avec des résultats issus d'une analyse asymptotique élaborée précédemment.

## REFERENCES

- [1] Taylor, G. I., "Stability of viscous liquid contained between two concentric cylinders", Phil. Trans. Soc. A223,289-343.
- [2] Aouidef A., Normand C., Stegner A., Wesfreid J.E., "Centrifugal instability of pulsed flow", Phys. Fluids 11 (1994) 3665-3676.
- [3] Aouidef A., Normand C., "Coriolis effect on the stability of pulsed flow in a Taylor-Couette geometry", Eur. J. Mech. B-Fluids 19 (2000) 89-107.
- [4] Tennakoon S. G. K, Andereck C. D., Aouidef A., Normand C., "Pulsed flow between concentric rotating cylinders", Eur. J. Mech. B-Fluid. 16 (1997) 227-248.

# EFFETS DU COMPORTEMENT RHÉOLOGIQUE ET DE LA DISSIPATION VISQUEUSE SUR L'ÉTABLISSEMENT DU RÉGIME THERMIQUE D'UN FILM LIQUIDE NON NEWTONIEN S'ÉCOULANT SUR UNE PAROI PLANE INCLINÉE

D. OULDHADDA

Equipe de Recherche Energétique et Mécanique et Rhéologie des Fluides (EMERF), Faculté des Sciences Meknès, Université Moulay Ismaïl, BP 11201, Zitoune, Meknès, Maroc

Auteur correspondant : [douldhadda@yahoo.fr](mailto:douldhadda@yahoo.fr)

## 1. Introduction

Les études concernant les fluides non-Newtoniens en écoulement sous forme de films présentent un grand intérêt pratique dans de nombreux secteurs industriels comme, par exemple, l'industrie chimique ou pharmaceutique. Sur le plan hydrodynamique, on peut citer les travaux d'Andersson et Irgens [1-2] qui ont étudié l'accélération, sous l'effet de la gravité, d'un film liquide non Newtonien en écoulement sur une plaque plane verticale et ceux de Tekic et al. [3] à propos d'un film non Newtonien s'écoulant sur un plan incliné prolongeant la paroi inférieure d'un canal de Poiseuille. Dans tous ces travaux, le but est porté sur la détermination de la longueur d'entrée hydrodynamique à l'aide d'une méthode intégrale.

Dans le cas des transferts thermiques, citons les travaux de Murthy [4] et Shang [5] qui ont traité le cas d'un film liquide non Newtonien en écoulement sur un plan incliné, celui de Gorla [6] concernant une plaque plane verticale et, récemment, Ouldhadda et al. [7-8] ont étudié le transfert de chaleur dans un film liquide non newtonien en écoulement sur une plaque inclinée et chauffée en utilisant une méthode aux différences finies implicite [9].

Dans ce travail, on s'intéresse à l'effet de la dissipation visqueuse et du comportement rhéologique sur le transfert de chaleur par convection dans un film liquide non Newtonien en écoulement sur une plaque inclinée soumise à une densité de flux de chaleur constante. On met en lumière les effets de l'indice de structure et de la dissipation visqueuse sur le coefficient de transfert de chaleur local et la longueur d'établissement du régime thermique.

## 2. Analyse théorique

Considérons un film liquide non Newtonien s'écoulant sur un plan incliné d'un angle  $\varphi$  par rapport au plan horizontal et soumis à un flux de chaleur uniforme  $q_w$  (Fig. 1).

Soit  $x$ , la coordonnée mesurée suivant le sens de l'écoulement et  $y$ , la distance normale à la paroi. A l'entrée de la zone chauffée ( $x = 0$ ), le régime dynamique est supposé établi et le film liquide entrant est à température

uniforme  $T_0$ . Les propriétés physiques sont supposées constantes et l'écoulement du film est caractérisé par le modèle rhéologique en loi de puissance. La contrainte de cisaillement dans le liquide est donnée par :

$$\tau = K \left[ \frac{dU}{dy} \right]^n = \rho g (\delta - y) \sin \varphi \quad (1)$$

En utilisant les conditions aux limites d'adhérence à la paroi ( $y = 0$ ) et de contrainte de cisaillement nulle à l'interface liquide-gaz ( $y = \delta$ ), le profil de vitesse dans le film est donné par :

$$\frac{U(\eta)}{U_0} = 1 - (1 - \eta)^{(n+1)/n} \quad (2)$$

avec :

$$\eta = \frac{y}{\delta} ; U_0 = \left( \frac{n}{n+1} \right) \left( \frac{\rho g \sin \varphi}{K} \right)^{1/n} \delta^{(n+1)/n} \quad (3)$$

$\delta$ , qui représente l'épaisseur du film liquide, a pour expression :

$$\delta = \left[ \frac{(2n+1)\Gamma}{n\rho \left( \frac{\rho g \sin \varphi}{K} \right)^{1/n}} \right]^{n/2n+1} \quad (4)$$

où  $\Gamma$  est le débit massique par unité de longueur,  $\rho$  la masse volumique,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $K$  la consistance et  $n$  est l'indice de structure.

En régime dynamique établi, l'équation de l'énergie est donnée par :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{K}{\rho C_p} \left( \frac{dU}{dy} \right)^{n+1} \quad (5)$$

où  $\alpha$  est la diffusivité thermique.

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned} x = 0 : & \quad T = T_0 \\ y = 0 : & \quad \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q_w}{\lambda} \\ y = \delta : & \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ (flux nul à l'interface)} \end{aligned} \quad (6)$$

En introduisant les paramètres adimensionnels suivants :

$$x^* = \frac{\alpha x}{U_0 \delta^2} ; \quad \theta = \frac{(T - T_0)}{q_w \delta / \lambda} \quad (7)$$

L'équation (5) devient :

$$[1 - (1 - \eta)^{(n+1)/n}] \frac{\partial \theta}{\partial x^*} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + Br(1 - \eta)^{(n+1)/n} \quad (8)$$

où Br est le nombre de Brinkman défini par :

$$Br = \frac{K \left( \frac{(2n+1)\Gamma}{\rho n} \right)^{n+1}}{q_w \delta^{2n+1}} \quad (9)$$

Les conditions aux limites associées deviennent :

$$\begin{aligned} x^* = 0 : & \quad \theta = 0 \\ \eta = 0 : & \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = -1 \\ \eta = 1 : & \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

L'équation (8) définie précédemment est résolue par une méthode aux différences finies de type implicite [9], où le terme de diffusion est traité par un schéma centré et le terme de convection par un schéma décentré. Pour caractériser le transfert thermique, on définit le nombre de Nusselt local :  $Nu_x = h_x \delta / \lambda = 1 / (\theta_w - \theta_m)$ , où  $\theta_m$  est la température adimensionnelle du mélange pour une abscisse  $x$  donnée et  $h_x$  représente le coefficient d'échange thermique défini par :  $h_x = q_w / (T_w - T_m)$ .

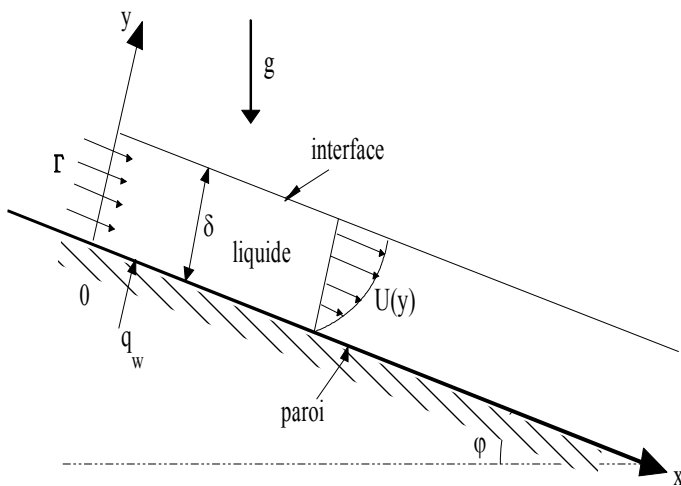


Fig. 1. Représentation schématique du système étudié.

### 3. Résultats

Les résultats concernant l'influence de l'indice de structure  $n$  du modèle rhéologique à loi puissance sur l'évolution du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction de la coordonnée longitudinale adimensionnelle  $\varepsilon$  sans dissipation visqueuse ( $Br=0$ ) sont représentés sur la fig. 2. On observe d'une part que le transfert de chaleur est important pour les fluides

pseudoplastiques ( $n < 1$ ) que ceux dilatants ( $n > 1$ ) et d'autre part le régime thermique est établi au-delà de  $\varepsilon = 10^{-1}$ . Quant à la fig. 3, elle illustre l'évolution du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction de  $\varepsilon$  pour différentes valeurs du nombre de Brinkman Br. On constate que le transfert de chaleur s'améliore lorsqu'on tient compte de la dissipation visqueuse. L'effet de l'indice de structure  $n$  et du nombre de Brinkman Br sur l'établissement du régime thermique est porté sur la fig. 4. On constate que le régime thermique s'établit rapidement lorsque  $n$  augmente. De plus, la longueur d'établissement du régime thermique diminue lorsque la dissipation visqueuse est prise en considération.

### 4. Conclusion

Cette étude montre l'effet de l'indice de structure  $n$  et du nombre de Brinkman Br sur le nombre de Nusselt local  $Nu_x$  et la longueur d'établissement du régime thermique  $\varepsilon_e$ . Pour un nombre de Brinkman fixé, les résultats obtenus montrent d'une part que les fluides pseudoplastiques ( $n < 1$ ) possèdent un coefficient d'échange de chaleur assez grand par comparaison avec les fluides dilatants ( $n > 1$ ) et d'autre part l'augmentation de l'indice de structure  $n$  se traduit par un établissement rapide du régime thermique. De plus, l'effet de la dissipation visqueuse entraîne une augmentation sensible du flux thermique et une diminution de la longueur d'établissement du régime thermique.

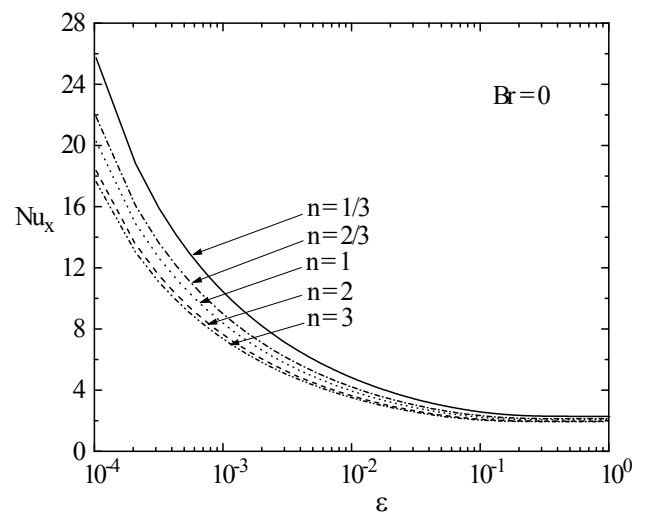


Fig. 2. Evolution du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  pour différents indices de structure  $n$ .



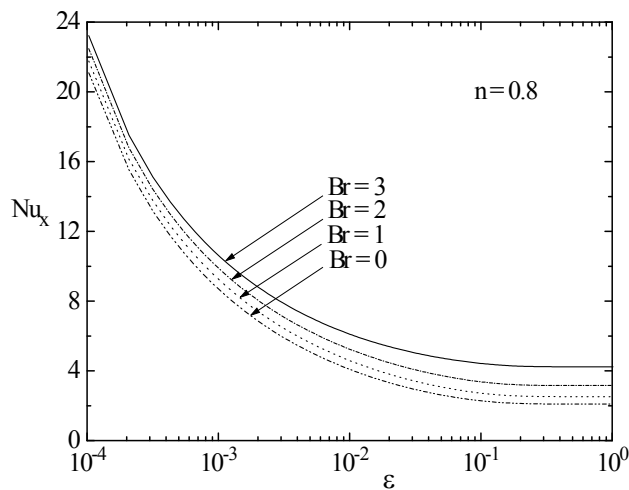


Fig. 3. Evolution du nombre de Nusselt  $Nu_x$  pour différents nombres de Brinkman  $Br$ .

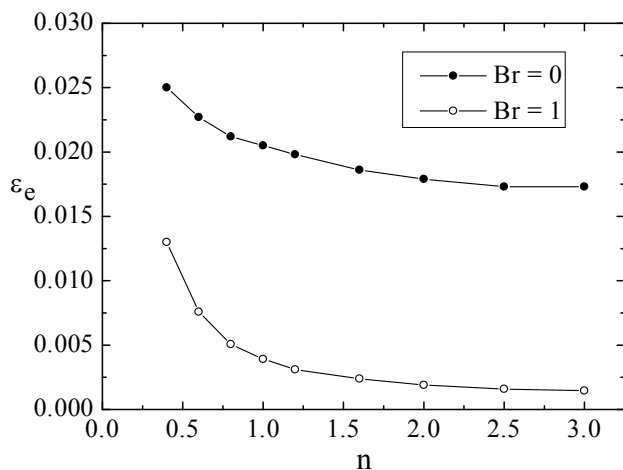


Fig. 4. Influence de l'indice de structure  $n$  et du nombre de Brinkman  $Br$  sur l'établissement du régime thermique  $\epsilon_e$ .

## Références

- H. I. Andersson and F. Irgens, Gravity-driven laminar film flow of power-law fluids along vertical walls, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **27**, 153-172 (1988).
- H. I. Andersson and F. Irgens, Hydrodynamic entrance length of non-Newtonian liquid films, *Chem. Engng Sci.* **45**, 537-541 (1990).
- M. N. Tekic, D. Posarac and D. Petrovic, A note on the entrance region lengths of non-Newtonian laminar falling films, *Chem. Eng. Sci.* **41**, 3230-3232 (1986).
- V. N. Murthy and P. K. Sarma, Heat transfer to non-Newtonian laminar falling liquid films with smooth wave free gas-liquid interface, *Int. J. Multiphase Flow* **4**, 413-425 (1978).
- D. Y. Shang and J. Gu, Analyses of pseudo-similarity and boundary layer thickness for non-Newtonian falling film flow, *Heat Mass Transfer* **41**, 44-50 (2004).

R. S. R. Gorla, Heat transfer to a power law non-Newtonian falling liquid film, *J. Thermophys. Heat Transfer* **5**, 444-446 (1991).

D. Ouldhadda, A. Daïf and A. Il Idrissi, Transfert thermique au travers de films liquides non Newtoniens en écoulement sur une plaque inclinée et chauffée, *3<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique*, Vol. 2, pp.183-187, Tétouan, Maroc, 22-25 Avril (1997).

D. Ouldhadda, Effet de la dissipation visqueuse sur le transfert de chaleur dans un film liquide non-Newtonien en écoulement sur un plan incliné, *10<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique*, Vol. 2, pp.224-226, ENSA, Oujda, Maroc, 19-22 Avril (2011).

D. Ouldhadda and A. Il Idrissi, Laminar flow and heat transfer of non-Newtonian falling liquid film on a horizontal tube with variable surface heat flux, *Int. Comm. Heat Mass Transfer* **28**, 1115-1125 (2001).

# COMPORTEMENTS HYDRODYNAMIQUE ET THERMIQUE D'UN FLUIDE D'OSTWALD-DE WAELE AU SEIN D'UNE CAVITÉ CARRÉE

O. BELABDI, F. AMRANI, Y.K. BENKAHLA, N. LABSI, A. BOUTRA

Laboratoire des Phénomènes de Transfert,  
Université des Sciences et de la Technologie Houari  
Boumediene  
BP 32 El Alia, Bab Ezzouar 16111, Alger, Algérie  
[youbenkahla@yahoo.fr](mailto:youbenkahla@yahoo.fr)

**Résumé :** La présente étude traite de l'écoulement laminaire et stationnaire, en mode de convection naturelle, d'un fluide non newtonien obéissant au modèle rhéologique d'Ostwald-De Waele, placé dans une cavité carrée à parois fixes. Les parois horizontales sont maintenues adiabatiques tandis que les parois verticales sont portées à des températures uniformes mais différentes. Les propriétés physiques du fluide sont supposées être constantes et uniformes à l'exception de la masse volumique pour laquelle l'approximation de Boussinesq est adoptée. L'objectif de l'étude est d'analyser l'effet de l'indice d'écoulement sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement.

**Abstract:** This study concerns the steady laminar flow in the case of natural convection for non Newtonian fluid that obeys the Ostwald-De Waele rheological model, in a square cavity. Horizontal walls are adiabatics whereas the vertical ones are maintained at uniform but different temperatures. The fluid physical properties are supposed to be constant and uniform except of the density for which the Boussinesq approximation is adopted. The study purpose is to analyze the flow index effect on hydrodynamic and thermal flow characteristics.

**Mots clés :** Fluide d'Ostwald-De Waele, cavité carrée, parois fixes, convection naturelle, indice d'écoulement.

## 1. Introduction

Plusieurs études théoriques notables ont traité du comportement hydrodynamique et du transfert thermique au sein de fluides non newtoniens remplissant les cavités. Kim *et al.* [1] ont étudié la convection naturelle d'un fluide non newtonien obéissant à la loi de puissance dans une cavité carrée pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et de Prandtl. Leurs résultats montrent l'augmentation du nombre de Nusselt avec la diminution de l'indice d'écoulement.

Turan *et al.* [2] ont analysé numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée à parois différentiellement chauffées et remplie de fluides non-newtoniens obéissant au modèle rhéologique de loi de puissance. Ils ont étudié les effets de l'indice d'écoulement appartenant à la gamme  $0,6 \leq n \leq 1,8$  et ce, pour des valeurs des nombres de Rayleigh

(Ra) et de Prandtl (Pr) variant entre  $10^3$  et  $10^6$  et  $10$  et  $10^5$ , respectivement.

Koteswara *et al.* [3] ont procédé à l'étude numérique du transfert thermique par convection naturelle dans un cylindre dans lequel un carré chauffé est immergé. L'étude a été réalisée pour un fluide d'Ostwald-De Waele en considérant la variation des nombres de Grashof ( $10 \leq Gr \leq 10^5$ ), de Prandtl ( $0,72 \leq Pr \leq 100$ ) et de l'indice d'écoulement ( $0,3 \leq n \leq 1,8$ ).

L'objectif du présent travail est d'analyser l'effet de la variation de l'indice d'écoulement d'un fluide d'Ostwald-De Waele sur le comportement hydrodynamique et thermique de son écoulement au sein d'une cavité carrée.

## 2. Présentation du problème physique

Dans ce qui suit, nous présenterons le comportement hydrodynamique et thermique lors de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide d'Ostwald-De Waele, au sein d'une cavité bidimensionnelle à parois fixes et d'une extension infinie dans la troisième direction (oz). Les parois horizontales de cette cavité sont adiabatiques alors que les parois verticales sont différentiellement chauffées.

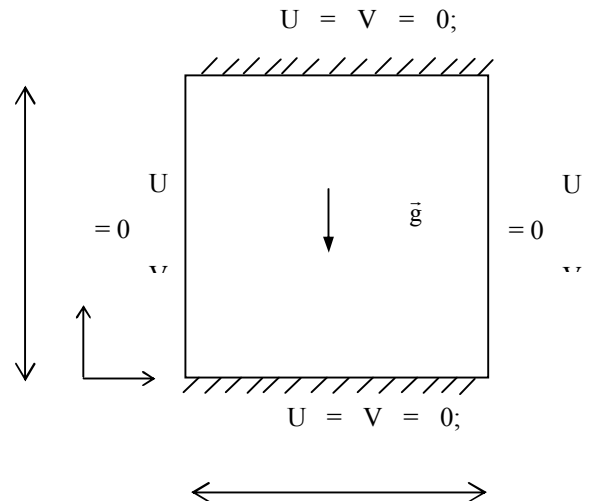


Fig. 1 : Schématisation du problème physique

## 3. Formulation mathématique

Les équations adimensionnelles régissant l'écoulement et le transfert thermique, à savoir : l'équation de continuité, les équations de conservation de la quantité de mouvement suivant les directions axiale et transversale ainsi que l'équation de l'énergie, sont les suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( 2 \eta_{app} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \eta_{app} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left[ \eta_{app} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left( 2\eta_{app} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \left[ \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \right] \quad (4)$$

Et ce, en considérant les variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL} \quad V = \frac{v}{U_0}$$

$$U = \frac{u}{U_0} \quad P = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

La viscosité apparente pour le fluide d'Ostwald-De Waele est donnée par l'expression suivante :

$$\eta_{app} = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (5)$$

Les conditions aux limites associées aux équations générales de conservation qui contrôlent l'écoulement et le transfert thermique dans la présente configuration s'écrivent comme suit :

**Paroi verticale gauche :**  $X = 0$  et  $0 \leq Y \leq 1$

$$U = 0 \quad V = 0 \quad \theta = 1 \quad (6)$$

**Paroi verticale droite :**  $x = 1$  et  $0 \leq Y \leq 1$

$$U = 0 \quad V = 0 \quad \theta = 0 \quad (7)$$

**Paroi horizontale inférieure :**  $Y = 0$  et  $0 \leq x \leq 1$

$$u = 0 \quad v = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (8)$$

**Paroi horizontale supérieure :**  $Y = 1$  et  $0 \leq X \leq 1$

$$U = 0 \quad V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (9)$$

Les équations générales de conservation sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis développée par Patankar [4]. Elles sont, par la suite, résolues en utilisant la méthode lignes par lignes et ce, en se basant sur l'algorithme SIMPLER. Les résultats sont obtenus pour un maillage uniforme (81x81) suivant X et Y respectivement.

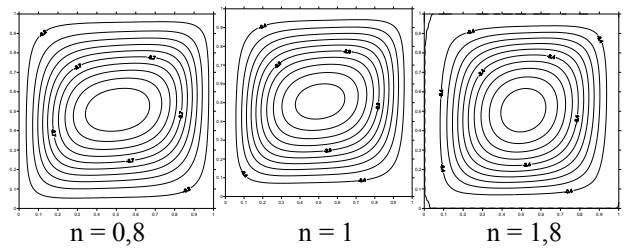
## 4. Résultats et discussion

### 4.1. Influence de l'indice d'écoulement sur les lignes de courant et sur les isothermes

#### 4.1.1 Lignes de courant

A travers la figure 2, nous remarquons que les lignes de courant ont tendance à s'étirer horizontalement avec la diminution de la valeur de l'indice d'écoulement du fluide.

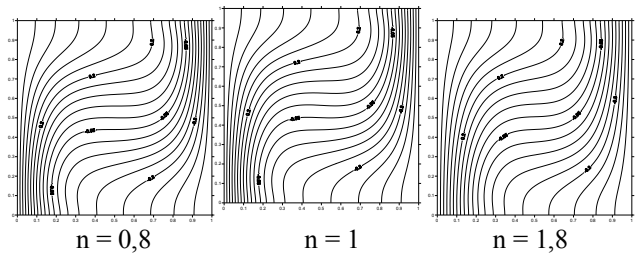
En effet, plus  $n$  diminue, le fluide devient moins visqueux, ce qui améliore la mobilité du fluide.



**Fig. 2 :** Lignes de courant pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement.  $Pr = 1000$  ;  $Gr = 10^4$ ,  $Ra = 10^4$ .

#### 4.1.2. Isothermes

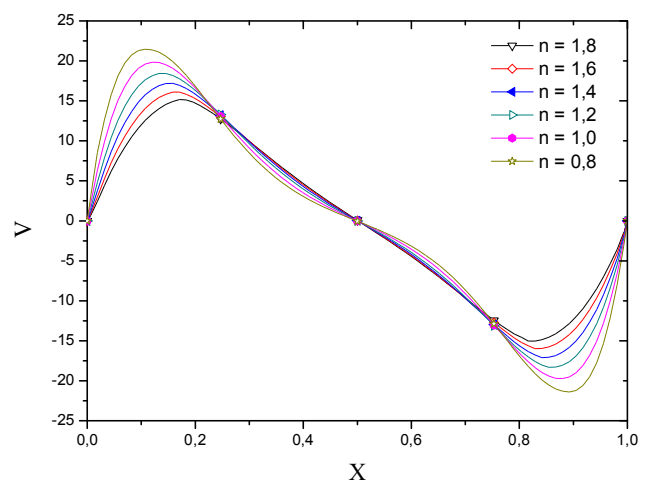
A partir de la figure 3, qui représente les isothermes, nous remarquons que ces dernières deviennent plus courbées avec la diminution de l'indice d'écoulement car le comportement hydrodynamique du fluide se répercute sur le transfert thermique.



**Fig. 3 :** Les isothermes pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement.  $Pr = 1000$ ,  $Gr = 10^4$ ,  $Ra = 10^4$ .

### 4.2. Influence de l'indice d'écoulement sur les profils de vitesse

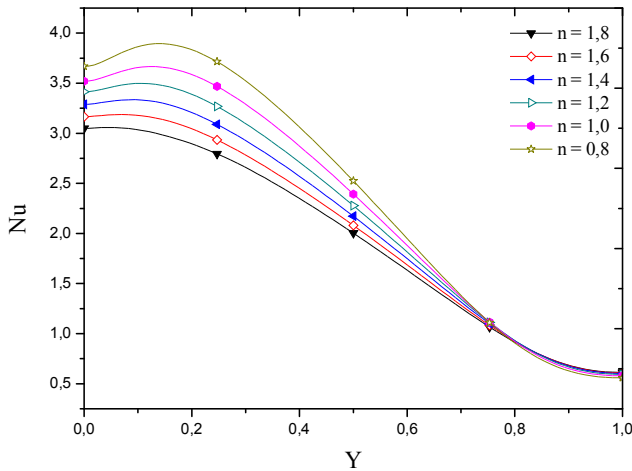
D'après la figure 4, qui représente l'évolution du profil de vitesse pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement, nous remarquons que la diminution de ce dernier entraîne l'augmentation de la vitesse transversale. Cela est dû à la diminution de l'intensité des forces visqueuses. Par conséquent, le fluide a tendance à mouvoir à grande vitesse.



**Fig. 4 :** Evolution de la vitesse verticale pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement.  $Ra = 10^4$  ;  $Pr = 1000$ .

### 4.3. Influence de l'indice d'écoulement sur le transfert thermique

La figure 5 illustre l'évolution, le long de la paroi verticale, du nombre de Nusselt calculé à la paroi chaude. Nous remarquons que le nombre de Nusselt augmente avec la diminution de l'indice d'écoulement. Ceci est dû au fait que le fluide est plus visqueux lorsqu'il s'agit d'un indice d'écoulement élevé. Par conséquent, le transfert thermique devient médiocre.



**Fig. 5 :** Evolution du nombre de Nusselt évalué à la paroi chaude pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement.  $Ra = 10^4$  ;  $Pr = 1000$ .

### 5. Conclusion

La présente étude a porté sur l'analyse de l'effet de l'indice d'écoulement d'un fluide d'Ostwald-De Waele sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de son écoulement au sein d'une cavité carrée dont les parois sont immobiles.

Les résultats obtenus montrent que la diminution de l'indice d'écoulement entraîne une amélioration du transfert thermique et l'augmentation de la composante transversale de la vitesse au sein de la cavité carrée.

### Références

- [1] G.B. Kim, J.M. Hyun, H.S. Kwak, Transient buoyant convection of a power law non-Newtonian fluid in an enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46 (2003) 3605-3617.
- [2] O. Turan, S. Anuj, N. Chakraborty, R. J. Poole, Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated side walls subjected to constant temperatures, *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166 (2011) 1049-1063.
- [3] P. Koteswara Rao, C. Sasmal, A.K. Sahu, R.P Chhabra, V. Eswara, Effect of power-law fluid behavior on momentum and heat transfer characteristics of an inclined square cylinder in steady flow regime. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 54 (2011) 2854-2867.
- [4] S.V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, Ed. McGraw and Hill, New York, 1980.

### Nomenclature

$C_p$  : Chaleur spécifique du fluide,  $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$   
 $k$  : Conductivité thermique,  $W\ m^{-1}\ K^{-1}$   
 $K$  : Consistance du fluide,  $kg\ m^{-1}\ s^{-2n}$   
 $L$  : Longueur de la cavité, m  
 $n$  : Indice d'écoulement  
 $Nu$  : Nombre de Nusselt local  
 $Pr$  : Nombre de Prandtl,  $= \alpha^{n-2} L^{2-2n} (K/\rho_0)$   
 $Ra$  : Nombre de Rayleigh,  $= g\ \beta\ \Delta T\ L^{2n+1} / \alpha^n (K/\rho_0)$   
 $Gr$  : Nombre de Grashof,  $= g\ \beta\ \Delta T\ L^{4n-1} / \alpha^{2n-2} (K/\rho_0)^2$   
 $T$  : Température du fluide, K  
 $T_c$  : Température de la paroi chaude, K  
 $T_f$  : Température de la paroi froide, K  
 $U$  : Vitesse longitudinale adimensionnelle  
 $V$  : Vitesse transversale adimensionnelle  
 $X, Y$  : Coordonnées cartésiennes adimensionnelles

### Symboles grecs

$\alpha$  : Diffusivité thermique,  $= k / \rho_0 C_p$ ,  $m^2\ s^{-1}$   
 $\beta$  : Coefficient de dilatation thermique,  $K^{-1}$   
 $\dot{\gamma}$  : Taux de cisaillement du fluide,  $s^{-1}$   
 $\rho_0$  : Masse volumique du fluide évaluée à la température de référence,  $kg\ m^{-3}$   
 $\eta_{app}$  : Viscosité apparente du fluide

# CHARACTERISTICS OF THE WATER-OIL INTERFACE OF CORE ANNULAR FLOW IN SQUARE CHANNEL

NOUREDDINE LATRACHE & BLAISE NSOM

Université de Brest, LBMS EA 4325, IUT de Brest, Rue de Kergoat 29200 Brest, France

[Noureddine.Latrache@univ-brest.fr](mailto:Noureddine.Latrache@univ-brest.fr)

**Abstract.** In this work, we study the spatiotemporal dynamics of a two-dimensional core-annular flow (CAF) in a square channel of an oil/water system. The flow rate of oil is fixed at  $Q_o=0.19$  l/s and the flow rate of water  $Q_w$  is varied from 0.20 l/s to 0.46 l/s. For large values of  $Q_w$  (typically  $Q_w>0.23$  l/s), the CAF is unstable, and it becomes stable for low values of  $Q_w$  (typically  $Q_w<0.23$  l/s). The spatiotemporal diagram technique is used to determine the characteristics of the water-oil interface, frequency, wavenumber, phase velocity and amplitude as function of the water flow rate  $Q_w$ . These characteristics are compared to the behaviour of the pressure drop as function of the water flow rate.

## Introduction

To facilitate the transport of viscous crude oil in pipeline, a low viscosity fluid (usually water) can be injected in the pipe in order to reduce the pressure gradient [1]. Following the minimum energy principle, the water migrates close to the wall where high shear rates exist while the viscous crude oil locates in the region of reduced shear rate, i.e. the central part of the pipe. Different flow patterns of the oil-water system can be observed. The perfect core annular flow (PCAF) is usually unstable and can undergo three kinds of instability: capillarity instability, instability caused by interfacial friction and instability due to Reynolds stresses [2]. In reality the density of viscous oil crude being less than that of the water, the buoyancy force on the (lighter) oil is counterbalanced by the viscous and pressure forces [2]. Thus a secondary flow appears to counterbalance the buoyancy and it is manifested by the presence of the wavy oil-water interface. Oliemans and Ooms showed in the lubricating-film model (LFM) that the wave interface oil-water plays a crucial role in this balance [3]. The LFM can estimate the pressure gradient for core annular flow (CAF) as function of wavenumber and waves amplitude [3]. In literature, many experiments and theories of CAF exist in circular pipeline [4-7]. Few studies concern the CAF in rectangular channel [8, 9]. In this work, we study the CAF in rectangular pipe with constant flow rate of oil ( $Q_o=0.19$  l/s) and varied flow rate of water  $Q_w$  (from 0.46 l/s to 0.20 l/s). For large values of  $Q_w$  (typically  $Q_w>0.23$  l/s), the CAF is unstable, and it becomes stable for low values of  $Q_w$  (typically  $Q_w<0.23$  l/s). The spatiotemporal diagram technique is used to determine the characteristics of the water-oil interface, say the entry length, height, parallel length, frequency, wavenumber, phase velocity, amplitude and spatial growth rate of wave amplitude as function of water flow rate of  $Q_w$ . We will show that CAF strongly depends on space  $x$ . The pressure drop decreased with water flow rate. This behaviour is

similar to that of  $\lambda$  wavelength of CAF interface and it is opposite to that of saturation amplitude  $A_s$ , maximum frequency  $f_{max}$  and wave speed  $c$ .

## Experimental setup and fluid characterization

We designed and built an experimental set-up with a 13-m transparent channel as the principal organ was designed and built in the laboratory. It is square with a 4×4-cm cross-section and it contains a centered square injector with a 2×2-cm cross-section. In fact, in pipeline transport the cross section is circular, and its diameter and flow rate are much larger meaning that the results obtained in the present study can contribute to a better understanding of CAF, but they cannot be directly applied to pipeline technology. The device head consists of two distinct circuits, one for the water and the other one for the oil (Fig.1). The flow was maintained by constant-head tanks for both water and oil and was re-circulated by pumps. Each tank was provided with an overflow device to maintain a constant head. The flow was allowed to mix during discharge from the channel and the mixture was separated in a separator tank (CSD-B Separator hydrocarbure Acier 60 × 60 × 80 cm), with a capacity to treat 1 l/s. The head in the separator tank was kept constant by the overflow of oil by using an interface sensing probe. The flow rate and the temperature were kept steady. The pressure drop is measured using high precision Keller transmitters Series 33× and 35×. These series are based on the stable, floating piezoresistive transducer and a XEMICS micro-processor with an integrated 16 bit A/D convertor. Temperature dependencies and non-linearities of the sensor are mathematically compensated. It should be stressed that both fluids, the oil and the water, are used in closed circuit for obvious reasons of water economy. Meanwhile, to ensure the quality of the fluids used, regularly during the experiments, samples are picked regularly in each reservoir and characterized. In this study, the core fluid is Blasias P1000 mineral oil supplied by Agip Oil Company, with density  $\rho_{oil}=0.935$  kg/l. The viscosity measurement was realized by the help of a stress-controlled Carrimed CSL 500 rheometer. For the worked experimental room temperature, the dynamic viscosity of oil is  $\eta_{oil}=3$  Pa.s. The physical and geometrical control parameters of this multiphase flow are fixed: viscosity ratio  $\eta_{oil}/\eta_{water}=3\times 10^3$ , density ratio  $\rho_{oil}/\rho_{water}=0.935$ , depth and width ratios of oil injection to square pipe are 0.5 while the injection parameters are controlled by the flow rates of water  $Q_w$  and of oil  $Q_o$ . The flow images were recorded using a CCD camera of 190 images per second and a resolution of 1248 × 1082 pixels.

## Procedure and results

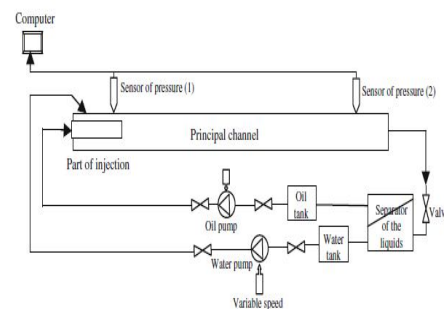


Fig.1. Experimental setup of CAF study.

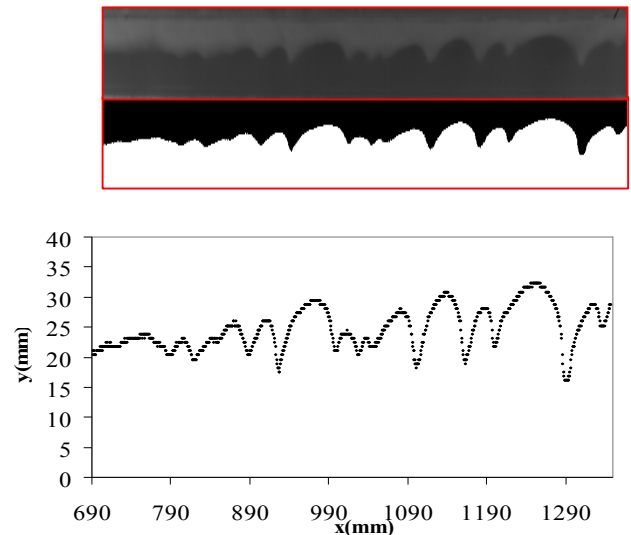


The flow in square channel was started by the exclusive injection of water with maximum flow rate  $Q_w$ . Then oil is injected with constant flow rate  $Q_0$ . The core-annular flow can be observed for  $Q_0=0.19$  l/s and for  $Q_w$  from 0.46 (l/s) to 0.23 (l/s). Figure 2-a presents a typical core annular flow. The spatiotemporal diagram technique is used to extract the evolution of interface of CAF. The images have a variation of light intensity  $I(x, y)$  (see fig. 2-a), where the up region represents the oil phase while the down region represents the water. To perform an automatic extraction of the evolution of interface of CAF, we developed the spatiotemporal diagram technique from the images recorded by the camera. To distinguish the position of the interface of CAF in time, we used the binarization technique of each image: The resulting signal  $I$  was normalized by its maximal intensity:  $i = I/I_m$ . The cutoff  $\Delta$  that reproduces the discharge evolution was found at 0.5. We assigned black color ( $i < \Delta$ ) to oil phase and white ( $i > \Delta$ ) to water phase (Fig. 2-b). We extracted the spatial profile of the interface  $y(x)$  from binarized intensity  $I(x,y)$  for each image along the longitudinal and depth directions (Fig 2-c). The chronological superposition of these spatial profiles at regular intervals (0.032s) permits to provide a spatiotemporal diagram of the position of the interface  $y(x, t)$ .

The interface location can be described by the following equation:

$$y(x,t) = A(x,t) \exp(i(qx - 2\pi ft)) + c.c \quad (1)$$

where  $A(x,t)$ ,  $f(x,t)$  and  $q(x,t)$  are the spatiotemporal amplitude, frequency and wavenumber respectively. The amplitude profile shows three zones: i) zone with vanishing amplitude, which correspond to the parallel CAF without instability, ii) zone of spatial growth rate, where the amplitude increases with space, it corresponds to growing instability, iii) zone of amplitude saturation where the amplitude is almost constant with small fluctuations. The power spectra of frequency at different space positions  $x$ : shows a strong dependence of frequency to the space  $x$  and the presence of harmonic modes which is the signature of a strong non-linear interface of CAF. The zone of amplitude saturation was obtained at  $x = 1321$  mm. Moreover the frequency power spectrum (fps) was characterized by the frequency  $f_{max}$  at which the fps is maximum. Finally, the interface wave of CAF ( $f_{max}$ : frequency maximum,  $\lambda$ : wavelength  $A_s$ : amplitude is saturation zone and the wave speed or phase velocity) where characterized for  $Q_0=0.19$  l/s and  $0.2 < Q_w < 0.46$  l/s. with pressure drop which itself decreases with the flow rate of water. In comparison with different characteristics of CAF in saturation zones, we can conclude that the pressure drop follows the same behaviour as  $\lambda$ , and it is in opposite evolution compared to  $f_{max}$ ,  $c$ ,  $A_s$ .



**Fig 2:** Image interface of water-oil: (a) raw image, (b) digitized image; (c) spatial profile.

## Conclusions

In this work, we studied the stability of the interface of CAF in an oil-water system at fixed oil flow rate ( $Q_0=0.19$  l/s) and varied flow rate of water  $Q_w$ . We found that for large values of  $Q_w$  (typically  $Q_w > 0.23$  l/s), CAF is unstable, and it becomes stable for the low values of  $Q_w$  (typically  $Q_w < 0.23$  l/s). We showed that CAF strongly depends on space  $x$  and we could measure amplitude and frequency in space. The pressure drop decreased with water flow rate. This behavior is similar to that of  $\lambda$  wavelength of CAF interface and it is opposite to that of saturation amplitude  $A_s$ , maximum frequency  $f_{max}$  and wave speed  $c$ .

## References

- T. Russell, G. Hodgson and G. Govier, *Can. J. Chem. En.* **37**, 9 (1959)
- A. Huang and D. Joseph, *J. Fluid. Mech.* **282**, 233-245 (1995)
- R. Oliemans, G. Ooms, *Core-annular flow of oil and water through a pipe line*, Multiphase science and Technology (Hemisphere, Vol 2, New York, 1986).
- L.P.M. Colombo, M. Guilizzoni, G. M. Sotgia, *Exp Fluids* **53**, 1617-1625 (2012)
- P. Boomkamp, R. Miesen, *Phys Fluids A* **4**, 1627-1636 (2004)
- P. Guillot, A. Colin, A.S. Utada, A. Ajdari, *Phys Rev Lett.* **99**, 104502 (2007).
- D. Joseph, M. Renardy, *Fundamentals of two-fluid dynamics* (Springer, New York, 1993)
- S. Yiantsios, B. Higgins, *Phys Fluids* **31**, 3225-238 (1988)
- A. Ahmad, B. Nsom, J-P. Decruppe, *Rheo. Acta* **50**, 945-954 (2011)

**Thème 9:  
Energies renouvelables et environnement**

# THERMAL DYNAMIC STUDY OF HABITAT USING PHASE CHANGE MATERIALS FOR INSULATION

SELKA G.<sup>A</sup>, KORTI A.N.<sup>A</sup>, ABOUDI S.<sup>B</sup>, SAIM R.<sup>A</sup>

<sup>a</sup>Université de Tlemcen, Laboratoire ETAP, Faculté de Technologie, DGM, B. P. 230, Tlemcen 13000, Algérie.

<sup>b</sup>Institut IRTES-M3M, DGM, site de Sévenans, UTBM, 90010 Belfort Cedex, France.

[g\\_selka@yahoo.fr](mailto:g_selka@yahoo.fr)

**Abstract:** *One of the potential and effective ways of storing thermal energy in buildings is the integration of concrete with phase change materials (PCMs) with concrete. The present study presents a two-dimensional model for simulating and analyzing of PCM in order to minimize energy consumption in the buildings. The numerical approach has been used effective heat capacity  $C_{eff}$  model with realistic outdoor climatic conditions of Tlemcen (Algeria). The numerical results show a significant reduction in maximum entering temperature to building about 3°C depending on PCM thickness.*

**Keywords:** storage, PCM, building, solar, dynamic behavior numerical.

## INTRODUCTION

One of the most effective means to reduce the energy consumption of the building is to optimize its envelope. Technological solutions have been introduced [1] such as the use of phase change materials (PMC) in active and passive solar buildings which has been subject to considerable interest. The appeal of PCMs is that they can smooth daily fluctuations in room temperature by lowering the peak temperatures resulting from extreme external daily temperature changes. The PCMs can store heat energy in a latent, as well as sensible fashion, leading to greater heat storage capacity per unit volume than that of conventional materials. As the building trends towards overheating, the phase change material melts and absorbs the excess heat due to its phase change from solid to liquid. This heat is only released when the room temperature drops below the specified level and the liquid wax returns to a solid state there by stabilizing the room temperature [2].

A numerical investigation of heat storage device with fins to absorb the solar radiation is developed by Stritih [3]. Athienitis et al. [4] investigated gypsum board impregnated with PCM for thermal storage in a passive solar test room. They found that the utilization of the PCM gypsum board may reduce the maximum room temperature up to 4°C during the daytime. In recent years, a kind of novel compound PCM, the shape stabilized PCM (SSPCM), has been attracting the interests of there searchers [5-7]. De Grassi [8] used statistical approach to evaluate the thermal behavior of the PCM containing walls. Firstly, it demonstrates the existence of statistically significant linear dependencies among the variables used, and, secondly, highlights the improvements in comfort conditions due to the insertion of PCM inside dry assembled walls.

In this work, thermal analysis of a two-dimensional model for building wall with rectangular section containing phase change material PCM is presented. The main objective of the Wall-PCM system is reducing the heat flow from outdoor space before it reaches the indoor space during the daytime. This goal is achieved by absorbing the heat gain.

## METHOD OF THE EFFECTIVE CAPACITY

The equation of energy is given by :

$$\rho C_{eff} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$C_{eff}$  : effective heat capacity.

$\rho$  : density

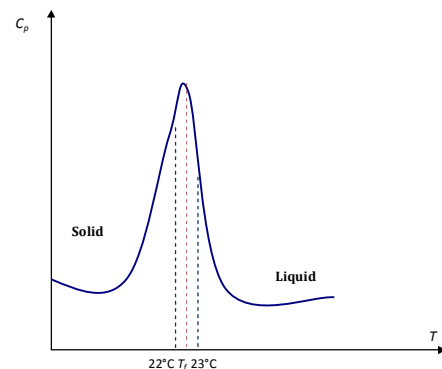
$\lambda$  : thermal conductivity

$u$  and  $v$  : velocity components according to  $OX$  and  $OY$

In our case, the law of the behavior of MCP used here is that proposed by Kuznik et al. [9]. It is based on the normal curve of the specific heat adapted by experimental measurements (cf. fig. 1 and equation (2)).

$$C_{eff} = \begin{cases} 4250 + 10750 \exp\left(-\frac{22.6-T}{4}\right)^2 & \text{if } T < 22^\circ\text{C} \\ \frac{C_{pl} + C_{ps}}{2} + \frac{L_s}{2\Delta T} & \text{if } 22^\circ\text{C} \leq T \leq 23^\circ\text{C} \\ 4250 + 10750 \exp\left(-\frac{22.6-T}{3}\right)^2 & \text{if } T > 23^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2)$$

With  $C_{pl}$  and  $C_{ps}$  are the thermal capacity of the liquid and the solid phases.  $L_s$  is the latent heat of phase change.  $\Delta T$  is the change phase interval (1°C) and must have a minimum value to simulate the pure materials and secondly, it must be of significant value to reduce the nonlinearity caused by the effect of latent heat.



**Fig. 1** Specific heat including the effect of latent heat in the phase change interval.

Figure 1 shows a schematic representation of the problem and the coordinate system.

**POSITION OF PROBLEM**

Consider a test room of internal dimensions:  $3.30 \times 2.80$  m, with an intermediate floor in contact with the two areas. Each floor has a window of 1.00 m in height at a distance of 1.00 m above ground level and a pitched roof of concrete (see Fig. 2). The windows are supposed hermetic. The walls of the exterior walls are composed of concrete and brick.

A phase change material has a thickness of 5cm is provided between the two materials in the form of sandwich. The MCP is examined paraffin n-octadecane. The thermal properties of materials are represented by the following table:

Table 1 Thermal properties of materials

Materials	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\lambda$ (W/m.K)	Cp (j/kg.K)
paraffin n-Octadecane	765 solid 780 liquid	variable	variable
concrete	2100	1.4	1
Brick	1920	0.72	835
glazing	2500	1.4	720

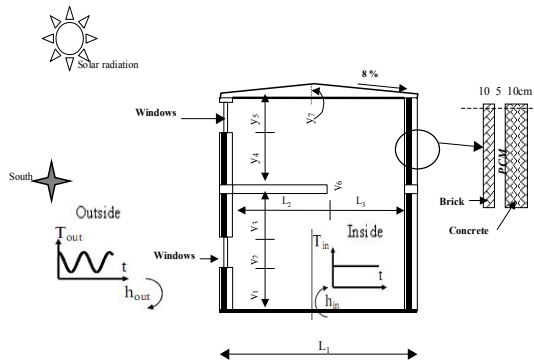


Fig. 2. Schematic representation of the test room.

Table 2: geometrical properties of the test rooms.

$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
1.m	1.m	0.8m	1.m	1.m	0.15m	3.8m	2.1m	1.7m

The Algerian typical day weather (12) of May in Tlemcen (Altitude 750m, Latitude  $35^\circ 28'N$  and Longitude  $17^\circ -1$ ) is chosen as the outdoor climate data. The hourly variation of outdoor air temperature and solar radiation on the south wall is shown in Fig. 3. The average outdoor air temperature is 23 °C.

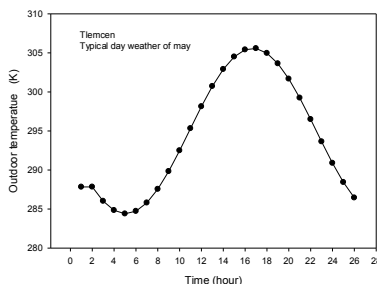


Fig. 3-a Hourly variation of outdoor air temperature.

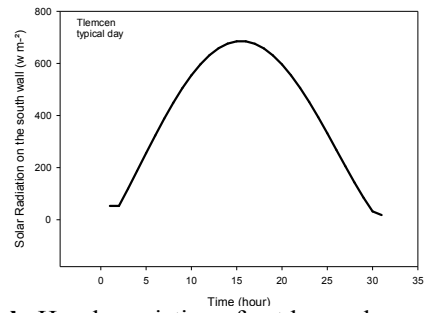


Fig. 3-b. Hourly variation of outdoor solar radiation.

Figure 4 shows the distribution of isothermal contours for different time period. The outside temperature varies from 13°C to 33°C. The interior temperature is stabilized between 19°C and 23°C after 15h. The temperature difference between the lower and the higher level do not exceed 3°C. It can be seen that the maximal temperature reached is 23°C in the higher level after 24 h and 25°C after 48 h, respectively. In the lower level, the maximal temperature reached is 23°C in the higher level after 24 h and 24°C after 48 h, respectively. The PCM can reduce considerably the interior temperature.

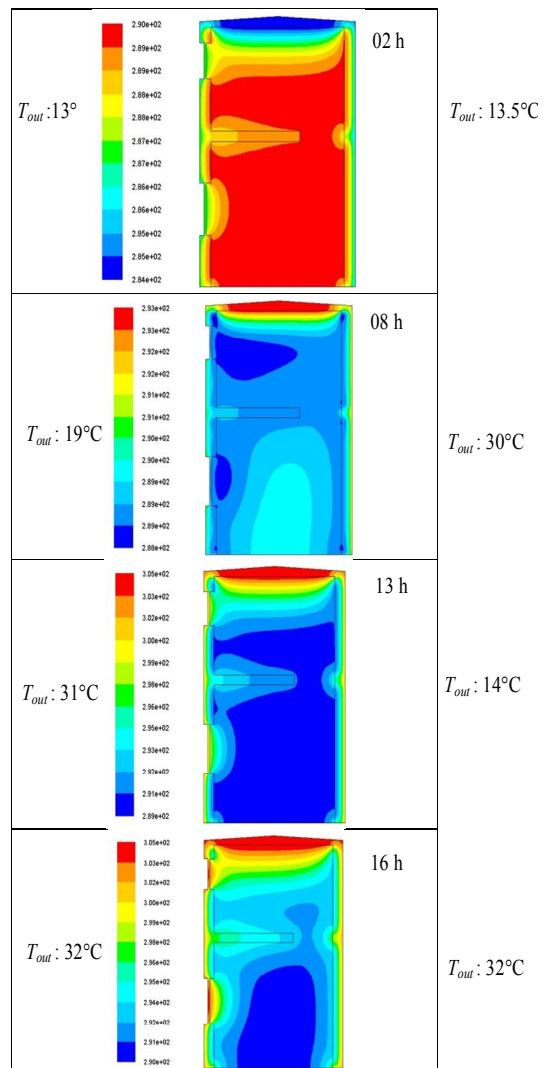
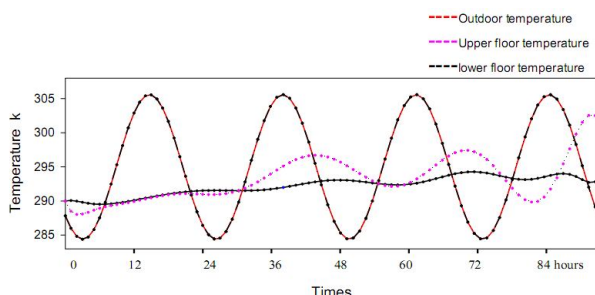


Fig. 4. Temperature contour at various hours.

The Figure 5 shows the temperature evolution at various hours. The MCP material incorporated in the walls of the room builds up heat and then return to the form of a hot or cold heat flux depending on the outside temperature. This can be illustrated by Figure 5 which compares the change in the outside temperature with the inside temperature.



**Fig. 5** Temperature evolution at various hours.

The incorporation of an PCM in the walls to smooth fluctuations in internal temperatures and reduces overhead daily up to 6.7°C. The temperature differences calculated on a time interval of four days between the upper and lower level are still less than 3°C.

## CONCLUSION

Thermal performance of phase change material (PCM) integrated in wall, has been numerically evaluate in a passive solar building in Tlemcen (nord of Algeria) with an effective heat capacity  $C_{eff}$  model. The numerical results shown that by utilizing PCM in wall, the maximum of the inlet heat flux may reduce about 6,7°C of temperature depending on PCM thickness. The other factor that has influence on thermal efficiency of the integrated wall is PCM location. The investigation shows that in the present conditions, the optimal melting temperature is about 23 °C.

## REFERENCES

- D. Feldman, M.A. Khan, D. Banu, Energy storage composite with an organic PCM, *Solar Energy Materials*, 18 (1989), 333–341.
- M. Hadjiena, R. Stoyker, T. Filipara, Composite salt hydrate concrete system for building storage, *Renewable Energy*, 19 (2000), 111–115.
- U. Stritih, Heat transfer enhancement in latent heat thermal storage system for building, *Energy and Building*, 35 (2003), 1097–1104.
- A. Athienitis, C. Liu, D. Hawas, D. Banu, D. Feldman, Investigation of the thermal performance of a passive solar test-room with wall latent heat storage, *Building and Environment*, 32 (1997), 405–410.
- H. Inaba, P. Tu, Evaluation of thermophysical characteristics on shape-stabilized paraffin as a solid-liquid phase change material. *Heat and Mass Transfer*, 32 (1997), 307-12.
- M. Xiao, B. Feng, K. Gong, Preparation and performance of shape stabilized phase change thermal storage materials with high thermal conductivity. *Energy Conversion Management*, 43 (2002), 103-08.

Zhang Y, Ding J, Wang X, Yang R, Lin K. Influence of additives on thermal conductivity of shape-stabilized phase change material. *Solar Energy Materials & Solar Cells*, 90 (2006), 1692-1702.

M. De Grassi, A. Carbonari, G. Palomba, A statistical approach for the evaluation of the thermal behavior of dry assembled PCM containing walls, *Building and Environment*, 41 (4) (2006), 448–485.

Kuznik, F., J. Virgone and J.-J. Roux (2008). "Energetic efficiency of room wall containing PCM wallboard: A full-scale experimental investigation." *Energy and Buildings* 40(2): 148-156.

Zhou GB, Zhang YP, Lin KP, Xiao W. Thermal analysis of a direct-gain room with shape-stabilized PCM plates. *new Energy* 2008;33:1228–36.

Tayeb AM. A simulation model for a phase change energy storage system: experimental and verification. *Energy Convers Manage* 1993;34(4):243–50.



# COMPARAISON DES PERFORMANCES THERMIQUES D'UNE MAISON PROTOTYPE AVEC CELLES D'UNE MAISON CLASSIQUE EN ALGÉRIE

L. DERRADJI<sup>1\*</sup>, K. IMESSAD<sup>2</sup>, Y. MAOUDJ<sup>1</sup>, M. AMARA<sup>1</sup>, F. BOUDALI ERREBAI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Centre National d'Etudes et de Recherches Intégrées du Bâtiment, CNERIB, Souidania, Alger, Algérie.

lotfi.derradji@yahoo.fr

<sup>2</sup>Centre de développement des énergies renouvelables, CDER, Alger, Algérie.

**Résumé :** Dans cette étude, une investigation expérimentale a été effectuée sur les performances thermiques d'une maison rurale à faible consommation d'énergie. Cette maison a été réalisée par le CNERIB en collaboration avec le CDER dans le cadre du projet MED-ENEC. Une modélisation numérique de la maison prototype est effectuée à l'aide d'un logiciel de simulation dynamique afin de comparer ses performances énergétiques, en période d'hiver, avec celles d'une maison classique en Algérie.

**Abstract :** In this study, an experimental investigation was carried out on the thermal performances of a rural house with low fuel consumption of energy.

This house was carried out by the CNERIB in collaboration with the CDER within the framework of the Med-eneec project.

A numerical modeling of the prototype house is carried out using a dynamic software of simulation in order to compare its energy performances, in period of winter, with those of a traditional house in Algeria.

## 1. INTRODUCTION

En Algérie, le secteur du bâtiment est le plus gros consommateur d'énergie parmi les secteurs économiques, avec 41% de l'énergie finale [1]. Il s'avère donc nécessaire de gérer et de maîtriser cette consommation énergétique pour réduire les besoins en énergie du secteur résidentiel tout en maintenant, bien sûr, le même niveau de confort thermique.

Ce travail se focalise sur l'étude expérimentale du confort thermique d'une maison prototype réalisé par le CNERIB en collaboration avec le CDER dans le cadre du projet MED-ENEC.

De plus, une modélisation numérique de la maison prototype est effectuée à l'aide d'un logiciel de simulation dynamique TRNSYS, afin d'étudier son comportement thermique en période d'hiver et de comparer ses performances énergétiques avec celles d'une maison classique en Algérie.

## 2. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

De nombreuses études se sont intéressées à l'effet des matériaux locaux sur l'efficacité énergétique des bâtiments. Parmi ces études, Ferrantea et al. [2] montrent qu'il est

possible de réaliser des maisons à zéro consommation d'énergie et zéro émission de CO<sub>2</sub> dans le climat méditerranéen, et envisagent que les matériaux locaux et les techniques de l'architecture traditionnelle sont des solutions pour assurer l'efficacité énergétique des bâtiments. S. Mohcen et al. [3] ont étudié l'influence des matériaux isolants sur l'économie d'énergie des bâtiments. Les résultats montrent que l'utilisation du polystyrène dans les murs et la toiture peut réaliser des économies d'énergies qui peuvent atteindre 76.8 %. C.A, Balaras [4] confirme que l'inertie thermique a un effet positif sur les conditions intérieures en période d'hiver. Cette étude affirme que l'énergie disponible des gains solaires et des gains internes durant le jour, est stockée dans la masse et lentement restituée dans l'environnement pour améliorer le confort thermique des bâtiments.

## 3. DESCRIPTION DU CAS D'ETUDE

Dans le cadre de cette recherche, deux types de logements ont été étudiés. Le premier logement est la maison prototype en Bloc de Terre Stabilisé qui a été réalisée par le CNERIB dans le cadre du projet MED-ENEC (voir figure 1). Le deuxième logement est un logement classique des constructions en Algérie, et qui a la même superficie et la même orientation que la maison prototype. La simulation thermique est réalisée avec les mêmes scénarios et les mêmes conditions climatiques pour les deux logements. Les modifications concernent essentiellement la composition des différentes parois (toiture, mur et plancher).

### 3.1. Description de la maison prototype

La maison prototype possède une surface de 90 m<sup>2</sup>, elle est implantée dans la région d'Alger, et plus précisément dans le village de Souidania (Latitude 36,70 N, Longitude 03,20 E) (figure 1). Cette région fait partie de la zone climatique A qui est caractérisée par un hiver frais et un été chaud et humide [5].



**Fig.1 :** La maison prototype située au CNERIB de Souidania, Alger.

La maison est de type F3 avec un plancher haut en contact avec un comble. La chambre 1 est positionnée vers le côté sud-ouest et la chambre 2 est vers le côté nord-ouest. La salle de séjour a une grande fenêtre orientée vers le sud et une porte-fenêtre orientée vers l'est. La cuisine est du côté est et enfin la salle de bain et les toilettes sont orientées vers le nord.

### 3.2. Description de la maison classique

La maison classique considérée dans le présent travail est une maison virtuelle qui a la même orientation et la même superficie que la maison prototype, à savoir 90 m<sup>2</sup>. Elle est supposée être implantée dans la région d'Alger qui fait partie de la zone climatique A (Latitude 36,70 N, Longitude 03,20 E).

## RESULTATS ET DISCUSSION

Dans le cadre de cette étude, nous avons effectué des simulations par le logiciel TRNSYS [6], afin d'étudier le comportement thermique de la maison prototype en période d'hiver et de comparer ses performances énergétiques avec celles d'une maison classique en Algérie.

### 4.1. Validation des résultats

Pour valider les résultats du modèle élaboré sous TRNSYS, nous avons comparé les courbes de températures simulées avec les courbes de températures issues des mesures thermiques qui ont été effectuées sur la maison prototype. La figure 2 permet d'observer une bonne concordance entre les résultats expérimentaux de la température intérieure du prototype et les résultats de la température intérieure issus de la simulation par le logiciel TRNSYS. L'écart maximal entre les deux températures est de 0,5°C.

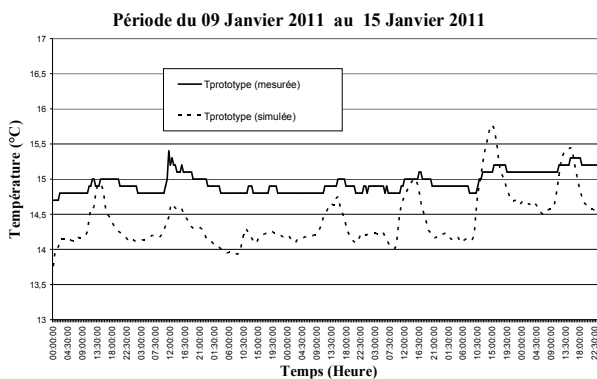


Fig.2: Comparaison entre la température de l'air mesurée et celle simulée par TRNSYS

### 4.2. Comparaison entre les températures du prototype et celles de la maison classique

La figure 3 illustre les variations de la température intérieure de la maison prototype et de la maison classique. La température de l'ambiance intérieure de la maison prototype est plus stable, elle varie, la plus part du temps, entre 17 et 19 °C, ce phénomène est expliqué par l'effet de l'isolation renforcée et de l'inertie thermique importante des parois. Par contre, la température de l'air intérieur de la maison classique présente une amplitude de température qui arrive jusqu'à 5 °C entre le jour et la nuit. Elle descend, la nuit, au-dessous de 15 °C, ce qui engendre aux occupants une sensation d'inconfort thermique en période d'hiver.

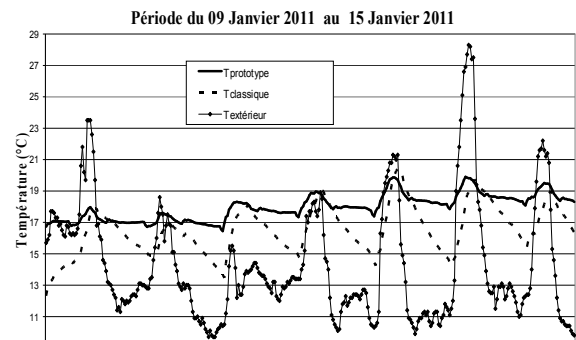


Fig.3 : Comparaison entre les températures du prototype et celles de la maison classique

La figure 4 illustre l'évolution de la température du plafond du prototype et celle du plafond de la maison classique. Le plancher haut de la maison prototype est isolé par 16 cm de polystyrène expansé, ce qui limite l'amplitude de variation des températures à 1 °C. La température du plafond de la maison classique présente des amplitudes de température qui atteignent 6 °C, en raison de l'absence de l'isolant dans la toiture.

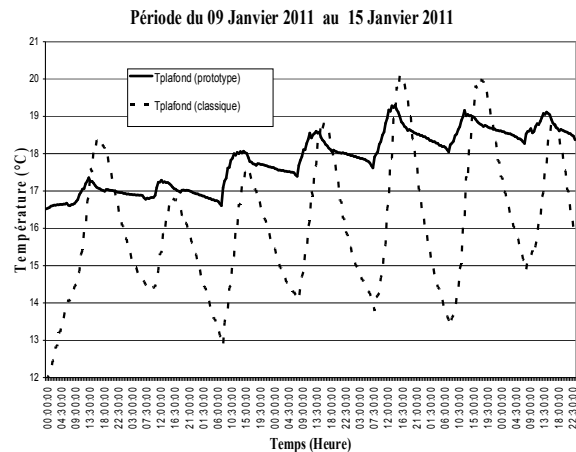
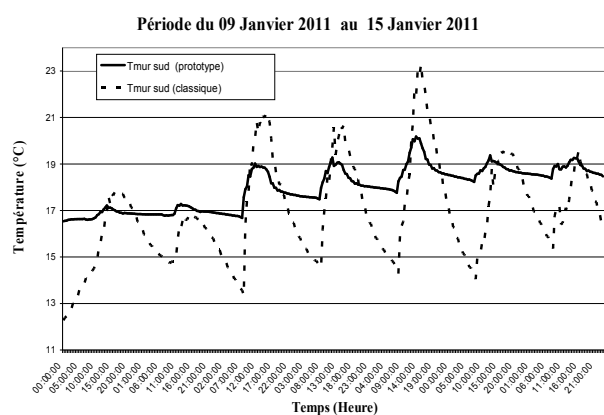


Fig.4 : Comparaison entre la température du plafond du prototype et celle du plafond de la maison classique

La figure 5 présente l'évolution de la température de la paroi sud du prototype et celle de la paroi sud de la maison classique en période d'hiver. Les résultats de la simulation numérique nous permettent de constater que la température de la paroi du prototype est relativement stable. Ceci est dû à l'effet de l'isolation thermique (9 cm de polystyrène expansé) et de la bonne inertie thermique des murs construits en brique à terre stabilisée (BTS). En revanche, la température de la paroi de la maison classique est instable et varie, la plupart du temps, entre 15 et 19 °C.



**Fig. 5 :** Comparaison entre la température du mur sud du prototype et celle du mur sud de la maison classique

## 5. CONCLUSION

Cette étude traite de l'impact des solutions d'efficacité énergétique entreprise dans le cadre d'une maison prototype à faible consommation énergétique. Les résultats de la simulation thermique à l'aide du logiciel TRNSYS en période d'hiver, permettent de constater que la température de l'ambiance intérieure de la maison prototype est stable. Cette température varie, la plupart du temps, entre 17 et 19 °C. Ceci est expliqué par l'effet de l'isolation renforcée et de l'inertie thermique importante des parois. Par contre, la température de l'air intérieur de la maison classique, présente une amplitude de température qui arrive jusqu'à 5 °C pendant la journée. La nuit, elle descend au-dessous de 15 °C, ce qui engendre aux occupants une sensation d'inconfort thermique en période d'hiver.

## REFERENCES

- [1] Consommation énergétique finale de l'Algérie, APRUE, Ministère de l'énergie et des mines, Algérie, Edition 2009.
- [2] A. Ferrantea, M.T. Cascellab, Zero energy balance and zero on-site CO2 emission housing development Mediterranean climate. *Energy and Buildings*, 43 (2011), 2002-2010.
- [3] M.S. Mohsen et al, Some Prospect of Energy Saving in Building, *Energy Conversion Management*, Vol.42 (2001), 1307-1315.
- [4] C.A. BALARAS, The role of thermal mass on the cooling load of buildings. An overview of computational methods, *Energy and Buildings*, 24 (1996), 1-10.
- [5] L. DERRADJI et al, Etude expérimentale du comportement thermique d'une maison rurale à faible consommation d'énergie, JITH 2011, université de Tlemcen, Algérie, Septembre 2011.
- [6] TRNSYS, version 16. A Transient System Simulation Program, laboratoire Energie Solaire, université du Wisconsin, 2006.

# BILAN DE QUANTIFICATION DU DEGRE DE LA POLLUTION PAR LES EAUX USEES AU PORT D'AGADIR

HAJJI CHAFIA\*<sup>1</sup>, BENDOU ABDELAZIZ<sup>2</sup>, HASSOU MOHAMMED<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>LMPEE, Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir, BP 1136 Agadir, Maroc. [chafiahajji3@gmail.com](mailto:chafiahajji3@gmail.com)

<sup>2</sup>Ecole Nationale de Commerce et de Gestion, Agadir, 80000, Maroc; [bendou@ensa-agadir.ac.ma](mailto:bendou@ensa-agadir.ac.ma)

<sup>3</sup> Division infrastructures et exploitation régionale, port d'Agadir (ANP), Maroc;

**Résumé :** L'objectif principal de cette étude est d'évaluer le degré de la pollution par les eaux usées au port d'Agadir puisque les rejets industriels ont un impact important sur le développement d'une contamination organique et inorganique dans le bassin portuaire. Le présent travail consiste à évaluer les résultats des analyses des 9 sites de prélèvements qui couvrent le port en se basant sur les paramètres physico-chimiques (température, pH, conductivité, MES, DBO<sub>5</sub>, DCO), hydrocarbures, huiles et graisses avec cinq éléments traces métalliques (Fe, Cr, Ni, Zn and Pb). Les résultats obtenus relèvent une bonne situation relativement pour la température et le pH. Le degré de contamination organique est important en comparaison avec les valeurs limites des rejets directs, il est confirmé par la concentration des matières en suspension (MES) (28-740 mg/l), la demande biochimique en oxygène (DBO<sub>5</sub>) (48.44-2001,62 mg/l) et la demande chimique en oxygène (DCO) (<3g/l). Cette étude montre que le degré de la pollution métallique est faible pour toutes les sites de prélèvement : (0.01-0.47mg/l) pour le fer, (0.01-0.04mg/l) pour le nickel et (0.00035-0.005mg/l) pour le Pb.

**Mots clés :** Pollution marine, métaux traces, pollution organique, port d'Agadir, Maroc.

**Abstract:** The main objective of this study is to assess the degree of pollution by wastewater at the port of Agadir as industrial discharges have a significant impact on the development of organic and inorganic contamination in the harbor. The present work is to evaluate the results of analyzes of nine sampling sites covering the port based on the physico-chemical parameters (temperature, pH, conductivity, TSS, BOD<sub>5</sub>, COD), hydrocarbons, oils and greases with five elements trace metals (Fe, Cr, Ni, Pb and Zn). Results are relatively good for temperature and pH. The degree of organic contamination is important compared with limit values for direct discharges, it is confirmed by the concentration of suspended solids (TSS) (28-740 mg / l), biochemical oxygen demand (BOD<sub>5</sub>) (48.44-2001.62 mg / L) and the chemical oxygen demand (COD) (<3 g / l). This study shows that the degree of metal pollution is low for all the sampling sites (0.01-0.47mg / l), iron (0.01-0.04mg / l) and nickel (0.00035-0.005mg / l) for the Pb

**Key words:** marine pollution, trace metals, organic pollution, port of Agadir, Morocco.

## Introduction

L'eau est un des éléments essentiels de la plupart des grandes entreprises industrielles. Après avoir été utilisée, la plus grande partie de cette eau usée de procédé est retournée à l'environnement. Comme cette eau est habituellement chargée en matière organique, elle devient dès lors une source de pollution importante pour le milieu récepteur qui la reçoit [1].

Les unités industrielles au sein du port d'Agadir constituent sans doute l'exemple-type de ces industries où l'eau est utilisée pour le lavage de poissons et des navires [2]. Ces eaux usées constituent une source de pollution pour les eaux de surface et l'océan qui se traduit généralement par des modifications des caractéristiques physico-chimiques du milieu récepteur [3]. Elles peuvent être responsables, si elles ne sont pas contrôlées et surveillées, d'un déséquilibre écologique irréversible ainsi que l'eutrophisation des eaux du bassin portuaire [4]. Le présent travail consiste d'abord à évaluer les effluents des unités industrielles au sein du port d'Agadir, à faire ensuite une caractérisation physico-chimique par la détermination de certains paramètres majeurs et globaux de la pollution des eaux usées et enfin d'évaluer le degré de la pollution métallique pour les 9 stations de prélèvement.

## 2. Matériels et méthodes

**2.1. Site de l'étude :** Le Port d'Agadir est situé dans la région de Souss Massa Draa, sur la côte atlantique du Maroc. Il se trouve à 30°25'N – 9°38'W, à 170 km au sud du port d'Essaouira, à 180 km au nord du port de Sidi Ifni et à 35 km du cap Ghir. La zone portuaire est bordée par Anza au NW et Agadir au SW. Les stations d'échantillonnage ont été choisies de manière à nous permettre de répondre à l'objectif de notre étude. Ainsi en prenant en considération un certain nombre d'éléments notamment la représentativité du port pour le bien cerner spatialement, l'importance de la zone et l'accessibilité, neuf stations ont été retenues qui se répartissent au niveau du port de pêche et du port de commerce dans la zone industrielle.

**2.2. Prélèvement et analyses des eaux usées :** Les échantillons des effluents des 9 stations sont effectués au niveau de l'exutoire des rejets des unités industrielles au port d'Agadir, dans des flacons en polyéthylène ou en verre de capacité allant de 250 ml à 1 litre, préalablement lavés à l'eau distillée et transportés à basse température (4°C) dans des glacières portatives. La conservation des échantillons d'eaux usées a été faite selon le guide pour la conservation et la manipulation des échantillons d'après ISO 5667/3[5]. La température de l'eau est mesurée in situ à l'aide d'un oxymètre à deux sorties (type WTW OXI 96), le pH et la conductivité électrique sont mesurés à l'aide d'un pH mètre de type (WTW 525). Pour la détermination de la DBO<sub>5</sub>, on a utilisé l'OxiTop, DCO (DCO-mètre type WTW). La MES a été quantifiée par filtration (filtres WHATMAN circulaire de 47 mm de diamètre et de porosité 0.45 µm) est déterminée selon la norme AFNOR (T90-105). Le dosage des métaux traces est réalisé par spectroscopie d'émission atomique avec plasma couplé par induction selon la norme NF EN ISO 11885.

### 3. Résultats et Discussions

#### 3.1. Paramètres physico-chimiques et pollution métallique des eaux usées au port d'Agadir :

L'évaluation de la pollution d'une eau usée brute se fait d'après la détermination d'un certain nombre de paramètres physico-chimiques caractérisant cette eau usée. Les caractéristiques physico-chimiques des eaux usées des unités industrielles du port d'Agadir sont regroupées dans le **tableau 1**.

La température (C) des eaux usées, régénérées par les unités industrielles, du port d'Agadir est comprise entre

13,7°C et 22,6°C comme valeurs extrêmes minimales et maximales et 18,42°C comme valeur moyenne (Tableau 1). D'une manière générale, les échantillons des eaux usées analysées ont un pH relativement neutre. Pour la conductivité électrique, les valeurs moyennes enregistrées se situent entre 1150µs/cm et 17400µs/cm avec 4197,78µs/cm comme valeur moyenne et qui dépassent fortement les valeurs limites des rejets dans l'environnement puisqu'il s'agit d'une eau de mer (Tableau 1). Les valeurs de la matière en suspension dans les eaux usées se situent entre 28mg/L et 740mg/L avec 437,11mg/L comme valeur moyenne (tableau 1).

**Tableau 1 : Paramètres physico-chimiques des eaux usées des unités industrielles au port d'Agadir**

PARAMETRES	Moy.	Max	Min	Ecart - type	Nombres de Prélèvements	Valeurs limites des rejets directs	Valeurs limites des rejets indirects
Température °C	18,42	22,6	13,7	2,68	9	30	35
PH	7,92	8,3	6,8	0,42	9	6.5 - 8.5	6.5 - 8.5
Conductivité µs/cm	4197,78	17400	1150	4920,61	9	2700	-
MES mg/l	437,11	740	28	262,5	9	50	600
DBO5 mgO <sub>2</sub> /l	430,38	2001,62	48,44	565,78	9	100	500
DCO mgO <sub>2</sub> /l	1059,05	4944	104,3	1401,49	9	500	1000
huiles et graisses mg/l	80,88	279	8,4	79,06	9	30	50
hydrocarbures mg/l	9,8	12,3	7,1	1,6	9	10	20
Fer mg/l	0,162	0,47	0,01	0,138	9	3	3
Chrome hexavalent mg/l	0,012	0,025	0,005	0,0077	9	0.2	0.2
Nickel mg/l	0,025	0,04	0,01	0,008	9	0.5	0.5
Zinc mg/l	0,035	0,07	0,0083	0,0172	9	5	5
Plomb total mg/l	0,0012	0,005	0,00035	0,0015	9	0.5	0.5

Les valeurs de pollution organique exprimée en DBO<sub>5</sub> et DCO présentent des variations non négligeables au cours de la période d'étude et entre les différentes campagnes de prélèvements.

Alors que, les valeurs trouvées de la demande biochimique en oxygène (DBO<sub>5</sub>) montrent que les eaux usées du port d'Agadir sont caractérisées par une concentration moyenne de l'ordre de 430,38mgO<sub>2</sub>/L (Tableau 1), les valeurs de la demande chimique en oxygène (DCO) enregistrées au niveau des rejets du port d'Agadir présentent des variations considérables pendant la période d'étude. La DCO des effluents analysés varient

entre 104,3 mgO<sub>2</sub>/l et 4944 mgO<sub>2</sub>/l avec une concentration moyenne de 1059,05 mgO<sub>2</sub>/L.

De même, les teneurs enregistrées en huiles et graisses présentent des variations assez considérables au cours du cycle de prélèvement effectué. Les valeurs enregistrées varient entre 8,4mg/L et 279mg/L avec une valeur moyenne de 80,88mg/L.

L'évolution des concentrations en hydrocarbures dans les rejets a montré que ces effluents bruts sont moins concentrés 9,8mg/L qui est inférieure à 10 mg/L (Valeurs limites des rejets directs).

Les résultats montrent que les valeurs de pollution métallique exprimée en Fer, Chrome, Nickel, Zinc et en Plomb total présentent des variations négligeables entre les différentes campagnes de prélèvements.

Les concentrations en Fer des eaux usées analysées varient entre 0,01mg/L et 0,47mg/l avec une moyenne de 0,162mg/L. La concentration en chrome de ces rejets montre que, les valeurs extrêmes minimales et maximales de la teneur en Cr<sup>6+</sup> sont de 0,005mg/L et 0,025mg/L avec une concentration moyenne de 0.012mg/L. les valeurs de nickel enregistrées varient entre 0.01 mg/L( valeur minimale) et 0.04mg/L (valeur maximale) avec une valeur moyenne de 0.025mg/L. les valeurs de Zinc présentent une variation négligeable au cours de la période d'étude. Les valeurs varient entre 0.0083 mg/L et 0.07 mg/L avec une moyenne de 0.035 mg/L. les teneurs en plomb total des effluents industriels au port d'Agadir varient entre 0.00035 mg/L et 0.005 mg/L avec une concentration moyenne de 0.0012 mg/L (tableau 1)

#### 3.2. Evaluation de la pollution organique des eaux usées :

Pour une meilleure appréciation de l'origine des eaux usées de ces effluents étudiés du port d'Agadir, le calcul des rapports DCO/DBO<sub>5</sub>, DBO<sub>5</sub>/DCO, MES/DBO<sub>5</sub> et l'estimation de la Matière oxydable (MO) présentent des intérêts très importants (**tableau 2**).



L'utilisation de ces paramètres de caractérisation constitue un bon moyen pour donner une image du degré de pollution des effluents du port d'Agadir et aussi pour optimiser les paramètres physico-chimiques de ces eaux usées afin de proposer un mode de traitement convenable.

**Ratio DCO/DBO<sub>5</sub> :** Le rapport DCO/DBO<sub>5</sub> permet de déduire si les eaux usées rejetées directement dans le milieu récepteur ont des caractéristiques des eaux usées domestiques (rapport DCO/DBO<sub>5</sub> inférieur à 3) [6].

Les résultats de ce rapport constituent une indication de l'importance des matières polluantes peu ou non biodégradables [7]. Les eaux usées des unités industrielles au port d'Agadir présentent un ratio DCO/DBO<sub>5</sub> variant de 2,12mg/L à 2,6mg/L, entre 1 et 3. Donc, on peut conclure que même si les eaux usées de ces rejets présentent une charge organique élevée, elles sont facilement

biodégradables L'examen de ce rapport souligne bien le caractère biodégradable des eaux usées de port d'Agadir auxquelles un traitement biologique paraît tout à fait convenable.

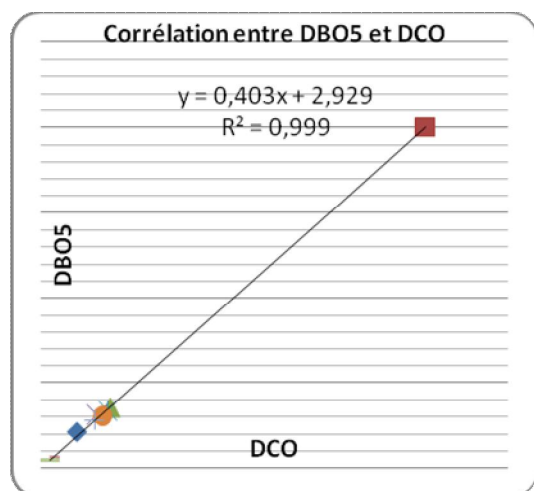
#### Ratio DBO<sub>5</sub>/DCO :

Pour caractériser une pollution industrielle, on considère souvent le rapport DBO<sub>5</sub>/DCO, qui donne des indications très intéressantes sur l'origine d'une pollution des eaux usées et ses possibilités de traitement. Pour notre étude, ce rapport est relativement élevé de l'ordre de 0,42 (Tableau 2). C'est le cas général pour les rejets chargés en matière organique. Cette charge organique rend ces eaux usées assez instables, c'est à dire qu'elles évolueront vite vers des formes "digérées" avec le risque de dégagement d'odeurs. En effet, les eaux usées de ces industries sont à dominante organique

**Tableau 2 :** Rations des eaux usées des unités industrielles au port d'Agadir

Rations	Moy.	Max.	Min.	Ecart-type
DCO/DBO <sub>5</sub>	2,38	2,6	2,12	0,17
DBO <sub>5</sub> /DCO	0,42	0,47	0,39	0,03
MES/DBO <sub>5</sub>	1,60	3,6	0,30	1,008
Matières oxydables (mg/l)	639,9	2982,4	67,06	844,3

**Ratio MES/DBO<sub>5</sub> et Matières oxydables (MO) :** Au niveau des eaux usées des unités industrielles au port d'Agadir, le rapport DBO<sub>5</sub>/DCO est élevé (0,42), ce qui confirme que les eaux usées analysées sont fortement chargées en matières organiques (Tableau 2). Ce résultat obtenu est confirmé par l'estimation de la Matière Oxydable, qui est de l'ordre de 639,9mg/L avec un rapport moyen de MES/DBO<sub>5</sub> de 1,60. Par ailleurs, le rapport DCO/DBO<sub>5</sub> est faible (2.38), ce qui nous permet de déduire que la charge en matières organiques dans les eaux usées au sein du port d'Agadir est facilement biodégradable [8]. Il existe une corrélation hautement significative entre la DCO et la DBO<sub>5</sub> des eaux usées du site d'étude. La figure 1 montre un  $R^2 = 0,999$  ( $y = 0,403x + 2,929$ ).



**Figure 1 :** corrélation établie entre la DBO<sub>5</sub> et la DCO des eaux usées des unités industrielles au port d'Agadir (Maroc)

**4. Conclusion** Les eaux usées des unités industrielles au port d'Agadir présentent des valeurs des paramètres physico-chimiques majeurs de pollution qui dépassent relativement les valeurs limites générales des rejets directs et indirects dans le milieu récepteur (bassin portuaire), ce qui représente un risque de pollution environnementale pour ce dernier d'où la nécessité d'un traitement de ces eaux usées brutes. Au terme de l'évaluation de degré de pollution organique, on peut constater que l'ensemble des paramètres étudiés (en particulier avec la DBO<sub>5</sub>, la DCO et les MES) situent les eaux usées analysées dans la tranche à concentration moyenne [9].

**Remerciements :** nos vifs remerciements s'adressent à l'agence nationale des ports (ANP)- Direction du Port d'Agadir, Maroc.

#### Références bibliographiques

- [1] Driss BELGHYTI, Youssef EL GUAMRI, Caractérisation physico-chimique des eaux usées d'abattoir en vue de la mise en œuvre d'un traitement adéquat : cas de Kenitra au Maroc. *Afrique SCIENCE* 05(2) (2009) 199 – 216.
- [2]. Thomas Degré, L'importance d'une approche de la sécurité maritime fondée sur les modèles d'évaluation des risques. *Recherche Transports Sécurité* 78, pp 21–32, (2003).
- [3]. J.M.PERES. *La pollution des eaux marines. Ouvrage collectif. Bordas, Paris, 1976.*
- [4]. Y.EL GHACHTOUL, M.ALAOUI MHAMDI, H. GABI. Eutrophication of the Smir and Sehla reservoirs (Morocco): causes, consequences and tools to aid in water management. *Rev.Sci.Eau*, 18 (n°spécial), pp 75-89, 2005.
- [5]. ISO 5667/3. "Qualité de l'eau échantillonnage guide pour la conservation et la manipulation des échantillons". 1994
- [6]. ONEP. Approche de la typologie des eaux usées urbaines au Maroc. ONEP et GTZ. Rabat (1998).
- [7]. J. Rodier. « L'analyse de l'eau naturelle, eau résiduaires, eau de mer », 8<sup>ème</sup> Edition, Dénod. Paris, 1996.
- [8]. M.Henze, P.Harremoes, J.L.C Jansen and E. Avrin. "Wastewater treatment". 2nd ed. (1997). Springer-Verlag. Berlin.
- [9]. Metcalf et Eddy, INC. "Wastewater engineering: Treatment, Disposal and Reuse". 3ème Edition Library of Congress Cataloging in publication data. (1991) D. 645. T34

# MODELISATION ET CONTROLE D'UN AEROGENERATEUR PAR UN CONTROLEUR PI

Y.LAKHAL<sup>1</sup>, F.BAGHLI<sup>1</sup>, L.EL BAKKALI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Equipe M2SM, UAE/E28FS  
Faculté des sciences de Tétouan,  
Université Abdelmalek Essaâdi.  
[yassineox1@hotmail.com](mailto:yassineox1@hotmail.com)  
[elbakkali.larbi@gmail.com](mailto:elbakkali.larbi@gmail.com)  
[baghli.fatimazahra@gmail.com](mailto:baghli.fatimazahra@gmail.com)

## Résumé

Dans ce travail, nous présentons une application de la commande PI sur un modèle linéarisé d'un aérogénérateur de 2MW. Les équations du modèle sont écrites [2]. Après avoir linéarisé ce modèle autour d'un point de fonctionnement, on introduit le contrôleur PI pour obtenir une puissance stable à la sortie selon la variation de l'angle de calage des pales.

**Mots clés : Modélisation, Vent, Commande PI, linéarisation, Contrôle, éolienne.**

## Abstract

In this work, we present an application of PI control on a linearized model of a wind turbine of 2 MW. The model equations are written [2]. After this linearized model about a working point, we introduced the PI controller to achieve a stable power to the output according to the variation of the pitch angle of the blades.

**Keywords: PI, Wind Turbine**

## INTRODUCTION

La commande des éoliennes a pour objectif d'assurer une bonne qualité de la puissance électrique générée, et ce à partir d'une source primaire variable qui est le vent, surtout avec l'évolution des réseaux électriques dans le monde. C'est pour cette raison que la commande des éoliennes a, dans les dernières décennies, fait l'objet de plusieurs travaux de recherche qui visent à améliorer les performances de ces machines. Aujourd'hui, la quasi-totalité des systèmes éoliens implantés partout dans le monde utilise des correcteurs classiques de types : proportionnel (P), proportionnel-intégral (PI) ou proportionnel-intégral-dérivé (PID). C'est la raison pour laquelle des chercheurs se sont intéressés à l'utilisation et à l'amélioration de ces correcteurs, soit en les utilisant sous leur forme classique, soit en y combinant d'autres stratégies telles que l'approche d'adaptation du gain, ou la logique floue [1],[2],[4].

## MODELISATION DU SYSTEME

### Modèle de vent :

La modélisation des aérogénérateurs nécessite une connaissance de la variation de la vitesse du vent au cours

du temps. Cependant, cette source reste imprédictible et difficilement reproductible sur un site.

Le vent peut être schématisé par un processus stochastique à deux composantes (stationnaires et turbulence):

La stationnaire  $v_m(t)$  varie lentement et la turbulence  $g(t)$  varie rapidement :

$$V = v_m(t) + g(t) \quad (1)$$

où V est la vitesse du vent

La caractéristique statistique de la partie aléatoire  $g(t)$  peut être définie par une densité spectrale de la puissance de turbulence,  $S_v(\omega)$  comme celle associée au modèle de Vonkarman[5].

$$S_v(\omega) = \frac{0.475\sigma^2 \frac{L}{u_m}}{\left(1 + \left(\frac{\omega L}{u_m}\right)^2\right)^{\frac{5}{6}}} \quad (2)$$

où L est la longueur de l'aérogénérateur,  $u_m$  est la vitesse moyenne de vent et  $\sigma$  est l'écart type de vitesse de vent.

L'intensité de la turbulence est définie par :

$$I = \frac{\sigma_v}{u_m} \quad (3)$$

La série temporelle du vent peut être générée en utilisant la formule de Shinozaki [2].

$$u_\infty = u_m + \sqrt{2} \sum_{j=1}^N S_v(\omega_j) \Delta\omega \cdot \cos(\omega_j t + \psi_j) \quad (4)$$

Avec :  $\omega_j$  est la fréquence d'ordre j,  $\Delta\omega$  est l'incrément de fréquence et  $\psi_j$  est la phase aléatoire.

### Modèle du système aérodynamique.

L'éolienne ne récupère qu'une partie de la puissance du vent déterminée par un coefficient de puissance  $C_p(\beta, \lambda)$ .

La puissance aérodynamique aura alors l'expression simplifiée suivante :

$$P_a = \frac{1}{2} \rho R^2 C_p(\lambda, \beta) V^3 \quad (5)$$

où  $v$  est la vitesse du vent,  $\rho$  est la densité de l'air,  $R$  est le rayon du rotor,  $\lambda$  est la vitesse spécifique,  $\beta$  est l'angle de calage et  $C_p(\beta, \lambda)$  est le coefficient de puissance ;

$$C_p = \frac{P_a}{P_v} \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{R\omega}{v} \quad (7)$$

L'expression du couple aérodynamique est exprimée par l'expression:

$$T_a = \frac{1}{2} \rho R^3 C_p(\lambda, \beta) v^2 \quad (8)$$

**Modèle de système de transmission :**

Le train de puissance est modélisé comme un modèle rigide. On considère qu'il est composé d'une seule inertie tenant compte de toutes les masses présentes dans le train de puissance, et d'un coefficient d'amortissement qui intègre tous les amortissements et frottements dans le système de transmission, l'équation correspondante a ce modèle et donnée par :

$$\frac{d\omega_g}{dt} = -\frac{B_T}{J_T} \omega_g + \frac{n_g}{J_T} T_a - \frac{n_g^2}{J_T} T_{em} \quad (8)$$

$$B_T = B_r + n_g^2 B_g \quad (9)$$

$$J_T = J_r + n_g^2 J_g \quad (10)$$

Où  $J_T$  est l'inertie totale de l'aérogénérateur,  $B_T$  est l'amortissement équivalent,  $T_{em}$  est le couple du générateur,  $\omega_g$  est la vitesse de rotation,  $n_g$  représente le facteur de transmission et  $T_a$  est le couple du rotor.

**Modèle de système d'orientation des pales**

Le système d'orientation des pales permet d'ajuster la portance des pales afin de maintenir la puissance autour de sa valeur nominale. En réglant l'angle de calage, on agit sur les performances de l'éolienne et plus précisément sur le coefficient de puissance.

Le système d'orientation des pales génère alors un angle de calage de référence qu'on note  $\beta_{reg}$ . La dynamique de l'actionneur pitch est généralement décrite par la fonction de transfert de premier ordre suivante :

$$\frac{1}{1 + \tau_\beta s} \quad (11)$$

Lors de la modélisation du système d'orientation de pales, il est très important de modéliser la vitesse de variation de cet angle. En effet, compte tenu des efforts subis par les pales, la variation de l'angle de calage doit être limitée à 10°/s. La valeur de saturation de l'angle de calage en position est de 45°.

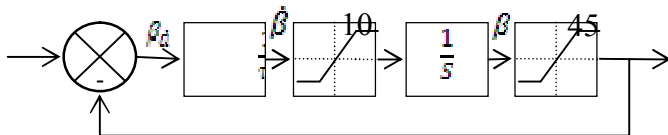


Figure 8: modèle de système d'orientation des pales

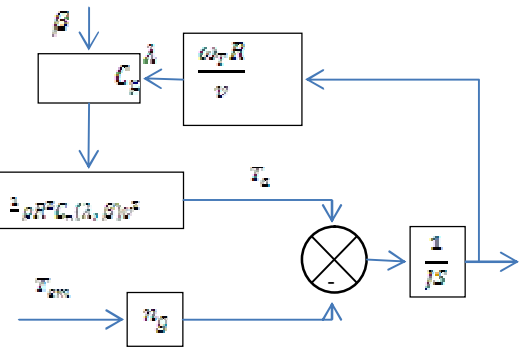


Figure 9 : Schéma de bloc de modèle.

**Modèle linéarisé**

Le système éolien est fortement non linéaire. La non linéarité apparaît dans le couple aérodynamique  $T_a$ . Pour l'étude de son contrôle, nous proposons de le linéariser autour d'un point de fonctionnement. Pour ce faire, nous adoptons une démarche de linéarisation du couple  $T_a$  par rapport à  $\omega_T$ .

Le point de fonctionnement correspondant à une vitesse de vent  $V_i$  étant variable, on peut alors procéder à la linéarisation du système éolien autour de différents points de fonctionnement  $O_i$  correspondant à plusieurs vitesses  $V_i$ . Pour une perturbation du système au voisinage du point de fonctionnement (noté  $pf$ ) donné à une vitesse de vent égale à  $v_i$  :

$$\Delta T_a = \left. \frac{\partial T_a}{\partial \omega_T} \right|_{pf} \Delta \omega_T + \left. \frac{\partial T_a}{\partial \beta} \right|_{pf} \Delta \beta \quad (12)$$

$$\Delta T_a = a_i \Delta \omega_T + b_i \Delta \beta \quad (13)$$

où  $a_i$  et  $b_i$  représentent la variation par rapport au point de fonctionnement choisi ;

Nous pouvons alors schématiser le modèle linéarisé par le graphe suivant :

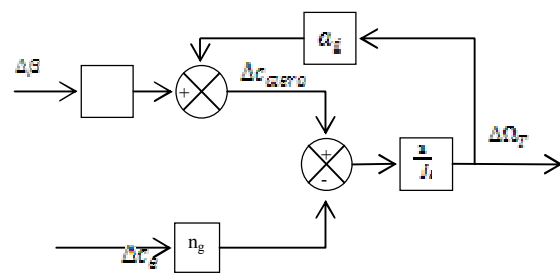


Figure 10: Schéma de bloc linéarisé

**CONTROLE DU SYSTEME**

**Stratégie de contrôle**

La commande d'une éolienne suppose généralement, deux grandeurs de commande (entrées) : l'angle de calage des pales  $\beta_{reg}$  et le couple électromagnétique de la génératrice  $T_{em}$ .

Deux variables à commander (sorties): la puissance électrique générée  $P$  et la vitesse de rotation de la turbine  $\omega_T$ .

On peut envisager deux stratégies de commande connues dans la littérature : la stratégie A, consiste à réguler la vitesse par action sur  $T_{em}$  et la puissance par  $\beta_{ref}$ , et la stratégie B où  $\omega_T$  est régulée en agissant sur  $\beta_{ref}$  et  $P$  sur  $T_{em}$ .

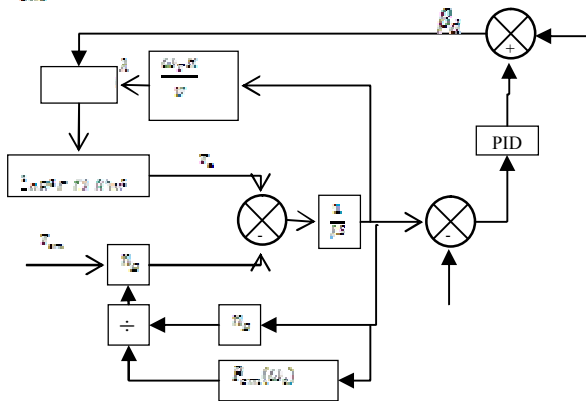


Figure 11: schéma de boucle de contrôle

**Calcul des paramètres de contrôleur PI**

La description mathématique de contrôleur PI appliqué à l'entrée de commande  $\beta$  est décrite par :

$$\beta_d = \beta_{ref} + \beta \tag{14}$$

Avec

$$\beta = k_p \varepsilon + T_i \int \varepsilon . dt \tag{15}$$

On trouve

$$K_p = \frac{2\beta}{\omega_{T\_nom} - \omega_T}$$

$$T_i = \frac{1}{\omega_{T\_nom} - \omega_T} * \left( \frac{2\beta}{\omega_{T\_nom} - \omega_T} - K_p \right) * \Delta\omega_T \tag{16}$$

**RESULTATS**

Le tableau 1 regroupe les valeurs numériques des différentes caractéristiques de l'aérogénérateur étudié.

**Tableau 3 : Caractéristique de l'aérogénérateur**

DISCRIPTION	PARAMETRES	VALEURS
Puissance	$P_n$	2MW
Hauteur de l'aérogénérateur	R	50m
Facteur de multiplicateur de vitesse	$N_g$	88
Densité d'aire	$\rho$	1.225 kg/m <sup>3</sup>
Vitesse de reference de générateur	$\omega_{Tref}$	1.83 rd/s

**Contrôle autour d'un point de fonctionnement donné par:**

**Tableau 4 : les paramètres de corrections**

$v_{i\_nom}$	$\beta_{i\_ref}$	$K_p$	$T_i$
20m/s	22°	50	1

**Simulation sur un profil de vent variable**

On applique à notre système un profil de vent variable généré à base de l'équation de Vonkarman (2).

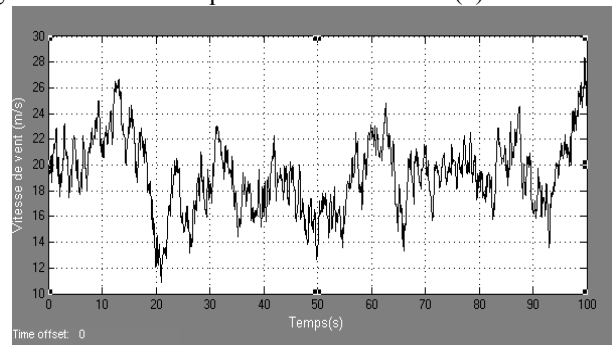


Figure 12: Profil de vent utilisé

On remarque que la puissance de sortie se stabilise autour de la valeur 0,58 pu.

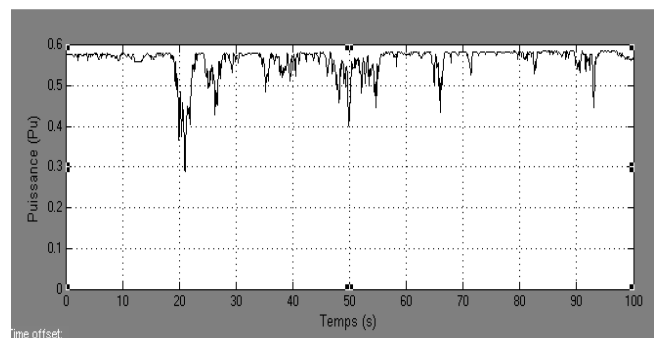


Figure 13: La puissance de sortie de l'aérogénérateur

**CONCLUSION&PERSPECTIVES**

Nous avons présenté dans ce travail, une stratégie pour stabiliser la puissance produite par l'aérogénérateur en dessous de la puissance nominale. Le PI autour d'un point de fonctionnement d'un modèle linéarisé à une seule masse a été appliqué. Il est à noter que cette méthode reste valable autour d'un point de fonctionnement choisi.

Les paramètres de correcteur nécessitent une adaptation de gain pour résoudre ce problème. On appliquera d'autres méthodes de contrôle telles que le PID adaptative et l'approche multi-modèles pour la suite de ce travail.

**REFERENCES**

[1]Nadhira KHEZAMI, *Commande optimale multimodèles des éoliennes*, thèse de l'école centrale de Lille et l'école supérieure des Sciences et Techniques de Tunis ,2011.  
 [2]B.Boukhezzara, L.Lupua, H.Siguerdidjanea, and M.Hand. "Multivariable control strategy for variable speed, variable pitch wind turbines", *Renewable Energy* 32:1273–1287, 2007.  
 [3]E.L. van der Hooft; P. Schaak; T.G. van Engelen, "Wind Turbine control algorithms", 2003  
 [4] Abdulhamed Hwas, Reza Katebi, « Wind Turbine Control Using PI Pitch Angle Controller », IFAC Conference on Advances Control, Brescia (Italy), 2012  
 [5]David A.Spera, PHD. « Wind Turbine Technology Fundamental Concepts in Wind Turbine Engineering », New York, 2003.

# CONTRIBUTION À L'AMÉLIORATION DES PERFORMANCES ÉNERGÉTIQUES D'UNE PILE À COMBUSTIBLE DE TYPE PEMFC

M. HAMOUR<sup>1</sup>, J.P. GARNIER<sup>2</sup>, J.C. GRANDIDIER<sup>2</sup>,  
A. OUIBRAHIM<sup>1</sup>, S. MARTEMIANOV<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Laboratoire d'Energétique Mécanique et Matériaux - LEMM, Université Mouloud Mammeri - Tizi-Ouzou, Algérie.

<sup>2</sup>Institut Pprime UPR du CNRS 3346 - CNRS, Université de Poitiers. ENSMA, Département Fluides, Thermique, Combustion et Département Physique et Mécanique des Matériaux, ENSIP - Bâtiment Mécanique, 40 avenue du Recteur Pineau, F86022 Poitiers Cedex, France

## Résumé

Le fonctionnement des piles à combustibles à membrane échangeuse de protons (PEMFC) est complexe suite au grand nombre de paramètres de fonctionnement à contrôler. Une connaissance détaillée des phénomènes de transferts se produisant dans le cœur des piles est donc nécessaire. Ce travail est consacré à l'étude expérimentale des PEMFC alimentées en hydrogène (anode) et oxygène ou air (cathode). Divers aspects technologiques et scientifiques ont été étudiés en vue de contribuer à l'amélioration des connaissances et performances énergétiques de ces générateurs électriques. La mise au point d'un banc d'essais supportant des puissances maximales de 1,2 kW, entièrement automatisé sous LabView, a été réalisée pour tester un ensemble de mono-cellules formant un stack. Une étude systématique de l'influence des paramètres de fonctionnement (température de cellule, humidité des réactifs, pression anodique et cathodique et débit des réactifs) sur les performances électriques des cellules a été effectuée. Celle-ci a permis de définir des conditions standards de fonctionnement pour l'étude de l'influence de différents types d'AME. Dans ces conditions, différents AME ont été testés, avec pour objectif l'augmentation des performances électriques et la réduction de la charge en catalyseur.

**Mots-clés :** Piles à combustible, PEMFC – AME, GDL, mono-cellules, stack, performances électrique

## 1. Introduction

A ce jour, la production d'énergie a été principalement assurée par les énergies fossiles comme le pétrole ou le charbon issu de la fossilisation de végétaux accumulés dans le sous-sol au fil des ères géologiques. Ces combustibles fossiles ne sont pas non seulement renouvelables à l'échelle humaine de temps mais ils provoquent aussi de nombreux problèmes environnementaux et climatiques [1].

Le réchauffement de la planète, la pollution et l'épuisement des ressources fossiles deviennent des préoccupations mondiales pour les années à venir.

La pile à combustible peut constituer à cet égard, parmi tant d'autre, une énergie renouvelable, durable et respectueuse de l'environnement.

Cette pile est un convertisseur d'énergie performant en termes de rendement, qui transforme l'énergie chimique de l'hydrogène en énergie électrique d'une part et en chaleur d'autre part [2]. Cependant, le coût de celles-ci est toujours trop élevé pour qu'elles deviennent des produits commerciaux viables [3,4]. Parmi les problèmes qui limitent la compréhension et l'optimisation du fonctionnement des PEMFC, on peut mentionner la gestion de l'eau et de la chaleur dans le cœur de ces piles [5, 6].

Par ailleurs, dans une première contribution, l'effet des contraintes thermomécaniques sur les couches de diffusion de gaz (Gas diffusion layer) a été étudié pour constater leur influence sur la conductivité thermique [7] et électrique [2].

Dans l'amélioration des performances des PEMFC, il est essentiel aussi de comprendre l'effet de la température de cellule, de l'humidité et des débits des gaz ainsi que des pressions anodique et cathodique sur leur caractéristique courant-tension.

Ainsi, des expériences systématiques ont été entreprises sur une mono cellule pour mettre en évidence ces effets et en particulier, l'influence du débit d'oxygène sur la performance de la cellule, influence qui, jusqu'à présent, semble ne pas avoir fait l'objet d'études systématiques.

## 2. Expérimentation et résultats obtenus

Les tests sur une pile à combustible consistent à mesurer la tension en fonction de la densité de courant (courbe de polarisation). Pour réaliser ces tests, il faut une cellule adaptée, un banc de test et des conditions de fonctionnement (températures de cellule, débits des réactifs, pressions des gaz, etc.) choisies.

### 2.1- Effets de la température sur les performances électriques de la cellule.

Deux séries d'expériences ont été effectuées pour étudier l'influence de la température de la cellule sur la caractéristique courant-tension de la PEMFC. Le long de toutes ces expériences, les débits d'hydrogène et d'air (ou d'oxygène) étaient fixés respectivement à 120 et 220 ml/min. La pression absolue des deux côtés était de 3 bars. La première série d'expérience a été conduite pour des températures des humidificateurs anodique et cathodique fixées à 70°C et différentes températures de cellule comprises entre 50 et 80°C (fig 1). Après avoir fixé la température des humidificateurs anodique et cathodique à 70°C le long de toutes les expériences, une série de mesure consiste à faire varier la température de la cellule entre 50 et 80°C. Les résultats obtenus expérimentalement pour différentes températures sont représentés sur la figure 1.



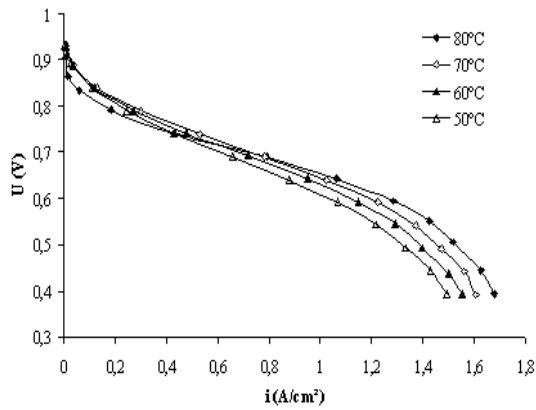


Figure 1 : Courbes de polarisation pour différentes températures ( $T_{\text{hum Anod}}=T_{\text{hum Cath}}=70^{\circ}\text{C}$ ,  $p_a=p_c=3$  bar)

La figure 1 montre que la caractéristique courant-tension de la pile s'améliore avec l'augmentation de la température de cellule. En effet, avec l'augmentation de la température, la densité de courant d'échange réduit les pertes d'activation et entraîne ainsi l'amélioration de la caractéristique courant-tension de la cellule testée. Un comportement particulier est observé pour la courbe de polarisation à  $80^{\circ}\text{C}$ . Cette dernière est inférieure aux autres courbes pour les faibles densités de courant. Lorsque la température de cellule est supérieure à celle des humidificateurs, pour les faibles densités de courant, la membrane peut ne pas être entièrement hydratée. Ceci a pu causer une diminution de la surface active de la réaction. Par contre, aux fortes densités de courant, la membrane est dans une meilleure condition d'hydratation car le taux de production d'eau croît avec la densité de courant. Ainsi, une plus grande surface active des couches catalytiques permet d'améliorer la performance de la pile

La deuxième série d'expérience consiste à déterminer la variation de la caractéristique courant-tension pour différentes températures de cellule et d'humidificateurs, identiques, pour des valeurs de température variables entre  $50$  et  $90^{\circ}\text{C}$ .

La figure 2 montre les différents résultats expérimentaux obtenus pour les différentes températures.

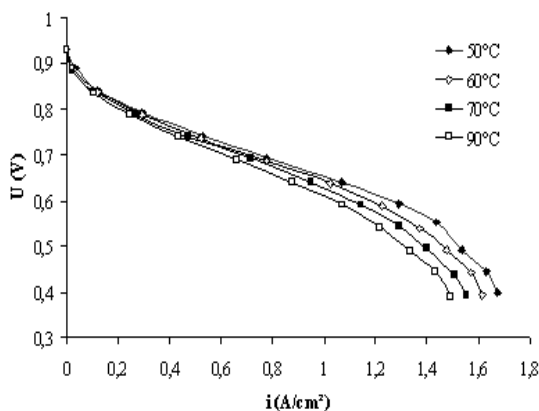


Figure. 2 : Courbes de polarisation pour différentes températures de cellule et d'humidificateur anodique et cathodique ( $T_{\text{cell}}=T_{\text{hum Anod}}=T_{\text{hum Cath}}$ ,  $p_a=p_c=3$  bar)

Sur cette figure, nous pouvons remarquer que la caractéristique courant-tension s'améliore avec l'accroissement de la température de cellule, tandis que la pente de la partie linéaire de la courbe diminue. Cela s'explique par l'augmentation de la conductivité protonique et de la densité de courant d'échange avec la température de cellule.

## 2.2- Effets des températures des humidificateurs de gaz anodique et cathodique sur les performances de la cellule

Les courbes de polarisation pour différentes températures de l'humidificateur cathodique sont représentées sur la figure 3. Dans cette série d'expériences, il n'y a pas de différences significatives sur les courbes courant-tension obtenues, elles sont presque confondues. Seule une très faible décroissance de la densité du courant limite avec la croissance de la température peut être observée. La diminution de la porosité de la couche de diffusion des gaz et celle de la concentration des réactifs pourraient contribuer à ce phénomène.

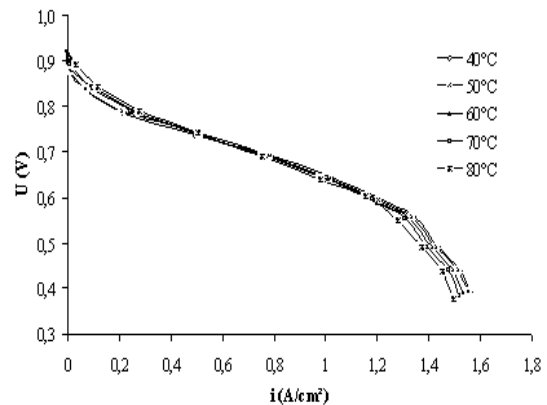


Figure 3 : Courbes de polarisation pour différentes températures de l'humidificateur cathodique ( $T_{\text{hum Anod}}=T_{\text{cell}}=70^{\circ}\text{C}$ ,  $P_a=P_c=3$  bar)

La figure 4 présente les courbes de polarisation en fonction de la température de l'humidificateur anodique. Lorsque celle-ci est égale à  $25^{\circ}\text{C}$  (la plus faible), la densité de courant est la plus faible pour une tension donnée. L'on peut remarquer que les parties linéaires des courbes de polarisation, obtenues pour les différentes températures, sont presque parallèles les unes aux autres. Ce parallélisme indique que la chute ohmique due à la résistance électrique de la pile ne varie pas de façon significative. Aux faibles densités de courant, la tension la plus faible est obtenue pour la plus faible température. Ce phénomène peut être expliqué par la décroissance de la surface active de catalyseur due à l'absence d'eau dans la couche catalytique. Pour les fortes densités de courant, les tensions aux bornes de la pile, fonctions des températures  $T_{\text{hum}}$ , deviennent très proches les unes des autres, ce qui, pourrait s'expliquer également par l'hydratation de la couche catalytique. En effet, dans ce domaine de densité de courant, le taux de production d'eau est important de même que son transfert, dû à l'électro-osmose. Ainsi, la couche catalytique cathodique est dans une meilleure hydratation, bien que

l'humidification anodique soit faible. Ces résultats confirment également ceux trouvés dans [8].

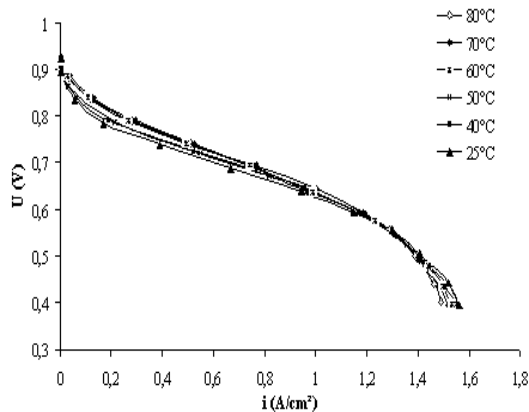


Figure 4 : Courbes de polarisation pour différentes températures de l'humidificateur anodique.  
( $T_{hum Cath} = T_{cell} = 70^{\circ}C$ ,  $P_a = P_c = 3bar$ )

Toutes les expériences, figures 3 et 4, montrent que les courbes qui caractérisent courant-tensions sont presque confondues quelque soit la température choisie.

### 3. Conclusion

Les premières expériences paramétriques réalisées ont conduit à des résultats confirmant ceux trouvés dans la littérature [8- 12]. Ainsi :

Les performances des piles PEM testées croissent avec leur température de fonctionnement si cette dernière est égale (ou voisine) à celles des gaz d'alimentation (saturés en eau) anodique et cathodique.

Pour une température de fonctionnement plus élevée que celles des gaz d'alimentation, les performances des piles peuvent être notablement réduites, en particulier pour des intensités de courant faibles. Cette réduction des performances de la cellule peut s'expliquer par un défaut d'hydratation de la membrane à partir des gaz d'alimentation plus froids.

### 4. Références

[1] <http://www.energies-renouvelables.org/>

[2] M. Hamour, J.P. Garnier, J.C. Grandidier, A. Ouibrahim, S. Martemianov, Caractéristiques Thermique et Electrique des Constituants d'une Pile à Combustible de type PEMFC, ACMA (2012)

[3] F. Barbir, T. Gómez, Efficiency and economics of proton exchange membrane (PEM) fuel cells, *international journal of Hydrogen*, 22 (1997) 1027-1037.

[4] I. Bar-On, R. Kirchain, Richard Roth, Technical cost analysis for PEM fuel cells, *Journal of Power Source*, 109 (2002) 71-75.

[5] N. Djilali, D. Lu, Influence of heat transfer on gas and water transport in fuel cells, *International Journal of Thermal Sciences*, 41 (2002) 29-40.

[6] L. You, H. Liu, A two-phase flow and transport model for the cathode of PEM fuel cells, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45 (2002) 2277-2287

[7] M. Hamour, J.P. Garnier, J.C. Grandidier, A. Ouibrahim, S. Martemianov, Thermal-Conductivity Characterization of Gas Diffusion Layer in Proton Exchange Membrane Fuel Cells and Electrolyzers Under Mechanical Loading, *International Journal of Thermophysics*, Vol. 32, N° 5, pp : 1025-1037, (2011).

[8] A. Su, C. C. Sun, F. B. Weng, Y. M. Chen, Experimental investigation of the performance of a single proton exchange membrane fuel cell using dry fuel, *Experimental Heat Transfer*, 16 (2003) 97-109

[9] D. Chu, R. Jiang, Performance of polymer electrolyte membrane fuel cell (PEMFC) stack, *Journal of Power Sources*, 83 (1999) 128-133.

[10] Y. M. Ferng, Y. C. Tzang, B. S. Pei, C. C. Sun, A. Su, Analytical and experimental investigations of a proton exchange membrane fuel cell, *International Journal of Hydrogen Energy*, 29 (2004) 381-391.

[11] L. Wang, A. Husar, T. Zhou, H. Liu, A parametric study of PEM fuel cell performances, *International Journal of Hydrogen Energy*, 28-11 (2003) 1263-1272

[12] Q. Guo, M. Cayetano, Y. Tsuo, E.S. De Castro and R.E. White, Study of Ionic Conductivity Profiles of the Air Cathode of a PEMFC by AC Impedance Spectroscopy, *Journal of the Electrochemical Society*, 150 (2003) A1440-A1449.

# PREVISION DES CRUES ECLAIR AU NIVEAU DU BASSIN VERSANT DE LA MEDJERDA

M. GHARBI<sup>1</sup>, A. SOUALMIA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Sciences et Techniques de l'eau (LSTE), de l'Institut National Agronomique de Tunisie (INAT), 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie. mohamed.gharbi@imft.fr

<sup>2</sup>Laboratoire Sciences et Techniques de l'eau (LSTE), de l'Institut National Agronomique de Tunisie (INAT), 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie. [Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn](mailto:Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn)

**Résumé :** Les inondations sont devenues un véritable fléau ces dernières années, de plus en plus fréquentes et dévastatrices. La Tunisie n'échappe pas des problèmes des inondations, qui peuvent menacer notre vie et notre existence. Pour limiter ce risque, on s'est intéressé à la modélisation de ce phénomène. En effet, dans un premier temps, on a réalisé des simulations par le logiciel MIKE 11. Dans un second temps, on a considéré l'élaboration de carte d'inondation préliminaire par le logiciel HEC-GeoRAS. L'objectif visé est d'essayer de minimiser les effets néfastes des inondations au niveau de la Medjerda, ainsi que d'instaurer des systèmes d'alertes des populations, en cas d'une crue imminente pouvant survenir en cas d'un épisode pluvieux.

**Abstract:** Floods have become a scourge in recent years, more and more frequent and devastating. Tunisia can't escape the problems of flooding, which could threaten our life and existence. To reduce this risk, we are interested in modeling this phenomenon. Indeed, in a first step, we performed simulations with MIKE 11 software. In a second step, we considered the development of preliminary flood map software HEC-GeoRAS. The goal is to try to minimize the adverse effects of flooding at the Medjerda and establish warning systems of people, in case of impending flood may occur in case of a rainy period .

**Mots-clés :** Ecoulement à surface libre, Hydrodynamique, Modélisation Hydrologique, Inondations, Crue éclair.

## 1. INTRODUCTION

Les problèmes d'inondations se posent sérieusement dans le bassin versant de la Medjerda, en effet les risques des inondations existent encore pour certaines villes. Les graves inondations qui ont frappé la région de Redeyef dans le sud Tunisien en septembre 2009, les crues spectaculaires de la Medjerda en 1973 et 2003 restent gravées dans la mémoire des Tunisiens [4], et récemment les inondations de Février 2012. Conscient de ces problèmes, on s'est intéressé à l'étude de la dynamique fluviale de la Medjerda, afin de délimiter les surfaces inondées, et de déterminer les zones à risque [9].

Ainsi, la présente contribution consiste à étudier

l'hydrodynamique de la Medjerda en aval de Barrage de Sidi Salem. On s'intéresse en particulier au comportement de l'écoulement de l'oued lors des débordements, pour la crue la plus récente survenue en Février 2012. La structure de ces écoulements doit donc être modélisée, pour pouvoir simuler de manière acceptable les écoulements au niveau du tronçon compris entre les barrages de Sidi Salem et Laâroussia. En fait, l'élaboration d'une carte de risque d'inondation constitue un paramètre important dans le choix d'aménagement protecteur futur du territoire.

Dans un premier lieu, on s'est intéressé à la modélisation unidimensionnelle par le logiciel Mike11 pour la prévision de la ligne d'eau et des crues au niveau de la Medjerda, et dans un second lieu on a élaboré la carte d'inondation par le logiciel HEC-GeoRAS.

En ce qui concerne le calage du modèle, on s'est basé sur les courbes de tarage mesurées au niveau des deux stations hydrométriques ; Station Slouguia et Medjez el Beb pour la crue survenue en Février 2012.

## 2. CONTEXTE ET ENJEUX

Les crues éclair sont dues à de violentes pluies localisées, dont l'évolution est soudaine et de courte durée et dont les impacts humains et socio-économiques sont lourds de conséquences [2]. Les modalités de fonctionnement de ces «crues rapides» restent extrêmement difficiles à évaluer car les mesures et les observations sont rares.

La Medjerda est le plus important oued de la Tunisie, il prend sa source en Algérie puis coule vers l'Est avant de se jeter dans la Méditerranée [5]. Le cours principal de la Medjerda parcourt 485 km, c'est le seul oued permanent du pays.

Malgré les précipitations relativement faibles dans le bassin au printemps et en automne, de violentes inondations peuvent être observées au cours de ces saisons. Cela concerne les attributs des débits en provenance d'Algérie et les précipitations tels que les écoulements avec des pointes élevées provenant des affluents de la rive droite.

Pour notre cas d'étude, la zone retenue est la moyenne vallée qui était, envahie par les eaux, au moins trois fois au cours des dernières années. On s'intéresse en particulier au bief compris entre les barrages de Sidi Salem et Laâroussia [8].

Le dit tronçon est contrôlé par 6 stations hydrométriques qui font les mesures de débit, la hauteur d'eau, les précipitations, le transport solide, etc. Le dit tronçon s'étend sur une longueur de 90 km, est alimenté par 3 affluents : Oued Khaled et Oued Siliana au niveau de la rive gauche, et Oued Lahmar au niveau de la rive droite.



Fig1 : Réseau Hydrographique de la Medjerda

Des simulations hydrauliques ont été considérées, consistant en une résolution numérique des équations de Barré Saint-Venant concernant les écoulements non permanents, spécifiques des phénomènes de crue. D'une part, on a procédé à une modélisation hydrodynamique unidimensionnelle des écoulements en utilisant le logiciel Mike11, dans le but de contrôler le comportement de la ligne d'eau lors de crue. D'autre part, notre objectif est de déterminer la cartographie de l'extension des inondations moyennant HEC-GeoRAS, lors des événements de crues pour la plaine de Medjez El Beb.

Cette Modélisation permettra une description détaillée des cheminements des eaux préférentiels, et la modification éventuelle des directions d'écoulement pendant les crues et décrues [3]. Pour ce faire, on dispose d'un ensemble de données nécessaires (Modèle Numérique de terrain (MNT), les sections transversales, les hydrogrammes de crues et la hauteur d'eau...) à la mise en œuvre des différents modèles. Pour le calage des modèles, on a opté pour la crue survenue en Février 2012.

### 3. MODELISATION ET SIMULATIONS

Pour mieux représenter les processus hydrologiques plus ou moins complexes se produisant sur un bassin versant, on présente ci-dessous, les différents modèles qui sont utilisés pour les simulations des crues en fonction des particularités des rivières, en particulier les modèles hydrauliques [1].

Les modèles hydrauliques (ou modèles de propagation de débit amont-aval), sont adaptés pour certaines rivières avec peu d'apport intermédiaire. Ils sont de puissants outils d'étude pour la construction et l'exploitation des aménagements fluviaux. Ils permettent l'analyse de l'évolution morphologique d'un cours d'eau, la correction des rivières, la mise au point de consignes de crue et de la régulation des plans d'eau des retenues des barrages.

En effet, tous les modèles de propagation découlent des équations de Saint Venant :

L'équation de continuité :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

S : section mouillée

Q : Débit

Equation de la dynamique :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g(I - J) \quad (2)$$

V : vitesse moyenne

H : tirant d'eau

I: pente longitudinale

J : perte de charge linéaire

La résolution des équations de Saint Venant peut être faite par différentes méthodes numériques [7], telle que la méthode des différences finies, comme c'est le cas du logiciel MIKE utilisé dans cette simulation unidimensionnelle pour la Medjerda (et le cas de HEC-RAS aussi), la méthode des éléments finis comme TELEMAC, la méthode des volumes finis (TOPMODEL, MAGE). Enfin, il faut noter que le système d'équations de Saint Venant n'ayant pas de solution analytique connue, de ce fait plusieurs essais de simplifications ont été effectués :

Onde cinématique

En négligeant les termes d'inertie et le terme du à la variation de la profondeur d'eau  $\partial H / \partial x = -J_f$  :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{Avec} \quad C = \frac{Q}{B\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial H} \quad (3)$$

c : célérité de l'onde

B : largeur de canal à surface libre

$\alpha$ : facteur d'atténuation

Dans le modèle de l'onde cinématique, l'écoulement se comporte comme une onde lente qui se propage de l'amont à l'aval avec une célérité C [9].

Onde diffusante

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad \text{Avec} \quad D = \frac{Q}{2JB} \quad (4)$$

D : Diffusion

Dans ce modèle, l'écoulement se comporte comme une onde lente qui se propage de l'amont à l'aval avec un débit Q, qui s'atténue sous l'influence des frottements, d'une façon analogue à une diffusion, d'où le nom de coefficient de diffusion [9].

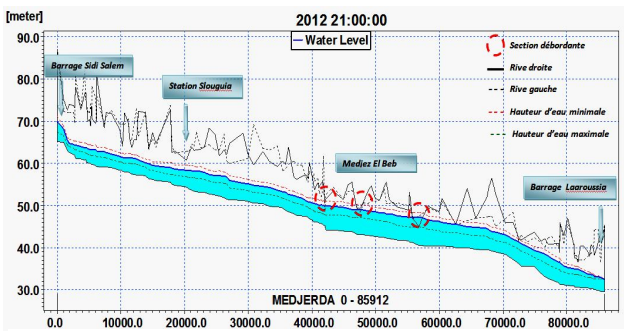
## 4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

### 4.1. Profil en long

Pour mieux contrôler le comportement de la ligne d'eau durant les périodes de crues, on procède à une analyse du profil en long au début et à la fin de l'évènement pour limiter les sections débordantes.

La figure ci-dessous montre le comportement de la ligne d'eau tout le long de la rivière, ainsi que la localisation des sections débordantes.



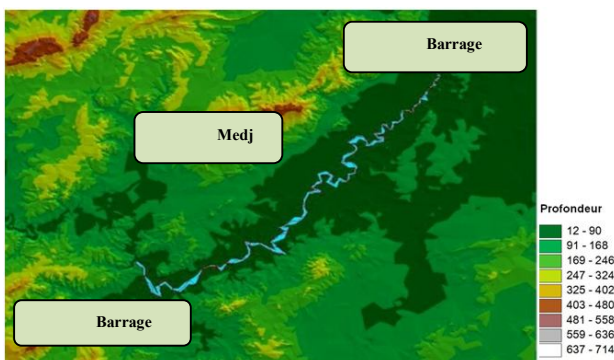


**Fig.2 :** Profil en long de la ligne d'eau, Crue Février 2012 « Mike 11»

On observe un débordement au niveau de la région de Medjez el Beb. La hauteur d'eau atteint une valeur maximale de l'ordre de 5.83 m. L'inondation touche en premier lieu le méandre se trouvant dans la partie nord de la ville de Medjez el Beb. Les deux sections (PT86 et PT87) n'arrivent pas à transiter les débits.

#### 4.1. Carte d'inondation

Par traitement par le logiciel Hec-Geo-Ras on a obtenu la carte d'inondation ci après, limitant les zones inondées pour un débit maximal de 353 m<sup>3</sup>/s enregistré lors de la crue de Février 2012.



**Fig3 :** Carte d'inondation de la moyenne vallée de la Medjerda par HEC-GeoRAS (Crue Février 2012)

Le calage est fait d'après les crues engendrées par les lâchers de barrage Sidi Salem et des bassins intermédiaires de Khalled, et Siliana qui se sont transférés à Medjez el Beb, avec un débit maximum de 353 m<sup>3</sup>/s. Enfin, malgré le manque de précision dans les données (Cartes à l'échelle 1/25000), les simulations ont montré des résultats acceptables qualitativement. En perspective, on compte améliorer et compléter les résultats, en effet on envisage de réaliser des modélisations et simulations avec MIKE FLOOD (Couplage entre MIKE 11 et MIKE 21).

## 5. CONCLUSION

La modélisation des rivières demande une bonne connaissance du terrain et des écoulements. En effet, la présente étude nous a permis de réaliser des modélisations et des simulations, dont le but était de contrôler l'hydrogramme de crue à l'exutoire, ainsi que d'obtenir une première visualisation de l'étendue de la crue et du comportement du profil en long de la Medjerda.

Enfin, les résultats des simulations réalisées sont acceptables, mais peuvent être améliorés avec des données complémentaires, telles que les précipitations radar, les cartes de profondeur des sols, l'humidité du sol, et les directions des pentes, etc.

## REMERCIEMENTS

Nous remercions Monsieur Denis DARTUS (Professeur à l'INP de Toulouse et Responsable du groupe HYDROECO à Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse) et Monsieur Jacques CHORDA pour leur collaboration.

## RÉFÉRENCES

- Braud I., Roux H., Anquetin S., Maubourguet M.M., Manus C, Viallet P et Dartus D. 2010. The use of distributed hydrological models for the Gard 2002 flash flood event: Analysis of associated hydrological processes. *Journal of hydrology*; Vol 394: pp 162–181.
- Estupina B. V. Vers une modélisation hydrologique adaptée à la prévision opérationnelle des crues éclair – Application à de petits bassins du Sud de la France. Thèse de doctorat de l'institut polytechnique de Toulouse, France, 2004.
- Estupina B. V. Dartus D et Chorda J. Prévision des crues éclair. *Géosciences de surface (Hydrologie-Hydrogéologie)*, Science direct, pp1109, 2005
- Fdhila M. K. Etude de la dynamique Fluviale de la Medjerda en période de Crue et Elaboration des cartes d'inondation, Mémoire de Mastère, INAT, 2006.
- Gharbi M. Simulations des crues éclair au niveau du bassin versant de la Medjerda (Boussalem), Mémoire de Mastère, INAT, Tunisie. 2012.
- Gharbi M., Soualmia A. Simulation des crues éclair au niveau du bassin versant de la Medjerda (Boussalem). 3<sup>èmes</sup> Forum de l'eau : Vers une gestion participative des ressources en eau, Djerba, Tunisie, 2012
- Roche P.A., Miquel J., Gaume E. *Hydrologie Quantitative*. Springer, France, 2012.
- Rodier A.J., Colombani, J., Claude, J et Kallel, R. 1981. Monographie hydrologique du bassin de la Medjerda, ORSTOM, France, 1981.
- Talbi S.H., Soualmia A. Etude et modélisation de la propagation de l'onde de crue, Amélioration de modèle. 3<sup>èmes</sup> Forum de l'eau, Djerba, Tunisie, 2012



# EVALUATION DES RISQUES D'IRRIGATION DU GAZON DES GOLFS PAR LES EAUX USEES EPUREES DANS LA VILLE D'AGADIR

HIND MOUHANNI, ABDELAZIZ BENDOU

Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Agadir

## Résumé

Le recyclage des eaux usées épurées (EUE) en irrigation des espaces verts et en particulier des terrains de golf est une alternative efficace pour valoriser les ressources conventionnelles dans la région. Cependant, la pratique de ces eaux en irrigation a révélé des risques liés à la mauvaise gestion, à la salinisation des sols et de la nappe et aussi à l'adaptation du système d'irrigation à la qualité des eaux.

Cette étude concerne l'évaluation des risques de la réutilisation des eaux de la station M'zar du Grand Agadir en irrigation de trois variétés du gazon du golf. Le suivi des paramètres de salinité dans les lixiviats et dans le sol ainsi que l'efficacité technique que nous ont permis de conclure que ces eaux engendrent un risque de salinisation de la nappe et aussi des sols par échange ionique. Donc, l'irrigation par les EUE nécessite une gestion spéciale et des suivis périodiques pour assurer cette réutilisation à long terme.

## I-Introduction

La région d'Agadir est une région agricole qui se caractérise par un climat aride, des ressources en eau très limitées et des sols pauvres en éléments nutritifs. Le secteur agricole est le plus grand consommateur d'eau. De ce fait, l'utilisation des eaux usées traitées en agriculture est une bonne alternative qui contribuera à préserver les ressources en eau de la région. Dans ce contexte, la superficie totale des espaces verts (public, privé, terrains de golf) est estimée à 878 ha avec un besoin en eau d'irrigation à satisfaire de 8096000 m<sup>3</sup>/an [1]. Avec un débit journalier de 50 000 m<sup>3</sup>/j, les EUE de la STEP de M'zar combleront entièrement ce besoin. Les terrains des golfs occupent à eux seuls 268 ha de la superficie totale des espaces verts d'Agadir (30,5 %), avec une consommation d'eau estimée à 3216000 m<sup>3</sup>/an. Cette étude s'intéresse à l'évaluation des risques liés à la réutilisation des EUE en irrigation. Elle présente le suivi des analyses physico-chimiques des lixiviats et des sols à différentes profondeurs ainsi que leur comparaison avec une application de ces eaux pour l'irrigation d'un terrain de golf.

## II-Matériels et méthodes

### II-1 Protocole expérimental

Trois variétés du gazon (Pencross (V1), Ray Gras Anglais (V2), mélange Fétuque rouge 40% et Ray Gras Anglais 60% (V3)) ont été implantées dans trois parcelles aménagées dans la station M'Zar. Des lysimètres ont été installés sur chaque parcelle pour récupérer les échantillons des lixiviats chaque 6 jour en 10 campagnes. En parallèle, des échantillons des sols ont été collectés dans les trois parcelles.

### Caractéristique des sols et des eaux d'irrigation

Les sols des parcelles sont composés de 75 % de terre végétale et 25 % de sable. Les analyses pédologiques des constituants du sol sont présentées dans le tableau 1 ci-dessous :

**Tableau 1** : Résultats des analyses de la terre végétale et du sable

Paramètres	Unités	TV	Sable
Texture		Lsa	S
pH		8.70	9.6
M.organique	%	1.85	0.05
Azote total	%	0.15	0.01
Calcaire total	%	5.20	36.7
EC 1/5	dS/m	0.12	0.045
Sels soluble	g/kg	0.41	0.16
P2O5 ass.	ppm	14.56	1
K2O éch.	ppm	128.70	24.9

**Tableau 2** : Résultats des analyses des eaux de nappe et des eaux usées épurées

Paramètres	Unités	Eau de la nappe	Eaux usées épurées
pH		7,4	7,1
EC à 25°C	dS/m	0,52	3,15
Cl <sup>-</sup>	mg/l	3	720
K <sup>+</sup>	mg/l	0,07	43
Na <sup>+</sup>	mg/l	0,54	487
Ca <sup>++</sup>	mg/l	1,09	294,8
Mg <sup>++</sup>	mg/l	1,71	65,9
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	mg/l	<LD	8,85
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	mg/l	5,2	350
SAR		0,32	6,66

## III-Résultats et discussion

Les analyses des sols irrigués par les deux qualités des eaux ont montré que l'apport de la salinité aux sols irrigués par les eaux de la nappe est très faible par rapport aux sels existant dans la terre végétale et le sable (tableau 3) [2,3].

Par contre l'utilisation des EUE comme eau d'irrigation s'accompagne d'une augmentation des concentrations des ions d'une manière plus importantes que celles observées dans les sols irrigués par les eaux de puits (tableau 5)[4,5]. Les variations des ions sont aussi très importantes mais non significatives, aucune tendance évolutive n'est observée. La salinité de ces sols est due d'une part à la qualité des eaux d'irrigation qui favorise l'accumulation des sodiums sur les agrégats du sol, et par la suite l'augmentation de la concentration des chlorures des sodiums. Et d'autre part à la dissolution des sels solubles des sols pendant l'irrigation. Les concentrations des ions  $Ca^{++}$  et  $Mg^{++}$  ne présente aucun changement significatif après l'irrigation par les deux type d'eaux d'irrigation (tableau 4).

Ces résultats sont en accord avec ceux des lixiviats qui présente une forte EC est corrélée à la concentration des chlorures du sodium (voir tableau 3 et 4), ce qui témoigne d'une forte salinisation des sols et par la suite des eaux de la nappe phréatique dans le cas d'une irrigation avec les eaux épurées. Ces variations de concentrations dans les lixiviats des eaux usées épurées nous amène à suggérer qu'il s'agit d'un échange ionique avec les agrégats du sol ce qui argumente les analyses des sols [6].

**Tableau 3** : Résultats des analyses des sols après irrigation

Paramètres	Unités	SOL	
		sol eaux puits	sol eaux épurées
pH		3,2	8,00
EC	dS/m	4,53	13,79
Sels soluble	(g/kg)	0,003	0,009
Azote total	(g/kg)	360	305
Phosphore total	(g/kg)	1,06	1,1
potassium total	(g/kg)	0,928	1,07
Carbone	(g/kg)	3,22	2,01
Sodium	(g/kg)	0,583	0,77
Chlorure	(g/kg)	2,17	6,61
Magnésium	(g/kg)	5,75	6,81
Calcium	(g/kg)	122	134
SAR		14,62	3,79

**Tableau 4** : Résultats des analyses ioniques des lixiviats des eaux de puits

Paramètre	unités		Lixiviats des eaux de puits		
			V1	V2	V3
pH		Moy	8,00	7,92	7,86
		E.type	0,30	0,13	0,25
EC	mS/cm	Moy	0,66	0,82	0,92
		E.type	0,21	0,30	0,23
Na+		Moy	3,06	3,06	3,16
		E.type	0,59	0,63	0,50
Cl-		Moy	3,89	4,39	5,80
		E.type	1,37	1,01	1,86
Ca++		Moy	0,46	0,48	0,51
		E.type	0,17	0,14	0,18
Mg++	mmole/l	Moy	0,71	0,85	0,79
		E.type	0,16	0,27	0,14
K+		Moy	0,12	0,13	0,08
		E.type	0,04	0,02	0,06
SO4--		Moy	0	0	0
		E.type	0	0	0
HCO3-		Moy	2,73	3,72	3,66
		E.type	0,78	1,29	1,95
SAR		Moy	0,99	1,11	1,37
		E.type	0,45	0,56	0,45

**Tableau 5** : Résultats des analyses ioniques des lixiviats irrigués par les eaux usées épurées

Paramètres	unités		Lixiviats des eaux usées épurées		
			V1	V2	V3
pH		Moy	7,88	7,99	7,92
		E.type	0,40	0,44	0,38
EC	mS/cm	Moy	11,26	10,01	9,61
		E.type	4,74	4,22	3,17
Na+		Moy	99,82	102,98	66,72
		E.type	27,43	28,73	16,44
Cl-		Moy	62,51	58,46	51,71
		E.type	31,63	29,67	19,34
Ca++		Moy	2,54	2,41	2,30
		E.type	0,92	0,86	0,68
Mg++	mmole/l	Moy	4,30	3,83	3,43
		E.type	1,65	1,36	0,90
K+		Moy	0,80	0,68	0,82
		E.type	0,31	0,23	0,35
SO4--		Moy	1,70	1,52	1,21
		E.type	0,79	0,54	0,56
HCO3-		Moy	4,21	4,04	4,47
		E.type	2,10	1,97	1,53
SAR		Moy	17,19	16,38	16,58
		E.type	7,82	9,36	5,76

#### IV-Conclusion

Les résultats de cette étude nous a permis de conclure que la réutilisation des eaux usées épurées peut créer des risques sur le sol et la nappe citant:

- la salinisation,
- l'alcalinité et la réduction de la perméabilité du sol,
- l'accumulation des nutriments,
- l'introduction des produits chimiques dans des écosystèmes sensibles (principalement le sol, l'eau et les plantes),
- Création des conditions favorable à l'eutrophisation (N,P).

Recommandation :

- Optimisation de la quantité d'eau d'irrigation pour avoir un lessivage minimal,
- Optimisation du programme d'irrigation basé sur les besoins en eau des cultures, de capacité de stockage de l'eau des sols,
- Sélection des cultures qui peuvent absorber les constituants potentiellement dangereux présents dans l'eau usée,
- Introduction dans la rotation culturale, de plantes consommant les sels,
- Choisir un système d'irrigation qui fournit l'uniformité d'application la plus élevée possible,
- mélanger l'eau usée avec de l'eau claire,

### Référence bibliographique

[1] Hind MOUHANNI, Hassan HAMDI, Abdelaziz BENDOU, Eric CAVALLI, Lhoussine BENZINE, 2012. Impact de la réutilisation des eaux usées épurées en irrigation : analyse ionique des lyxiviats. Revue des Sciences de l'Eau 25, 69-73.

[2] Hind MOUHANNI, Abdelaziz Bendou, 2011. Impact de la réutilisation des eaux usées épurées en irrigation sur la croissance de la plante gazon. Revue Internationale d'héliotechnique-énergie-environnement N° 43 14-21.

[3] Hind MOUHANNI, Hassan HAMDI, Abdelaziz BENDOU, Lhoussine BENZINE, 2008. Réutilisation des eaux usées épurées pour l'irrigation du gazon des golfs : Impact sur la germination et la croissance du gazon. Revue Internationale d'héliotechnique-énergie-environnement au volume 38, 27-33.

[4] Hind MOUHANNI, Hassan HAMDI, Abdelaziz BENDOU, Eric CAVALLI, Lhoussine BENZINE, 2011. Impact de la réutilisation des eaux usées épurées en irrigation : analyse ionique des sols. Revue Déchets Sciences et Techniques N° 59 mars.

[5] Gregory Evanylo, Erik Ervin and Xunzhong Zhang, 2010. Reclaimed water for turfgrass irrigation. Water 2, 685-701.

[6] Salgot, M., Huertas, E., Weber, S., Dott, W., Hollender, J., 2006. Wastewater reuse and risk: definition of key objectives. Desalination 187, 29-40.

# EVALUATION DE LA PRODUCTION ELECTRIQUE D'UNE MACHINE EOLIENNE POUR LA REGION DE TENES

F. BOUKLI HACENE<sup>1</sup>, N. KASBADJI MERZOUK<sup>2</sup>, N. KHERBA<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Faculté des Sciences  
Université Hassiba Ben Bouali, Chlef, Algérie

<sup>2</sup> Unité des équipement Solair UDES  
Bousmail Tipaza, Algérie

<sup>3</sup> Faculté de Technologie  
Université Hassiba Ben Bouali, Chlef, Algérie

[bhfouad@yahoo.fr](mailto:bhfouad@yahoo.fr) - [nkmerzouk@gmail.com](mailto:nkmerzouk@gmail.com)

## RÉSUMÉ

*L'étude des potentialités énergétiques éoliennes de la vallée du Cheliff a montré que la zone littorale, comme la ville de Ténès et les communes limitrophes telles que, Abou El-Hassane, Sidi-Akacha et Sidi-Abderrahmane sont les plus ventées de la vallée. Ainsi on peut en dire que cette région reste l'endroit le mieux approprié pour implanter un système éolien rentable et performant pour le pompage des eaux d'irrigation dans cette région.*

*Le but du présent travail est l'évaluation de la production électrique d'une éolienne d'une capacité 1MW pour la zone de Ténès. Cette zone est dominée par la circulation du vent dans la direction du sud-ouest qui la rend propice à l'utilisation de l'énergie éolienne. La connaissance des champs du vent est cruciale pour la conception et la mise en œuvre des machines éolienne pour produire de l'électricité.*

**Mots clés:** paramètres de Weibull, potentiel énergétique éolien

## Introduction

L'humanité est confrontée à un double défi: La demande mondiale d'énergie qui doit être respectée, et la prévention des changements climatiques, avant qu'elle ne devienne incontrôlable. La plupart des scientifiques conviennent maintenant que l'origine anthropique du changement climatique mondial constitue une menace très grave pour la société et les écosystèmes terrestres. La promotion des Energies Renouvelables en Algérie sera réalisée grâce au programme national ambitieux qui s'inscrit dans les projections d'aménagement du territoire à l'horizon 2030. Il cible les populations des sites enclavés, hors réseau conventionnel, pour une équité énergétique nationale prônée avec force, et pour bénéficier également des avantages indéniables de l'énergie électrique et calorifique à partir des sources d'énergies renouvelables localement disponibles et aisément mobilisables avec les techniques et les technologies mûres actuelles.

L'énergie renouvelable est la clé de la prospérité future, pour un environnement mondial sain. Elle est considérée comme un moyen prometteur pour résoudre les problèmes de la pollution de l'environnement tels que les grands

accidents écologiques, la pollution des eaux, la pollution maritime, le rayonnement et la radioactivité [1].

Au rythme actuel d'utilisation, en tenant compte de l'accroissement de la population et de la consommation d'énergie dans les pays en développement, les ressources pétrolières, de gaz naturel et d'uranium seront épuisées dans quelques décennies [2]. Ces dernières années, l'énergie éolienne a connu un essor considérable grâce aux améliorations technologiques et l'exigence croissante de la production d'énergie par les sources renouvelables [3].

Dans cet article on présente l'estimation de la production électrique d'un système éolien dans la zone de Ténès.

## Matériels et Méthodes

Le vent est un phénomène atmosphérique complexe que l'on peut étudier de multiples façons et à différentes échelles. Son analyse statistique porte à la fois sur sa vitesse et sa direction. Il est clair que l'une des questions les plus importantes à régler est le choix d'un site adéquat qui représente toujours la première phase dans le développement d'un parc éolien [4].

Il existe différentes manières pour déterminer les potentialités éoliennes d'une région. La première méthode se base sur la distribution statistique temporelle des mesures pour un site donnée. La deuxième se penche sur l'interpolation spatiale à l'aide d'un logiciel donné WAsP.

Les distributions des fréquences de la vitesse moyenne du vent peuvent être représentées de façon satisfaisante en utilisant la loi de distribution statistique de Weibull à deux paramètres,  $k$  et  $c$ . La fonction de densité de probabilité a pour expression, [5] :

$$f(V) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{V}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{c}\right)^k\right] \quad (1)$$

Où  $f(V)$  est la fréquence d'occurrence de la vitesse du vent  $V$ . Le paramètre  $k$  (facteur de forme) est sans dimension et caractérise la forme de la distribution de fréquence alors que  $c$  détermine la qualité du vent (facteur d'échelle).

Un système éolien est caractérisé par [6]: la vitesse de démarrage où la puissance en amont de cette vitesse est nulle, la vitesse nominale où la puissance est maximale, et la vitesse de coupure qui permet d'éviter la détérioration du matériel si la vitesse augmente.

La densité de puissance moyenne utilisable est donnée par:

$$\overline{P_u} = \frac{1}{2} \rho V_u^3 \quad (2)$$

La vitesse cubique utile moyenne est donnée après intégration de la vitesse cubique pondérée par la fonction de probabilité en considérant comme bornes d'intégration les limites imposées par la machine.

Le logiciel WAsP (Wind Atlas Analysis and Application Program) [7], a été établi et commercialisé par le Laboratoire National Risø au Danemark en 1987. C'est un outil pour les analyses des données éoliennes, la création des cartes de vent, l'évaluation du climat éolien et le positionnement des turbines éoliennes. Les résultats déterminés permettront le calcul de la puissance électrique produite par un aérogénérateur installé sur le site. L'estimation de la production électrique annuelle est réalisée par un aérogénérateur d'un 1 MW à proximité du site de mesure situé à 50 m de hauteur. Les caractéristiques de cette éolienne sont données dans le tableau 1.

Tableau 1 :Caractéristiques de l'éolienne de 1MW

Données	Carartéristiques
$D_r$ (m)	54.2
$H$ (m)	50
$P_n$ (MW)	1
$V_i$ (m/s)	4
$V_n$ (m/s)	17.5
$V_s$ (m/s)	25

Ainsi, la figure 1 donne la courbe de performances comme suit:

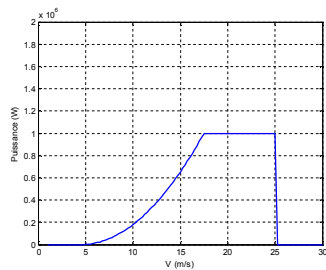


Figure 1: Courbes de puissance de sortie pour une turbine de 1 MW

La région d'étude est située dans la commune de Ténès de la wilaya de Chleff. C'est une commune côtière qui est entourée par un ensemble de montagnes appartenant à la chaîne Dahra : la montagne SIDI MEROUANE ou cap Ténès, la montagne de BISSA à l'est, la montagne de KESSAR au sud, la montagne SIDI ABDERRAHMEN à l'ouest et au nord la mer méditerranée. La figure 2 présente la situation géographique de la région d'étude, [8].



Figure 2: Carte de Ténès, [60].

**Résultats**

Un programme est établi pour déterminer la fréquence des vitesses pour chaque mois, ceci pour des mesures prélevées à 10 m de hauteur et pour la période 2000-2005

Tableau 2 : Paramètres de Weibell à 10m du sol

Site	$k$	$c$ (m/s)	$V_{moy}$ (m/s)	$P_{moy}$ ( $W/m^2$ )
Ténès	2.47	6.08	5.4	150.9

L'extrapolation des paramètres à 50m du sol sont présentés dans le tableau 3.

Tableau 3 : Paramètres de Weibell à 50m du sol

Site	$k$	$c$ (m/s)	$V_{moy}$ (m/s)	$P_{moy}$ ( $W/m^2$ )
Ténès	2.63	9.86	8.76	628.32

Les résultats déterminés par le logiciel WASP sont représentés par la figure 2 :

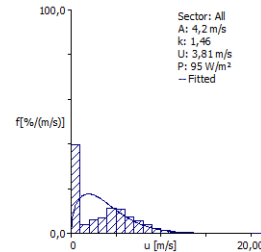


Figure 2 : Paramètres de Weibell à 10M du sol par WASP.

Les atlas éolien des vitesses et des puissances déterminés par le logiciel WASP pour le site choisis pour l'étude sont présentés respectivement dans les figures 3 et 4.

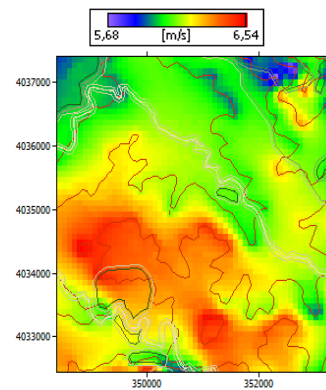


Figure 3 : Atlas des vitesses par WASP

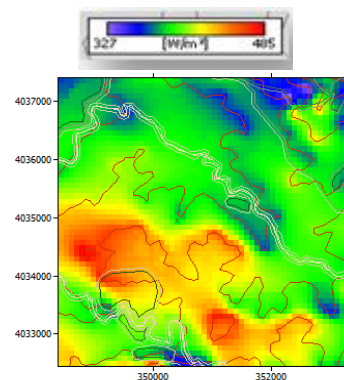


Figure 3 : Atlas des puissances par WASP

L'estimation de la production de l'énergie électrique de la machine éolienne de 1MW par le logiciel WASP est présenté dans le tableau 4.



Tableau 4 : Estimation de la production électrique éolienne d'un aérogénérateur de 1MW.

Localization [m]	E [W/m <sup>2</sup> ]	Net AEP [GWh]
(350338.9, 4034919)	328	2.018

### **Discussion et Conclusion**

L'étude des potentialité éolienne permet de déterminer le meilleure site et la meilleure disposition des éoliennes sur la région de Ténès, permettant d'avoir un rendement énergétique optimum

Le choix du site et la caractérisation statistique de la vitesse du vent de ce site représentent les facteurs les plus importants dans le processus d'implantation d'une machine éolienne. L'analyse de la vitesse du vent sur un site représente la première étape de tout projet éolien, permettant d'estimer la capacité de production de la ferme éolienne

### **Références bibliographiques**

- [1] Pacific Northwest laboratory, «Wind Energy Ressource Atlases », Vol,1 et 2PNL-3194. Pacific Northwest laboratory Richland, Washington, U.S.A, 1981
- [2] Troen I et E.L. Petersen, « European Wind Atlas », Riso National Laboratory, Roskilde, Danemark, 1989.
- [3] Said M et A. Ibrahim, « Eney in the Arab World »Energy, N 9-3, pp. 217-38, 1984.
- [4] Bensaid H, « The Algerian Programme on Wind Energy », Proceeding of WEAC, pp. 21-27, Oxford, 1958.
- [5] Hammouche R, « Atlas Vent de l'Algérie/ ONM » », Office des publications Universitaires (OPU), Alger 1990.
- [6] Kasbadji Merzouk N., « An Evaluation of Wind Energy Potential in Algeria », Proceeding of EWEC' 94 Congress, Thessaloniki, Grèce, 1994.
- [7] Youcef Ettoumi F, « Ressource Energitique Renouvelables en Algérie », Thèse de Doctorat d'état, USTHB, 2002
- [8] Abdeslam D, Kherba N., Boukli Hacène F., Kesbadji Merzouk N., Merzouk M., H. Mahmoudi, Mattheus F.A. Goosen, " On the use of the Wind energy to power reverse osmosis desalination plant: A case study from Ténès (Algeria)", Renewable and Sustainable Energy Reviews; (15) 2011, ), ISSN: 1364-0321, pp. 956-963

# MODES DE DÉGRADATION DES MODULES PHOTOVOLTAÏQUES DANS LE SITE D'ADRAR

F. BANDOUI<sup>1</sup>, A. HADJ ARAB<sup>1</sup>, M.S.BELKAID<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centre de Développement des Energies Renouvelables (CDER), B.P. 62, Bouzaréah, Alger.

<sup>2</sup>Laboratoire de LATAGE Faculté de Génie Electrique et d'Informatique, Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou B.P 17 R.P Tizi-Ouzou.

## Introduction

La prédiction de la fiabilité des modules photovoltaïques nécessite une compréhension complète de la conception du système, l'environnement d'exploitation, les mécanismes de dégradation qui conduisent à des pannes. L'identification de ces derniers est devenue importante. Pour cela, nous avons réalisé de tests de performances électriques sur quelques modules PV dégradés, qui ont fonctionné pendant 20 ans dans l'unité de recherche appliquée en énergies renouvelables en milieu saharien (URAER/MS) d'Adrar; et ceci dans le but de révéler les effets de la dégradation sur les performances des modules PV. En effet, les caractéristiques électriques permettent une réévaluation temporelle de ses performances de même qu'un examen d'une éventuelle dégradation.

## Description du Module photovoltaïque

Un module photovoltaïque est un système complexe composé de cellules photovoltaïques [1], d'intercalaires, de diodes by-pass, de connecteurs, d'une boîte de jonction, de câbles, d'un verre de protection sur la face avant du module et d'un verre ou d'un film en fluorure polyvinylique(EVA) sur la face arrière du module [2]. Le courant de sortie d'un module est un courant continu qui dépend principalement de l'éclairage du soleil qui arrive sur sa face avant (cf. fig. 1). Pour notre étude, nous avons choisi les modules UDT5 50 au silicium monocristallin.

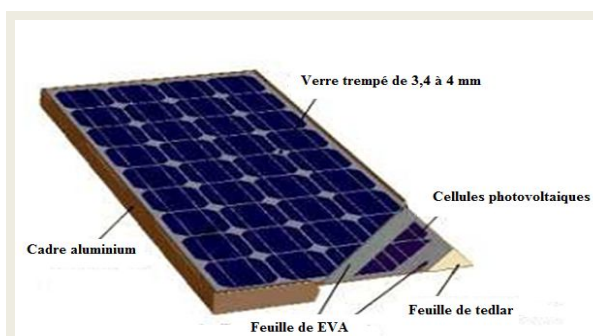


Fig. 1. Coupe d'un module photovoltaïque.

## Dégradation en fonction des essais accélérés

Les modes de défaillance prédominants engendrant une dégradation du module photovoltaïque sont la corrosion et la décoloration de l'encapsulant [3]. Le tableau (1) montrant les modes des défaillances qui sont apparus en fonction du type d'essai accéléré réalisé lors de la qualification des produits selon les normes CEI 61215[4,5],

CEI 61646 et CEI 61730. Les essais accélérés à partir des essais de qualification sont conçus pour répondre aux modes de dégradation identifiés sur le terrain, ils sont un bon point de départ pour justifier la fiabilité de systèmes dans un environnement terrestre.

Tableau .1. Modes de dégradation en fonction des essais accélérés.

Essai accéléré	Mode de défaillance
Essai de cycle thermique	Casse d'interconnexions Casse de cellules Défaillance de la soudure des rubans
Essai de chaleur humide	Corrosion Delamination Défaillance de la boîte de jonction
Essai humidité de gel	Déaminations Défaillance de la boîte de jonction
Exposition UV	Délamination Décoloration de l'encapsulant
Essai de charge mécanique	Casse des interconnexions Casse des cellules Casse du vitrage Défaillance de la soudure des rubans
Essai diélectrique	Délamination
Essai de courant de fuite en milieu humide	Délamination
Tenue à l'échauffement localisé	Point chaud
Essai a la grêle	Casse des cellules Casse du vitrage
Essai thermique de la diode by pass	Défaillance de la diode by pass

## Quelques formes de dégradation des modules PV

Les performances des modules PV en milieu aride sont extrêmement influencées par les modes de dégradation. En effet, l'inspection visuelle représente la première étape utilisée pour la détection de ces modes. Les figures (2, 3) montrent les différentes modes de dégradation des modules PV trouvées dans les deux milieux sahariens (URAER/MS et site de melouka).



(a) Vitrage cassé (b) Décoloration des cellules (c) Jaunissement

Fig. 2. Forme de modes de dégradation des modules PV UDTS (50) dans la station de L'URAER/MS.



(d) boîte de jonction cassé (e) Jaunissement de EVA (f) Décoloration des cellules

Fig. 3. Forme de modes de dégradation des modules PV dans la station de MELOUKA.

### Description de la plateforme de l'expérimentation

Nous avons réalisé des tests sur des modules PV UDTS 50 sous les conditions environnement, dans (URAER/MS) d'Adrar. Des expériences sont effectuées en utilisant des essais sur un système d'acquisition de données basé une charge capacitive, un oscilloscope à mémoire capte le signal I-V et les valeurs de l'éclairement solaire et de la température respectivement par un pyranomètre et un thermomètre digital. Le tout relié à un ordinateur pour le traitement des données.

Dans une première partie nous avons simulé le comportement électrique des données d'acquisition des quelques modules UDTS 50 testés en utilisant un modèle à une diode. En effet, ce modèle est développé sous l'environnement Matlab. Le schéma électrique équivalent de la cellule PV pour ce modèle est représenté sur la figure (4), ainsi que le courant électrique produit la cellule est donnée par l'équation (1). Ensuite nous avons validé nos résultats calculés avec des données expérimentales obtenues. Enfin, nous avons visualisé les différents phénomènes de dégradation trouvés sur les modules PV dans le site.

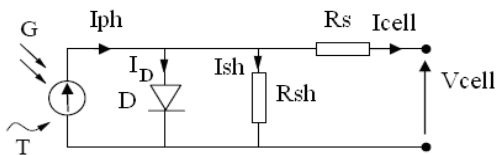


Fig.4. Schéma équivalent électrique d'une cellule photovoltaïque.

$$I = I_{ph} - I_0 \left( \exp \left( \frac{V + R_s I}{n \cdot V_t} \right) - 1 \right) - \frac{V + R_s I}{R_{sh}}$$

- $I_{ph}$  : Le courant photovoltaïque [A].
- $I_0$  : Le courant de saturation de la diode [A].
- $K$ : La constante de Boltzmann =  $1.381 \times 10^{-23}$  J/K.
- $n$  : Le facteur d'idéalité de la diode.
- $q$  : La charge de l'électron =  $1.602 \times 10^{-19}$  C.
- $R_s$ : La résistance série ( $\Omega$ ).
- $R_{sh}$ : La résistance shunt ( $\Omega$ ).
- $T$  : La température de la cellule ( $^{\circ}$ K).
- $V_t$  : La tension thermique ( $= nkT/q$ ) ( $JC^{-1}$ ).

La translation des paramètres des caractéristiques I-V mesurées dans des conditions réelles aux conditions standards, nous a permis de déterminer les performances électriques dans le tableau (2).

Tableau 2. Performances électriques des modules UDTS 50 sous les conditions standards (1000 W/M<sup>2</sup>, Température de cellules : 25 °C).

Module UDTS 50	$I_{cc_{STC}}$ [A]	$V_{oc_{STC}}$ [V]	$P_{max_{STC}}$ [W]	$I_{mp_{STC}}$ [A]	$V_{mp}$ [V]	$P_{mp_{STC}}$ [W]	$FF_{STC}$ [%]
Bonne état	3.43	21.28	72.99	3.16	16.65	52.66	72
Vitrage cassé	3.024	22.96	16.16	1.56	10.36	16.16	23.3
Décoloration des cellules	3.12	21.61	38.91	2.77	14.03	38.86	57.7
Jaunissement (IVA)	2.18	20.98	30.57	1.98	15.43	30.55	66.7

Nous avons déterminé le facteur de dégradation de la puissance des modules testés par l'expression suivant :

$$FDX = \left( 1 - \frac{X}{X_{ref}} \right) * 100 \quad (2)$$

Avec :

- X : prend la de la performance (Pmax) en condition STC.
- Xref : prend la valeur de référence de la puissance (Pmax).

### Résultats

La figure (5), montrent les résultats des courbes de la caractéristique I-V et P-V des modules PV UDTS 50 (a, b, c) testés respectivement dans des conditions réelles.

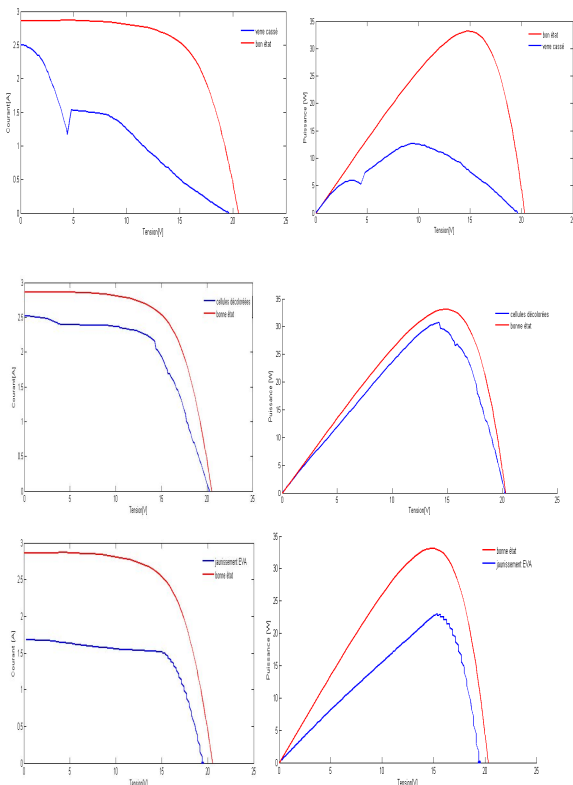


Fig.5. Caractéristiques I -V et P-V expérimentales des modules PV UDTS 50. (a), (b), (c) sur le site l'URAE d'Adrar.

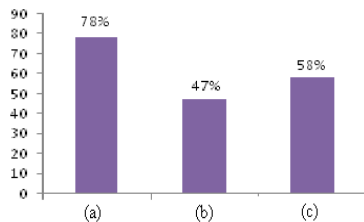


Fig.6. Taux de dégradation de la puissance des modules PV (a), (b), (c) respectivement.

### Discussion et Conclusion

D'après les résultats obtenus dans les figures (5,6), nous avons relevé les remarques suivantes :

On remarque que les performances électriques (tension, courant et puissance) d'après les deux caractéristiques I-V et P-V des modules PV UDTS 50 (a), (b), (c) testés respectivement dans la station d'Adrar sont diminuées par rapport aux performances du module en bonne état. Cela est causé par la présence de ces modes de dégradation suivant : Vitrage cassé, décoloration des cellules et jaunissement (EVA). le facteur de dégradation dans le cas du vitrage cassé est 78%. En effet ce phénomène de dégradation est attribué au choc par des phénomènes extérieurs (la grêle, foudre, etc.) .Ce dernier est un problème majeur pour le module, car il peut conduire deux effets: un découplage de lumière où la réflexion augmente ainsi que la pénétration d'eau dans la structure intérieure, ce qui provoque le choc électrique et la corrosion des

cellules PV. le facteur de dégradation dans le cas de la décoloration des cellules est 47%. En effet ce phénomène de dégradation est dû à l'influence de rayonnement solaire dans les propriétés physico-chimiques de la couche anti-reflet dans le site. Le facteur de dégradation dans le cas du jaunissement EVA (le matériau adhésif entre le verre et les cellules) est 58%. L'origine de cet effet est due au changement de couleur dans la matière du blanc au jaune, et parfois, du jaune au brun sous l'influence du rayonnement UV et de la température élevée dans le site.

Nous avons essayé dans notre étude de donner quelques caractéristiques des différents modules UDTS 50 fonctionnées après une durée 20 années dans le site d'Adrar. Nous avons trouvé que les performances des modules PV sont dégradées, cela causé par l'influence des facteurs environnement extrême du milieu (l'irradiation solaire élevée, la température et le sable). Dans ce cas nous avons constaté par la méthode de l'inspection visuelle les effets de dégradations suivantes : décoloration des cellules, délamination au niveau de l'interface et cellules, ainsi que la corrosion des contacts. Enfin, pour l'étude de la fiabilité des modules PV, il faut prendre en considération les spécifications climatiques pour cette raison nous somme obligés de réaliser des tests de la norme IEC 61215.

### References

R. Laronde, « Fiabilité et durabilité d'un système complexe dédiée aux énergies renouvelables Application a un système photovoltaïque », Thèse de doctorat, A l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers, 2011.

CEI 61215, « Modules photovoltaïques (PV) au silicium cristallin pour application terrestre – Qualification de la conception et homologation », 2005.

W. Herrmann, N. Bogdanski, F. Reil, M. Köh, K. Weiss, M. Assmus, M. Heck « PV Module Degradation Caused by Thermo-Mechanical Stress: Real Impacts of Outdoor Weathering versus Accelerated Testing in the Laboratory » TÜV Rheinland Group, Am Grauen Stein, D-51105 Cologne, Germany, 2010.

N. Seddaoui, « Modélisation et extraction automatique des paramètres d'un générateur Photovoltaïque connectée au réseau électrique », Mémoire de Magister, Université de Sétif UFAS, 2009.

## **PROJET SPECIMENS : CONTRIBUTION A LA REDUCTION DES EMISSIONS DE CO<sub>2</sub> ET A L'AMELIORATION DES PERFORMANCES EXERGETIQUES DES CIMENTERIES.**

**MALIKA LADJANI, KAMAL MOHAMMEDI,  
YOUCEF SMAILI, MOUSSA CHALA.**

LEMI, Université M Bougara , Boumerdès  
35000, Algérie

### **Résumé :**

La réduction durable des émissions de dioxyde de carbone constitue d'un des plus grands défis à relever par l'industrie du ciment. La production d'une tonne de ciment provoque le rejet d'une tonne de CO<sub>2</sub> dont 55 pour cent des émissions proviennent du processus de décarbonatation et 45 pour cent de la combustion.

A travers le projet de recherche *SPECIMENS*, notre équipe se fixe comme but d'accompagner l'industrie algérienne du ciment pour intégrer le développement durable dans sa stratégie afin qu'elle soit constamment en accord avec les exigences du marché et du législateur tout en mettant à la disposition des clients des produits de qualité élevée.

Le projet *SPECIMENS* est piloté dans l'objectif de dresser un inventaire des résultats et évaluer les performances de l'industrie algérienne du ciment, identifier et optimiser le processus afin de réduire les émissions de gaz à effets de serre, recommander des actions d'améliorations, fournir des outils d'optimisation et de simulation pour les entreprises du ciment afin d'améliorer leurs performances et enfin fournir un guide de bonnes pratiques pour la gestion des sites industriels et des carrières.

Les impacts directs et indirects attendus du projet *SPECIMENS* sont principalement la réduction des émissions de gaz à effet de serre, l'amélioration de l'efficacité énergétique (Intégration des énergies renouvelables, etc.) et de la gestion environnementale, l'amélioration des performances économiques et de la responsabilité sociale, le renforcement des capacités et compétences internes (personnels), l'amélioration de la santé, de la sécurité du personnel et des procédures de consignation, etc.

Nous présentons une première étude de cas réalisée à la cimenterie de Meftah en Algérie. A partir de l'analyse de bilan énergétique de l'unité de production de ciment, on remarque que plus que la moitié de l'énergie fournie est consommée dans le **four**. Le four est également le siège de la destruction de plus de 99% de l'exergie totale fournie à l'installation avec des émissions de plus de 1290 kg de CO<sub>2</sub> par tonne de ciment produite.



# ETUDE COMPARATIVE ENTRE DEUX COMMANDES D'UNE TURBINE ÉOLIENNE

L. HEMOUZAL<sup>1</sup>, M. KOURCHI, M. MEDIOUNI

<sup>1</sup> Laboratoire de Génie Industriel et Informatique (LG2I), Ecole Nationale des Sciences Appliquées D'Agadir, BP 1136 Agadir, Maroc.  
[l.hemouzal@uiz.ac.ma](mailto:l.hemouzal@uiz.ac.ma)

**Résumé** – Une éolienne a pour rôle de convertir l'énergie cinétique du vent en énergie électrique. Ses différents éléments sont conçus pour maximiser cette conversion. Différentes structures de commande ont été développées selon la caractéristique puissance vitesse. Dans notre cas, nous proposons deux stratégies de commande de la turbine éolienne pour maximiser la puissance extraite, ces deux stratégies de commande consistent à déterminer la vitesse de la turbine qui permet d'obtenir le maximum de la puissance générée. Ces deux algorithmes de commande ont été validés par des résultats de simulation, qui ont montré leurs avantages et leurs inconvénients.

**Mots clés** : vent, turbine éolienne, modélisation, contrôle commande, vitesse de rotation, puissance électrique

## Nomenclature :

$v$	vitesse du vent, $m.s^{-1}$
$Caer$	couple aérodynamique éolien, N.m
$\beta$	angle d'orientation des pales, rd
$R$	rayon de la pale, m
$\Omega_{turbine}$	vitesse angulaire de rotation, rd. $s^{-1}$
$C_g$	couple de la génératrice, N.m
$\Omega_{mec}$	vitesse de la génératrice, rd. $s^{-1}$
$\Omega_{ref}$	vitesse de référence, rd. $s^{-1}$
$G$	gain du multiplicateur
$P_v$	puissance de l'éolienne, w
$\rho$	masse volumique de l'air, $kg.m^{-3}$
$S$	surface balayée par la turbine, $m^2$
$\lambda$	ratio de vitesse
$J_{turbine}$	inertie de la turbine, $kg.m^2$
$C_{mec}$	couple au rotor de l'éolienne, N.m
$C_{em}$	couple électromagnétique, N.m
$C_{vis}$	couple des frottements, N.m
$f$	coefficient des frottements
$J$	inertie totale sur l'arbre, $kg.m^2$
$C_p$	coefficient de puissance de la turbine

## 1. INTRODUCTION

L'énergie éolienne est de venue aujourd'hui huit une réalité. Plusieurs facteurs ont contribué et contribuent

encore à son essor : c'est une énergie propre, prometteuse, fiable, et abondante. C'est dans ce contexte que le laboratoire de l'énergie et de l'environnement de l'ENSA d'Agadir a lancé une activité de recherche dans ce domaine. On s'intéresse essentiellement aux éoliennes à vitesse variable. Ces éoliennes se développent de plus en plus pour être intégrée dans le réseau moyen tension.

A partir des lois physiques régissant le fonctionnement des différents éléments d'une turbine éolienne, nous avons développé un modèle approprié à la turbine. Pour extraire le maximum de puissance, deux stratégies de commandes ont été utilisées, elles consistent à déterminer la vitesse de la turbine qui permet d'obtenir le maximum de puissance générée. Le modèle global, de la turbine et les deux commandes, a été implanté sous Matlab Simulink. Les différentes simulations ont permis de valider les deux algorithmes de commande et ont montré leurs avantages et leurs inconvénients.

## 2. MODELISATION DE LA TURBINE EOLIENNE

La puissance aérodynamique apparaissant au niveau du rotor de la turbine

$$P_{aer} = C_p P_v = C_p \cdot P_v = C_p (\lambda, \beta) \cdot \frac{\rho S v^3}{2} \quad (1)$$

Le coefficient de puissance  $C_p$  représente le rendement aérodynamique de la turbine éolienne. Il dépend de la caractéristique de la turbine [1].

$$C_{aer} = C_p \frac{\rho S v^3}{2} \cdot \frac{1}{\Omega_{turbine}} \quad (2)$$

L'inertie totale J :

$$J = \frac{J_{turbine}}{G^2} + J_g \quad (3)$$

L'équation fondamentale de la dynamique appliquée au rotor :

$$J \frac{\partial \Omega_{mec}}{\partial t} = C_{mec} = C_g - C_{em} - C_{vis} \quad (4)$$

Le couple de frottement est modélisé par :

$$C_{vis} = f \cdot \Omega_{mec} \quad (5)$$

Une représentation globale du modèle de la turbine utilisant le graphe informationnel causal nous permet de modéliser aisément la turbine, ce modèle est implanté sous Matlab Simulink.

## 3. STRATEGIES DE COMMANDE :

Les deux commandes développées correspondent au fonctionnement relatif à des vitesses de vent comprises entre 2,5 m/s et 15 m/s. Ce fonctionnement est dit à charge partielle. Nous proposons deux stratégies pour contrôler le couple électromagnétique (et indirectement la puissance électromagnétique convertie) afin de régler la vitesse mécanique de manière à maximiser la puissance électrique

générée. Ce principe est connu sous la terminologie Maximum Power Tracking. Deux structures ont été utilisées.

### 3.1 Maximisation de la puissance avec asservissement de la vitesse :

Les fluctuations du vent constituent la perturbation principale de la chaîne de conversion éolienne et créent donc des variations de puissance.

On suppose la génératrice et son variateur sont idéaux :

$$C_{em} = C_{em\_ref} \quad (6)$$

D'après la relation (4) et (5) :

$$\frac{\partial \Omega_{mec}}{\partial t} = \frac{1}{J} \cdot (C_g - f \cdot \Omega_{mec} - C_{em}) \quad (7)$$

La première stratégie de commande consiste à régler le couple apparaissant sur l'arbre de la turbine de manière à fixer sa vitesse à une référence. Pour réaliser ceci, on va utiliser un asservissement de vitesse.

Le couple électromagnétique s'écrit :

$$\begin{aligned} C_{em\_ref} &= C_{ass} \cdot (\Omega_{ref} - \Omega_{mec}) \\ \Omega_{ref} &= G \cdot \Omega_{turbine\_ref} \end{aligned} \quad (8)$$

La référence de la vitesse de la turbine correspond à celle correspondante à la valeur optimale du ratio de vitesse  $\lambda_{p\_max}$  (on fixe l'angle de calage  $\beta$  à 2°).

$$\Omega_{turbine\_ref} = \frac{\lambda_{C_p\ max} \cdot v}{R} \quad (9)$$

Le correcteur de vitesse doit accomplir deux tâches : il doit asservir la vitesse mécanique à sa valeur de référence.

Il doit atténuer l'action du couple éolien qui constitue une entrée perturbatrice.

#### 3.1.1 Correcteur de la vitesse de la turbine :

On considère un correcteur proportionnel intégral (PI) :

$$C_{em\_ref} = (b_1 + \frac{b_0}{s}) \cdot (\Omega_{ref} - \Omega_{mec}) \quad (10)$$

$b_1$  : gain proportionnel et  $b_0$  : gain intégral, sont les paramètres du correcteur à déterminer. Il est nécessaire d'augmenter le paramètre  $b_0$  pour atténuer l'action du couple éolien  $C_g$ . La pulsation naturelle et le coefficient d'amortissement sont donnés par :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{b_0}{J}} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{f + J + b_1}{b_0} \cdot \frac{\omega_n}{2} \quad (11)$$

On peut imposer un temps de réponse et un facteur d'amortissement donné on a :

$$b_0 = \omega_n^2 \cdot J \quad \text{et} \quad b_1 = \frac{2 \cdot b_0 \cdot \xi}{\omega_n} - f - J \quad (12)$$

### 3.2 Maximisation de la puissance sans asservissement de la vitesse :

Une mesure erronée de la vitesse conduit forcément à une dégradation de la puissance captée selon la stratégie de commande précédente.

Si on suppose que la vitesse du vent varie très peu en régime permanent :

$$J \cdot \frac{\partial \Omega_{mec}}{\partial t} = C_{mec} = 0 = C_g - C_{em} - C_{vis} \quad (13)$$

Si on suppose que  $C_{vis} = 0$ , le couple électromagnétique est déterminé à partir d'une estimation du couple éolien.

$$C_{em\_ref} = \frac{C_{aer\_estimé}}{G} \quad (14)$$

Le couple éolien est déterminé à partir d'une estimation de la vitesse du vent :

$$C_{aer\_estimé} = C_p \cdot \frac{\rho S}{2} \cdot \frac{1}{\Omega_{turbine\_estimé}} \cdot v_{estimé}^3 \quad (15)$$

Une estimation de la vitesse de la turbine est calculée à partir de la vitesse mécanique :

$$\Omega_{turbine\_estimé} = \frac{\Omega_{mec}}{G} \quad (16)$$

L'estimation de la vitesse du vent :

$$v_{estimé} = \frac{\Omega_{turbine\_estimé} \cdot R}{\lambda} \quad (17)$$

A partir de ces relations on a :

$$C_{em\_ref} = \frac{C_p}{\lambda^3} \cdot \frac{\rho \cdot \pi R^5}{2} \cdot \frac{\Omega_{mec}^2}{G^3} \quad (18)$$

Pour extraire la puissance maximale, il faut fixer le ratio de vitesse à la valeur  $\lambda_{C_p\ max}$  qui correspond au maximum du coefficient de puissance  $C_{p\ max}$ .

$$C_{em\_ref} = \frac{C_p}{\lambda_{C_p\ max}^3} \cdot \frac{\rho \cdot \pi R^5}{2} \cdot \frac{\Omega_{mec}^2}{G^3} \quad (19)$$

## 4. RESULTATS OBTENUS :

Ces deux structures de commande ont été simulées en considérant un profil de vent moyen autour de 12,5 m/s.

Les résultats correspondant à la commande sans asservissement de la vitesse montrent que les variations de la vitesse de la génératrice sont adaptées à la variation de la vitesse du vent. La puissance électromagnétique convertie en puissance électrique est très fluctuante.

Les résultats correspondant à la commande avec asservissement de la vitesse montrent qu'un meilleur contrôle en boucle fermée de la vitesse est obtenu en régime transitoire et en régime permanent. Ce contrôle est dynamique et la puissance obtenue en régime transitoire est donc plus importante.

**Résultats obtenus avec la structure de commande sans asservissement de la vitesse (Fig1, Fig2)**

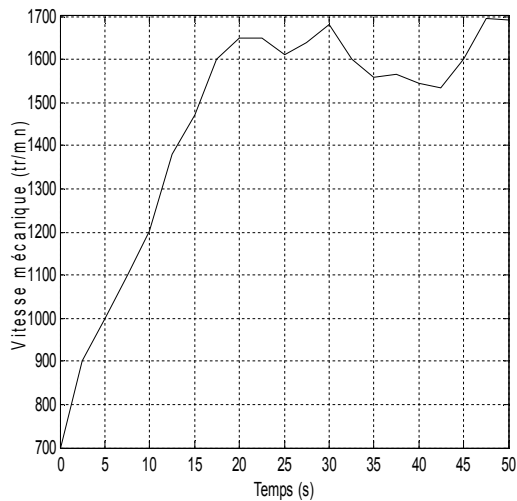


Figure 1

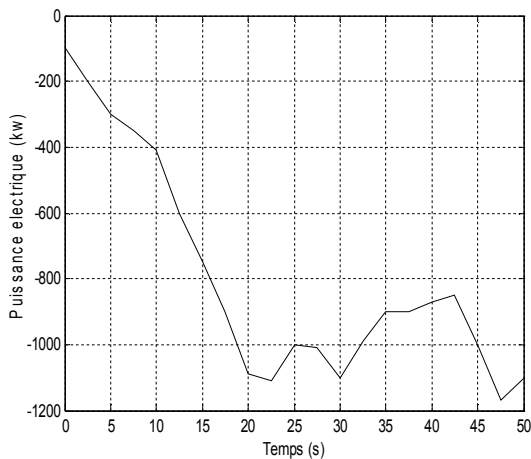


Figure 2

**Résultats obtenus avec la structure de commande avec régulateur PI (Fig3, Fig4)**

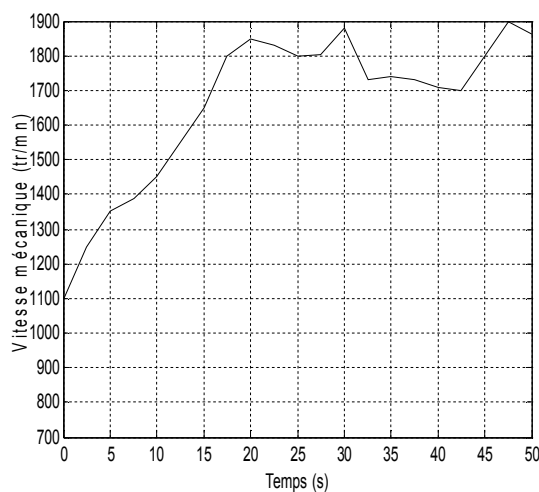


Figure 3

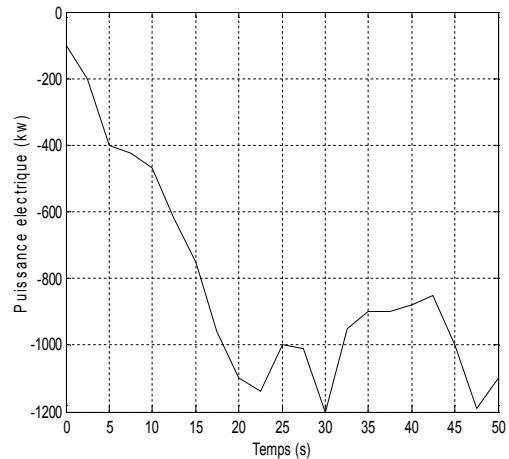


Figure 4

**5. CONCLUSION :**

Les deux commandes développées correspondent au fonctionnement relatif à des vitesses de vent comprises entre 2,5 m/s et 15 m/s. Ce fonctionnement est dit à charge partielle. Ces commandes sont réalisées par un contrôle du couple électromagnétique généré. Les deux techniques de maximisation de la puissance extraite de la turbine ont été explicitées et ont été validées par des résultats de simulations, qui ont montré leurs avantages et inconvénients.

**RÉFÉRENCES:**

- [1] R. Mukand, wind and solar power systems, CRC Press, 1999.
- [2] S. El Aïmani, modélisation de différentes technologies éoliennes intégrées dans un réseau de moyenne tension, thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lille. 2004
- [3] N. Laverdure, sur l'intégration des générateurs éoliens dans les réseaux faibles ou Insulaires, thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble. 2005
- [4] Ingénierie de la commande des systèmes. A. CROSNIER, G. ABBA, B. JOUVENCEL, R. ZAPATA. Editions Technip. 2001
- [5] Simulink Release Notes V1.3. The Mathworks, Inc. 2001.

**Thème 10:  
Transferts thermiques et transferts de masse**

# COMPORTEMENT THERMIQUE DES CONTACTS SECS DANS LES DISQUES DE FREIN “APPLICATION DU LOGICIEL ANSYS V11.0 ”

M. BOUCHETARA <sup>1</sup>, A. BELHOCINE <sup>2</sup>

Laboratoire d’Aéronautique et des Systèmes propulsifs  
Faculté de Génie Mécanique, Université des Sciences et de la Technologie d’Oran

B.P 1505 El -MNAOUER, USTO 31000 ORAN (Algérie)

<sup>1</sup>Email : [mbouchetara@hotmail.com](mailto:mbouchetara@hotmail.com)

<sup>2</sup>Email : [belhocine55@yahoo.fr](mailto:belhocine55@yahoo.fr)

**Résumé**— L’opération de freinage est un processus qui convertit l’énergie cinétique et l’énergie potentielle d’une automobile en d’autres énergies. La majeure partie de l’énergie mécanique est transformée en chaleur. Pendant la phase de freinage, la chaleur de friction produite au niveau de l’interface disque - plaquettes peut engendrer de hautes températures. Ce phénomène est d’autant plus important que les contraintes tangentielles et les vitesses relatives de glissement au contact sont grandes. L’objectif de cette étude est d’analyser le comportement thermique des disques de frein pleins et ventilés des véhicules à l’aide de code de calcul ANSYS. La modélisation de la distribution de la température dans le disque de frein permet d’identifier tous les paramètres entrant en jeu lors du freinage tels que le type de freinage, la conception géométrique du disque et le matériau utilisé. Les résultats obtenus par la simulation numérique sont satisfaisants comparés à ceux existants dans la littérature spécialisée.

**Mots-clés**— Contact sec - Frottement - Disques de frein - Analyse transitoire - Flux de chaleur - Contraintes thermiques - Méthode des éléments finis (MEF) - ANSYS 11.0 - CFX.

## I. INTRODUCTION

L’analyse thermique est une étape primordiale dans l’étude des systèmes de freinages, car la température conditionne le comportement thermomécanique de la structure. Dans la phase de freinage, les températures et les gradients thermiques sont très élevés. Ceci génère des contraintes et des déformations dont les conséquences se manifestent par l’apparition et l’accentuation de fissures. Il est alors important de déterminer avec précision le champ de température du disque. Il est également essentiel d’évaluer les gradients thermiques, ce qui nécessite une modélisation tridimensionnelle du problème.

Dans cette étude, on va présenter une modélisation numérique en trois dimensions permettant d’analyser le comportement thermique des disques de frein plein et ventilés. La modélisation sera effectuée en régime transitoire, en simulant un freinage d’arrêt dont la vitesse de rotation du disque et le flux généré par frottement sont des fonctions du temps. Le calcul thermique basé sur la méthode des éléments finis sera effectué à l’aide du code ANSYS 11. Ce dernier est élaboré pour la résolution des systèmes physiques complexes.

## II. FLUX DE CHALEUR ENTRANT DANS LE DISQUE

Dans un système de freinage, l’énergie mécanique est transformée en une énergie calorifique. Cette énergie se caractérise par un échauffement global du disque et des plaquettes lors de la phase de freinage. L’énergie dissipée sous forme de chaleur peut engendrer des élévations de température allant de 300° C à 800°C. La quantité de chaleur au niveau du contact est le résultat de microdéformations plastiques engendrées par les efforts de frottement.

Le flux de chaleur évacué de cette surface est égal à la puissance de frottement. Le flux de chaleur initial  $q_0$  entrant dans le disque se calcule par la formule suivante [1] :

$$q_0 = \frac{1 - \phi}{2} \cdot \frac{m \cdot g \cdot v \cdot z}{2 \cdot A_d \cdot \epsilon_p}$$

La figure 1 montre l’ensemble disque ventilé – plaquettes et les efforts appliqués. Les dimensions et les paramètres utilisés dans le calcul thermique sont récapitulés dans les tableaux 1 et 2.

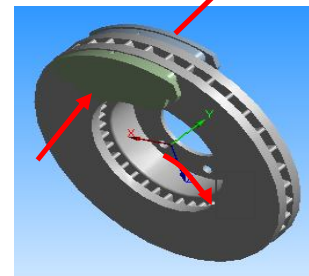


Fig.1. Ensemble disque-plaquettes.

Diamètre intérieur du disque [mm]	66
Diamètre extérieur du disque [mm]	262
Epaisseur du disque [mm]	29
Hauteur du disque [mm]	51
Masse du véhicule $m$ [kg]	1385
Vitesse initiale $v_0$ [m/s]	28
Décélération $a$ [m/s <sup>2</sup> ]	8
Rayon effectif du disque- $R_{rotor}$ [mm]	100,5
Taux de répartition des efforts de freinage $\phi$ [%]	20
Facteur de distribution de la charge sur le disque $\epsilon_p$	0.5
Surface de disque balayée par la plaquette $A_d$ [mm <sup>2</sup> ]	35993

Tableau 1. Dimensions géométriques et paramètres d'application au freinage automobile

Propriétés thermo physiques du disque	
Module de Young $E$ [MPa]	138000
Coefficient de poisson $\nu$	0,28
Masse volumique $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7250
Dilatation thermique $\alpha$ [1/°C]	1,085.10 <sup>-5</sup>
Résistance en traction [MPa]	300
Résistance en compression [MPa]	820

Tableau 2. Paramètres d'application au freinage automobile



### III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

La modélisation de la température dans le disque de frein sera effectuée en tenant compte d'un certain nombre de paramètres tels que le type de freinage, le mode de refroidissement du disque et le choix du matériau du disque. Les disques de frein choisis sont en fonte à haute teneur en carbone ; la surface de contact du disque reçoit un flux entrant calculé par la relation (1).

#### Influence de la construction du disque

La figure 2 montre la variation de la température en fonction du temps pendant le temps de freinage respectivement pour un disque plein et un disque ventilé.

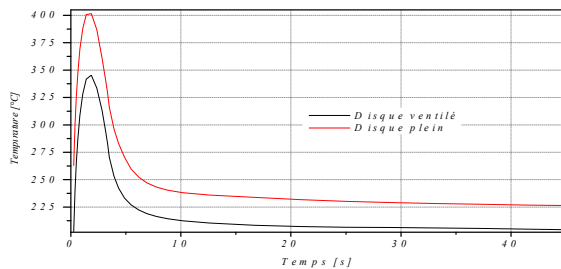


Fig.2. Variation de la température du disque ventilé en fonction du temps (FG 15).

Les valeurs les plus élevées de température sont sur la surface de contact entre le disque de frein et les plaquettes. Cette forte croissance est due à la rapidité du déroulement de phénomène physique pendant la phase du freinage à savoir, frottement, microdéformation des surfaces de contact...etc. Pour tous les deux cas on remarque qu'à partir du premier pas on a une montée rapide de la température du disque suivie d'une chute après un certain temps de freinage. En effet, il y a une influence de la rotation du disque sur l'évolution de la température qui correspond à l'alternance échauffement/refroidissement sur un tour, d'un point du disque subissant successivement le frottement de la plaquette puis le refroidissement dans l'air ambiant. Ce comportement s'explique par le fait que le flux entrant étant décroissant, il arrive un instant où le refroidissement prend le dessus et conduit à la diminution du niveau de température. Pour un disque plein ayant le même matériau, on constate un écart de température d'environ 60 ° C à l'instant  $t = 1,8839$  s par rapport au disque ventilé. On conclut que la conception géométrique du disque est un facteur essentiel qui influe sur l'efficacité de refroidissement des disques. La figure 13 montre la répartition de la température respectivement d'un disque plein et d'un disque ventilé en fin de freinage.

#### Influence du matériau du disque

La figure 3 montre pour chaque type de fonte choisie la variation de la température en fonction respectivement de l'épaisseur du disque à l'instant où elle atteint sa valeur maximale.

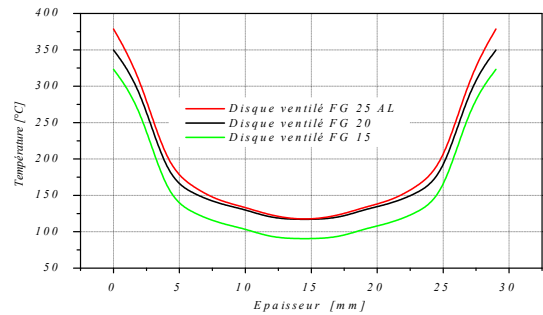


Fig.3. Variation de la température en fonction de l'épaisseur pour les trois types de fontes (FG 25 AL, FG 20 et FG 15).

Dans la figure 3, on observe que l'allure des trois courbes est semblable. On constate aussi que la température diminue en direction du plan médian du disque. Ceci s'explique par l'effet de stockage d'énergie au début du freinage. On remarque qu'il y a à l'intérieur du disque une symétrie de couleurs. La dégradation des couleurs correspond au phénomène de convection. La partie éloignée de la surface de contact en couleur bleu est complètement refroidi. Plus la conductivité thermique du matériau est faible, plus sa température est élevée. La FG présente une bonne conductivité, une assez bonne résistance mécanique, et une faible usure [2]. Le FG 15 a une température plus petite que celle des deux autres fontes.

#### Influence du mode de freinage

Le disque de frein et la roue sont dimensionnés en fonction des performances et des impératifs économiques du véhicule. Ils doivent supporter des sollicitations mécaniques et thermiques de plus en plus grandes à des vitesses moyennes de marche en progression permanente. La figure 4 montre un cycle de douze freinages successifs, sous forme de dents de scie suivis d'un temps de ralenti.

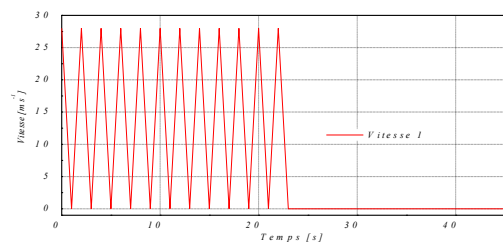


Fig.4. Cycle avec trois freinages successifs suivis d'une phase de ralenti (mode 1)

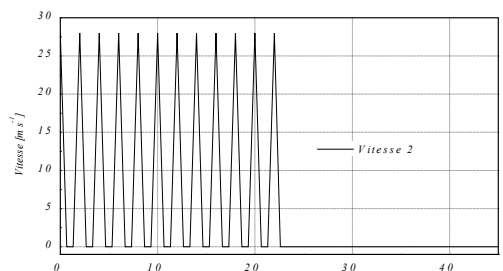


Fig.5. Cycle avec trois freinages successifs suivis d'une phase de ralenti (mode 1)

La figure 5 montre un autre mode de freinage où après chaque phase de freinage on dispose d'un temps d'arrêt ou de ralenti.

La figure 6 montre la comparaison de l'évolution de la température du disque pour les deux modes de freinage cyclique.

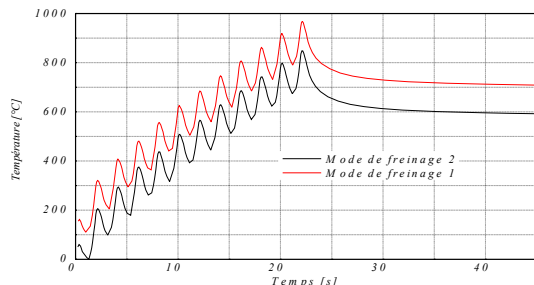


Fig.6. Evolution de la température du disque pour les deux modes de freinage cyclique.

Pour les deux contours, on constate que les températures dans le disque s'élèvent solidement avec chaque application de frein, puis commencent le déclin exponentiel. Plus le nombre de répétitions de freinage augmente, plus les températures maximales augmentent. L'état initial du disque change après chaque cycle, les temps d'arrêt ne permettent qu'un refroidissement partiel. Après chaque phase de refroidissement, le disque commence de nouveau à s'échauffer. En effet, lors des freinages successifs la capacité de refroidissement du disque est insuffisante pour abaisser la température de surface à une valeur proche de la température initiale, ce qui entraîne un cumul d'énergie et donc une température de surface plus élevée. Ces résultats montrent que le comportement thermique transitoire d'un disque de frein dépend du cycle de freinage imposé et il est prépondérant car il dicte la durée de refroidissement du disque. Selon la figure 15, on constate que dans le cas du mode avec la phase de ralenti, une réduction de la température d'environ 120°C soit 12,38% par rapport au premier cycle. On conclut que le mode de freinage influence très positivement sur les échanges de la chaleur dans le disque ce qui entraîne une diminution de la température maximale d'interface qui peut causer la fissuration et l'usure mécanique. Ces résultats numériques concordent avec ceux obtenus par R. KUMAR [7].

#### IV. CONCLUSION

Dans cette étude, on a présenté une simulation numérique du comportement thermique d'un disque plein et ventilé en régime transitoire. A l'aide du code de calcul ANSYS 11 on a réussi à faire la comparaison du point de vue thermique trois types de fonte (FG 25 AL, FG 20, FG 15) pour un mode de freinage déterminé. La simulation numérique montre que la ventilation radiale joue un rôle très important dans le refroidissement du disque dans la phase de freinage du véhicule. Les résultats obtenus sont très utiles pour l'étude du comportement thermomécanique du disque de frein. A travers la simulation numérique, on a pu constater que la qualité des résultats concernant le

champ de température est influencée par plusieurs paramètres tels que :

Paramètres technologiques illustrés par la conception,

Paramètres numériques représentés par le nombre d'élément et le pas du temps.

Paramètres physiques exprimés par le type de matériaux.

Mode de freinage mis en œuvre.

La modélisation du matériau du disque doit tenir compte du comportement anélastique de la fonte en fonction de la température réelle du disque. Pour être prédictif, le calcul du disque doit respecter la complexité du système (problème tridimensionnel, rotation du disque, comportement anélastique du matériau, sollicitations anisothermes etc.). Une étude expérimentale du comportement thermomécanique des disques de frein s'avère indispensable pour pouvoir valider les résultats numériques.

#### REFERENCES

- [1] Reimpel J.: Technologie de freinage. Vogel Verlag, Würzburg, 1998.
- [2] NGUYEN-TAJAN Thi Mac-Lan : Modélisation thermomécanique des disques de frein par une approche eulérienne. Thèse Ecole Polytechnique de Lille.
- [3] Debard Y. : Méthode des éléments finis : Modélisation Numérique et Réalité Virtuelle. Master Université du Maine mars 2006
- [4] Bathe K.-J. : Finite element procedures in engineering analysis. Prentice Hall, 1996.
- [5] Huebner K. H., Thornton E. A. et Byron T. G.: The finite element method for engineers. Wiley, 1995.
- [6] Lewis R. W., Morgan K., Thomas H. et Seetharamu K. N.: The finite element method in heat transfer analysis. Wiley, 1996.
- [7] KUMAR R.: transient thermoelastic analysis of disk brake using ansys software. Master of engineering (cad/cam & robotics engineering) at Thapar University, Patiala. 2008

# HEATING MANAGEMENT OF BUILDING INTEGRATED PHASE CHANGE MATERIALS

M. FARAJI <sup>\*,1</sup>, M. NAJAM<sup>1</sup>, M. EL ALAMI<sup>1</sup>, Z. BOUHSSINE<sup>1</sup>, F. BERROUG<sup>2</sup>, E.K. LAKHAL<sup>2</sup>, M. EL OMARI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Groupe de thermique, Laboratoire de Physique des Matériaux, Microélectronique, Automatique et Thermique-LPMMAT Département de Physiques, Faculté des Sciences Ain- Chock, Université Hassan II-Casablanca, Morocco

<sup>2</sup>Laboratoire d'Automatique de l'Environnement et Procédés de Transfert, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique- Marrakech, Morocco

\*[farajimustapha@yahoo.fr](mailto:farajimustapha@yahoo.fr)

**Abstract** In the present paper, we study numerically the thermal behavior of phase change material (PCM) for heating indoor applications. The south oriented roof of the enclosure is filled with PCM on which are inserted heat pipes coming from conventional solar collector (additional heat source). The room other walls are assumed adiabatic. The power transferred from solar collector by water is fully dissipated in a PCM wall. The advantage of using this heating strategy is that the PCMs are able to store an important amount of heat generated by the solar collector and the sun rising on the south wall and help to set the indoor thermal comfort with less use of the HVAC system. Numerical investigations, based on a dynamic simulation and using winter Casablanca-Morocco climate data, were conducted in order to analyze the thermal performance of the proposed heating system. Results show that, due to the PCM layer, there are less temperature fluctuations and comfortable leaving conditions are satisfied. The use of the HVACs systems will be remarkably reduced during the cold period.

**Key words:** PCM, thermal comfort, heat storage, solar radiations, building thermal inertia.

## 1. Introduction

PCM integrated building components could have a high potential for successful adoption in Morocco buildings because of their ability to reduce energy consumption for space conditioning and reduce peak loads. Other anticipated advantages of PCMs are improvement of occupant comfort and compatibility with traditional technologies. Kosny et al. [1] demonstrate that the use of thermal mass in well-insulated buildings can generate heating and cooling energy savings of up to 20 % in residential buildings. The basic strategy of building passive heating system is to reduce the heat losses and at the same time to transfer excess heat during the day to heat storage. This heat is used during the night to satisfy the heating needs of the building [2]. In solar heating systems, water is still used for heat storage in liquid based systems, while a rock bed is used for air based systems. These units are capable of providing space heating during the day from the stored heat during the night; however, they are heavy and bulky in size. The most important existing building heating systems are: water storage, rock bed storage. Ground air collectors are also used for raising the house air temperature. Latent heat storage is one of the most efficient ways of storing thermal energy. The main characteristics of Phase Change Materials (PCMs) are constant temperature thermal control for long

duration during phase change, energy savings over other insulators and mass and volume savings. PCMs have been considered for thermal energy storage in buildings since 1980. During the last 30 years, new PCM products to be used in buildings appeared in the market. In these products, PCM presents difficulties to be melted by direct solar radiation because of the poor heat conductivity of the PCM. On the other hand, the walls and ceilings of a building offer large areas for passive heat transfer within every zone of the building [3]. In the literature, development and testing were conducted for prototypes of PCM wallboard and PCM concrete systems, with particular interest in peak load shifting and solar energy utilization. Several researchers have investigated methods for impregnating wallboard and other architectural materials with PCM [4].

## 2. Mathematical model

Figure 1 represents the physical model. It consists of a sandwiched wall made with three layers the outside layer is concrete the medium is PCM and the inside layer is concrete. The composite wall is initially maintained at a uniform temperature,  $T_{comfort} = T_{fusion}$ . The boundary condition on the wall external surface is considered due to the combined effect of solar radiations and natural convection. In order to consider the radiation effect, the average hourly solar radiation intensity hour in Casablanca city, Morocco is used (Fig. 2).

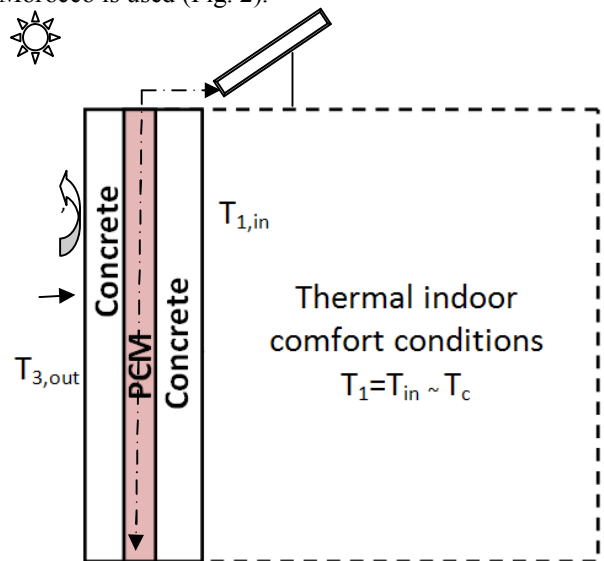


Figure 1: The physical model

For natural convection, heat transfer coefficients ( $h_1$ ) and ( $h_3$ ) on the exposed surfaces are considered. See Table 1 [5]. To model the solar collector combined with wall filled PCM, some assumptions were made. Heat transfer by conduction in the composite wall is one-dimensional and edge effects are neglected; The thermal conductivity of concrete is assumed to be constant; The PCM is homogeneous and isotropic; the effect of natural convection is neglected in the liquid phase; The interfacial resistance between two different layers of the wall is neglected.

In solar collector, the water is used as circulating heat transfer fluid. Heat transfer is one-dimensional, and the sky is considered as black body at  $T_{sky}$ . The main components of our mathematical model are: Solar collector heat balance, transient energy equations in the composite wall (concrete, PCM) written using the enthalpy method [6]. It

should be noticed that the solar collector extends virtually the exchange surface between the wall and the ambient. The thermo physical properties at interfaces, between two different materials, are estimated using the harmonic means method [7]. The obtained system of equations is integrated numerically on a mesh using control volume method [7].

### 3. Results and discussions

Figure 2 shows the time wise variation of the ambient temperature,  $T_a$ , during the cold January in Casablanca-Morocco. Analysis of such figure shows that,  $T_a$ , varies between 23°C (day - January, 24<sup>th</sup>), and 2°C (night-January, 04<sup>th</sup>). Ambient temperature rises due to the sunrise and falls during the night. This oscillation phenomenon (increase followed by a decrease) is due the alternating day/night every 24 hours. The minimum temperatures are obtained during the first 20 days, and then increased to the maximum value toward the end of the month. On average, temperatures minima and maxima range between 7 °C to 16 °C during the month respectively.

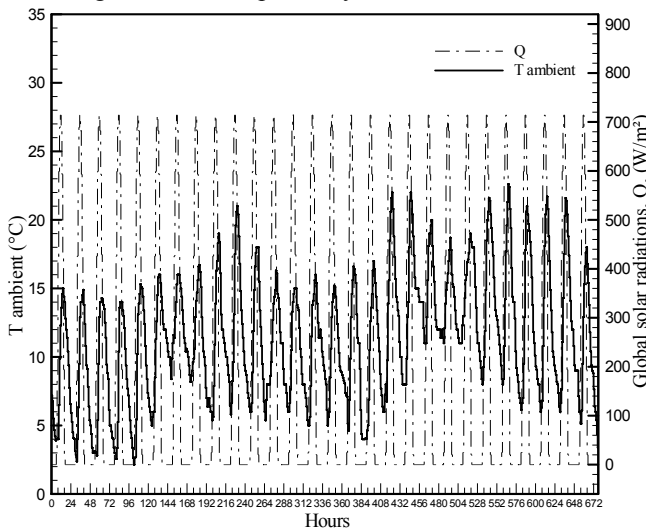


Figure 2: Typical climate for Casablanca-Morocco (January)

Table 1: Thermophysical properties and dimensions

$k_b=1.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$\rho_b=2200.0 \text{ Kg m}^{-3}$	$c_{p,b}=838 \text{ j kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$k_{m,i}=1.1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$\rho_{m,s}=1800 \text{ Kg m}^{-3}$	$c_{p,m}=2130 \text{ j kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$k_{m,s}=1.1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$\rho_{m,l}=1460 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$e_3=8 \text{ cm}$
$T_f=22 \text{ }^\circ\text{C}$	$\Delta H_f=1.7 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$	$e_2=2 \text{ cm}$
$\alpha_p=0.9$	$h_T=21 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	$e_1=20 \text{ cm}$
	$h_i=5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	

Figure 2 shows also the evolution of the global power of solar radiations, during January, incident on the south oriented vertical wall. The radiation is zero during the first 6 hours and increases with the sunrise which causes the increase in the ambient temperature 06h00 and 13h00. Radiation reaches its maximum value (720 W/m<sup>2</sup>) between solar noon and 15h00 and falls to 0 W/m<sup>2</sup> at 18h00 which present the sunset (cancellation of solar radiations). Radiations remain zero during the night and increase in the following day.

Figure 3 shows the time wise of the average temperature of the different layers of an ordinary concrete wall (without

PCM) during the colder month (January - Casablanca-Morocco).

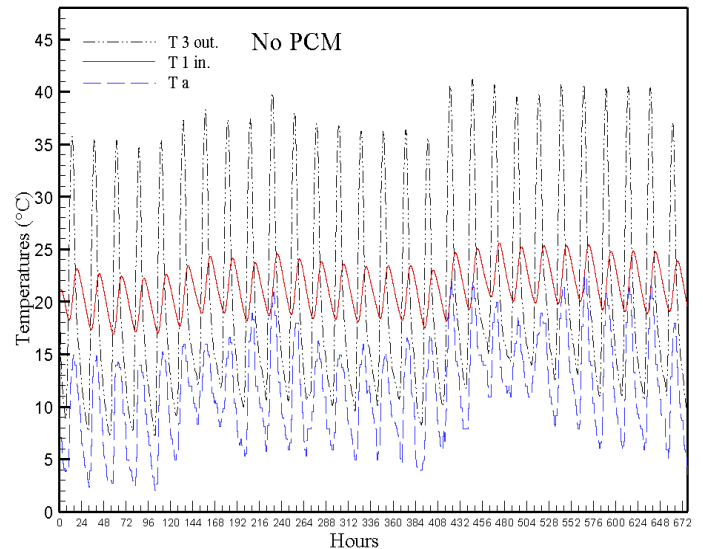


Figure 3: Time wise variation of the average temperature of the different layers of an ordinary concrete roof (without PCM)

Analysis of Figure 3 shows that, during the night, ambient temperature decreases under the comfort temperature ( $T \ll 22^\circ\text{C}$ ) and provokes the decrease in the temperatures of the outer and inner faces of the ordinary wall. Between 06h00 and solar noon (13h00), solar radiations increases. The outside and the inner wall temperatures increase with some delay due to the thermal inertia of the concrete wall. These variations influence the interior house temperature. The ambient temperature varies between 02 °C and 23 °C. Fluctuations range of the external wall face temperature situates between 7°C and 41°C, due to the solar radiations absorption. The temperature of the inner face ranges between 17°C and 25°C. This fluctuation is none favourable and crates harmful non-comfort conditions for the occupants of the building. So it is crucial to operate the HVACs system during the January in Casablanca-Morocco.

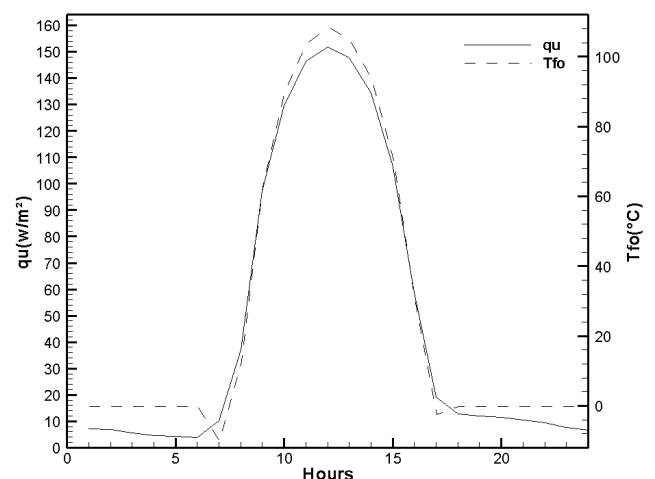


Figure 4: Evolution of the useful power and the outlet temperature of the solar collector

Figure 4 shows the evolution of the utile power,  $q_u$ , and the outlet water temperature,  $T_{fo}$ , of the horizontal solar collector during a typical day of January in Casablanca Morocco. The power decreases during the first 6 hours and



increases with the sunrise which causes the increase in the water outlet temperature between 6h00 and 13h00, solar noon. Power reaches its maximum value,  $150 \text{ W/m}^2$ , between solar noon and 15h00, it falls to the minimum value  $0 \text{ W/m}^2$  at 18h00, which present the sunset and. The same for the outlet temperature which reaches its maximum value  $115 \text{ }^\circ\text{C}$  between solar noon and 15h00 than it underwent a rapid decline to its minimum value  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . The power collected in heat pipe combined with solar radiation that reaching the south wall will be stored in the Concrete/PCM composite wall.

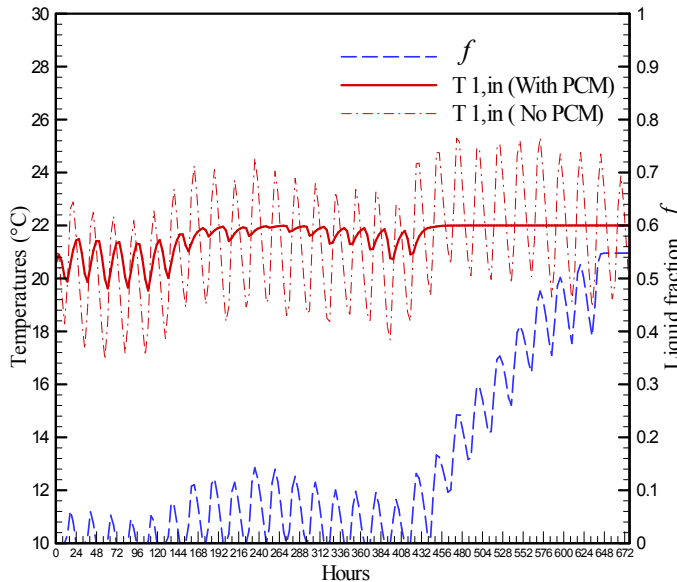


Figure 5: Time wise variation of temperatures and liquid fraction

Figure 5 shows compares the thermal behaviours of the wall without PCM and a multilayer wall encapsulating PCM (hydrate Salt  $\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ , see Table 1 embedded heat pipes coming from a solar collector) in Casablanca-Morocco during January. Data analysis shows that, between 8h00 and solar noon, the ambient temperature increases from  $4 \text{ }^\circ\text{C}$  to  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  due to solar radiations (Figure 2). The inside temperature increases from  $18.4 \text{ }^\circ\text{C}$  to  $23.2 \text{ }^\circ\text{C}$  and from  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  to  $21.6 \text{ }^\circ\text{C}$ , respectively, for an ordinary concrete wall and wall encapsulating PCM. The PCM layer receives a heat flux which increases the temperature to the melting point, ( $T_f=22 \text{ }^\circ\text{C}$ ) and a first layer of the liquid phase appears (volumetric liquid fraction,  $f$ , increases from 0 to 0.06 for the case of PCM with heat pipes). The presence of the heat pipes embedded inside PCM layer increases the heat storage rate, and hence, increases of the liquid fraction. Note that, the ambient temperature is lower than that of inside wall. This difference is due to the stored sensible heat in the inner layer of the concrete wall. The ambient temperature decreases after reaching a maximum what explains the fall of the outside temperature. The day/night cycles allows for an increase/decrease in ambient temperature and the temperature of the interior wall (concrete layers with PCM and heat pipes) which varies between  $18.6 \text{ }^\circ\text{C}$  and  $21.2 \text{ }^\circ\text{C}$  during the first 440 hours (18 days). PCM solidify and melts periodically and the liquid fraction,  $f$ , varies between 0 and 0.14. The fluctuation intensity of the inner temperature (concrete with PCM and heat pipes) decreases with the increasing of the PCM liquid fraction  $f$  (development of the latent heat of fusion). After 448 hours (19 January), it is clear that the inside

temperature of the multi layer wall remains constant at  $T_{1,in}=22 \text{ }^\circ\text{C}$ . This behaviour can be explained by the fact that the liquid and solid PCM phase are both present and the liquid fraction is always positive  $0.1 < f < 0.54$  for a concrete wall encapsulating PCM and equipped with heat pipes coming from a solar collector, which means that the melting front never reaches the inner layer or arrives to the outer concrete wall, therefore, we have found continuously PCM liquid layer, at  $T_{\text{melt}}=22 \text{ }^\circ\text{C}$ , in contact with the internal layer of the wall which explains the constancy observed of temperature of this concrete layer and no thermal gradient occurs. The latent heat stored in the wall encapsulating the PCM maintains constant the temperature of the inner face of the house at  $22 \text{ }^\circ\text{C}$  (days and nights). The wall encapsulating PCM achieves more efficient in thermal insulation and increases the thermal efficiency of the local during the coldest period of the year.

#### 4. Conclusion

Thermal performance of building integrated phase change materials was investigated. Results show that in case of the wall without PCM layer the Inside temperature fluctuates between  $16 \text{ }^\circ\text{C}$  and  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ . The ambient fluctuations during the colder month leads to indoor temperature fluctuations and create uncomfortable leaving conditions, so the use of the HVACs systems is necessary. For the case with PCM, it was found that latent heat storage aids the wall to stabilize its temperature and the inside temperature fluctuations disappears after two weeks and the house is completely insulated from the exterior during the colder month in Casablanca- Morocco. Due to the PCM layer, there are less temperature fluctuations and comfortable leaving conditions are satisfied.

#### Acknowledgements

The present work was accomplished with the financial support of the IRESEN as part of Program InnoTherm II.

#### References

- [1] Kosny J., Yarbrough D., Wilkes K., Leuthold D., Syad A. 2006. "PCM-Enhanced Cellulose Insulation –Thermal Mass in Lightweight Natural Fibers" 2006 ECOSTOCK Conference, IEA, DOE, Richard Stockton College of New Jersey, June 2006
- [2] F. Berroug, E.K. Lakhali, M. El Omari, M. Faraji b, H. El Qarnia, "Thermal performance of a greenhouse with a phase change material north wall", Engy and Build; 43 (11) 3027–3035
- [3] Zalba B, Marín JM, Cabeza LF, Mehling H. Review on thermal energy storage with phase change: materials, heat transfer analysis and applications. App Thermal Enging 2003;23:251.
- [4] Banu D, Feldman D, Haghghat F, Paris J, Hawes D. Energy-storing wallboard: flammability tests. Journal of Materials in Civil Engineering 1998;10: 98.105.
- [5] F. P. Incropera and D. P. DeWitt. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 4th ed. Willey (1996).
- [6] V.R. Voller, M. Cross and N.C. Markatos, 'An Enthalpy Method for Convection/Diffusion Phase Change', International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, N°1, pp. 271 - 284, (1987).
- [7] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Washington D.C. Hemisphere, (1980).



# MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA CONVECTION FORCÉE TURBULENTE DANS UN CANAL MUNI DE DEUX CHICANES TRANSVERSALES

M. A. LOUHIBI<sup>1</sup>, N. SALHI<sup>1</sup>, H. BOUALI<sup>1</sup> ;

<sup>1</sup> LME, Faculté des Sciences, BP 717, 60000 Oujda, Maroc.

[louhibim@yahoo.fr](mailto:louhibim@yahoo.fr)  
[najim.salhi@yahoo.fr](mailto:najim.salhi@yahoo.fr)  
[Hicham.bouali@gmail.com](mailto:Hicham.bouali@gmail.com)

**Résumé :** Dans cette communication, nous montrons l'influence de la forme de la chicane sur le comportement thermique d'un canal muni de deux chicanes transversales. Nous avons utilisé le logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis pour résoudre les équations gouvernantes. Le problème de turbulence est approximé par le modèle  $k-\omega$  SST.

**Mots clés :** Convection Forcée, Chicanes, Méthode volumes finis, FLUENT, Turbulence,  $k-\omega$  SST.

**Abstract:** In this paper we show the effect of the baffles shape on the heat transfer inside a transversal channel. The CFD used is FLUENT based on a finite volume method in order to solve the governing equations. The turbulence problem is approximated by the  $k-\omega$  SST model.

**Keywords:** Forced convection, Baffles, Finite volume method, FLUENT, Turbulence,  $k-\omega$  SST.

## Introduction :

Au cours des dernières années, un nombre important de travaux a été effectué sur la convection forcée turbulente dans les échangeurs de chaleur munis de différents types de chicanes [1-3]. Cet intérêt s'explique par les applications industrielles variées de ce type de configuration notamment dans le domaine de l'énergie solaire. Dans cette communication, nous montrons l'influence de la forme de la chicane sur le comportement thermique d'un canal muni de deux chicanes transversales.

## Formulation mathématique :

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure 1. Il s'agit d'un canal rectangulaire contenant deux chicanes attachées en chevauchement dans les parois mères de la conduite. Deux formes trapézoïdales de chicanes ont été analysées

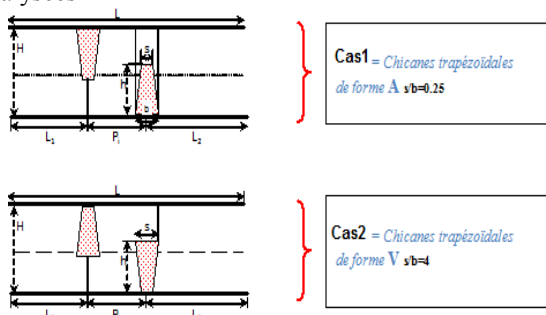


Figure.1 : Schéma du canal étudié

Les dimensions du canal présentées dans ce travail, sont basées sur les données expérimentales publiées par Demartini et al [2], où l'écoulement de l'air est effectué sous les conditions suivantes :

La longueur du canal :  $L = 0.554 \text{ m}$  ;

La hauteur du canal :  $H = 0.146 \text{ m}$  ;

La hauteur des chicanes :  $h = 0.08 \text{ m}$  ;

L'épaisseur des chicanes :  $\delta = 0.01 \text{ m}$  ;

La longueur entre l'entrée du canal et la première chicane :

$L_1 = 0.223 \text{ m}$  ;

L'espacement entre les deux chicanes :  $P_i = 0.152 \text{ m}$  ;

La longueur entre la sortie du canal et la deuxième chicane :

$L_2 = 0.179 \text{ m}$  ;

Le diamètre hydraulique :  $D_h = 0.167 \text{ m}$  ;

Le nombre de Reynolds :  $Re = 8.73 \cdot 10^4$  ;

La vitesse du fluide à l'entrée du canal :

$V = V_e$ .

Les équations gouvernant le système s'écrivent :

- Equation de continuité : « conservation de la masse »

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

- Equations du mouvement : « conservation de la quantité de mouvement »

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \text{div}(\rho u_i \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \text{div}(\overline{\text{grad}} u_i) + \rho f_i$$

- Equation de l'énergie : « conservation de l'énergie »

$$\frac{\partial \rho c T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overline{\text{grad}}(\rho c T) = \text{div}(k_f \overline{\text{grad}} T) + \rho \dot{q}$$

où :

$(x_i; i = 1; 2)$  est un repère orthonormé directe.

$f_i$  composante de la résultante des forces de volume sur l'axe  $i$ .

$c$  capacité calorifique du fluide

$\rho$  sa masse volumique

$\mu$  sa viscosité dynamique

$k_f$  sa conductivité thermique.

$\dot{q}$  Énergie calorifique générée par unité de volume

Les conditions aux limites indiquées sur la figure 1, on a au niveau des parois horizontales :

$T_w = 370^\circ \text{K}$  et  $U=V=0$ .

Et  $T_0 = 300^\circ \text{K}$  ;  $V = V_e$  à l'entrée du canal.

Le maillage du domaine physique a été réalisé par le pré processeur Gambit et les équations différentielles ont été résolues par le logiciel FLUENT basé sur la méthode des volumes finis. Afin de résoudre le problème de turbulence on a utilisé le modèle  $k-\omega$  SST.

Nous avons choisi un maillage bidimensionnel de  $425 \times 225$  pour modéliser l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur, selon les directions verticales et horizontales.

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail 'utilisant le code FLUENT', une validation de nos résultats a été effectuée en les comparant avec celles publiées par L.C. Demartini et al [2] en 2004.

## Résultats et discussion

Dans cette section, nous montrons la distribution des isothermes, dans les deux cas étudiés, pour une vitesse d'admission  $V_e = 0.45 \text{ m/s}$  correspondant à un nombre de Reynolds faible :  $Re = 5000$ . Il est clair que les distributions

des isothermes dans la moitié supérieure sont presque les mêmes pour les deux cas, tandis qu'elles sont différentes dans la moitié inférieure, notamment dans la région se trouvant en aval de la deuxième chicane 'Figure 2'. En effet, la température du fluide en aval de la deuxième chicane 'au voisinage de la paroi inférieure' pour le cas 2 est plus grande que celle du cas 1.

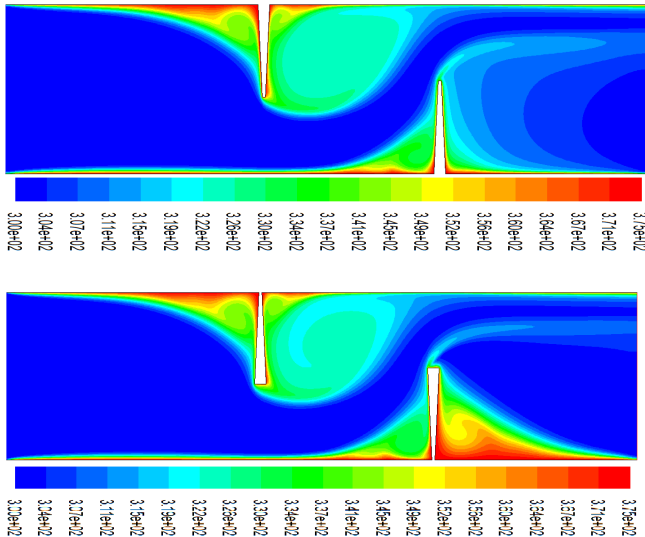


Figure (2) : Distribution du champ de Température dans le canal.

Les températures sont calculées dans différentes sections pour mettre en évidence l'effet de la géométrie de la chicane le long du canal :

La figure N° 3 montre que pour  $x=0.159$ , les profils de températures dans les deux cas sont confondus Tandis, qu'on observe une légère différence des deux profils à  $x=0.189$  dans la moitié supérieure du canal ' $y>0.02$ '.

La figure 4 montre que l'effet de la forme de la chicane devient plus important en se rapprochant de la deuxième chicane. En effet, la température dans une section donnée est plus importante pour le cas 1, et la différence entre les deux profils est remarquable.

Près de la sortie du canal ' $x=0.525m$ ', les profils de température sont présentés sur la figure (5). On remarque que la température diminue de manière significative le long de la section ' $x=0.525$ ' du canal. Cela est dû à la forte recirculation en aval de la deuxième chicane. Comme pour les autres sections, déjà discutés, la température est élevée pour le cas 1. On peut conclure que la géométrie trapèze forme A 'cas 1' améliore le transfert de chaleur au sein du canal.

L'effet du nombre de Reynolds sur la distribution des températures dans différentes sections du canal est présenté sur les figures 6 - 9. On constate que, plus le nombre de Reynolds est grand plus la température diminue, à cause des grande vitesses du fluide traversant le canal. On remarque aussi que le transfert de chaleur est important pour des nombres de Reynolds faibles.

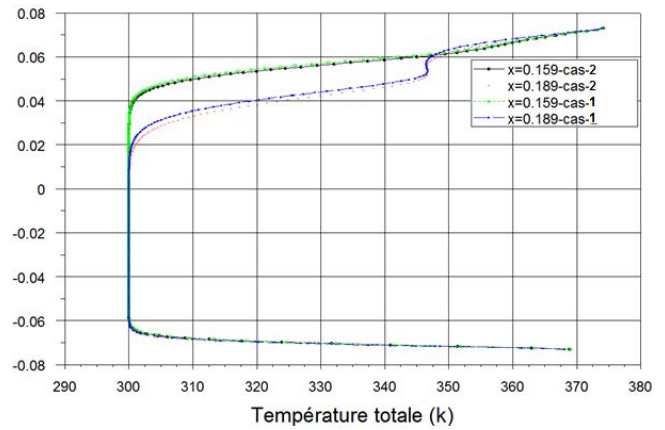


Figure (3) : Effet de la forme de la chicane sur la distribution de la température en amont de la première chicane.

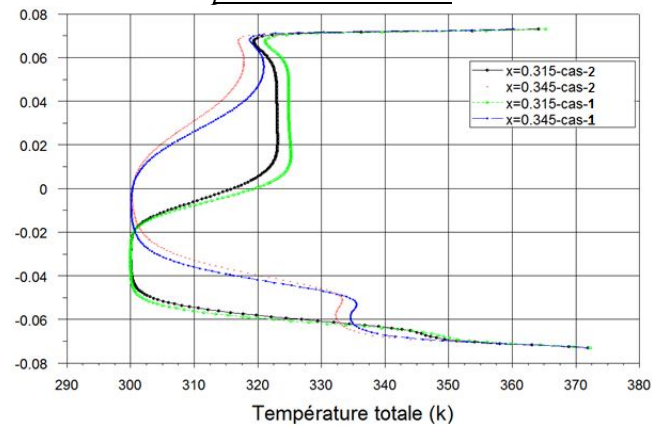


Figure (4) : Effet de la forme de la chicane sur la distribution de la température en aval de la deuxième chicane.

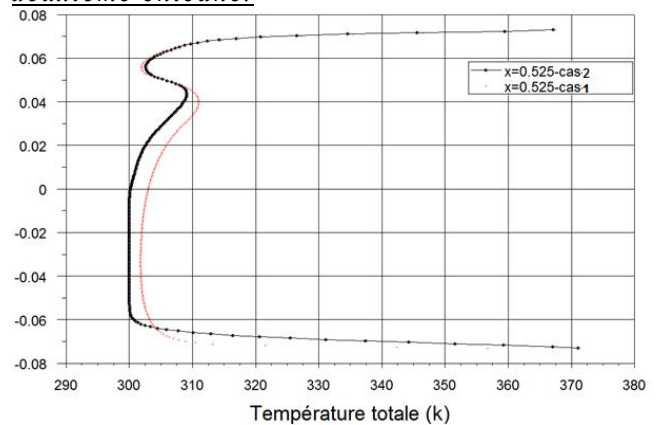


Figure (5) : Effet de la forme de la chicane sur la distribution de la température près de la sortie du canal.

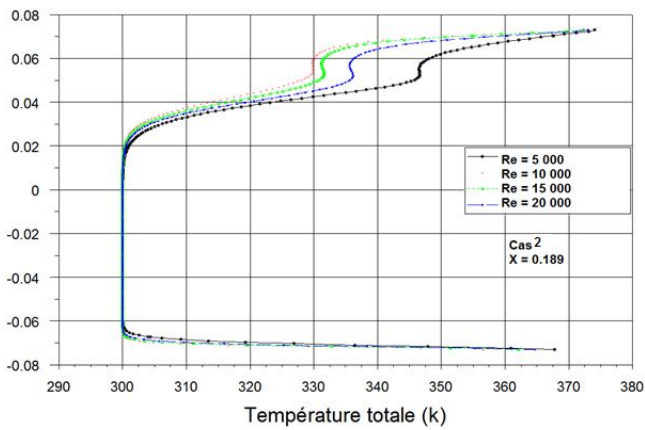


Figure (6) : Effet du nombre de Reynolds sur la distribution de la température près l'entrée du canal.

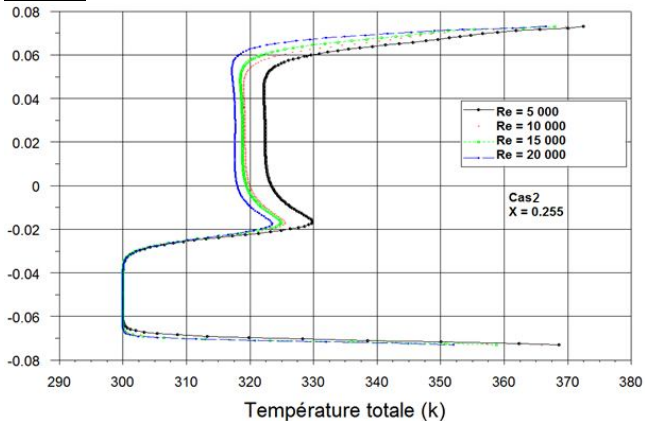


Figure (7) : Effet du nombre de Reynolds sur la distribution de la température en aval de la première chicane.

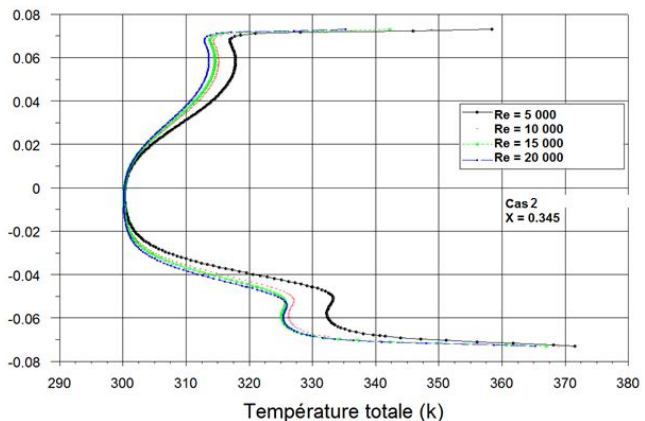


Figure (8) : Effet du nombre de Reynolds sur la distribution de la température en amont de la deuxième chicane.

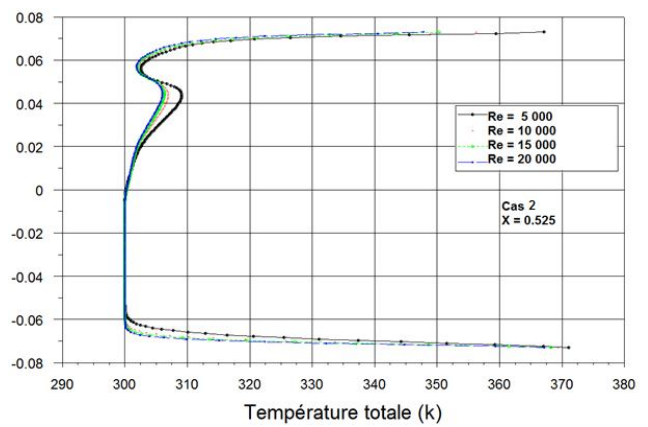


Figure (9) : Effet du nombre de Reynolds sur la distribution de la température près de la sortie du canal.

### Conclusion

Le comportement thermique d'un écoulement turbulent stationnaire en convection forcée à l'aide du modèle  $k-\omega$  SST et pour deux formes de chicanes trapézoïdale (cas1 : forme A et cas2 : forme V) a été analysé. Le code de calcul utilisé est FLUENT et le maillage du système est obtenu à l'aide du pré processeur Gambit. La distribution de la température, est traitée dans différentes sections du canal et pour différents nombres de Reynolds.

On a constaté que :

- les différences de distributions de température entre les deux cas sont importante près des chicanes, tandis qu'elles sont minimales loin de celles-ci.
- la géométrie de chicane de forme A 'cas 1' améliore le transfert de chaleur au sein du canal.

### 5. Références

- [1] S.V.PATANKAR, E.M.SPARRROW, « Fully developed flow and heat transfer in ducts having stream wise-periodic variations of cross-sectional area », Journal of Heat Transfer, Vol. 99, p(180-6), 1977.
- [2] L.C.DEMARTNI, H.A.VIELMO and S.V.MOLLER, « Numeric and experimental analysis of the turbulent flow through a channel with baffle plates », J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. XXVI, No. 2, p (153-159), 2004.
- [3] R.SAIM, S.ABBOUDI, B.BENYOUCEF, A.AZZI, « Analyse numérique de la convection forcée turbulente dans les tubes munis des chicanes transversales », 13<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique, Albi, p (1-5), France du 28 au 30 Août 2007.

# ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE D'UN FLUIDE VISCOPLASTIQUE DANS UNE CAVITE CUBIQUE

A. BOUTRA, Y. K. BENKAHLA, N. LABSI, A. AMMOURI

Laboratoire des Phénomènes de Transfert,  
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene,  
B.P. 32 El-Alia Bab Ezzouar 16111 - Alger -Algérie  
[aeKnad@yahoo.fr](mailto:aeKnad@yahoo.fr), [youbenkahla@yahoo.fr](mailto:youbenkahla@yahoo.fr),  
[nabilalabsi@yahoo.fr](mailto:nabilalabsi@yahoo.fr)

**Résumé :** L'objectif de ce travail est d'étudier numériquement les caractéristiques thermiques de l'écoulement d'un fluide de Bingham remplissant entièrement une cavité cubique différentiellement chauffée. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont supposées constantes et uniformes à l'exception de la masse volumique dans le terme de poussée pour laquelle l'approximation de Boussinesq est adoptée. Un gradient thermique, défini par des températures constantes sur les parois verticales gauche et droite de l'enceinte, est imposé, alors que les quatre autres parois sont supposées adiabatiques. L'étude concerne l'influence du nombre de Bingham ( $Bn = 0 ; 3 ; 5$  et  $10$ ) et de Rayleigh ( $Ra = 10^{+3}, 10^{+4}, 10^{+5}$  et  $10^{+6}$ ) sur la structure thermique de cet écoulement.

**Abstract:** The present work focuses on the numerical study of heat transfer inside a cubic cavity with differentially heated side walls and filled with a Bingham fluid. The physical and rheological properties of the fluid are assumed to be constant and uniform except for the density in the term of buoyancy for which the Boussinesq approximation is adopted. The left and right vertical walls are differentially heated whereas the other walls are thermally insulated. The study concerns the effect of both Bingham ( $Bn = 0 ; 3 ; 5$  and  $10$ ) and of Rayleigh ( $Ra = 10^{+3}, 10^{+4}, 10^{+5}$  and  $10^{+6}$ ) numbers on the thermal structure of this flow.

**Mots-clés:** cavité cubique, convection naturelle, Lattice-Boltzmann, différences finies.

## 1. Introduction

La convection naturelle se développant dans les enceintes fermées est un sujet d'investigation de grande importance dans de nombreux travaux aussi bien théoriques qu'expérimentaux, vu sa présence dans différentes applications industrielles telles que: le refroidissement des composants électroniques, les pertes thermiques dans les collecteurs solaires et la ventilation des locaux. Plusieurs travaux ont été effectués dans le but d'étudier le comportement de ce type d'écoulement. Turan et al. [1] et Vikhansky [2] ont étudié le transfert thermique en mode de convection naturelle d'un fluide de Bingham enfermé dans une cavité rectangulaire. Tony WenHannsheu et ReuiKuoLin[3] ont entrepris une étude numérique qui porte sur l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien dans une cavité de forme cubique.

L'objectif du présent travail consiste à étudier la convection naturelle dans une cavité cubique remplie d'un fluide de Bingham. La méthode de Lattice-Boltzmann (LBM) couplée avec la méthode des différences finies[4] est utilisée pour examiner l'effet du nombre de Rayleigh et celui du nombre de Bingham sur la structure thermique du fluide au sein de la cavité.

## 2. Mise en équations du problème physique

Considérons une cavité cubique différentiellement chauffée et remplie entièrement d'un fluide de Bingham. Les parois verticales gauche et droite de l'enceinte sont portées à des températures constantes et uniformes mais différentes alors que les quatre autres parois sont supposées adiabatiques (figure 1).

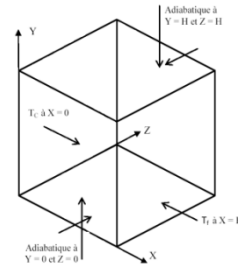


Fig. 1: Schéma représentant la configuration étudiée.

Les équations adimensionnelles de continuité, de l'impulsion ainsi que celle de l'énergie s'écrivent comme suit:

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(U_i)}{\partial t} + U_j \frac{\partial(U_i)}{\partial X_j} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \frac{\partial \eta_{eff}}{\partial X_j} * \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) + Pr \cdot \theta \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U_j \frac{\partial(\theta)}{\partial X_j} = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X_j^2} \right) \quad (3)$$

$$\text{Avec } \eta_{eff} = 1 + Bn [1 - \exp(-m \dot{\gamma})] \quad (4)$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$\eta$  :viscosité apparente proposée par Papanastasiou[5].

Les variables réduites suivantes ont été utilisées :

$$\theta = \frac{(T - T_m)}{(T_c - T_f)}, P = \frac{p^*}{\rho v_0^2}; v_0 = \sqrt{g \beta \Delta T H},$$

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, Z = \frac{z}{H}, U_i = \frac{u_i}{v_0}$$

$$Bn = (\tau_0 / \mu_0) \sqrt{L / (g \beta \Delta T)}, Ra = \rho_0^2 g \beta H^3 \Delta T / \mu_0 k$$

La résolution numérique de ces équations est effectuée par le biais de la méthode de Boltzmann sur réseau D3Q19 basé



sur un réseau cubique, couplée avec la méthode des différences finies.

### 3. Résultats et interprétation

#### 3.1. Validation du code de calcul

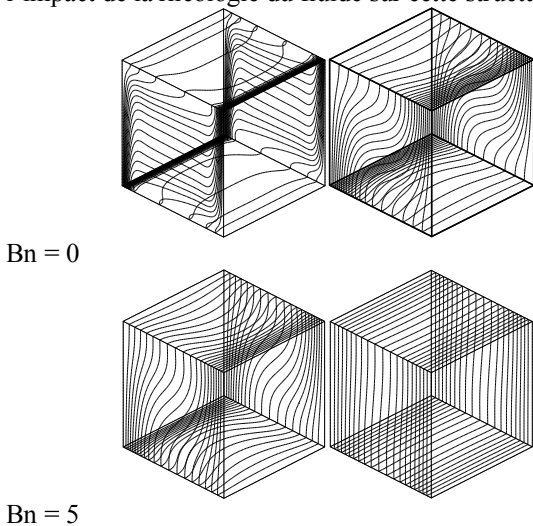
Le code de calcul que nous avons élaboré, pour résoudre les équations de base, est validé après comparaison de nos résultats avec ceux de Tric et *al.*[6] et Janssen et *al.*[7], illustrée dans le Tableau 1 et ce, pour le cas de la convection naturelle au sein d'une cavité cubique remplie entièrement d'air.

**Tab. 1 :** Comparaison entre les résultats issus de la présente étude et ceux de la littérature.  $Pr = 0,71$  ;  $Bn = 0$  et  $Ra = 10^{+6}$ .

$\overline{Nu}$	Présente étude	Tric et <i>al.</i> [6]	Janssen et <i>al.</i> [7]
$Ra = 10^3$	1,0604	1,070	1,085
$Ra = 10^4$	2,0527	2,054	2,100
$Ra = 10^5$	4,3405	4,337	4,361
$Ra = 10^6$	8,6866	8,640	8,770

#### 3.2. Effet du nombre de Bingham sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement

La figure 2 illustre la cartographie des isothermes pour différentes valeurs du nombre de Bingham. Il est à noter que l'augmentation de ce dernier entraîne une modification intense dans la structure des isothermes, qui montre aussi l'impact de la rhéologie du fluide sur cette structure.

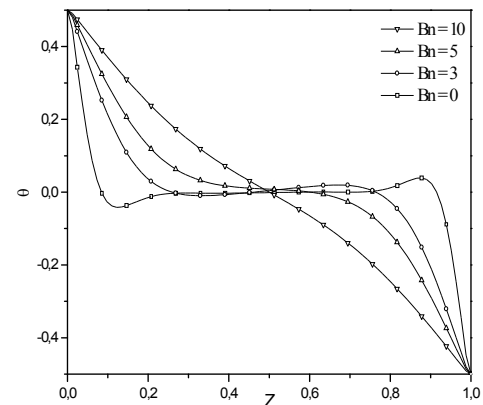


**Fig. 2:** Effets du nombre de Bingham sur les isothermes.  $Ra = 10^{+6}$ ,  $Pr = 7$ .

Pour les faibles valeurs du nombre de Bingham ( $Bn \leq 5$ ), les courbes mettent en évidence un transfert convectif traduit par une forte distorsion des isothermes. En revanche, Pour les grandes valeurs du nombre de Bingham ( $Bn = 10$ ), on assiste à un comportement totalement différent du précédent, caractérisant un transfert conductif représentatif des milieux solides.

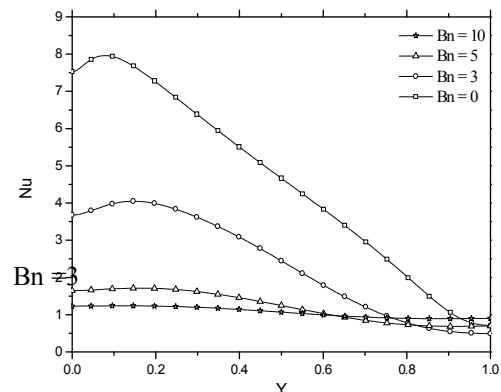
La figure 3 représente les profils de températures relevés sur le plan médian ( $Y = 0,5$  et  $Z = 0,5$ ) pour différentes valeurs du nombre de Bingham. Ces profils se caractérisent

par une épaisseur de couche thermique (sur les deux faces verticales gauche et droite) qui augmente avec l'augmentation de ce nombre.



**Fig. 3 :** Effet du nombre de Bingham sur les profils de température  $\theta (X; 0,5; 0,5)$  ;  $Ra = 10^6$ ,  $Pr = 7$ .

L'évolution du nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude (paroi verticale gauche:  $X = 0$ ) pour différents nombres de Bingham est présentée sur la figure 4. Cette courbe traduit en fait l'évolution le long de la direction verticale (OY) du nombre de Nusselt moyenné sur le plan horizontal (OZ). On remarque que l'augmentation de  $Bn$  entraîne la diminution des valeurs du nombre de Nusselt pour tous les cas simulés, à l'exception des cas  $Bn = 5$  et  $10$  pour lesquels on assiste à une inversion du phénomène à partir de la position  $Y = 0,6$ .



**Fig.4:** Effet du nombre de Bingham sur le nombre de Nusselt local chaud.  $Ra = 10^5$ ,  $Pr = 7$ .

Pour  $Bn = 10$ , le profil de température diminue linéairement étant donné que le transfert thermique est conductif. L'épaisseur de la couche limite thermique correspond à la dimension de la cavité dans ce cas. Pour  $Bn < 10$  nous assistons à un transfert convectif, très prononcé pour  $Bn = 0$  en particulier (ce qui correspond au cas du fluide newtonien).

Pour  $Bn = 0$  et  $Bn = 3$ , le nombre de Nusselt décroît en fonction de  $Y$  à partir d'une certaine altitude ( $Y > 0,1$  et  $Y > 0,15$  respectivement) jusqu'à atteindre sa valeur minimale dans la partie supérieure de la paroi chaude étant donné les faibles gradients de température. Ce comportement est moins accentué pour les fluides correspondant à  $Bn = 5$  et  $Bn = 10$ .



### 3.3. Effet du nombre de Rayleigh sur les caractéristiques thermiques de l'écoulement

Les isothermes obtenues pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh sont représentées sur la figure 5. On peut noter que pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh  $Ra = 10^3$ , les isothermes restent parallèles aux parois verticales chaude et froide de la cavité. Le transfert thermique est alors conductif. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la convection naturelle devient de plus en plus intense. Le fluide subit alors une ascension localisée au niveau de la paroi chaude de la cavité et une descente au niveau de la paroi opposée (paroi froide). L'intensification de ce mouvement rotationnel dans le sens horaire confine alors le fluide dans deux minces couches adjacentes aux parois isothermes, au sein desquelles le transfert thermique est quasi-conductif et est traduit par des isothermes verticales et parallèles aux parois. Dans la région intermédiaire, les isothermes deviennent horizontales et parallèles entre-elles.

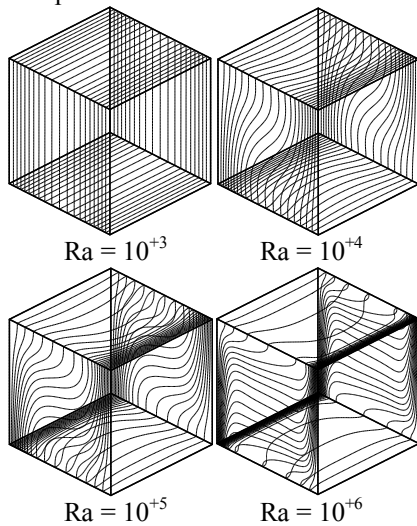


Fig. 5 : Effet du nombre de Rayleigh sur les isothermes.  $Pr = 7$ ;  $Bn = 1$ .

La figure 6 représente les profils de températures relevées sur le plan médian horizontal ( $Y = 0,5$  et  $Z = 0,5$ ) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Pour  $Ra = 10^3$ , le profil de température varie de manière linéaire étant donné que le transfert thermique est conductif. Pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, ces profils se caractérisent par une épaisseur de couche thermique (sur les deux faces verticales gauche et droite) qui diminue avec l'augmentation de ce nombre. On remarque également que dans la région centrale de la cavité, pour  $Ra > 10^3$ , la température n'évolue presque plus et les profils se confondent entre eux et ce, entre  $X = 0,3$  et  $X = 0,75$ .

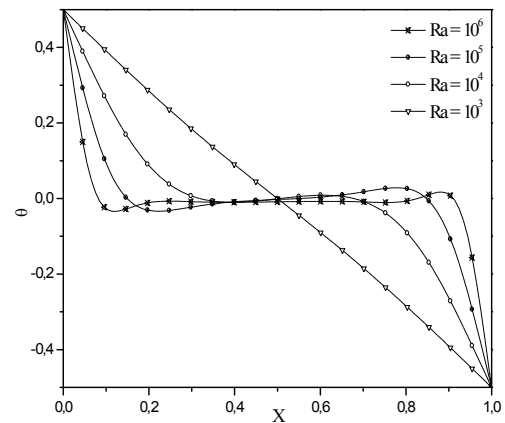


Fig. 6 : Effet du nombre de Rayleigh sur le profil de température  $\theta(X; 0,5; 0,5)$ .  $Pr = 7$ ;  $Bn = 1$

### 4. Conclusion

L'analyse de l'écoulement laminaire en mode de convection naturelle, d'un fluide incompressible de Bingham a été entreprise dans la présente étude. Cet écoulement a lieu dans une cavité cubique maintenue à température uniforme. Le modèle de viscosité de Papanastasiou a été adopté pour décrire le comportement de ce fluide. Les résultats obtenus montrent que les caractéristiques thermiques sont affectées par les variations des nombres de Bingham et de Rayleigh. En effet, l'augmentation du nombre de Bingham entraîne une modification intense dans la structure des isothermes, et diminue les valeurs de Nusselt. D'autre part, le nombre de Nusselt moyen augmente et par conséquent, le transfert thermique s'améliore lorsque le nombre de Rayleigh augmente.

### Références

- [1] Turan O. Chakraborty N. Pool R.J., laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with differentially heated side walls, *J. Non-Newtonian fluid Mechanics*, 165, 901-913, 2010.
- [2] Vikhansky A., On the onset natural convection of Bingham liquid in rectangular enclosures, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 165, 1713-1716, 2010.
- [3] Tony W.H. S. Reui-Kuo L., Three-dimensional bifurcations in a cubic cavity due to buoyancy-driven natural convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(1/3), 447-467, 2011.
- [4] Lallemand P., Luo L., Hybrid finite-difference thermal lattice Boltzmann equation, *Int. J. Modern Physics B*, 17(1/2), 41-47, 2003.
- [5] Papanastasiou .T.C., Flows of materials with yield, *J. of Rheology*, 31(5), 385-404, 1987.
- [6] Tric E, G. Labrosse et M. Betrouni, A first incursion into the 3D structure of natural convection of air in a differentially heated cubic cavity from accurate numerical solutions, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43, 4043-4056, 2000.
- [7] Janssen R.J.A., Henkes, C.J, Transition to timeperiodicity of a natural-convection flow in a 3D differentially heated cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 101(1/3), 2927-2940, 1993

# TRANSFERT DE CHALEUR DANS L'ÉCOULEMENT DE POISEUILLE: CAS D'UN FLUIDE DE TROISIEME GRADE

M. ER-RIANI, M. EL JARROUDI

Equipe de Mécanique des milieux hétérogènes. Faculté des Sciences et Techniques, Tanger, Maroc

## Introduction

Les fluides non-newtoniens sont importants pour diverses applications industrielles ; le transfert de chaleur joue un rôle important dans leurs manipulations et leurs traitements.

L'inadéquation des équations de Navier-Stokes pour décrire les écoulements des fluides complexes comme par exemple les polymères fondus, les boues de forage, les peintures, certaines huiles et graisses, a conduit à l'élaboration de plusieurs modèles régissant l'écoulement de ces fluides. Parmi ces modèles, les fluides de type différentiel ont reçu une attention particulière car ils sont capables de décrire le comportement rhéofluidifiant (diminution de la viscosité au fur et à mesure que le taux de cisaillement augmente) et le comportement rhéopaisissant (cas contraire).

Dans cette étude, nous considérons le transfert de chaleur dans un fluide de troisième grade en écoulement entre deux plaques parallèles maintenues à des températures différentes.

Les équations différentielles régissant la vitesse et la température sont non linéaires ; ainsi le problème considéré n'admet pas de solution exacte. On va appliquer une méthode de perturbation pour déterminer une solution analytique dans le cas où le coefficient matériel est supposé petit.

## Fluides de grade $n$

La loi constitutive du comportement de ces fluides est donnée par la relation:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + F(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_n) \quad (1)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy,  $p$  est le champ de pression,  $\mathbf{I}$  le tenseur identité,  $F$  un polynôme isotrope de degré  $n$ , et  $\mathbf{A}_i$  sont les tenseurs cinématiques de Rivlin-Ericksen définis par la formule de récurrence:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_n = \frac{D\mathbf{A}_{n-1}}{Dt} + \mathbf{A}_{n-1}\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\mathbf{A}_{n-1}, \quad n = 2, 3, \dots \quad (3)$$

Avec  $\mathbf{L} = \text{grad } \mathbf{u}$ ,  $\mathbf{L}^T$  transposé de  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{u}$  étant le champ de vitesse, et  $\frac{D}{Dt}$  représente la dérivée matérielle.

## Equations de bilan de l'écoulement d'un fluide incompressible de troisième grade

Les fluides de troisième grade ont connu récemment un regain d'intérêt (existence et unicité des solutions dans divers écoulements et différentes configurations [1-10]).

Les lois fondamentales de la conservation de la masse (équation de la continuité), la conservation de la quantité du mouvement et la conservation de l'énergie pour un fluide incompressible sont données par:

$$\text{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (4)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \mathbf{f} + \text{div}(\boldsymbol{\sigma}) \quad (5)$$

$$\rho c_p \frac{D\theta}{Dt} = k\Delta\theta + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \quad (6)$$

où  $\mathbf{f}$  est la densité des forces extérieures,  $\theta$  la température,  $\rho$  la densité supposée constante du fluide,  $k$  la conductivité thermique, et  $c_p$  la chaleur spécifique. La loi constitutive pour un fluide de troisième degré est :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu\mathbf{A}_1 + \alpha_1\mathbf{A}_2 + \alpha_2\mathbf{A}_1^2 + \beta_1\mathbf{A}_3 + \beta_2(\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1) + \beta_3 \text{tr}(\mathbf{A}_1^2)\mathbf{A}_1 \quad (7)$$

où  $\mu$  est le coefficient de viscosité,  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  sont les constantes matérielles du fluide et  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$  sont les tenseurs de Rivlin-Ericksen définis par les relations de récurrence (2) et (3).

Fosdick et Rajagopal [11] ont montré que pour que la loi (7) soit compatible avec la thermodynamique lorsque le fluide est au repos, les conditions suivantes doivent être justifiées :

$$\mu \geq 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 = \beta_2 = 0, \beta_3 \geq 0, |\alpha_1 + \alpha_2| \leq \sqrt{24\mu\beta_3} \quad (8)$$

## L'écoulement de Poiseuille

On considère un écoulement invariant par translation de fluide incompressible de troisième grade entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  planes, parallèles et séparées d'une épaisseur  $2h$  et d'axe  $Ox$  sous l'action d'un gradient de pression constant connu. Il s'agit de la configuration bien connue de l'écoulement de Poiseuille.

On suppose que les plaques  $P_1$  et  $P_2$  sont maintenues à des températures différentes  $\theta_0$  et  $\theta_1$ :

$$\theta(-h) = \theta_0 \text{ et } \theta(h) = \theta_1 \quad (9)$$

On considère le cas où les deux plaques sont fixes. L'expérience montre que :

en régime stationnaire, un écoulement unidimensionnel apparaît :  $\mathbf{u} = u(y)\mathbf{e}_x$

les particules de fluide adhèrent aux parois. Autrement dit:  $u(-h) = 0$  et  $u(h) = 0$  (10)

Dans ce cas, l'équation de la continuité (4) est automatiquement satisfaite, alors que l'équation de la quantité du mouvement en l'absence de forces extérieures (5), et l'équation de l'énergie (6) deviennent:

$$\mu \frac{d^2u}{dy^2} + 6\beta_3 \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \frac{d^2u}{dy^2} = \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} = \frac{\partial \hat{p}}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

$$k \frac{d^2 \theta}{dy^2} + \mu \left( \frac{du}{dy} \right)^2 + 2\beta_3 \left( \frac{du}{dy} \right)^4 = 0 \quad (13)$$

où  $\hat{p}$  désigne la pression généralisée donnée par la relation:

$$\hat{p} = p - (2\alpha_1 + \alpha_2) \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \quad (14)$$

En outre, des équations (11) et (12), nous constatons que:

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} = \text{constante} \quad (15)$$

Si l'on prend  $h$  comme grandeur caractéristique de longueur,  $U$  une grandeur caractéristique de la vitesse, et  $\theta_0$  et  $\theta_1$  grandeurs caractéristiques de la température, on peut introduire les changements de variables:

$$\bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{u} = \frac{u}{U}, \bar{\theta} = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \quad (16)$$

En supprimant les barres, les formes adimensionnelles des équations (11-13) sont:

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + 6\beta \left( \frac{du}{dy} \right)^2 \frac{d^2 u}{dy^2} = -B \quad (17)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dy^2} + \lambda \left( \frac{du}{dy} \right)^2 + 2\beta\lambda \left( \frac{du}{dy} \right)^4 = 0 \quad (18)$$

où les constantes  $\beta$  et  $\lambda$  sont données par les relations:

$$\beta = \frac{\beta_3}{\mu} \left( \frac{U}{h} \right)^2, \quad \lambda = \frac{\mu U^2}{k(\theta_1 - \theta_0)} \quad (19)$$

Avec  $B = -\frac{h^2}{\mu U} \frac{d\hat{p}}{dx}$  et  $\lambda$  est un paramètre connu sous le nombre de Brinkman.

En conséquence les conditions aux limites (9) et (10) deviennent:

$$u(-1) = 0, \quad u(1) = 0, \quad \theta(-1) = 0, \quad \theta(1) = 1 \quad (20)$$

### Approche analytique

On considère le cas où le coefficient matériel  $\beta$  est petit. On va appliquer la méthode des perturbations qui consiste à chercher la solution du problème (17-18) soumis aux conditions (20) sous la forme de séries en  $\beta$ :

$$u = v_0 + \beta v_1 + \beta^2 v_2 + \beta^3 v_3 + \dots \quad (21)$$

$$\theta = s_0 + \beta s_1 + \beta^2 s_2 + \beta^3 s_3 + \dots \quad (22)$$

On injecte ces relations dans les équations (17-18) et les conditions (20) et on collecte les puissances de  $\beta$ . On obtient une séquence d'équations différentielles qu'on résout à l'aide d'un logiciel de calcul formel. Ainsi on obtient à l'ordre 2:

$$v_0(y) = \frac{B}{2}(1-y^2), \quad s_0(y) = \frac{1}{6}(1+y)(\lambda B y^2 - \lambda B y + 3)$$

$$v_1(y) = \frac{B}{2}(1-y^2)(1+y^2)$$

$$s_1(y) = \frac{\lambda B^3}{30}(1-y^2)[2B(y^4 + y^2 + 1) + 3(y^3 + y)]$$

$$v_2(y) = 2B^5(1-y^6)$$

$$s_2(y) = \frac{2\lambda}{7}(y^2 - 1)[B(y^6 + y^4 + 1) + y^5 + y^3 + y]$$

### Discussion

En utilisant un logiciel de calcul formel, nous avons obtenu les 20 premiers termes des solutions (21-22) ci-dessus. La figure 1a illustre l'allure de  $u(y)$  pour diverses valeurs du paramètre  $\beta$ , lorsque  $B$  est fixé. On observe que la vitesse croît au fur et à mesure que  $\beta$  augmente. On a un comportement similaire, lorsque l'on trace  $u(y)$  pour diverses valeurs de  $B$ ,  $\beta$  étant fixé (figure 1b).

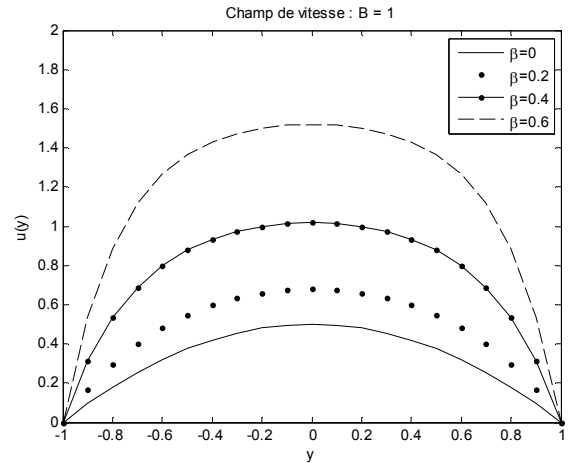


Figure 1a : Variation du champ de vitesse  $u(y)$  en fonction de  $\beta$ , cas  $B = 1$ .

En fixant deux paramètres parmi les coefficients  $\beta$ ,  $B$  et  $\lambda$ , et en faisant varier l'autre, on constate que la température  $\theta(y)$  diminue au fur et à mesure que ce paramètre augmente comme le montrent les figures 2.

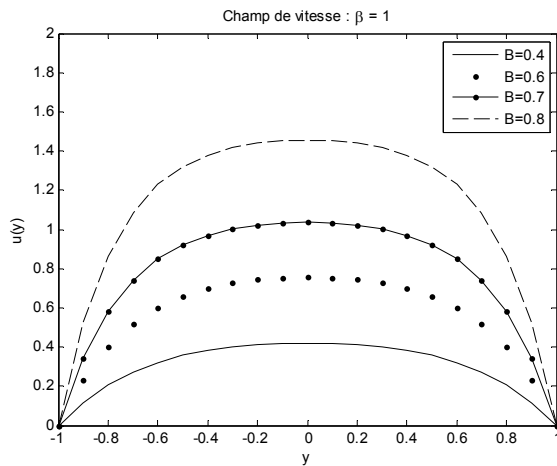


Figure 1b : Variation du champ de vitesse  $u(y)$  en fonction du paramètre  $B$ , cas  $\beta = 1$ .

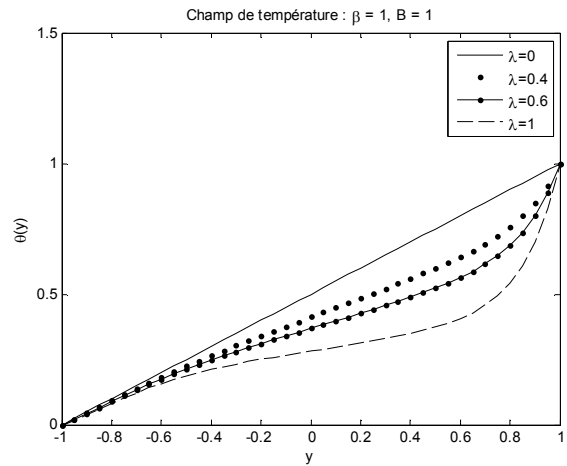


Figure 2c : Variation de la température  $\theta(y)$  en fonction du paramètre  $\lambda$ , cas  $\beta = 1, B = 1$ .

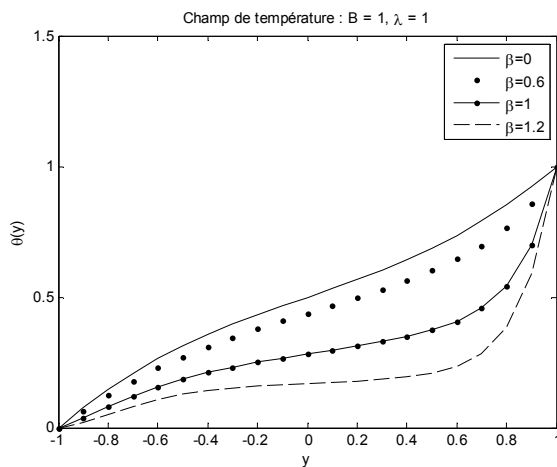


Figure 2a : Variation de la température  $\theta(y)$  en fonction du paramètre  $\beta$ , cas  $B = 1, \lambda = 1$ .

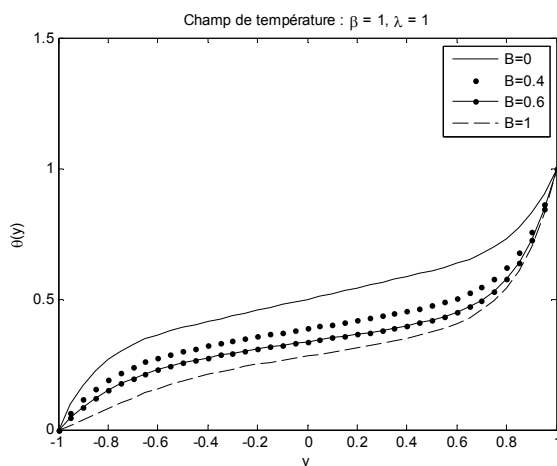


Figure 2b : Variation de la température  $\theta(y)$  en fonction du paramètre  $B$ , cas  $\beta = 1, \lambda = 1$ .

### Références:

1. M. Pakdemir, The boundary layer equations of third grade fluids. *Int. J. Non-lin. Mech.* Vol 27, No. 5. pp. 785-793. (1992)
2. M. Massoudi, I. Christie, Effects of variable viscosity and viscous dissipation on the flow of a third grade fluid in a pipe. *Int. J. Nonlin. Mech.*; 30(5):687-99, (1995).
3. C. Amrouche, D. Cioranescu, On a class of fluids of grade 3. *Int. J. Non-Lin. Mech.*, 32, no. 1, 73-88, (1997).
4. D. Bresch, J. Lemoine, On the existence of solutions for non-stationary y third-grade fluids. *Int. J. Non-Lin. Mech.*, 34, No 1, (1999).
5. M. Yurusoy, M. Pakdemirli, Approximate analytical solutions for the flow of a third-grade fluid in a pipe. *Int. J. Non-Lin. Mech.* 37, 187-195 (2002).
6. S. Asghar, Muhammad R. Mohyuddin, and T. Hayat, Unsteady flow of a third-grade fluid in the case of suction, *Math. and Computer Modeling*, 38 (1-2), 201. (2003).
7. J.M. Bernard, E.H. Ouazar, Stationary problem of third grade fluids in two and three dimensions: existence and uniqueness, *Int. J. Non-Lin. Mech.*, 40, 603-620, (2005).
8. A.M Siddiqui, M. Ahmed, Q.K Ghori, Couette and Poiseuille flows for non-Newtonian fluids. *Int J Nonlin.Sci Numer Simulat*, 7(1):15, (2006).
9. V. Busuioac, D. Iftimie, A non-Newtonian fluid with Navier boundary conditions, *Journal of Dynamics and Differential Equations*, Vol. 18, No. 2, (2006).
10. M. Hamza, M. Paicu, Global existence and uniqueness result of a class of third-grade fluids equations. *Nonlinearity*, 20, No. 5, 1095-1114, (2007).
11. R. L. Fosdick and K. R. Rajagopal, Thermodynamics and stability of fluids of third grade. *Proc. R. Sot. A*, 339, 351, (1980).

# THERMAL DIFFUSIVITY MEASUREMENT OF A NEW COMPOSITE MATERIAL BASED ON GRANULAR CORK.

ABOU-BAKR CHERKI<sup>\*,1</sup>, ABDELHAMID KHABBAZI<sup>1</sup>, RACHIDA IDCHABANI<sup>1</sup>, MOHAMED GAROUM<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Energétique, Matériaux et Environnement, EST Salé, Université Med V, Maroc

\* E-mail: [aboubakr.cherki@gmail.com](mailto:aboubakr.cherki@gmail.com)

**Abstract**— Cork, natural and renewable product, has thermal and acoustic properties very interesting because of the elasticity of the constituent cells and the air trapped in its pores representing a significant portion of its apparent volume. It is coming from Moroccan Maamora's forest. This work describes a new material based on granular cork and plaster. It is a complex medium with a double porosity: the first is that of the granular cork having an irregular forms and the other relative to plaster. By varying the size of granular cork, an experimental investigation of the thermal diffusivity was mainly performed using the Flash method. The results were compared with the other indirect method basing on Hot plate transient method and differential calorimetry scanning device. Finally, we validate the experimental obtained results by confronting them. The experimental results show that the characterization of the thermal diffusivity of the new material was performed successfully using two different methods while determining measurement precision between the two methods.

**Keywords:** Thermal diffusivity; granular cork; composite porous material; building material; plaster.

## Introduction

The objective of this work is to contribute to understand the thermal behavior of a composite material formed by granular cork and plaster used as a binder. It is therefore a very complex middle representing a double porosity: the first is that of granular cork having an irregular shaped cork and the other relative to the used binder. To characterize this new composite, we use the Flash method [1]. By a sieving process, four size classes of granular cork have been retained in the present work. The sieves used include square mesh with dimensions in mm. The size class  $d/D$  represents the aggregates crossing the sieve with the dimension  $d$  and that retained by the sieve with the dimension  $D$ . For each size classes of granular cork, we obtain a material with an apparent volume occupied almost entirely by the granular cork and the binder occupies only the inter-granular space and a very thin layer surrounding the granular cork. Based on the four size classes, we prepare four samples on which we perform the measurements.

## Theoretical approach of diffusivity measurement

We characterize the thermal diffusivity by the flash method from solving the heat equation in Laplace space using the quadrupole model [2]. The heat losses on both sides of the sample ( $100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$ ) are represented by the heat convective coefficients  $h$ , assumed equal; the lateral surface

of the sample is isolated. The sample is passed through by a heat flux  $q \text{ (W.m}^{-2}\text{)}$  emitted by a flash lamp during a short time; the temperature rise is measured by a thermocouple placed in the center of the non irradiated face (Fig.1).

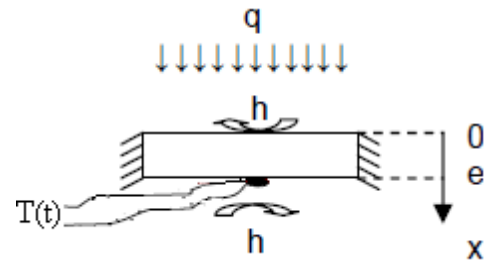


Fig.1: Sample with heat losses on both faces and isolated lateral surface.

Within these hypotheses, the transfer matrix is expressed by the product of the following three matrices :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(ke) & \frac{\sinh(ke)}{\lambda k} \\ \lambda k \sinh(ke) & \cosh(ke) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ h & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

With :  $k = \sqrt{\frac{p}{a}}$ ;  $p$  is the Laplace parameter and  $a$  is the diffusivity of the sample.  $\lambda$  and  $e$  are successively thermal conductivity and thickness of the sample. The expression of temperature rise in the Laplace space is

$$\theta(p) = \frac{\frac{q}{p}(1 - e^{-pe})}{h^2 \frac{\sinh(ke)}{\lambda k} + 2h \cosh(ke) + \lambda k \sinh(ke)} \quad (2)$$

$\tau$  is the time during which the lamp is on.

After realizing the numerical inversion of this expression by the De Hoog algorithm [3], we obtain the theoretical expression of the temperature. We use the Levenberg-Marquardt algorithm [4] for estimation of the parameters  $a$ ,  $q$  and  $h$  that reduce the quadratic error between the experimental thermogram recorded on the underside and the theoretical expression of the temperature (complete model). Also, we use the experimental thermogram to calculate the experimental value of the diffusivity by the Parker model [5] and the model of Degioavanni [6] in order to compare these values with those of the complete model.

## Indirect method of diffusivity determination

We apply the Hot plate transient method [7] on the new material for characterize its effusivity  $E$  and its heat capacity ( $\rho c$ ) in order to determine indirectly its thermal diffusivity  $a$ , given that:

$$a = \left( \frac{E}{\rho c} \right)^2 \quad (3)$$

The experimental device of the Hot plate transient method is shown in the Fig.2.

A plane heating element having a section of  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  is placed under the sample. A type K thermocouple is stuck on the lower face of the heating element. This disposal is placed between two extruded polystyrene blocks with a thickness 5 cm set between two aluminum blocks with a thickness 4 cm. A heat flux step is sent into the heating element and the transient temperature  $T(t)$  is recorded. The system is modeled with the hypothesis that the heat transfer remains unidirectional (1D) at the center of the sample during the experiment.



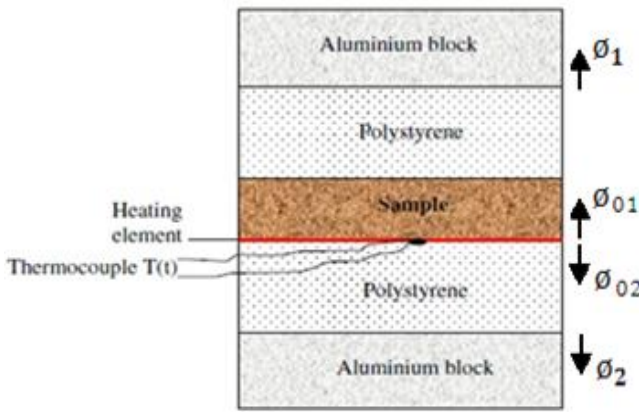


Fig.2: Schema of the experimental hot plate transient method device.

This hypothesis will be verified a posteriori by a 3D simulation realized with COMSOL and by the analysis of the residues of estimation: difference between the modeled 1D transient temperature  $T_{mod}(t)$  and the experimental temperature  $T_{exp}(t)$ . Within these hypotheses, one can write:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\varphi}_{01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\varphi}_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{\theta}{\rho c} = \dot{\varphi}_{01} + \dot{\varphi}_{02} \quad (6)$$

$\theta$  is the Laplace transform of the temperature  $T(t)$ ,  $\theta_0$  the heat flux density produced in the heating element,  $C_h = \rho_h c_h e_h$  is the thermal capacity of the heating element per area unit;  $R_c$  the thermal contact resistance between the heating element and the sample.

$$A = D = e \cosh\left(\frac{\rho c \sqrt{p}}{E} e\right), B = \frac{\sinh\left(\frac{\rho c \sqrt{p}}{E} e\right)}{E \sqrt{p}}, C = E \sqrt{p} \sinh\left(\frac{\rho c \sqrt{p}}{E} e\right) \quad (7)$$

$$A_1 = D_1 = \cosh\left(\frac{\sqrt{p}}{\lambda_i a_i} e_i\right), B_1 = \frac{\sinh\left(\frac{\sqrt{p}}{\lambda_i a_i} e_i\right)}{\lambda_i \sqrt{p}}, C_1 = \lambda_i \sqrt{p} \sinh\left(\frac{\sqrt{p}}{\lambda_i a_i} e_i\right) \quad (8)$$

$E$  is the sample thermal effusivity,  $\rho c$  the sample thermal capacity,  $e$  the sample thickness,  $\lambda_i$  the Polystyrene thermal conductivity,  $a_i$  the Polystyrene thermal diffusivity,  $e_i$  the Polystyrene thickness. Combining those five equations, the system leads to:

$$\theta(p) = \frac{\dot{\varphi}_0(p)}{\frac{D_1}{B_1} + \frac{D_1}{B_1}} \quad (9)$$

The principle of the method is to estimate the value of the parameters  $E$  and  $\rho c$  that minimize the sum of the quadratic error  $\psi = \sum_{i=1}^n [T_{exp}(t_i) - T_{mod}(t_i)]^2$  between the experimental curve and the theoretical curve calculated with relation (9) using the Levenberg-Marquardt algorithm.

### Thermal diffusivity characterization results of the new composite material

The experiments were performed on four samples (Fig.3) corresponding of the four size classes of granular cork ( $d1-D1 = 2.5-5mm$ ,  $d2 = D2-5-6.3mm$ ,  $d3 = D3-6.3-8mm$ ,  $d4-8-D4 = 12.5mm$ ).



Fig.3: View of consolidated material (Plaster + Granular cork)

But before beginning the experiments, the samples are drawn in a vacuum drying chamber, for a period of three days, to remove moisture present into the pores of each one. The experimental measurements will be performed on these dry samples.

We repeat the measurement three times for each sample and we adopt the average of these values.

### Characterization results by the Flash method

The characterization results of each sample from experimental thermograms are summarized in Tab.1.

We note that the thermal diffusivity results obtained by the Parker model have a significant difference compared to those of the complete model; this is due to the fact that Parker considers only the half time of the thermogram rise and does not take into account the descent of the thermogram that reflects the value of  $h$ . In contrast, the Degiovanni model fits well with the complete model, because Degiovanni proposes to calculate the diffusivity value with points corresponding to the descent of the thermogram taking into account the calculation value of  $h$ .

The complete model gave three parameters: the diffusivity of the sample, the heat flux traversing the sample during the experiment and the heat convective coefficient on both sides of the sample. The results (for each sample) shown in Tab.1 are an average of three experiments, the average measurement error (for each sample) corresponding to the diffusivity not exceed 3%, that of heat flux is 9% and that of heat convective coefficient is within the limit of 5%; this shows that the used experimental device gives a good reproducibility of measurements.

### Characterization results by the Hot plate transient method

The application of this method to this new material allowed only to characterize its thermal effusivity  $E$  without determine its thermal capacity ( $\rho c$ ), because by realizing a 3D simulation of the experimental device with COMSOL, we find that the 1D hypothesis is valid only during the first 600s, but at 600s, the thermogram is not yet enough sensitive to calculate ( $\rho c$ ), it's only sensitive to calculate the  $E$  value (Fig.4). In addition, the residues analysis confirm the result obtained by the COMSOL, we note that the residues are no longer dishes.

**Tab.1:** Results of thermal diffusivity characterization by Flash method.

N°	Parker model	Degiovanni model	Complete model		
	$a.10^{-7}$ ( $m.s^{-2}$ )	$a.10^{-7}$ ( $m.s^{-2}$ )	$a.10^{-7}$ ( $m.s^{-2}$ )	$q$ ( $W.m^{-2}$ )	$h$ ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ )
1 <sup>a</sup>	2.43	2.12	2.16	4683	1.33
2 <sup>b</sup>	2.42	2.04	2.04	4574	2.39
3 <sup>c</sup>	2.56	2.26	2.15	4586	2.3
4 <sup>d</sup>	2.65	2.15	2.16	4269	2.87

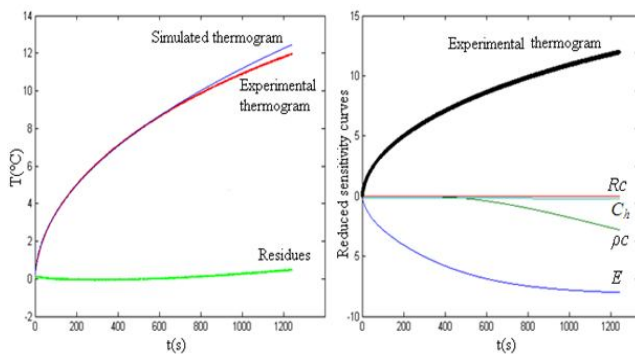
Plaster + Granular cork d1/D1  
 Plaster + Granular cork d2/D2  
 Plaster + Granular cork d3/D3  
 Plaster + Granular cork d4/D4

Given this constraint, we used the differential calorimetry scanning device (DSC SETARAM 131) to determine the specific heat of the cork and that of plaster, and then use the law of mixtures to deduce the specific heat value of the composite material for each sample knowing the mass fraction of granular cork in the mixture. The density of each sample was calculated knowing its dry mass and its geometrical dimensions. The obtained results of  $E$  ( $J.m^{-2}.K^{-1}.s^{-1/2}$ ),  $\rho$  ( $Kg.m^{-3}$ ) and  $c$  ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ ) are presented in Tab.2.

Using the relation (3) and exploiting the characterization results by the Hot plate transient method, we can deduce the values of diffusivity for each sample in order to compare them with those obtained by the Flash method (Tab.2).

*Comparison of thermal diffusivity obtained by the two methods*

Flash method described in the book of thermal metrology [8] states that it is not applicable to lightweight materials and porous materials. However, we will demonstrate that it can be applied to this new material (light and porous) while mentioning precision of reliability of the results obtained by this method.



**Fig.4:** Experimental and modeled hot plate temperature curves, and reduced sensitivity curves of fitting parameters (right) for the sample N°2.

**Tab.2:** Summary results of thermal diffusivity characterization.

N°	$E$	$\rho$	$c$	Hot plate	Flash	Deviation (%)
				method	method	
				$a.10^{-7}$ ( $m.s^{-2}$ )	$a.10^{-7}$ ( $m.s^{-2}$ )	
1 <sup>a</sup>	272	472	1267	2.07	2.16	4.01
2 <sup>b</sup>	256	452	1283	1.95	2.04	4.41
3 <sup>c</sup>	252	447	1287	1.91	2.15	11.49
4 <sup>d</sup>	240	447	1287	1.76	2.16	19.1

We note (from the results of Tab.2) that more the granular cork size increases, the composite material is lighter (because more the grain size is greater the porosity of the material increases) and the measurement error of the thermal

diffusivity between the two methods becomes important: for the first and second samples (having the highest densities and containing less porosity compared to the other two) we obtain a measurement deviation between the two methods around 4%, so it's reliable measurements provided by the two methods; for the third sample the deviation reaches 11%, the same error is around 20% for the fourth sample considered the lightest and containing maximum porosity among the four samples; we can say that the last two results given by the Flash method are less reliable than the two first due the increase of measurement deviation between the two methods depending of lightness and porosity of the material.

**Conclusion**

This paper presents an experimental study characterizing the thermal diffusivity by two different methods of a new composite material presenting heterogeneities and double porosity complication. The comparison of the two methods allowed determining the reliability results by application of the Flash method on this new composite granular material: the results permitted to calculate the measurement precision between those methods; this precision is implicitly a function of lightness and porosity of the new material.

**Acknowledgement**

We would like to send a special thanks to the research teams of LEMTA INPL-Nancy and INSA- Lyon for their support for the expertise and mastery of characterization methods used in this work; their support gave a real added value for the realization of this work.

**References**

Degiovanni A. « Diffusivité et méthode flash », Revue Générale de Thermique, n°185, pp. 420-441, 1977.  
 M.R.Berrada, Identification des caractéristiques thermophysiques des principaux matériaux locaux de construction au Maroc application à la valorisation du stérile de phosphat, Thèse d'Etat, Université Mohammed V Agdal, Faculté des Sciences, Rabat Maroc, 7 juillet 2000.  
 De Hoog FR. An improved method for numerical inversion of Laplace transforms. Soc Ind Appl Math 1982;3(3):357-66.  
 Donald Marquardt (1963). "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters". Journal on Applied Mathematics 11 (2): 431-441.  
 Parker W.J., Jenkins R.J., Butler C.P., Abbot G.L., Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity, Journal of Applied Physics, vol. 32, n°9, pp. 1679-1684, 1961.  
 Degiovanni A., Laurent A., « Une nouvelle technique d'identification de la diffusivité thermique pour la méthode flash », Revue de Physique Appliquée, n° 21, pp. 229-237, 1986.  
 Jannot Y, Felix V, Degiovanni A. A centered hot plate method for measurement of thermal properties of thin insulating materials. Meas Sci Technol 2010;21(3).  
 Jannot Y, «Théorie et pratique de la métrologie thermique », Octobre 2011.

# MEASUREMENTS OF DIFFUSION, THERMODIFFUSION, AND SORET COEFFICIENTS IN WATER-ISOPROPANOL MIXTURES BY DIFFERENT TECHNIQUES

A. MIALDUN<sup>1</sup>, V. YASNOU<sup>1</sup>, V. SHEVTSOVA<sup>1</sup>, A. KOENIGER<sup>2</sup>, W. KOEHLER<sup>2</sup>, D. ALONSO DE MEZQUIA<sup>3</sup>, M.M. BOU-ALI<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>MRC, EP CP165/62, Université Libre de Bruxelles, Av. F.D. Roosevelt, 50, B-1050, Brussels, Belgium ([vshev@ulb.ac.be](mailto:vshev@ulb.ac.be))

<sup>2</sup>Physikalisches Institut, Universität Bayreuth, D-95440 Bayreuth, Germany ([werner.koehler@uni-bayreuth.de](mailto:werner.koehler@uni-bayreuth.de))

<sup>3</sup>Mech. and Manufacturing Dept, MGEP Mondragon Goi Eskola Politeknikoa, Loramendi 4 Apdo. 23, 20500 Mondragon, Spain ([mbouali@mondragon.edu](mailto:mbouali@mondragon.edu))

## INTRODUCTION

Molecular and thermodiffusion processes are quantified by mass and thermodiffusion coefficients,  $D$  and  $D_T$ , respectively. Due to mass conservation, there is only one independent component of a binary mixture. Let us denote the mass fraction of this independent component (solute) as  $c$ . Then, the mass fraction of the dependent component (solvent) is  $(1-c)$ . When pressure diffusion is negligible, the diffusive flux of the independent component is driven by concentration and temperature gradients,

$$J = -\rho(D\nabla c + D'_T\nabla T),$$

where  $\rho$  is the mixture mass density and  $T$  is the temperature. The transport coefficients are assumed to be constant in a sufficiently small range of temperature and concentration variations and correspond to the mean temperature  $T_0$  and composition  $c_0$ . Since the diffusive flux must vanish in the two dilute limits  $c=0$  and  $c=1$ , the thermodiffusion coefficients can be represented as

$$D'_T = c(1-c)D_T.$$

Note that  $D_T$  assumes finite values in the two dilute limits but may still depend on concentration. In the linear limit of small concentration changes the approximation  $c(1-c) \approx c_0(1-c_0)$  is used and the diffusive flux can be written as

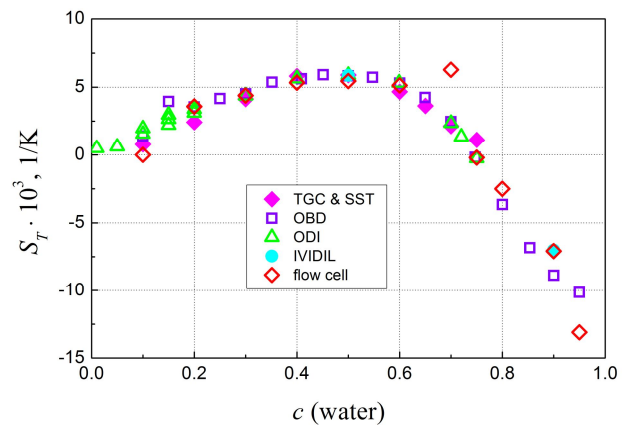
$$J = -\rho D (\nabla c + c_0(1-c_0)S_T \nabla T),$$

The Soret coefficient  $S_T = D_T/D$  is determined as the ratio of the thermodiffusion and the mass diffusion coefficient. The signs of the Soret coefficient  $S_T$  and of the thermodiffusion coefficient  $D_T$  depend on the selection of the independent component. It is appropriate to choose the denser component as the independent one, and a positive Soret coefficient implies that this component migrates towards the cold side. In case of a negative Soret coefficient, even heating from above may lead to convective instabilities [1, 2] (unstable density stratification).

## RESULTS AND DISCUSSION

Soret ( $S_T$ ), thermodiffusion ( $D_T$ ) and diffusion ( $D$ ) coefficients of water-isopropanol mixtures have been measured by three different techniques over the full concentration range [3].

Additionally, the coefficients for two compositions, one with positive and the other with negative Soret effect, have been measured in microgravity in the IVIDIL experiment on the ISS. The thermodiffusion coefficients  $D_T$  have directly been measured in TGC (Thermo Gravitational Column) and combined with diffusion coefficient measurements by SST in order to obtain  $S_T$ .



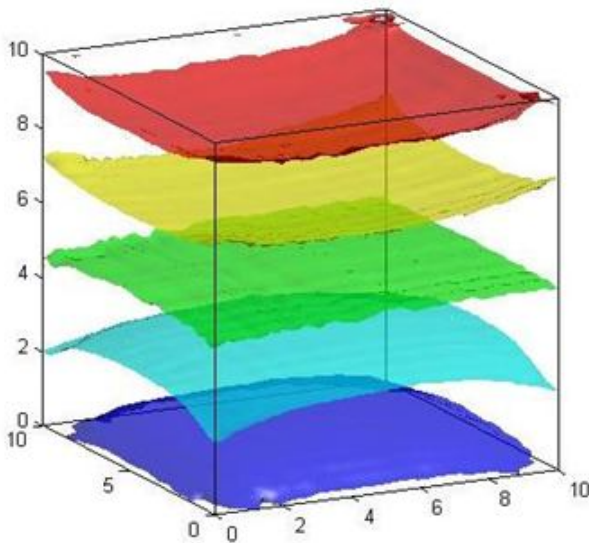
**Fig. 1:** Soret coefficients  $S_T$  for water/IPA measured by different experimental techniques.

From the optical methods OBD (Optical beam Deflection) and ODI (Optical Digital Interferometry) all three coefficients  $S_T$ ,  $D_T$  and  $D$  could be obtained simultaneously. Although the benchmark quantities were measured at  $T_0=298$  K, the OBD data are also provided for two additional mean temperatures:  $T_0=288$ K and 308 K.

The variation of the Soret coefficient with concentration, obtained by different techniques, is shown in Fig.1. An excellent agreement between all the results is observed over a broad range of water concentrations,  $0.2 < c < 0.70$ , proving

that all the techniques are capable to provide reliable and consistent data.

The benchmark values have been elaborated for this concentration region along with an estimation of the errors. Because of the sign change of  $S_T$  at  $c=0.745$  from positive to negative, the system becomes gravitationally unstable. Thus the measurements in water rich area ( $c>0.70$ ) were conducted only by the OBD technique and in microgravity. Concentration field at the end of the experiment on the ISS is shown in fig.2 when Soret coefficient is negative  $S_T = -8.471/K$ . Observation of such stable concentration field in Earth conditions is impossible for this parameter set.



**Fig. 2:** Results of the experiment IVIDIL on the ISS. Surfaces of the equal concentration after 12 h of the Soret separation in water-IPA mixture when  $c_0 = 0.9$ .

In the region with low water content ( $c < 0.2$ ) the optical measurements are difficult due to the small absolute value of the contrast factor  $(\partial n / \partial c)_{p,T}$ . It leads to the scattering of the results in this region. Within the accuracy of our experiments we did not observe a tendency for a second sign change of the Soret coefficient. Except for certain concentrations, the available literature data are in a satisfactory agreement with our benchmark values.

## REFERENCES

- [1] M.M. Bou-Ali, O. Ecenarro, J. Madariaga and C. Santamaria, Stability of convection in a vertical binary fluid layer with an adverse density gradient, *Physical Review E*, **59**, 1250 (1999).
- [2] V. Shevtsova, D. E. Melnikov, and J. C. Legros, Onset of convection in Soret-driven instability, *Phys. Rev. E*, **73**, 047302 (2006)
- [3] Mialdun A., Yasnou V., Shevtsova V., Koeniger A., Koehler W., Alonso de Mezquia D., Bou-Ali M.M, A comprehensive study of diffusion, thermodiffusion, and Soret coefficients of water-isopropanol mixtures, *J. Chem. Phys.*, **136**, pp. 244512-13, 2012.



# EFFECT OF TEMPERATURE-DEPENDENT VISCOSITY OF NON-NEWTONIAN POWER-LAW FLUIDS ON FREE CONVECTION IN A SQUARE CAVITY SUBMITTED TO CROSS HEAT FLUXES.

M. KADDIRI<sup>1</sup>, M. NAÏMI<sup>1</sup>, A. RAJI<sup>1</sup>, M. HASNAOUI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sultan Moulay Slimane University, Faculty of Sciences and Technologies, Laboratory of flows and Transfers Modeling (LAMET), B.P. 523, Beni-Mellal, Morocco

<sup>2</sup>Cadi Ayyad University, Faculty of Sciences Semlalia, Laboratory of Fluid Mechanics and Energetics (LMFE), B.P. 2390, Marrakech, Morocco

E-mail : [naimi@fstbm.ac.ma](mailto:naimi@fstbm.ac.ma) , [m.kadiri@fstbm.ac.ma](mailto:m.kadiri@fstbm.ac.ma)

## Introduction

Thermal buoyancy convection is a flow resulting from density variations within a non-isothermal fluid under the gravity effect. Such a phenomenon is of importance in various domains, which attracted many worldwide researchers, through the decades, to investigate it in many geometrical configurations and under various boundary conditions. Useful literature review can be found in the book by Gebhart et al. [1], respectively, where most of the fluids considered are of Newtonian behavior.

On the other hand, given the obvious relevance to various manufacturing and processing industries dealing with industrial applications, such as papermaking, oil drilling, slurry transporting, food processing, polymer engineering and so on, the studies number reported on natural convection involving non-Newtonian fluids has been increased during the last two decades [2], but owing to their complex rheological behavior and their particular isothermal or non-isothermal flow conditions more investigations are to be undertaken in this area.

Another challenging problem is the dependence of the rheological properties of these fluids on the temperature. To our best knowledge most of the reported studies on natural convection in non-Newtonian fluids ignore such an aspect. This can be a serious assumption, since in many cases this effect has a significant influence on heat transfer [3]. Therefore, the goal of the present study is to contribute to a better understanding of the thermo-dependence effects on thermal buoyancy convection in such media.

## Mathematical formulation.

### Problem statement and viscosity model.

The geometry under consideration is sketched in Fig. 1. It consists of a two-dimensional square enclosure of size  $H' \times H'$ . All sides are subjected to uniform density of heat flux  $q'$ .

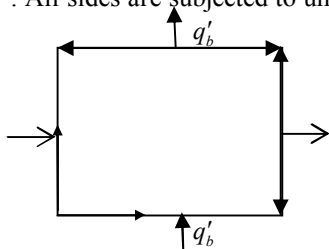


Fig. 1. Sketch of the geometry and coordinates system

The non-Newtonian fluids considered here are those whose rheological behaviors can be approached by the power-law model, due to Ostwald-de Waele, which, in terms of laminar effective viscosity, can be written as follows:

$$\mu'_a = k_T \left[ 2 \left( \left( \frac{\partial u'}{\partial x'} \right)^2 + \left( \frac{\partial v'}{\partial y'} \right)^2 \right) + \left( \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} \right)^2 \right]^{\frac{n_T-1}{2}} \quad (1)$$

The two empirical parameters  $n_T$  and  $k_T$ , appearing in Eq. (1), are the flow behavior and consistency indices, respectively. They are, in general, functions of the temperature, but in most of cases the temperature-dependence of  $n_T$  can be ignored ( $n_T = n$ ) since it is weak compared to that of  $k_T$  [3,4], which is described by the Frank-Kamenetski exponential law [5,6]:

$$k_T = ke^{-b(T'-T'_r)} \quad (2)$$

reflecting the viscosity diminution with the temperature,  $T'_r$  being a reference temperature. Eq. (2) is an approximation of the original Arrhenius exponential law, where  $b$  is an exponent related to the flow energy activation and the universal gas constant.

As described in [7], if  $n=1$  we revert to Newtonian behavior and the consistency is just the viscosity. If  $0 < n < 1$ , the effective viscosity decreases with the amount of deformation. Thus this models the disintegration of fluid structure under shear, the shear thinning effect mentioned earlier. Conversely, if  $n > 1$ , the viscosity increases with the amount of shearing, which implies that the fluid microstructure is built up by the fluid motion. This kind of effect can occur if the molecules of the microstructure can bind together on contact; during increasing flow these molecules can come into contact more regularly and thus larger structures are created. Examples of such “shear thickening” materials are corn flour (which is used to thicken soup) and highly concentrated suspensions. The latter show shear thickening due to dilatancy: at low shear rates the particles are closely packed together and a small amount of fluid lubricates the flow of particles. But, at higher shear rates, the close packing is disrupted and the material expands (dilates) and there is no longer enough fluid to lubricate particle-particle interactions. The resistance to flow then increases substantially.

The empirical power-law model is a useful fit to the observed data, and can often provide good quantitative results over many decades of the shear rate, which justifies its use in most theoretical investigations of fluids having pseudo-plastic or dilatant behaviors.

### Governing equations and boundary conditions.

On the basis of the assumptions commonly adopted in natural convection problems, the dimensionless governing equations for Boussinesq-temperature-dependent viscosity fluids, written in terms of vorticity,  $\Omega$ , temperature,  $T$ , and stream function,  $\psi$ , are as follows:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial y} = Pr \left[ \mu_a \nabla^2 \Omega + 2 \nabla \mu_a \cdot \nabla \Omega \right] + S_\Omega, \quad (3)$$



$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \nabla^2 T, \quad (4)$$

$$\text{and} \quad \nabla^2 \psi = -\Omega, \quad \text{where} \quad (5)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\mu_a = e^{-mT} \left[ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{and}$$

$$S_\Omega = Pr \left[ \frac{\partial^2 \mu_a}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mu_a}{\partial y^2} \right] \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] - 2 \frac{\partial^2 \mu_a}{\partial x \partial y} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right] \\ + PrRa \frac{\partial T}{\partial x}$$

For the present problem, the appropriate non-dimensional boundary conditions are:

$$u = v = \psi = \frac{\partial T}{\partial x} + 1 = 0 \quad \text{for } x = 0 \text{ and } 1 \quad (6)$$

$$u = v = \psi = \frac{\partial T}{\partial y} + 1 = 0 \quad \text{for } y = 0 \text{ and } 1 \quad (7)$$

Note that the use of  $\Omega$ ,  $T$  and  $\psi$  as secondary variables presents the advantage of reducing the number of dependent variables and equations, by eliminating the pressure as a primitive variable, which is without interest in the considered situation. In addition to the flow behavior index,  $n$ , three other dimensionless parameters appear in the above equations which are namely the thermo-dependence, generalized Prandtl and Rayleigh numbers defined, respectively, as:

$$m, Pr = \frac{(k/\rho)L^{2-2n}}{\alpha^{2-n}} \quad \text{and} \quad Ra = \frac{g\beta L^{2n+2}q'}{(k/\rho)\alpha^n \lambda} \quad (8)$$

### Solution procedure.

The two-dimensional governing equations have been discretized using the second order central finite difference methodology with a regular mesh size. The integration of Eqs. (3) and (4) has been performed with the Alternating Direction Implicit method (ADI), originally used for Newtonian fluids and successfully experimented for non-Newtonian power-law fluids [9-11]. To satisfy the mass conservation, Eq. (5) has been solved by a Point Successive Over Relaxation method (PSOR) with an optimum relaxation factor calculated by the Frankel formula [8]. A grid of  $81 \times 81$  has been required for obtaining adequate results. At each time step,  $\delta t$ , which has been chosen between  $10^{-7}$  and  $10^{-4}$  (depending on the values of  $n$ ,  $Ra$  and  $m$ ), the convergence criterion  $\sum_{i,j} |\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^k| / \sum_{i,j} |\psi_{i,j}^{k+1}| < 10^{-4}$  has been satisfied for  $\psi$ ,

where  $\psi_{i,j}^k$  is the value of the stream function at the node  $(i, j)$  for the  $k^{\text{th}}$  iteration level.

With the Ostwald power-law model, the dimensionless viscosity (Eq. 7), tends towards infinity at the cavity corners (where the velocity gradients are nil) for  $0 < n < 1$ , which has made impossible direct numerical computations.

However, this difficulty has been surmounted by using average values for the viscosity at the corners, which has led to possible and stable computations. The steady solution has been used to calculate the average Nusselt number in horizontal and vertical direction respectively defined as

$$\overline{Nu}_h = \int_0^1 \frac{1}{T(0,y) - T(1,y)} dy \quad (9)$$

$$\overline{Nu}_v = \int_0^1 \frac{1}{T(x,0) - T(x,1)} dx \quad (10)$$

### Results and discussion

As was reported in the past by [11], the convection is rather insensitive to Prandtl number variations, provided that this parameter is large enough as it is the case for the non-Newtonian fluids and for a large category of fluids having a Newtonian behavior. Therefore,  $Pr$  is not considered as an influencing parameter in this study and the simulations are conducted with  $Pr \rightarrow \infty$ , i.e. by neglecting the inertia terms on the left hand side of Eq. (3) owing to their negligible contribution, and the problem under study becomes governed by only three parameters, which are the thermo-dependency number,  $m$ , taking 0 and 10 as values, the flow behavior index,  $n$ , varying from 0.6 to 1.4 to include shear-thinning ( $0 < n < 1$ ), Newtonian ( $n = 1$ ) and shear-thickening ( $n > 1$ ) fluids, and the Rayleigh number,  $Ra$ , having for values  $10^3$  and  $3 \cdot 10^4$  corresponding to relatively low and high convections, respectively.

Typical streamlines (left) and isotherms (right), are presented in Fig. 2, for  $Ra = 10^3$  and various values of  $m$  and  $n$ . The unicellular nature of the flow undergoes significant, qualitative and quantitative, changes when  $m$  passes from 0 to 10. This appears more evident for  $n = 0.6$  since, when  $m$  is increased from 0 to 10, the streamlines lose gradually their centro-symmetry while moving toward the hot walls and become more crowded near them, which gives rise to a stagnation zone. As for the isotherms, they seem to be slightly affected close to the heated sides while remaining nearly without change everywhere.

On the other hand, an increase of  $n$  from 0.6 to 1.4 reduces the effect of  $m$  on the isolines. Such an effect is seen to depend not only on  $n$  but also on  $Ra$  as shown in Fig.3 displaying flow (left) and thermal (right) patterns for  $Ra = 3 \cdot 10^4$ . Thus, as can be seen from this figure, an augmentation of  $m$ , at this value of  $Ra$ , affect of way less than the previous case the flow and thermal fields whatever the value of  $n$ , which means that the Rayleigh number plays an inhibiting role against the thermo-dependency effects.

Moreover, Table 1 in which are given the values of the flow intensity,  $|\psi_{\max}|$ , the average horizontal Nusselt number,  $\overline{Nu}_h$ , and the average vertical Nusselt number,  $\overline{Nu}_v$  for various values of the governing parameters, confirms the fact that the effect of  $m$  depend somewhat on  $n$  and  $Ra$ . In fact, the thermo-dependence effect improves convection for all control parameter and it is more significant for low Rayleigh number except for the case of pseudo-plastic fluids ( $0 < n < 1$ ), at relatively height Rayleigh number where there was a small increase in  $|\psi_{\max}|$  due to the effect combination of  $Ra$  and  $n$ .

**Table 1. Values of the flow intensity, and heat transfer rate, for various values of  $n$ ,  $m$  and  $Ra$ .**

$n$	$Ra$	$m=0$		$m=10$			
		$ \psi_{\max} $	$\overline{Nu}_h$	$\overline{Nu}_V$	$ \psi_{\max} $	$\overline{Nu}_h$	$\overline{Nu}_V$
0,6	$1.10^3$	4,079	1,345	8,452	5,046	1,240	18,982
	$3.10^4$	18,299	3,843	17,293	17,462	3,401	18,465
1,0	$1.10^3$	1,449	0,906	2,065	2,337	0,942	2,266
	$3.10^4$	8,232	1,951	10,846	8,719	1,739	11,918
1,4	$1.10^3$	0,599	0,893	1,257	1,502	0,899	1,352
	$3.10^4$	4,057	1,274	06,090	4,694	1,242	6,487

Also Table 1 shows, that the thermo-dependent behavior improves the average vertical Nusselt number for of all control parameters especially for pseudo-plastic fluids ( $0 < n < 1$ ), where it reaches a percentage of 124% for  $n = 0.6$ .

In the other hand, it can be seen that the average horizontal Nusselt number decreases of for all values except in the cases of Newtonians ( $n = 1$ ) and dilatants ( $n > 1$ ) fluids at relatively height Rayleigh number where it can be noted that there is a slight increase in the average horizontal Nusselt number.

**Conclusion**

A numerical investigation of steady thermal convection in a square enclosure filled with non-Newtonian power-law fluids is performed. Both short vertical and horizontal sides of the enclosure are submitted to uniform heat flux. The exponential model, due to Reynolds, for the viscosity variation with the temperature is applied. The study is focused particularly on the effects of the thermo-dependency of the rheological fluid behavior on the flow and thermal fields and heat transfer. It emerges from this study that the thermo-dependent behavior affects the flow structure and its intensity at relatively low convection, but becomes without influence on the thermo-convective characteristics at relatively high convection.

**References**

[1] B. Gebhart, Y. Jaluria, R. L. Mahajan, and B. Sammakia, Buoyancy-induced flows and transport, chap. 16, Hemisphere, Washington, DC, 1988.  
 [2] Mi. Ohta, Ma. Ohta, M. Akiyoshi and E. Obata, A numerical study on natural convective heat transfer of pseudoplastic fluids in a square cavity, Num. Heat Transfer Part A, Vol. 41, (2002), pp. 357-372.  
 [3] C. Nouar, Thermal convection for a thermo-dependent yield stress fluid in an axisymmetric horizontal duct, Int. J. heat Mass Transfer, Vol. 48, (2005), pp. 5520-5535.  
 [4] V. Scirocco, R. Devienne, and M. Lebouché, Ecoulement laminaire et transfert de chaleur pour un fluide pseudo-plastique dans la zone d'entrée d'un tube, Int. J. Heat Mass Transfer, 28(1), (1985), pp. 91-99.  
 [5] V.S. Solomatov, and A.C. Barr, Onset of convection in fluids with strongly temperature-dependent power-law viscosity, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 155, (2006) pp.140-145.  
 [6] V.S. Solomatov, and A.C. Barr, Onset of convection in fluids with strongly temperature-dependent power-law viscosity: 2. Dependence on the initial perturbation, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 165, (2007), pp.1-13.

[7] N.J. Balmforth, and A. Provenzale, Geophysical aspects of non-Newtonian fluid mechanics, Springer-Verlag, 582, pp. 34-51, 2001.  
 [8] P.J. Roache, Computational Fluid Dynamics, New Mexico: Hermosa Publishers, 1982.  
 [9] S Turki, Contribution to Numerical Study of Natural and Mixed Convection Heat Transfers in Confined Non-Newtonian Fluids, Ph.D. Thesis, CNAM, Paris, France, 1990.  
 [10] H. Ozoe, and S.W. Churchill, Hydrodynamic stability and natural convection in Ostwald–De Waele and Ellis fluids: the development of a numerical solution, AIChE J., 18,(1972), pp. 1196-1207.  
 [11] M. Lamsaadi, M. Naïmi, and M. Hasnaoui, Natural convection of non-Newtonian power-law fluids in a shallow horizontal rectangular enclosure uniformly heated from the side, Energy Conversion and Management, 47, (2006), pp. 2535-2551.

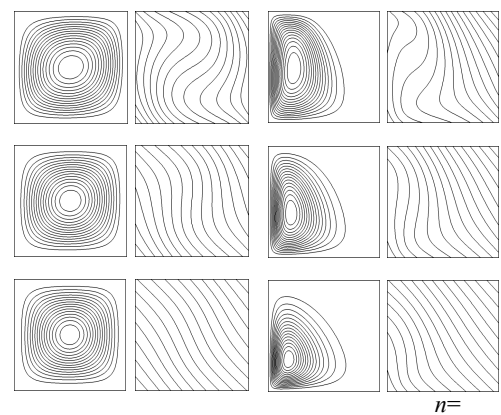


Fig. 2. Streamlines (left) and isotherms (right) for  $Ra = 1.10^3$  and (a)  $m = 0$ , (b)  $m = 10$  and various value of  $n$ .

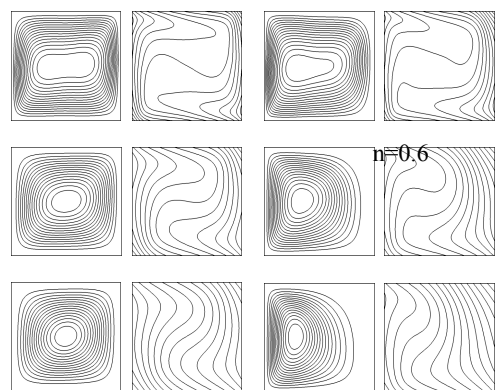


Fig. 3. Streamlines (left) and isotherms (right) for  $Ra = 3.10^4$  and (a)  $m = 0$ , (b)  $m = 10$  and various value of  $n$ .

# SOLUTION NON SIMILAIRE ET SOLUTION DE LA SIMILARITE LOCALE DES EQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE HYDRODYNAMIQUE ET THERMIQUE POUR LE REGIME DE RAREFACTION AVEC GLISSEMENT.

E. ESSAGHIR, Y. HADDOUT, A. OUBARRA, J. LAHJOMRI

Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock, Laboratoire de mécanique, Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca, Maroc

## INTRODUCTION

La solution des équations de la couche limite laminaire incompressible dans les conditions d'un écoulement glissant raréfié pour les faibles nombres de Mach a plusieurs champs d'applications d'ingénierie telles que le refroidissement des composantes électroniques, les vols subsoniques dans l'atmosphère, la science de l'aérosol et les micros véhicules aériens. Plus précisément, l'étude du transfert de chaleur de l'écoulement d'un gaz raréfié avec glissement autour d'une plaque plane chauffée avec une température uniforme est parmi les problèmes majeurs dans les systèmes à micro-échelle. La prédiction des caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de ce type d'écoulement est d'un intérêt dans la fabrication et la conception des systèmes micro-électro-mécaniques (MEMS) [1]. Vue l'importance fondamentale du problème, plusieurs études ont été consacrées à l'analyse des écoulements glissants pour des formes géométriques et configurations variées. L'effet du glissement sur la couche limite hydrodynamique en écoulement isotherme autour d'une plaque plane a été étudié par Martin et Boyd [2] en utilisant la condition de glissement de Maxwell. Vedantam [3] a étendu le travail de la Réf. [2] en considérant trois différents modèles de conditions aux limites de glissement. En utilisant la méthode approchée de non-similarité locale due à Sparrow et al. [4], Cao et Baker [5] ont analysé la convection mixte autour d'une plaque plane verticale isotherme dans le cas d'un écoulement glissant avec saut de température à la paroi. Martin et Boyd [6] ont par ailleurs étudié le transfert de chaleur de l'écoulement glissant autour de la plaque plane et l'écoulement de Falkner-Skan autour d'un dièdre. Récemment, Lahjomri et Oubarra [7] ont montré que les solutions de non-similarité obtenues par Martin et Boyd pour ces deux écoulements étaient erronées et ont révisé le problème de l'écoulement subsonique glissant autour de la plaque en déterminant ses caractéristiques hydrodynamiques et thermiques. En transformant les équations de la couche limite dans l'espace  $(\eta, K)$ , avec  $\eta$  la variable classique de similarité de Blasius et  $K$  le paramètre de glissement, ces auteurs ont montré que dans la modélisation des couches limites dynamique et thermique bidimensionnelles en régime de glissement, les conditions aux limites de glissement et du

saut de température à la paroi détériorent l'autosimilarité de l'écoulement de Blasius. Ces auteurs ont conclu que le paramètre de glissement  $K$  doit être traité comme variable plutôt que constant. Par ailleurs, les résultats obtenus à partir de la solution de non similarité ont montré, contrairement aux études antérieures, que dans l'intervalle du régime de l'écoulement glissant, le paramètre de glissement n'a pratiquement pas d'effet sur le coefficient de frottement moyen. L'effet du glissement sur cette grandeur n'apparaît que lorsque l'écoulement devient très raréfié.

Le paramètre de base définissant les régimes d'écoulement est le rapport du libre parcours moyen des molécules  $\lambda$  du gaz à la plus petite dimension qui caractérise l'écoulement. Dans le cas d'une plaque plane, la dimension caractéristique peut être prise, pour des nombres de Reynolds suffisamment grands, comme l'épaisseur de la couche limite

$\delta(x) \propto x \text{Re}_x^{-1/2}$ . Ainsi, le paramètre de glissement  $K$  peut être évalué comme:  $K = O(\lambda/\delta(x))$ . En utilisant le fait, que

le libre parcours moyen des molécules peut être relié au nombre de Mach  $M$ :  $\lambda = v\sqrt{\pi\gamma/2} M/U_\infty$ , ceci impose à  $K$

d'être inversement proportionnel à la racine carrée du nombre de Reynolds local, i.e.,  $K = O(M/\sqrt{\text{Re}_x})$ . Ainsi,

$K$  est considéré comme le paramètre de base caractérisant l'écoulement glissant et peut être interprété comme le

nombre de Knudsen modifié de la couche limite. Lorsque  $K$  est considéré comme le paramètre de base, les quatre

régimes d'écoulement parmi lesquels l'écoulement glissant apparaît peuvent être estimés comme [1]: a) Pour

$K < 10^{-2}$ , l'écoulement est continu (schéma du milieu continu) b) Pour  $10^{-2} \leq K < 0.1$ , l'écoulement est glissant,

c) Pour  $0.1 \leq K < 10$ , l'écoulement est de transition, d) Pour  $K \geq 10$ , l'écoulement est dit : moléculaire libre.

Signalons que la plupart des travaux antérieurs considérant les couches limites en écoulement glissant utilisent en

général, soit l'approche de similarité locale [2,3], soit la méthode itérative de non similarité locale développée par Sparrow et al. [4]. La première approche consiste à fixer le

paramètre de glissement  $K$  à une position  $x$  le long de la plaque, tout en négligeant les variations du champ de

vitesse et du champ de température avec  $K$ . Ceci est équivalent à ignorer l'histoire de l'écoulement amont. La

seconde approche bien que plus précise que la première reste une méthode approximative puisqu'elle transforme les

équations aux dérivées partielles de la couche limite après quelques itérations en un système d'équations

différentielles (voir Réf. [4] et [5]).

Dans ce travail nous présentons les résultats de la solution non similaire obtenue en résolvant numériquement le

système complet d'équations aux dérivées partielles gouvernant les couches limites hydrodynamique et

thermique, dans le régime de raréfaction avec glissement et saut de température pariétale. La solution numérique utilise

le schéma implicite de différence finie de Crank-Nicolson. De plus, nous reproduisons les résultats obtenus par la

méthode simplifiée de similarité locale, utilisée par de nombreux auteurs, qui est solution du système d'équations

différentielles. La comparaison des résultats obtenus par ces deux solutions, révèle que la méthode de non similarité est

plus précise que la méthode de similarité locale, puisque celle-ci conserve tous les termes non similaires dans le

système d'équations, indiquant ainsi la limitation de cette méthode.

**DESCRIPTION DU PROBLEME**

On considère l'écoulement glissant bidimensionnel laminaire d'un gaz incompressible pour des faibles nombres de Mach ( $M < 0.3$ ) de température  $T_\infty$  avec une vitesse uniforme  $U_\infty$  autour d'une plaque plane horizontale semi infinie. La paroi de la plaque est maintenue à une température uniforme  $T_w$ . Les conditions aux limites de la vitesse de glissement et le saut de température à la paroi peuvent être exprimées, respectivement par [1]:

$$u(x,0) = \lambda \frac{2 - \sigma_M}{\sigma_M} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \tag{1}$$

$$T(x,0) = T_w + \frac{\lambda}{Pr} \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \tag{2}$$

$\lambda$  est le libre parcours moyen des molécules avec  $\sigma_M$  et  $\sigma_T$  désignent respectivement le coefficient d'accommodation tangentielle du mouvement et d'accommodation thermique.  $Pr$  est le nombre de Prandtl et  $\gamma = C_p/C_v$  est le rapport des chaleurs spécifiques. Les équations de Prandtl tenant compte des approximations classiques de la couche limite et les conditions aux limites associées sont les suivantes [8]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{4}$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{5}$$

$$U(x, \infty) \rightarrow U_\infty \tag{6}$$

$$T(x, \infty) \rightarrow T_\infty \tag{7}$$

$$v(x, 0) = 0 \tag{8}$$

En introduisant les variables et paramètres adimensionnels suivants [9] :

$$\eta = y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}, \quad K = \lambda \frac{2 - \sigma_M}{\sigma_M} \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$$

$$f(\eta, K) = \frac{\psi(x, y)}{U_\infty} \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}, \quad \Theta(\eta, K) = \frac{T(x, y) - T_\infty}{T_w - T_\infty} \tag{9}$$

Où  $\psi$  désigne la fonction de courant telle que  $u = \partial\psi/\partial y$  et  $v = -\partial\psi/\partial x$ , permet d'obtenir les composantes adimensionnelles de la vitesse et le système d'équations dans l'espace  $(\eta, K)$  :

$$u^*(\eta, K) = \frac{u}{U_\infty} = \frac{\partial f(\eta, K)}{\partial \eta} \tag{10}$$

$$v^*(\eta, K) = \frac{v}{\sqrt{\nu U_\infty}} = \frac{1}{2} \left[ \eta \frac{\partial f(\eta, K)}{\partial \eta} - f(\eta, K) + K \frac{\partial f(\eta, K)}{\partial K} \right] \tag{11}$$

$$\frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3} + \frac{f}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{K}{2} \left[ \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial K} \left( \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right] = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} + \frac{Pr f}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} + \frac{Pr K}{2} \left[ \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \Theta}{\partial K} - \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right] = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial f(\infty, K)}{\partial \eta} = 1 \tag{14}$$

$$\frac{\partial f(0, K)}{\partial \eta} = K \frac{\partial^2 f(0, K)}{\partial \eta^2} \tag{15}$$

$$f(0, K) = K \frac{\partial f(0, K)}{\partial K} \tag{16}$$

$$\Theta(\infty, K) = 0 \tag{17}$$

$$\Theta(0, K) = 1 + \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{\sigma_M}{2 - \sigma_M} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{K}{Pr} \frac{\partial \Theta(0, K)}{\partial \eta} \tag{18}$$

Pour résoudre le système d'équations aux dérivées partielles (PDE) (12)-(18) vérifié par la solution non similaire  $f(\eta, K)$  et  $\Theta(\eta, K)$ , nous avons besoin d'autres conditions aux limites. Lorsque  $K$  tend vers l'infini l'écoulement est fortement raréfié ou de type moléculaire libre. L'hypothèse théorique de base pour le calcul de l'écoulement moléculaire libre est que l'écoulement des molécules incidentes sur le corps n'est pas perturbé par la présence du corps. Ceci se traduit par des conditions ambiantes de vitesse et de température uniformes  $U_\infty$  et  $T_\infty$  [9]:

$$u^* = 1 \quad \text{pour } K \rightarrow \infty \quad \forall \eta \tag{19}$$

$$f = \eta \quad \text{pour } K \rightarrow \infty \quad \forall \eta \tag{20}$$

$$\Theta = 0 \quad \text{pour } K \rightarrow \infty \quad \forall \eta \tag{21}$$

Concernant l'approche simplifiée de similarité locale, discutée dans l'introduction, pour laquelle le paramètre de glissement  $K$  est fixé et considéré comme constant, le système précédent se réduit en un système d'équations différentielles (DE) :

$$f'''(\eta) + \frac{f(\eta)}{2} f''(\eta) = 0 \tag{22}$$

$$\Theta''(\eta) + \frac{Pr f(\eta)}{2} \Theta'(\eta) = 0 \tag{23}$$

$$f'(\infty) = 1; f'(0) = K f''(0); f(0) = 0 \tag{24}$$

$$\Theta(\infty) = 0; \Theta(0) = 1 + \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{\sigma_M}{2 - \sigma_M} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{K}{Pr} \Theta'(0) \tag{25}$$

**RESULTATS ET DISCUSSION**

La solution numérique du système (PDE) (12)-(21), qui est appelée "Solution Non Similaire", est obtenue par un code de calcul qui utilise la méthode implicite des différences finies de Crank-Nicolson. Le principe de l'algorithme consiste à démarrer le code à partir d'une grande valeur du paramètre de glissement  $K$  considérée comme condition initiale et qui correspond à la valeur du point d'arrêt  $x=0$  et on fait marcher le code dans la direction de l'écoulement jusqu'à ce que  $K$  approche la valeur zéro qui correspond à l'écoulement non glissant de Blasius.

La Figure 1, représente l'effet du paramètre de glissement  $K$  sur le coefficient de frottement local obtenu à partir de la solution de non similarité et la solution de similarité locale. Le résultat de la solution non similaire montre que la valeur du gradient de vitesse est de 0.332042 pour  $K = 10^{-5}$ . Cette valeur est en excellent accord avec la valeur classique 0.332057 de l'écoulement de Blasius en

absence de la raréfaction. Cet accord constitue la validité de notre code numérique. Dans l'intervalle du régime de glissement le paramètre de glissement n'affecte pratiquement pas la contrainte pariétale de cisaillement [7]. L'effet de  $K$  devient appréciable seulement pour des valeurs supérieures à 0.1. Le gradient de vitesse présente localement un maximum de valeur 0.355 correspondant à une valeur critique  $K=K_c=0.74$  donnant ainsi une valeur relative d'augmentation d'environ 7% par rapport à la valeur de non glissement lorsque  $K$  varie de 0 à  $K_c$  et diminue d'une façon monotone pour  $K > K_c$ , lorsque l'écoulement est très raréfié. L'augmentation du coefficient de frottement est attribuée à la détérioration de l'autosimilarité de l'écoulement. La Figure 1 indique clairement que la courbe de la solution de similarité locale produit des erreurs substantielles dans une large gamme de valeurs de  $K$  lorsqu'elle est comparée avec la solution non similaire. Cette méthode peut causer des erreurs relatives supérieures de 15% dans certaines régions pour  $K$  supérieure à 0.1. On peut aussi noter que la valeur maximale observée par la solution non similaire ne peut pas être obtenue par la méthode de similarité locale. En effet, cette approche nécessite que le troisième terme de l'équation (12) doive être très petit pour justifier son élimination. La validité de cette hypothèse est cependant douteuse.

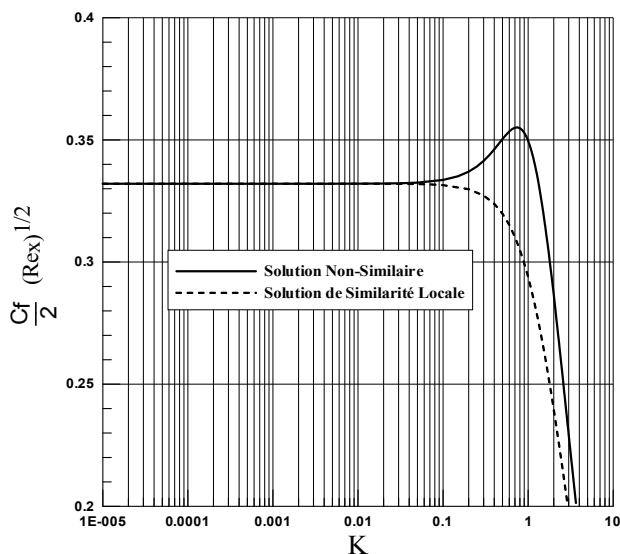


Figure 1. Effet du paramètre de glissement sur le coefficient de frottement local obtenu par la Solution Non Similaire du système (PDE) et par l'approche classique de Similarité Locale solution du système (DE).

L'effet de  $K$  sur le nombre de Nusselt local  $Nu_x$  dans le cas de l'air pour  $Pr=0.7$  est illustré sur la Figure 2. Sur cette figure nous avons aussi comparé les résultats obtenus par les deux modèles. Les résultats indiquent que ces deux solutions convergent, pour  $K=10^{-5}$ , vers la valeur classique 0.293 de Pohlhausen de l'écoulement non glissant [8]. Ceci constitue une autre validité de notre code de calcul. La courbe de la solution non similaire indique, contrairement à la solution de similarité locale, que le paramètre de glissement n'a pratiquement pas d'effet sur  $Nu_x$  dans l'intervalle de l'écoulement glissant. L'effet de ce paramètre n'est appréciable que pour des valeurs supérieures à 0.5. Le comportement dans la région faiblement raréfié ( $K \leq 0.5$ ) est dû à un équilibre et la

compétition entre l'effet de la vitesse de glissement qui augmente le transfert de chaleur et l'effet du saut de température pariétale qui tend à le faire diminuer. Pour  $K > 0.5$ , l'effet du saut de température domine le transfert de chaleur et par conséquent  $Nu_x$  diminue. Il est clair là aussi que la solution de similarité locale présente une limitation en sous-estimant le transfert de chaleur à partir de  $K > 0.04$ .

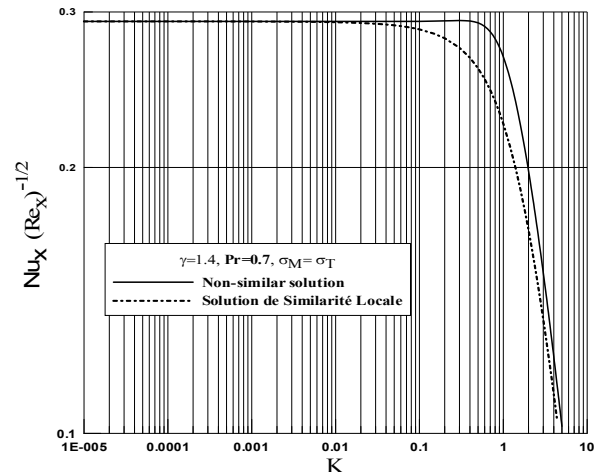


Figure 2. Effet du paramètre de glissement sur le transfert de chaleur local obtenu par la Solution Non Similaire et par l'approche classique de Similarité Locale.

## RÉFÉRENCES

- [1] Karniadakis, G., Beskok, A., and Aluru, N., *Microflows and Nanoflows: Fundamentals and Simulation*. Springer, New York, 2005.
- [2] Martin, M. J., and Boyd, I. D. *Blasius Boundary Layer Solution With Slip Flow Conditions*, Rarefied Gas Dynamics: 22nd International Symposium, Sydney, Australia, American Institute of Physics, pp. 518–523, 2001.
- [3] Vedantam, N. K. *Effects of Slip on the Flow Characteristics of a Laminar Flat Plate Boundary Layer*. Proceedings of ASME Fluids Engineering, pp. 1551–1560, 2006.
- [4] Sparrow, E. M., & Yu H. S. *Local non similarity thermal boundary layer solutions*. ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 93, 328-334, 1971.
- [5] Cao, K., and Baker, J. *Slip Effects on Mixed Convective Flow and Heat Transfer from a Vertical Plate*. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 52, pp. 3829–3841, 2009.
- [6] Martin, M. J., and Boyd, I. D. *Momentum and Heat Transfer in a Laminar Boundary Layer With Slip Flow*. J. Thermophys. Heat Transfer, vol. 20, n°4, pp. 710–719, 2006.
- [7] Lahjomri, J., Oubarra, A. *Hydrodynamic and Thermal Characteristics of Laminar Slip Flow over a Horizontal Isothermal Flat Plate*. ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 135, n° 2, pp. (021704-1)-(021704-9), 2013.
- [8] Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*, 7th ed., McGraw-Hill, New York, 1979.
- [9] Schaaf, S. A., and Talbot, L. *Handbook of Supersonic Aerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases, Section 16, Vol. 5*, edited by the Johns Hopkins University, Maryland, NAVORD Report No. 1488, 1959.



# COMBUSTION TURBULENTE NON PREMELANGEE : ETUDE NUMERIQUE DE L'INFLUENCE DU SWIRL SUR LES POLLUANTS CO<sub>2</sub> ET NO<sub>x</sub>

GAMANY LUTHENDA (1), MOHAMED AGOUZOUL (1), MOURAD TAHA JANAN (2)

(1) Equipe de Recherche et de développement: Modélisation et Multimédia en Mécanique Ecole Mohammed V Agdal (UM5A), Maroc

(2) Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique – ENSET, Rabat, Maroc Université Mohammed V Souissi (UM5S), Maroc

Emails: [lughel@yahoo.fr](mailto:lughel@yahoo.fr), [agouzoul@emi.ac.ma](mailto:agouzoul@emi.ac.ma), [tahajan@yahoofr](mailto:tahajan@yahoofr)

## Introduction

De nos jours, la lutte contre la pollution du CO<sub>2</sub> et du NO<sub>x</sub> entre en compte dans la problématique d'amélioration de la combustion [1]. Gupta et al. [2] ont été parmi les premiers à révéler expérimentalement que l'écoulement avec swirl des gaz chauds influençait la stabilité de la flamme et le contrôle des polluants. Plus tard, cette thèse sera reprise numériquement grâce aux simulateurs performants, à l'image de Preccinsta et de Tecflam [3]. Malgré leur succès, ils ont été limités dans certains aspects, à savoir : l'utilisation des combustibles gazeux (et non liquides) ainsi que la restriction du swirl à l'écoulement d'air primaire (et non secondaire). Comme conséquence, ils privilégieront certaines applications plutôt que d'autres (par exemple, les turbines et les moteurs à gaz à la place des grandes chambres de combustion de séchage industriel). Un autre défi était de n'utiliser que la simulation numérique, ajoutant ainsi aux exigences industrielle et environnementale une exigence numérique. Ainsi, ces raisons nous ont poussés à explorer l'influence de l'écoulement d'air secondaire avec swirl sur la combustion turbulente non-prémélangée alimentées par du fioul lourd.

## Description du problème

La chambre de combustion est dans les fours de séchage industriel [4]. Elle est reliée au brûleur par un système d'injection coaxiale comportant un tube intérieur à travers lequel passe le fuel et un espace annulaire par lequel est introduit de l'air primaire à la température ambiante. L'air secondaire est fourni par les ventilateurs de tirage et pénétrera le foyer au moyen d'un jet avec swirl à travers 24 carnaux situés aux bords de la face-avant (Fig. 1).

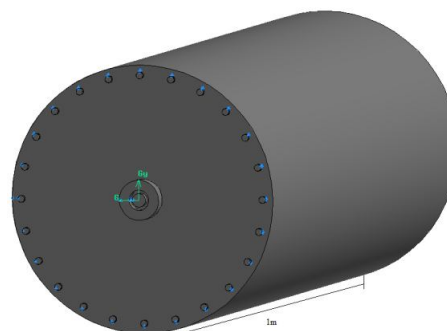


Fig. 1: Chambre de combustion

## Conditions aux limites

Les conditions d'entrée sont les débits et les températures à la sortie du brûleur [4]. Les vitesses d'entrées du fuel et de l'air primaire sont respectivement de 2.34m/s et de 15m/s alors que leurs températures sont à 17°C et 120°C. Les conditions de sortie dépendent de la pression. Toutefois, pour plus de sécurité, la température maximale sera de 980°C au niveau de la buse. Enfin, les parois sont adiabatiques.

## Formulation mathématique

### Écoulement avec swirl

Les jets avec swirl sont souvent utilisés pour stabiliser une flamme de combustion. Le swirl est obtenu en combinant l'injection axiale à l'injection tangentielle du fluide. Quand les valeurs du swirl atteignent des régimes intenses, une Zone de Recirculation Interne (ZRI) apparaît au niveau de l'axe. Cette recirculation favorise le mélange et donne à la flamme une forme compacte [5]. L'intensité du swirl est caractérisée par un nombre adimensionnel  $S$  appelé nombre de swirl :

$$S = G_{\theta} / RG_x \quad (1)$$

Où  $G_{\theta}$  est le flux de quantité de mouvement tangentielle et  $G_x$  le flux de quantité de mouvement suivant la direction de propagation.  $R$  est le rayon d'ouverture des carnaux.

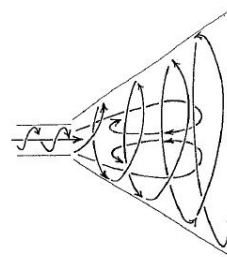


Fig. 2: Swirl avec Zone de Recirculation Interne (ZRI)

### Equations de la combustion

Pour un écoulement multi-espèces réactif, les équations de conservation peuvent se présenter sous les formes suivantes:

#### Conservation de la masse :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Avec } \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}$$

#### Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} \right) + \rho \vec{g} \quad (3)$$

**Conservation de l'énergie :**

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho E + p)\vec{V} - k\vec{\nabla} T + (\vec{V} \cdot \vec{\tau})^T] = \rho(q + \vec{g} \cdot \vec{V}) \quad (4)$$

Où E est l'énergie totale, k la conductivité thermique et q le terme de génération interne de chaleur.

**Equation d'état :**

$$\rho e = \frac{p + \gamma p_\infty}{\gamma - 1} \quad (5)$$

Où e est l'énergie interne du fluide,  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constants,  $p_\infty$  la constante de même dimension que la pression et dépendant de la nature du fluide [6].

**Conservation des espèces chimiques :**

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho m_{i'}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i m_{i'}) = - \frac{\partial}{\partial x_i} J_{i'i} + R_{i'} + S_{i'} \quad (6)$$

Où  $m_{i'}$  est la fraction massique locale de la  $i^{\text{ème}}$  espèce,  $R_{i'}$  le taux de création ou de destruction,  $S_{i'}$  le taux de création dans la phase dispersée et  $J_{i'i}$  le flux de diffusion massique dans les écoulements turbulents [7].

**Implementation sur reactingFoam****Description du reactingFoam**

L'implémentation s'est fait sur OpenFOAM [8]. Celui-ci propose le reactingFoam [9] comme solveur pour la combustion turbulente non-prémélangée. Le concept qu'il utilise pour les espèces chimiques est le PaSR (Partially Stirred Reactor). Ce dernier est une version modifiée du modèle EDC (Eddy Dissipation Concept) où l'échelle de temps chimique est manipulée différemment. Le code de reactingFoam est décrit comme suit:

1. calcul de la réaction chimique sur base de l'échelle temporelle turbulente et chimique ;
2. calcul de la masse volumique ;
3. calcul des champs de vitesse et de pression ;
4. lecture et entrée des espèces à partir du format Chemkin<sup>1</sup> ;
5. calcul de la température à partir des réactions chimiques ;
6. calcul du champ de pression ;
7. correction de la turbulence ;
8. actualisation à partir de la température ;
9. retour à l'étape 1.

Les réactions sont données par le modèle du taux de réaction généralisé à travers l'équation d'Arrhenius :

$$k(T) = AT^b \exp(-E_A/R_u T), \quad (7)$$

Où A, b et  $E_A$  sont des paramètres empiriques.

**Maillage**

OpenFOAM a un mailleur appelé BlockMesh mais peut importer d'autres maillages. Le code est exclusivement 3D (Fig. 3). Pour un problème 2D (Fig. 4), il faudrait que le maillage soit 3D avec une épaisseur d'une seule couche dont les éléments n'admettraient pas de solution suivant cette direction [9].

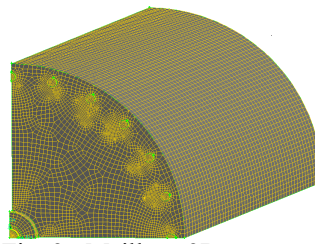


Fig. 3 : Maillage 3D

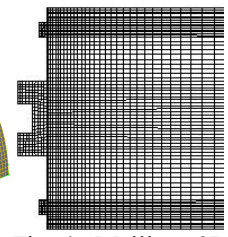


Fig. 4 : Maillage 2D

**Turbulence**

Parmi les modèles RANS, nous avons choisi le k- $\epsilon$  standard à cause de sa robustesse, sa précision, son moindre coût [10]. Sa faiblesse aux voisinages des parois a été compensée par le modèle *Standard Wall Function*.

**Schémas numériques**

Le reactingFoam se base sur un schéma évoluant en régime instationnaire. Donc, le pas de temps de calcul dépendra du nombre de Courant  $C_r$  [8]. D'après la condition CFL :

$$C_r = \frac{\bar{v} \Delta t}{\delta x} \quad (8)$$

Avec  $0 < C_r < 1$ .

Si  $C_r \rightarrow 0$ , on a plus de stabilité et moins de rapidité et inversement si  $C_r \rightarrow 1$ .

Pour la stabilité du schéma, nous avons pris  $C_r=0.2$ .

**Schémas de discrétisation :**

Discrétisation spatiale : Méthode des Volumes Finis.

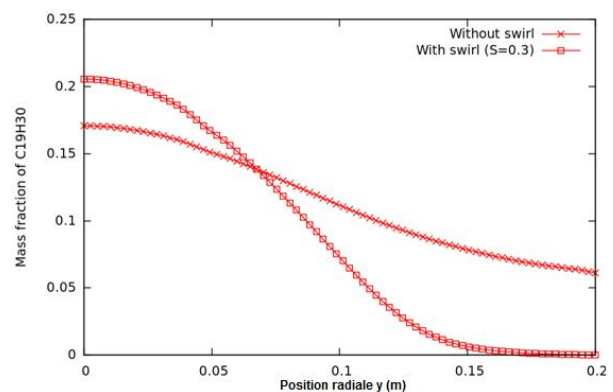
Discrétisation temporelle : Euler

**Schémas d'interpolation :** Pression : schéma du 2<sup>ème</sup> ordre borné ; Vitesse : schéma TVD<sup>2</sup> recommandé pour les écoulements swirlés ; Turbulence : upwind (schéma décentré amont du 1<sup>er</sup> ordre) ; Espèces : upwind ; Energie : upwind ; Couplage pression-vitesse : PISO<sup>3</sup>.

**Résultats**

Les résultats ont été établis en comparant le cas sans swirl avec 3 cas où  $S=0$ ,  $S=0.3$  et  $S=0.6$ .

**Diminution du taux d'imbrûlés :** la figure 5 révèle une baisse du  $C_{19}H_{30}$  à la sortie, d'où la diminution du dépôt de suies et l'amélioration des échanges thermiques [11].

Fig. 5: Fraction massique du  $C_{19}H_{30}$  à la sortie

**Réduction de la formation de  $CO_2$  :** les figures 6 et 7 révèlent une diminution de  $CO_2$  en fonction du swirl. Ce qui permet une combustion plus complète, et de même, un meilleur rendement [11].

<sup>1</sup> Chemkin fournit des réactions et des propriétés thermophysiques non inclus dans les bibliothèques standards d'OpenFOAM.

<sup>2</sup> Total Variation Diminishing

<sup>3</sup> Pressure Implicit with Splitting of Operators

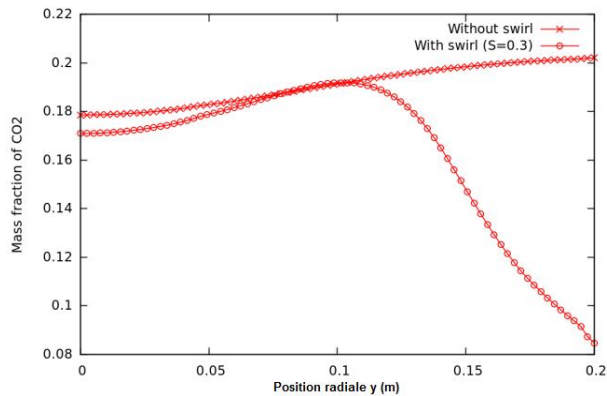


Fig. 6: Fraction massique du CO<sub>2</sub> à la sortie

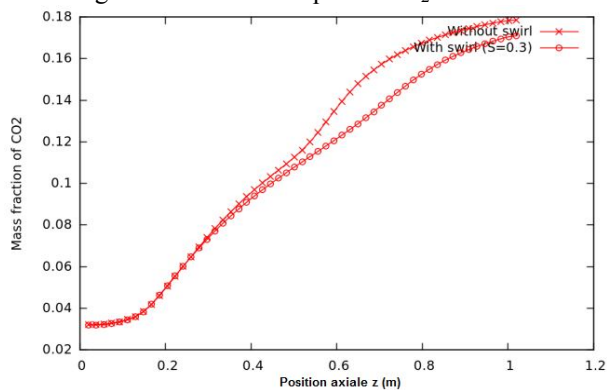


Fig. 7: Fraction massique axiale du CO<sub>2</sub>

#### Augmentation de NO avec l'amplification de S :

L'augmentation de NO a été constatée grâce au calcul ci-dessous de sa concentration en ppm et la visualisation de sa fraction massique suivant l'axe (Fig. 8).

$$NO_{ppm} = \frac{MF(NO) \times 10^6}{1 - MF(H_2O)} \quad (7)$$

$$\text{Avec } MF(NO) = \frac{mF(NO)XMW(\text{mixture})}{30} \quad (8)$$

NO<sub>ppm</sub>(sans swirl) ≈ 1019ppm, NO<sub>ppm</sub>(S=0) ≈ 2933ppm et NO<sub>ppm</sub>(S=0.6) ≈ 3152 ppm.

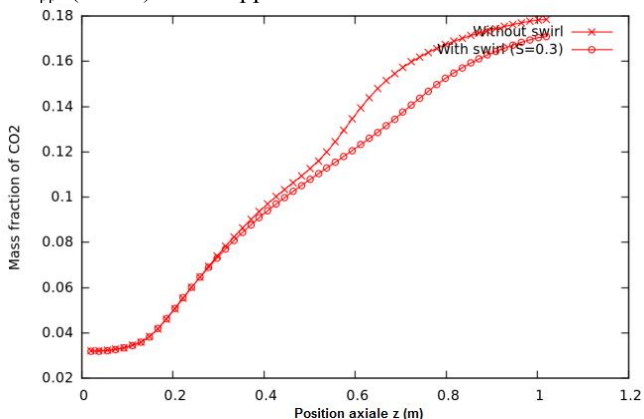


Fig. 8 : Fraction massique axiale de NO

#### Conclusion et discussion

Les résultats établis ont abouti à 3 constats majeurs : la diminution du taux d'imbrûlés, la réduction du CO<sub>2</sub> et l'augmentation de NO. Ce phénomène a été aussi observé à petite échelle par Vauchelles [12]. Après 3 tests (S=0.3, S=0.5 et S=0.7) d'injection d'air secondaire avec swirl dans une chambre de combustion d'une turbine à gaz, il affirma

que la réduction du CO<sub>2</sub> était synonyme d'amélioration de la combustion et d'élévation de la température contrôlant la formation de NO. Cela entraîne l'accélération de la cinétique chimique de la combustion conduisant à l'augmentation de NO [13]. Quant à la réduction du CO<sub>2</sub>, elle est intimement liée à la diminution d'imbrûlés C<sub>19</sub>H<sub>30</sub> qui, même d'infime quantité, peuvent avoir un grand impact sur la capture, le stockage et le transport du CO<sub>2</sub> [14]. Une autre solution pour la réduction de CO<sub>2</sub> serait l'élévation de la pression dans le foyer. D'après Khalil et al. [13], ceci permet à la cinétique de combustion d'améliorer la qualité des réactions. Le challenge est de contrôler la température pour un bon équilibre entre la réduction de la pollution, l'amélioration de la combustion et la protection des installations. Cela ne serait possible qu'en couplant la température avec l'humidité causée par la vapeur produite par la combustion aux voisinages des parois.

#### References

- [1] Ferrand, L., Modélisation et expérimentation des fours de réchauffage sidérurgiques équipés de brûleurs régénératifs à oxydation sans Flamme, thèse, Ecole des Mines de Paris, 2003.
- [2] Gupta, A. K. Lilley, D.G. Syred, N., Swirl Flows, Gordon & Breach Science Pub, 1984.
- [3] Albouze, G., Simulation aux grandes échelles des écoulements réactifs non-prémélangés, thèse, Université de Toulouse, 2009.
- [4] Raffak, T., Agouzoul, M., Mabsate, M., Chik, A., & Alouani, A., Recent Patent and Modeling of Phosphate Rotary Dryer, Recent Patents on Engineering, June, 2008, Volume 2, Issue 2, pp.132-141.
- [5] Poireault, B. Mécanisme de combustion dans un brûleur méthane-air de type swirl (40kW): influence de l'intensité de la rotation. thèse, Université de Poitiers, 1997.
- [6] Taha Janan M., Contribution à la simulation numérique d'écoulements multi-espèces pour des fluides compressibles ou faiblement compressibles, Doctorat d'Etat en Sciences Appliquées, EMI, Juin 2001.
- [7] Elkaïm D., Agouzoul M. and Camarero R., "A Numerical Solution for Reacting and Non Reacting Flow", Lectures Notes in Physics, Edited by Dervieux A. and Larouturou B., Springer-Verlag, 1989.
- [8] OpenCFD, OpenFOAM – User Guide, 1st August 2007, Version 1.4.1.
- [9] Andersen C., Nielsen Niels E. L., Numerical investigation of a BFR using OpenFOAM, Project of Fluids and Combustion Engineering (2008) p.18.
- [10] FLUENT Inc., Fluent 5.5 User's guide, October 2000.
- [11] Rosenbluth G., Procédé de réduction des imbrûlés de combustion et agent pour sa mise en œuvre, Brevet n° EP0270719A1, 1988.
- [12] Vauchelles, D., Etude de la stabilité et des émissions polluantes des flammes turbulentes de prémélange pauvre à haute pression appliquées aux turbines à gaz, Ph.D. thesis, INSA-Rouen, 2004.
- [13] Khalil A. E.E., Gupta A. K., Distributed swirl combustion for gas turbine application, Applied Energy 88 (2011) 4898–4907.
- [14] Dermot J. Roddy, 2012. Development of a CO<sub>2</sub> network for industrial emissions, Applied Energy 91, pp: 459–465.

# SOLUTION SEMI-ANALYTIQUE DE LA SOLIDIFICATION D'UN MCP LORS DE LA DECHARGE D'UN ACCUMULATEUR D'ENERGIE PLAN

LAILA KHATRA<sup>(1)</sup>, HAMID EL QARNIA<sup>(1)</sup>, MOHAMMED EL GANAOU<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Département de physique, Laboratoire des Mécanique des Fluides et d'Energétique, affilié au CNRST, URAC 27, .P 2390, Marrakech, Maroc

<sup>(2)</sup> Université de Lorraine (ex. Henri Poincaré Nancy1), France

## Introduction:

Les systèmes de stockage d'énergie par chaleur latente de fusion sont utiles pour stocker de l'énergie thermique solaire. Toutefois, leur meilleure utilisation exige une compréhension approfondie des processus de fusion et de solidification mis en jeu lors de l'absorption et la libération de l'énergie. Des solutions analytiques approximatives pour certains problèmes de changement de phase solide-liquide ont été développées en utilisant la (les) méthode(s) de perturbation. La méthode de perturbation est un outil analytique qui a trouvé des applications dans de nombreux domaines de l'ingénierie. Ce sujet a été abordé en détail dans plusieurs ouvrages disponibles. Huang et Shih [1] ont développé une méthode de perturbation pour les problèmes de solidification d'un liquide dans un système de coordonnées planes. La méthode consiste à immobiliser l'interface mobile en utilisant la transformation de Landau. La solidification d'un liquide chaud en écoulement sur une plaque plane refroidie a été résolue par la méthode de perturbation. Les résultats obtenus ont été ensuite comparés avec les résultats expérimentaux de Siegel et Savino [2]. Kaldzell et Kwan [3] ont utilisé la méthode de perturbation pour développer des solutions approchées à des problèmes de Stefan avec conditions aux limites dépendant du temps. La méthode de perturbation a été aussi utilisée pour résoudre un problème de conduction bidimensionnel de la solidification d'un liquide lors de l'extraction de la chaleur par la paroi inférieure d'un moule plan d'épaisseur finie [4]. Néanmoins, la méthode de perturbation n'a jamais été utilisée pour développer une solution analytique approximative pour les unités de stockage de chaleur latente (USCL).

## Méthode de résolution

Le modèle physique illustré par la figure 1, se compose d'une conduite rectangulaire, dans laquelle circule l'eau, et une enceinte rectangulaire remplie d'un matériau à changement de phase (MCP), initialement liquide à sa température de fusion  $T_f$ . L'eau joue le rôle du fluide caloporteur (FC) alors que le MCP joue le rôle d'un accumulateur de chaleur. Dans cette étude, la hauteur du bloc MCP est supposé négligeable par rapport à sa

longueur,  $L$ . Ainsi, le transfert de chaleur par conduction se fait essentiellement suivant la direction verticale.

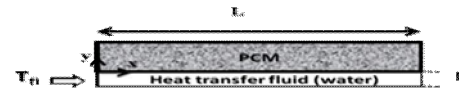


Figure 1. La géométrie du modèle physique

Lors de la circulation du FC dans le conduit, une couche solide se forme et une interface solide-liquide apparaît. Cette interface est à la température de fusion  $T_f$ , qui est supérieure à la température d'entrée du FC,  $T_{inf}$ . La phase liquide est à sa température de fusion, elle est donc stable et il n'y a pas de mouvement de convection naturelle qui s'y manifeste. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de résoudre l'équation de l'énergie et celle de la quantité de mouvement dans la phase liquide du MCP. Dans cette étude, le nombre de Peclet est supposé si élevé afin de négliger la conduction thermique longitudinale par rapport au transfert de chaleur par convection forcée dans le FC. Les propriétés thermophysiques du MCP et du FC sont supposées indépendantes de la température. Le FC est supposé incompressible, et l'écoulement est supposé newtonien, laminaire et complètement développé. Avec cette dernière hypothèse, le nombre de Nusselt est supposée constant. Dans cette étude, la quantité de perturbation,  $\varepsilon$ , est le nombre de Stefan ( $\frac{C_m C (T_m - T_{f(t)})}{\Delta H}$ ). Ce paramètre signifie l'importance relative de la chaleur sensible emmagasinée à la chaleur latente stockée. Son valeur dépend du matériau et de la différence de température. Cette quantité est inférieure à l'unité, pour l'eau, tandis que pour les métaux, elle varie dans la plage 1-10 [18]. Pour les matériaux tels que le n-octadécane, par exemple, le nombre Stefan est très faible ( $\varepsilon \ll 1$ ) si la différence de température est  $\ll 125$  ° C. Cette condition est satisfaite pour des applications à basse température.

Compte tenu des hypothèses précédentes et en utilisant les variables et paramètres adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L}, & Y &= \frac{y}{l}, & \tau &= \varepsilon \frac{u_f}{l^2} t, & \theta &= \frac{T - T_m}{T_{f(t)} - T_m}, \\ \varepsilon &= \frac{C_m C (T_m - T_{f(t)})}{\Delta H}, & R &= \frac{1}{L} \end{aligned} \quad (1)$$

En utilisant la méthode de perturbation, la température adimensionnelle du MCP,  $\theta$ , la température adimensionnelle du FC,  $\theta_f$ , et la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide,  $g$ , sont données par:

$$\theta = \theta_0 + \varepsilon \theta_1 + \varepsilon^2 \theta_2 + O(\varepsilon^3) \quad (2)$$

$$\theta_f = \theta_{f0} + \varepsilon \theta_{f1} + \varepsilon^2 \theta_{f2} + O(\varepsilon^3) \quad (3)$$

$$g = g_0 + \varepsilon g_1 + \varepsilon^2 g_2 + O(\varepsilon^3) \quad (4)$$

Après quelques manipulations mathématiques, les équations adimensionnelles deviennent



$\varepsilon^0$  :

$$-A \frac{\partial \theta_{fo}}{\partial X} - B (\theta_{fo} - \theta_o^*) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_o}{\partial Y^2} = 0 \quad (6)$$

$$g_o = -C \frac{\partial \theta_o}{\partial Y} \Big|_{Y=\Delta} \quad (7)$$

$$\Delta > 0 \quad X = 0 \quad \theta_{fo} = \theta_{f,m} = 1 \quad (8-a)$$

$$Y = 0 \quad \frac{\partial \theta_o}{\partial Y} = -D (\theta_{fo} - \theta_o^*) \quad (8-b)$$

$$Y = \Delta, \quad \theta_o = 0 \quad (8-c)$$

$\varepsilon^1$  :

$$-A \frac{\partial \theta_{f1}}{\partial X} - B (\theta_{f1} - \theta_1^*) = g_o \frac{\partial \theta_{fo}}{\partial \Delta} \quad (9)$$

$$g_o \frac{\partial \theta_o}{\partial \Delta} = C \frac{\partial^2 \theta_o}{\partial Y^2} \quad (10)$$

$$g_1 = -C \frac{\partial \theta_o}{\partial Y} \Big|_{Y=\Delta} \quad (11)$$

$$\Delta > 0 \quad X = 0 \quad \theta_{f1} = 0 \quad (12-a)$$

$$Y = 0 \quad \frac{\partial \theta_o}{\partial Y} = -D (\theta_{f1} - \theta_1^*) \quad (12-b)$$

$$Y = \Delta, \quad \theta_1 = 0 \quad (12-c)$$

$\varepsilon^2$  :

$$-A \frac{\partial \theta_{f2}}{\partial X} - B (\theta_{f2} - \theta_2^*) = g_o \frac{\partial \theta_{f1}}{\partial \Delta} + g_1 \frac{\partial \theta_{fo}}{\partial \Delta} \quad (13)$$

$$g_o \frac{\partial \theta_o}{\partial \Delta} + g_1 \frac{\partial \theta_o}{\partial \Delta} = C \frac{\partial^2 \theta_o}{\partial Y^2} \quad (14)$$

$$g_2 = -C \frac{\partial \theta_o}{\partial Y} \Big|_{Y=\Delta} \quad (15)$$

$$\Delta > 0 \quad X = 0 \quad \theta_{f2} = 0 \quad (16-a)$$

$$Y = 0 \quad \frac{\partial \theta_o}{\partial Y} = -D (\theta_{f2} - \theta_2^*) \quad (16-b)$$

$$Y = \Delta, \quad \theta_2 = 0 \quad (16-c)$$

avec:  $g = \frac{d\Delta}{d\tau} = -C \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=\Delta}$ ,  $A = \frac{Pe}{\varepsilon}$ ,  $B = \frac{Nu}{\varepsilon}$  et  $C = \frac{1}{\alpha_m} t$

A partir des équations ci-dessus, ont fait ressortir les paramètres de contrôle suivants: Pe, Nu,  $\varepsilon$ ,  $\bar{k}_m$ ,  $\bar{\alpha}_m$  et R.

En résolvant les équations (5) - (16-c), les solutions  $\theta (X,Y,\Delta)$ ,  $\theta_f (X,\Delta)$  et  $g (\tau)$  ont été développées. Cependant, en raison de l'espace restreint donné, ces solutions n'ont pas été incluses dans le texte.

La position de l'interface solide-liquide est calculée en utilisant la méthode de Runge-Kutta. Le pas de temps adimensionnel utilisé dans le calcul est  $\Delta\tau^* = 0.05$ . La vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide (ou vitesse adimensionnelle de solidification) est également calculée en utilisant l'équation (4).

## Résultats

Afin de s'assurer de la validité de la solution analytique proposée, l'interface solide-liquide est calculée pour le cas limite pour lequel les nombres de Peclet, Pe, et Nusselt, Nu, sont très élevés. En effet, pour ce cas limite, lorsque le  $Pe \rightarrow \infty$ , la température adimensionnelle du FC,  $\theta_f$ , reste à peu près constante. En outre, pour une valeur infinie du nombre de Nusselt ( $Nu \rightarrow \infty$ ), la température adimensionnelle du FC,  $\theta_f$ , est alors imposée à la paroi inférieure de l'enceinte contenant le MCP. Par conséquent, le problème devient un problème de Stefan 1D avec une température constante imposée à la paroi de l'enceinte. La figure 2 montre la variation de la position adimensionnelle de l'interface solide-liquide, en fonction du temps adimensionnel,  $\tau^* = \frac{\tau}{\varepsilon} = \frac{\alpha_f}{l^2} t$ , pour deux nombres de Stefan.

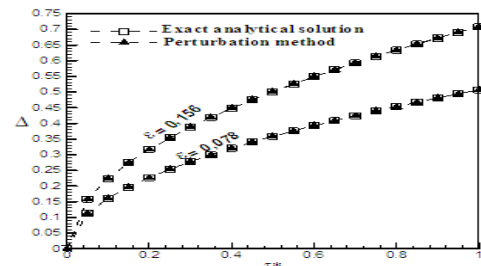


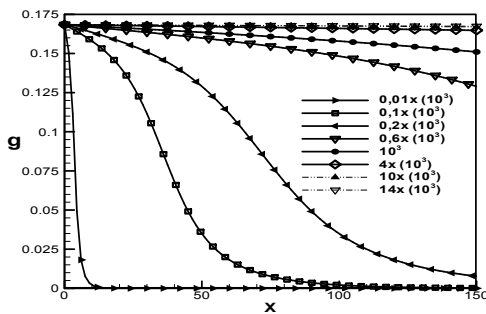
FIGURE 2. Position de l'interface solide-liquide pour deux nombres de Stefan

Comme il a été mentionné précédemment, le but principal de la présente étude est de développer une solution analytique pour une unité de stockage par chaleur latente (USCL) pour des nombres faibles de Stefan (Ste). Néanmoins, les solutions analytiques obtenues sont utilisées ici pour étudier les effets des nombres de Peclet et de Stefan (Pe et  $\varepsilon$ ) sur la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide, g. Les calculs ont été effectués pour des nombres de Peclet, Pe, variant de 10 à  $14 \times 10^3$  et des nombres de Stefan,  $\varepsilon$ , variant de 0,0625 à 0,1564. Les résultats présentés à la figure 3 correspondent à la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide à l'instant

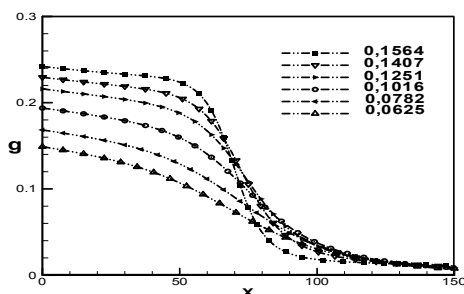


adimensionnel:  $\tau = 2$ . Il faut noter que le nombre de Nusselt utilisé dans cette étude ( $Nu = 4,86$ ) correspond à un fluide newtonien, incompressible, en écoulement laminaire et complètement développé. Les autres paramètres sont fixés aux valeurs suivantes:  $R = 150$ ,  $\bar{k}_m = 0.631$  et  $\bar{\alpha}_m = 1.7$ .

Les effets du nombre Peclet,  $Pe$ , sur la vitesse adimensionnelle du front de solidification sont illustrés dans la figure 3, et ceux du nombre Stefan,  $\varepsilon$  sont illustrés dans la figure 4.



**FIGURE 3.** Effet du nombre de Peclet,  $Pe$ , sur la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide à l'instant adimensionnel,  $\tau = 2$ , pour  $\varepsilon = 0,0782$  et  $R = 150$ .



**FIGURE 4.** Effet du nombre de Stefan,  $\varepsilon$ , sur la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide à l'instant adimensionnel,  $\tau = 2$ , pour  $Pe = 200$  et  $R = 150$ .

### Discussion

Comme on peut le constater sur la figure 3, pour chaque nombre de Peclet, la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide décroît dans le sens de l'écoulement. Ceci peut s'expliquer par le fait que la température adimensionnelle du FC augmente dans le sens de l'écoulement du fluide. En conséquence, la densité du flux de chaleur extrait par le FC décroît dans le même sens, et la vitesse adimensionnelle du front de solidification décroît à son tour. L'analyse de cette figure montre que la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide est d'autant plus élevée que le nombre de Peclet est grand, pour  $Pe \leq 4 \times 10^3$ . Pour les valeurs plus élevées ( $Pe > 4 \times 10^3$ ) la vitesse adimensionnelle du front de solidification devient indépendante du nombre de Peclet. Par conséquent, dans les

applications d'ingénierie, il est pratique de limiter le nombre de Peclet à sa valeur optimale afin de minimiser la puissance de pompage. La figure 4 montre que la vitesse adimensionnelle du front de solidification diminue dans le sens d'écoulement, pour toutes les valeurs du nombre de Stefan. Il convient de noter que la vitesse adimensionnelle du front de solidification atteint sa valeur minimale et reste constante pour  $X \geq 100$ . Comme on peut le constater, cette valeur est à peu près la même pour toutes les valeurs du nombre de Stefan. L'analyse d'une telle figure montre aussi que la vitesse adimensionnelle de solidification est d'autant plus élevée que le nombre de Stefan est grand. Ceci peut s'expliquer par le fait que lorsque le nombre de Stefan augmente, donc la température adimensionnelle du FC diminue, la chaleur extraite du MCP liquide s'intensifie et l'interface solide-liquide progresse davantage dans la phase liquide.

### Conclusion

Un modèle mathématique pour une unité de stockage de chaleur latente (USCL) a été élaboré et une solution analytique approximative pour des nombres de Stefan faibles a été obtenue en termes de température adimensionnelle du MCP et du fluide caloporteur (FC). La vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide a été, aussi, calculée. La position de l'interface solide-liquide est calculée en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Les solutions analytiques sont validées à l'aide de la solution analytique exacte pour un problème de Stefan 1D. Les solutions analytiques obtenues sont utilisées pour étudier les effets des nombres de Peclet,  $Pe$ , et de Stefan,  $\varepsilon$ , sur la vitesse adimensionnelle de l'interface solide-liquide.

### Références

- [1] C-L Huang and Y-P Shih, Perturbation Solutions of planar diffusion-controlled moving-boundary problems, *Int.J. Heat Mass Transfer* 18 (1975) 689-695.
- [2] R. Siegel and J. M. Savino, An analysis of the transient solidification of a flowing warm liquid on a convectively cooled wall, *Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conference* (Chicago, A.S.M.E., A.I.Ch.E.), Vol. 4, 141-151 (1966).
- [3] J.Caldweel and Y.Y.Kwan, On the perturbation method for the Stefan problem with time-dependent boundary conditions, *Int.J. Heat Mass Transfer* 46 (2003) 1497-1501.
- [4] F.Yigit, Sinusoïdal perturbation solution for solidification of pure materials on a planar mold of finite thickness, *International Journal of thermal Sciences* 47 (2008) 25-34.

# NATURAL CONVECTION IN A SQUARE ENCLOSURE WITH A FINNED PLATE

BACHIR MEZIANI\*, DJAMEL SADAOUI, OUERDIA OURREAD ET TOUFIK AMOURA

Laboratoire de Physique Théorique, Université A. Mira, Campus de Targua Ouzemour, Bejaia, 06000, Algérie  
[bachirdidih@yahoo.fr](mailto:bachirdidih@yahoo.fr), [bachir.meziani@univ-bejaia.dz](mailto:bachir.meziani@univ-bejaia.dz)

**Abstract:** The study goes further to investigate numerically the effect of the finned plate on the heat transfer and fluid flow in a square enclosure with isothermal boundary conditions for a range of the Rayleigh number  $10^3 - 10^6$ . The governing equations under Boussinesq approximation are solved in their dimensionless form by means of the finite volume method. Results for the cases computed are presented in terms of streamlines, isotherms and Nusselt numbers and shows the condition of the enhancement of heat transfer from the finned plate to the surrounding cavity walls. They reveal that the heat and flow fields are dependent on the Rayleigh number and several geometrical rasion parameters.

**Keywords:** Enclosure, free heat transfer, finned plate, Nusselt

## 1. INTRODUCTION

Convection flow and heat transfer inside different shaped enclosures without partition and having vertical sides that are cooled or heated have been the topic of many research engineering studies. A literature survey shows that, buoyancy driven phenomena inside different shaped enclosures without partition with various wall boundary conditions have been extensively considered in many research engineering studies as noted in [1-4]. All the aforementioned studies have shown that the heat transfer in the enclosure is limited by the enclosure area. As a result, the addition of a fin or array of fins to the enclosure surfaces is a reliable method to increase the overall heat transfer rate between the heat dissipating surfaces and the heat absorbing surfaces [5-7]. These investigations are recently motivated by the need for reliable and efficient cooling techniques. The results illustrated that the presence of internal fins themselves contributes to the total heat transfer and their presence greatly alter the flow patterns and the fluid temperature adjacent to the enclosure surfaces. Heat transfer rate due to the presence of a fin or array of fins depends greatly on the location, material and shape of the fin. It is showed that the heat transfer is strongly influenced by the height of the partition; nevertheless, its position has a rather weak effect on the total heat transfer.

The main objective of this study is to further investigate, numerically, the effect of finned internal plate on the flow patterns, the temperature distribution and the heat transfer in enclosure. As such, the focus of this paper is to examine the effects of pertinent parameters such as Rayleigh, plate location and geometrical ratio on heat transfer characteristics.

## 2. DESCRIPTION OF THE PROBLEM

The considered physical geometry with related parameters and coordinates are shown in Fig. 1. The thin finned plate, is supposed to be isothermal at higher temperature than two vertical isothermal walls while top and bottom walls are insulated. For simplicity several parameters are defined in terms of aspect ratios such as:  $A=h/H$ ;  $A_1=h_1/H$ ;  $A_2=h_2/H$ ;  $H_a=h_a/H$ ;  $L_a=l_a/h_1$ .

## 3. MATHEMATICAL FORMULATION

Analysis is applicable to steady, Newtonian laminar of incompressible flow. Viscous dissipation and radiation are neglected. Also, constant fluid properties are assumed except for the density which is temperature-dependent. With these assumptions; the dimensionless form of the basic equations under the Boussinesq approximation were written as:

$$\frac{\partial V_i}{\partial X_i} = 0 \quad (1)$$

$$V_j \frac{\partial V_i}{\partial X_j} = -\frac{\partial p}{\partial X_i} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial X_i^2} + Gr\theta\delta_{i2} \quad (2)$$

$$V_j \frac{\partial \theta}{\partial X_j} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X_i^2} \quad (3)$$

The problem is now to solve Eqs. (1-3), subject to no-slip and impermeable boundary condition on the solid walls. The relevant boundary conditions in the dimensionless form can be stated as follows:

$$\begin{cases} V_x = V_y = 0 & \theta = 1 & \text{(innerfinnedplate)} \\ V_x = V_y = 0 & \theta = 0 & \text{(enclosureverticalwalls)} \\ V_x = V_y = 0 & \nabla\theta = 0 & \text{(enclosurehorizontalwalls)} \end{cases} \quad (4)$$

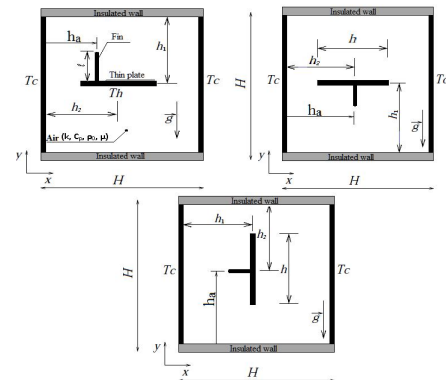


Fig.1: Computational domain

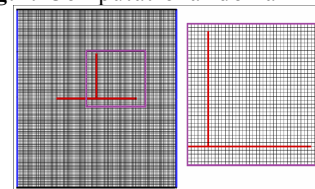


Fig. 2: Detail of the computational grid

## 4. NUNERICAL PROCEDURE

The motion of the fluid governed by the continuity, momentum and energy equations with corresponding boundary conditions were solved numerically by the finite volume method approach. To do so, the domain has been discretized into a finite number of non-overlapped control volumes Fig.2. To check the convergence of the sequential

iterative solution, normalized residual respectively for the mass, momentum and energy equation is calculated, convergence is obtained when the residual becomes smaller than  $10^{-9}$ . Extensive validation of the developed code has been carried out by comparing the results with those reported by Oztop et al [5] on natural convection in a cavity with a thin heated plate. The computations have been performed in terms of mean Nusselt number for various Rayleigh number and are shown in Table 1. As shown, excellent agreement has been obtained and the maximum deviation between the results was within 3%, which provides sufficient confidence in the present numerical model to deal with the physical problem.

## 5. RESULTS AND DISCUSSION

Different scenarios for natural convection in a cavity with a finned plate were explored for ranges of Rayleigh number from  $10^3$  to  $10^6$  and different aspect ratio ( $A = 0.2$  to  $0.6$ ;  $H_a = 0.25$  to  $0.75$  and  $L_a = 0.25$  to  $0.75$ ) while the Prandtl number is held fixed to  $Pr = 0.71$ . To allow grid-independent examination and find a proper size of grids, a grid independence test is carried out in this section for the case of  $L_a = 0.5$ ;  $H_a = 0.5$ ;  $A_1 = 0.5$  and  $Ra = 10^5$ . The numerical procedure has been conducted for different grid resolutions.

Tab. 1: Comparison between present result and Oztop [5]

Average Nusselt : horizontal plate			
A=0.2 et A <sub>1</sub> =0.5			
Ra	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Ref [5]	1.06	1.62	2.36
Simulation	1.07	1.557	2.383
Error %	0.943	3.08	0.84
A=0.4 et A <sub>1</sub> =0.5			
Ra	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Ref [5]	1.46	2.06	3.82
Simulation	1.456	1.975	3.83
Error %	0.68	2.47	0.26
A=0.6 et A <sub>1</sub> =0.5			
Ra	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Ref [5]	2.04	2.5	5.03
Simulation	2.035	2.54	5.04
Error %	0.24	1.6	0.19
Average Nusselt : vertical plate			
A=0.2 et A <sub>1</sub> =0.5			
Ra	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Ref [5]	1.111	1.81	3.19
Simulation	1.110	1.833	3.28
Error %	0.09	1.1	2.82
A=0.4 et A <sub>1</sub> =0.5			
Ra	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Ref [5]	1.49	2.56	5.20
Simulation	1.492	2.572	5.208
Error %	0.13	0.46	0.15
A=0.6 et A <sub>1</sub> =0.5			
Ra	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>
Ref [5]	1.75	3.08	6.40
Simulation	1.751	3.086	6.398
Error %	0.05	0.19	0.03

The results were checked for grid independence and grid sides change from  $20 \times 20$  to  $160 \times 160$  according to the aspect ratio of the enclosure. The maximum value of the

stream function ( $|\Psi_{\max}|$ ) was used as a sensitivity measure of the accuracy of the solution. As listed in Table 2, various grid size yield results with a maximum deviation less than 1%. Hence considering both the accuracy and the computational costs, most computations reported in this study for a single cell were performed with a multiple grid system of  $140 \times 140$ . Nevertheless, similar tests were carried out when the number of fins increase, and the grid size was adjusted accordingly.

Tab. 2: Grid size dependency

Ra=10 <sup>5</sup>				
Grid	20×20	40×40	60×60	80×80
$ \Psi_{\max} $	0.0318	0.0762	0.2042	0.3678
Ra=10 <sup>6</sup>				
Grid	100×100	120×120	140×140	160×160
$ \Psi_{\max} $	0.4820	0.4820	0.4820	0.4820

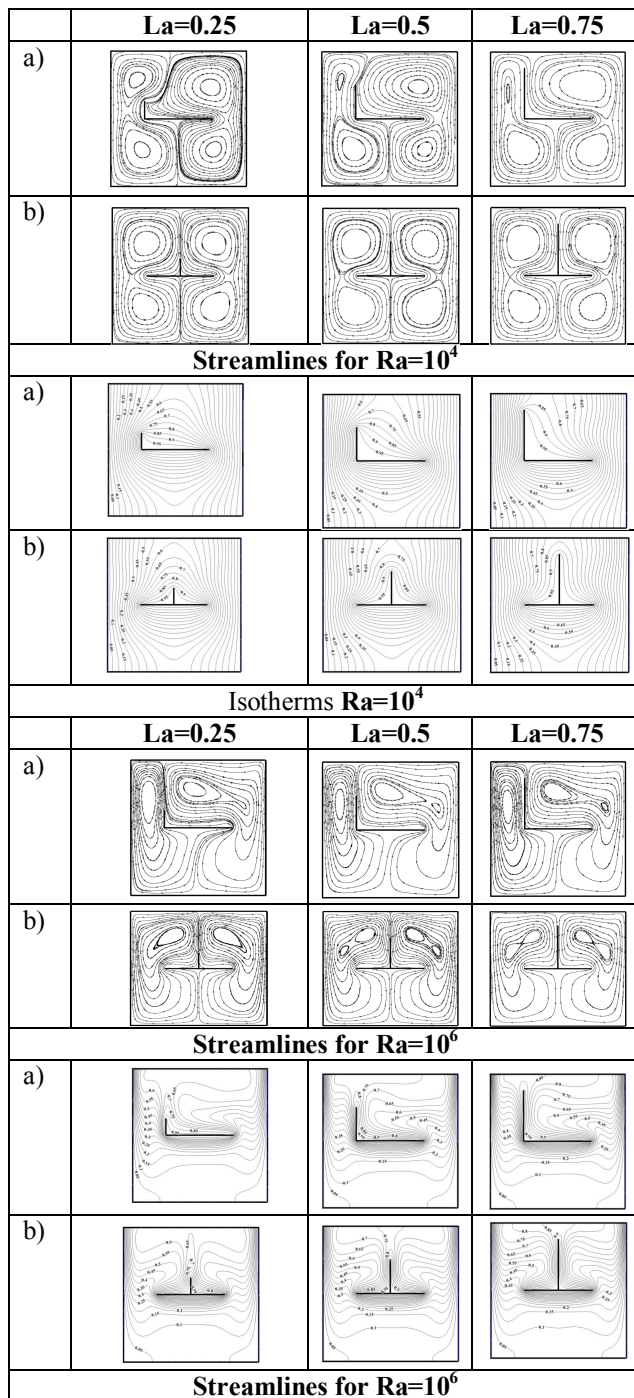
### 5.1 Effects of geometrical aspect ratios on flow pattern

Fig.3 and 4 shows the effect of several parameters as Rayleigh number, aspect ratio  $H_a$  and  $L_a$  on streamlines and temperature contours in the enclosure. The flow within the cavity takes place by virtue of thermal buoyancy which is represented by the Rayleigh number  $Ra$ . The flow field is similar to that obtained by Oztop [5] it presents two major cells rotating in opposite directions. As it's predicted, due to linearly heated body, the flow rises up parallel to the vertical axis from the middle portion of the bottom wall and gets blocked at the top adiabatic wall, than flow down along the cooled walls. The fluid motion involves two primary convective cells extending throughout the enclosure with clockwise and anti-clockwise rotations. Whatever the Rayleigh number; the flow field in the left and right sides of the fin are not completely identical for  $H_a \neq 0.5$  in horizontal case (Fig.3 and 4). It became symmetric when the fin is positioned at  $H_a = 0.5$  (middle of the plate). Moreover, if we consider the horizontal configuration Fig.3 and 4 and low Rayleigh number ( $Ra \leq 10^4$ ) it can be seen clearly that each primary cell consists of two co-rotating secondary cells at the top and bottom corners of the enclosure. The displacement of the fin to the left edge of the thin plate ( $H_a = 0.25$ ) reduces the upper left secondary cell while the right one stretches in the horizontal directions, Fig.3. The opposite phenomenon is observed for horizontal finned plate facing down, Fig.4. The increasing of the fin height ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  and  $0.75$ ) tends to accentuate the phenomenon observed in previous case. The isotherm plots at low  $Gr \leq 10^4$  Fig.4 are smooth curves which span the entire enclosure this indicates that the conduction is the dominant heat transfer mechanism in the enclosure. The temperature contours are symmetric with respect to the vertical symmetric line when  $H_a = 0.5$ . As seen in Fig.3, further significant increase in the value of Rayleigh ( $Ra = 10^6$ ) due to increased temperature gradient causes the recirculation cells to rotate faster especially in the upper part of the cavity with disappearance of the lower secondary cells. For  $H_a = 0.25$  as the height of the fin grows ( $0.25 \leq L_a \leq 0.75$ ), the left primary cell become squeezed by the core of the primary right cell which moves up. Unlike the case  $H_a = 0.25$  in which the isotherms and streamlines are asymmetric it's clearly observed that the flow patterns consists of two similar and symmetric counter rotating cells



close to each of the cold walls with respect to the vertical axis of the cavity. As fin height increases ( $La=0.25$ ;  $0.5$  and  $0.75$ ) the intensity of the natural convection increases, and each secondary cell is divided into two minor cells located near the top left and right vertical wall.

becomes stronger. It's accompanied by significant distortion in the temperature contours so that a thermal stratification due to stagnation of flow prevails in the central region surrounding the heated plate. Moreover, the temperature contours are concentrated and compressed toward vertical walls and horizontal thin plate.



**Fig. 4: Streamlines and isotherms for a horizontal finned plate oriented facing down ( $A=0.5$ ;  $A_1=0.5$ ), a)  $Ha=0.25$  b)  $Ha=0.5$**

In the second configuration Fig. 4, where the horizontal finned plate is facing down the phenomenon is much more complex, however we note the appearance of one or two small cells on the top right and left sides of the plate for  $Ha=0.25$  and  $Ha=0.5$  respectively. For relatively high Rayleigh number  $Ra=10^6$ ; the isotherm pattern changes significantly indicating, that the convective mechanism is dominating. The convection increases significantly and

#### 4. CONCLUSION

Numerical simulation about natural convection heat transfer inside enclosure with a finned plate wall has been carried out with  $Pr=0.71$  and different Rayleigh number from  $10^3$  to  $10^6$ . Heat transfer inside the enclosure depended strongly on the dimensionless parameters  $A$ ;  $Ha$ ;  $La$  and  $Ra$ . In all configuration, the average Nusselt number increases with increasing  $Ra$ . For all fins positions on the thin plate, vertical plate configuration allows better heat exchange on the left side wall and height of the fin has moderate effect on heat transfer at the left cold wall. It would be advisable thereafter to evaluate the system effectiveness plate-fin and to consider various positions for the plate in natural or mixed convection regime.

#### REFERENCES

- [1] De Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- [2] Bejan A. et Lage J. L., The Prandtl number effect on the transition in natural convection along a vertical surface. *J. Heat Transfer*, Transactions of the ASME, Vol. 112, pp. 787-790, 1990.
- [3] Kaluri R. S., Anandalakshmi A. et Basak T., Bejan's heatline analysis of natural convection in right-angled triangular enclosures, Effects of aspect-ratio and thermal boundary conditions, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 1576-1592, 2010.
- [4] Bilgen E., Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 3493-3505, 2005.
- [5] Oztop H. F., Comparison of position of a heated thin plate located in a cavity for natural convection. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 1, pp. 121-132, 2004.
- [6] Nada S. A., Natural convection heat transfer in horizontal and vertical closed narrow enclosures with heated rectangular finned base plate. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 667-679, 2007.
- [7] S. Saravanan, A.K. Abdul Hakeem, P. Kandaswamy, J. Lee, Buoyancy convection in a cavity with mutually orthogonal heated plates. *An Int. J. Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55, pp. 2903-2912, 2008.

# EFFET COMBINÉ DU RAPPORT DE FORME ET DES DIMENSIONS DES SECTIONS CHAUFFANTES SUR LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITÉ TRIDIMENSIONNELLE

LAHOUCINE BELARCHE<sup>1</sup>, BTISSAM ABOURIDA<sup>1</sup> ET TOURIA MEDIOUNI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LMPEE, Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir, BP 1136 Agadir, Université Ibn Zohr, Maroc.

Emails: [abourida@ensa-agadir.ac.ma](mailto:abourida@ensa-agadir.ac.ma)  
[belarchelahoucine@gmail.com](mailto:belarchelahoucine@gmail.com)

**Résumé** : La convection naturelle dans une cavité parallélépipédique discrètement chauffée est étudiée numériquement en utilisant une formulation volumes finis tridimensionnelle. Deux sections chauffantes carrées sont placées sur la paroi verticale gauche de la cavité. Ces sections chauffantes sont assimilées à des composants électroniques intégrés, dégageant un flux de chaleur constant  $q''$ . La paroi verticale opposée est maintenue à une température froide,  $T_c$  alors que les parois restantes sont adiabatiques. Le transfert de chaleur moyen ainsi que l'écoulement du fluide dans la cavité sont étudiés en fonction des paramètres gouvernants, à savoir le nombre de Rayleigh,  $Ra$  ( $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ ), le rapport de forme longitudinal,  $Ax = H/L$  ( $0.5 \leq Ax \leq 10$ ) et les dimensions des sections chauffantes,  $\varepsilon = D/H$  ( $0.15 \leq \varepsilon \leq 0.35$ ).

**Mots-clés** : Convection naturelle tridimensionnelle, chauffage discret, rapport de forme, dimensions des sections chauffantes.

## INTRODUCTION

Le refroidissement des composants électroniques est des problèmes les plus fréquemment rencontrés dans le design des équipements. Ce problème peut être résolu moyennant la convection naturelle, surtout dans le cas des faibles gradients de température. En effet, ce mode de transfert de chaleur, en plus d'être simple et de faible coût, permet une bonne évacuation du surplus énergétique responsable de la détérioration des composants électroniques. Ceci explique les différentes études, théoriques et pratiques, qui ont été menées sur ce sujet et qui sont présentées sur les références [1-2]. Toutefois, on notera que la majorité des travaux disponibles traitent le cas de la convection naturelle bidimensionnelle, alors que l'approche tridimensionnelle permet une meilleure simulation, plus réaliste, de l'écoulement et du transfert thermique au sein de la cavité.

Ainsi, l'objectif de la présente étude consiste à traiter numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité tridimensionnelle comportant deux composants électroniques soumis à flux constant  $q''$  et placés sur l'une des parois verticales de la cavité. La paroi opposée étant portée à une température froide isotherme,  $T_c$  et autres les parois sont adiabatiques. On s'intéressera dans le cadre de cette étude à l'effet du rapport de forme et des dimensions

des sections chauffantes sur l'écoulement et le transfert thermique à travers la cavité.

## DÉFINITION DU PROBLÈME ET MODÈLE MATHÉMATIQUE

Le schéma du problème physique et les coordonnées sont indiqués sur la figure 1. Les composants électroniques sont situés sur une face verticale de la cavité et sont modélisés par des surfaces carrées dégageant un flux de chaleur constant  $q''$ . La paroi opposée est maintenue à une température froide,  $T_c$ , et les parois restantes sont adiabatiques.

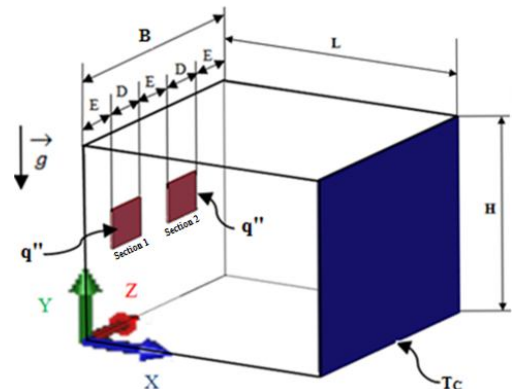


Fig.1 : Géométrie étudiée et système de coordonnées.

## APPROCHE NUMÉRIQUE

En tenant compte des approximations de Boussinesq, les équations adimensionnelles du problème s'écrivent

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(UW) + \frac{\partial}{\partial Y}(VW) + \frac{\partial}{\partial Z}(WW) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(UV) + \frac{\partial}{\partial Y}(VV) + \frac{\partial}{\partial Z}(WV) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(UW) + \frac{\partial}{\partial Y}(VW) + \frac{\partial}{\partial Z}(WW) = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X}(U\theta) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\theta) + \frac{\partial}{\partial Z}(W\theta) = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (5)$$

Où  $U, V, W, P$ , et  $\theta$  représentent respectivement la vitesse adimensionnelle selon  $x, y$  et  $z$ , la pression et la température adimensionnelles. Les variables adimensionnelles utilisées dans ces équations sont définies par:

$$(X, Y, Z) = \left( \frac{x}{H}, \frac{y}{H}, \frac{z}{H} \right), (U, V, W) = \left( \frac{uH}{\alpha}, \frac{vH}{\alpha}, \frac{wH}{\alpha} \right) \text{ et} \quad (6)$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{q''} H k$$

Les paramètres  $Pr$  et  $Ra$  désignent respectivement le nombre de Prandtl, et le nombre de Rayleigh qui sont définis par:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \text{ et } Ra = \frac{g \beta q'' H^4}{\alpha \nu k} \quad (7)$$



Où  $\alpha$ ,  $\nu$  et  $k$  représentent respectivement la diffusivité thermique, la viscosité cinématique et la conductivité thermique du fluide.

Les conditions aux limites thermiques adimensionnelles associées aux équations précédentes sont les suivantes:

Paroi verticale gauche :  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = -1$  à travers les sections

chauffantes et  $\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$  ailleurs sur la paroi

Paroi verticale droite :  $\theta_c = 0$  à  $X = 1$

Les autres parois verticales et horizontales :  $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$

( $n$  étant la direction perpendiculaire à la paroi).

Compte tenu de l'adiabaticité de la paroi gauche sauf au niveau des sections chauffantes, le nombre de Nusselt local calculé au niveau de chaque section ainsi que le nombre de Nusselt moyen total pour les deux sections, sont calculés respectivement moyennant les expressions suivantes:

$$Nu(y, z) = \frac{q'' L}{(T(x, y)|_{x=0} - T_c)k} = \frac{1}{\theta(y, z)|_{x=0}} \quad (8)$$

$$et \quad Nu = 2 \iint Nu(y, z) dy dz \quad (9)$$

### MÉTHODE NUMÉRIQUE

Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie gouvernant le problème sont discrétisées par la méthode des volumes finis [3]. Les équations de conservation de la quantité de mouvement couplée avec l'équation de continuité sont résolues à l'aide de l'Algorithme SIMPLEC. La résolution du système algébrique obtenu après discrétisation des équations aux dérivées partielles, est basée sur la méthode des directions alternées (ADI). La convergence des résultats numériques est établie à chaque pas de temps selon le critère suivant:

$$\sum_{i,j,k=1}^{i \max, j \max, k \max} \frac{|\phi_{i,j,k}^{n+1} - \phi_{i,j,k}^n|}{|\phi_{i,j,k}^n|} \leq 10^{-5} \quad (10)$$

Une étude détaillée de l'effet du maillage a permis de choisir le maillage  $41 \times 41 \times 41$  nœuds comme étant le plus convenable pour la présente étude. Le pas de temps optimal a été également fixé à  $10^{-3}$  après de multiples tests. Le code numérique ainsi établi a été validé en confrontant les résultats obtenus avec ceux de Fusegi et al. [4] et Frederick et al. [5]. Une très bonne concordance a été trouvée, avec une différence qui ne dépasse pas 2%.

### RÉSULTATS

Les résultats présentés ont été obtenus pour des nombres de Rayleigh  $Ra$  compris entre  $10^3$  et  $10^7$ , des rapports de forme longitudinaux  $Ax$  compris entre 0.5 et 10 et des dimensions de sections chauffantes  $\varepsilon$  comprises entre 0.15 et 0.35.

#### Lignes de courant et isothermes :

Les champs hydrodynamiques et thermiques dans la cavité sont représentés par la figure 2 pour  $Ax = 1$ ,  $\varepsilon = 0,25$  et pour des nombres de Rayleigh  $Ra$  compris entre  $10^4$  et  $10^7$ . Ces figures montrent les lignes de courant et les isothermes dans le plan  $Z = 0,2949$  passant par le milieu de la section chauffante 1 ainsi que les isothermes au niveau de cette

section. On notera que les lignes de courant et les isothermes obtenues dans ce cas sont identiques à ceux de la section chauffante 2, du fait de la symétrie géométrique et des conditions aux limites thermique adoptées. La figure 2 montre que l'écoulement est formé d'une seule cellule occupant la totalité de la cavité, tournant dans le sens horaire. Le fluide se chauffe ainsi au contact des sections chauffantes placées sur la paroi gauche de la cavité et remonte vers le haut pour enfin céder la chaleur à la paroi verticale droite froide.

Pour un nombre de Rayleigh  $Ra = 10^4$ , l'écoulement est formé d'une seule cellule dont le noyau est localisé au centre de la cavité. Les forces visqueuses sont plus dominantes que les forces de flottabilité et la diffusion est le principal mode de transfert de chaleur (voir Tableau 1). Les températures dans les sections sont très élevées et leurs températures maximales sont situées au voisinage des centres de ces sections. Par contre, pour des valeurs plus élevées de  $Ra$  ( $Ra = 10^6$  et  $10^7$ ), la convection devient le principal mode de transfert de chaleur (voir Tableau 1). Le noyau de la cellule est déplacé vers la droite provoquant des gradients de température très importants comme le montrent les figures des isothermes. Les positions des températures maximales au niveau des sections sont déplacées vers le haut de façon évidente.

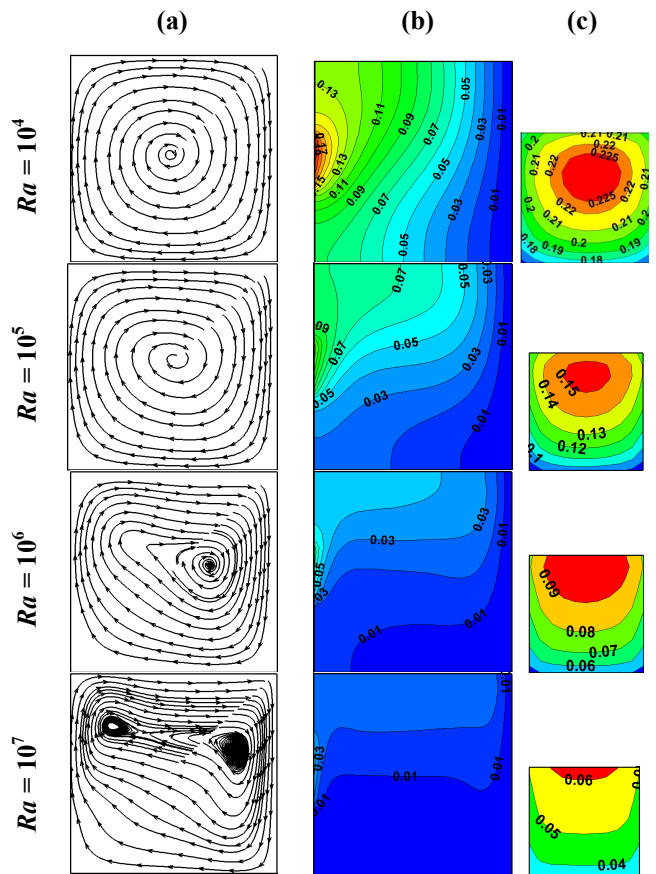


Fig.2 : Lignes de courant (a) isothermes (b) dans le plan passant par le milieu de la section 1 et isothermes au niveau de la section 1 (c) pour  $\varepsilon = 0,25, Ax = 1$  et  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$

Tab.1 : Valeurs maximales des vitesses  $V$  pour  $\varepsilon = 0.25$ ,  $Ax = 1$  et  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$

$Ra$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$
$V_{max} \cdot 10^2$	2.57	6.25	6.78	6.94	7.15

La figure 3 montre l'effet du rapport de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour  $Ra = 10^7$ ,  $\varepsilon = 0, 25$  et pour des facteurs de formes  $Ax = 0.67$  et  $Ax = 4$ . On remarquera la conservation de la nature monocellulaire de l'écoulement. Les températures au niveau des sections diminuent en passant de  $Ax = 0.67$  ( $\theta_{max} = 0.064$ ) à  $Ax = 4$  ( $\theta_{max} = 0.058$ ) et leurs valeurs maximales sont atteintes au niveau des milieux des bords supérieurs des sections.

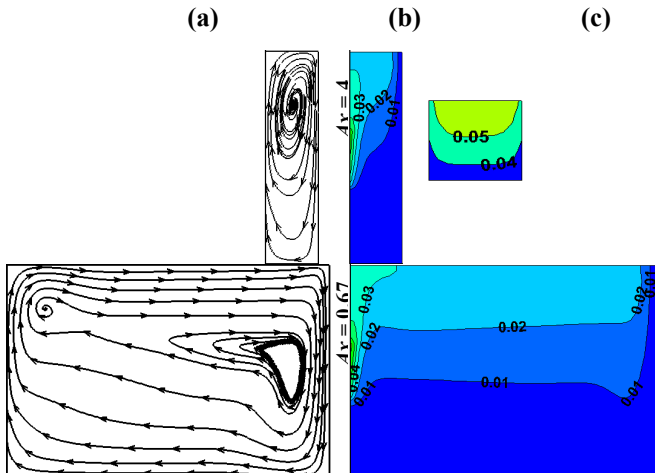


Fig.3 : Lignes de courant (a) isothermes (b) dans le plan passant par le milieu de la section 1 et isothermes au niveau de la section 1 (c) pour  $\varepsilon = 0.25$ ,  $Ra = 10^7$  et  $Ax = 0.67$  et  $Ax = 4$

**Nombre de Nusselt :**

Pour illustrer l'effet combiné du rapport de forme  $Ax$  et de la dimension  $\varepsilon$  sur le transfert thermique, on représente sur les figures 4, le nombre de Nusselt moyen total, calculé au niveau des deux sections chauffantes, pour  $\varepsilon = 0,25$ ,  $Ra$  compris entre  $10^3$  et  $10^7$  et pour  $Ax$  variant de 0.5 à 10. Les résultats montrent que pour  $Ra$  compris entre  $10^3$  et  $10^5$ , le nombre de Nusselt moyen total  $Nu$  augmente en fonction de  $Ax$ . Les valeurs obtenues pour  $Ra = 10^3$  et  $10^4$  restent très proches quel que soit le rapport de forme considéré. Pour  $Ra = 10^6$  et  $10^7$ ,  $Nu$  présente une valeur optimale  $Ax_o$  du rapport de forme pour laquelle on remarque  $Nu$  présente un maximum avant de décroître légèrement puis continuer son augmentation en fonction de  $Ax$ . On notera que cette valeur optimale de  $Ax$ , dépend de  $Ra$  mais elle est indépendante de la dimension  $\varepsilon$  comme l'a montré les simulations effectuées dans ce cas. Ainsi on a trouvé que  $Ax_o$  passe de la valeur 2 pour  $Ra = 10^6$  à 4 pour  $Ra = 10^7$  pour les quatre dimensions étudiées.

On représente sur la figure 5, le nombre de Nusselt moyen total en fonction du nombre de Rayleigh pour les quatre dimensions  $\varepsilon$  étudiées et pour un rapport de forme  $Ax = 1$ . On remarque que le nombre de Nusselt moyen total augmente avec le nombre de Rayleigh  $Ra$ . Cette augmentation est d'autant plus importante lorsque  $Ra$  dépasse la valeur  $10^4$ . On remarque également que pour un nombre de Rayleigh  $Ra$  fixé, le nombre de Nusselt considéré augmente lorsque la dimension  $\varepsilon$  diminue. Ceci s'explique par le fait que pour un flux imposé constant, plus la section chauffante est petite, plus elle est sollicitée par le fluide se trouvant au sein de la cavité. Ce phénomène de renouvellement permanent du fluide entraîne donc une

augmentation évidente de transfert de chaleur ( $Nu$ ) au niveau de cette section.

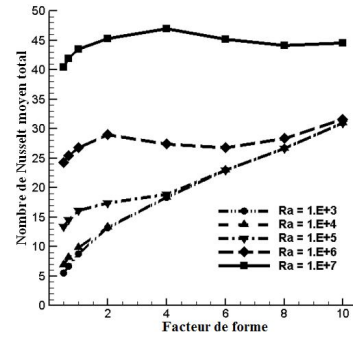


Fig.4 : Variation du nombre de Nusselt moyen total au niveau des sections avec le facteur de forme pour  $\varepsilon = 0.25$  et  $10^3 \leq Ra \leq 10^7$

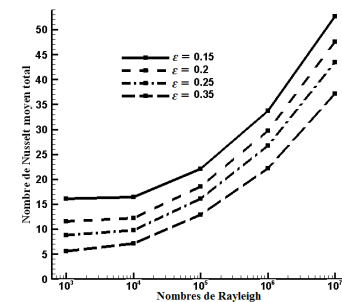


Fig.5 : Variation du nombre de Nusselt moyen total au niveau des sections avec le nombre de Rayleigh pour  $0.15 \leq \varepsilon \leq 0.35$  et  $Ax = 1$

**CONCLUSION**

Une étude numérique tridimensionnelle permettant de simuler le refroidissement de deux sections chauffantes a été menée et a conduit aux conclusions suivantes:

Le transfert de chaleur moyen total, calculé au niveau des deux sections chauffantes, augmente avec le nombre de Rayleigh  $Ra$  et de manière très significative au-delà de  $Ra = 10^4$ ;

Lorsque les dimensions  $\varepsilon$  des sections augmentent, le transfert de chaleur diminue de façon significative;

Pour les nombres de Rayleigh  $Ra$  élevés, le rapport de forme optimal  $Ax_o$ , engendrant un maximum d'échange thermique, dépend de  $Ra$  mais il est indépendant de la dimension  $\varepsilon$ , il est proche de la valeur 2 pour  $Ra = 10^6$  et de la valeur 4 pour  $Ra = 10^7$

Le transfert de chaleur et l'intensité du flux peuvent être considérablement améliorés par un choix approprié des paramètres gouvernants. Ces résultats permettent de choisir le rapport de forme optimal permettant une meilleure évacuation du surplus énergétique.

**REFERENCES**

Bejan A. and Kraus A. D., "Heat Transfer Handbook". Wiley, New York, 2003.  
 Goldstein R.J., et al., A review of 2003 literature, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp 451-534, 2006.  
 Patankar S.V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". McGraw-Hill, New York, 1980.  
 Fusegi T., Hyun J.M., Kuwahara K. & Farouk B.: "A numerical study of three-dimensional natural-convection in a differentially heated cubical enclosure", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1543-1557, 1991  
 Frederick R.L. and Quiroz F., "On the transition from conduction to convection regime in a cubical enclosure with a partially heated wall", *Int. J. Heat Transfer*, vol. 44, pp 1699-1709, 2001.

# SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR LORS DE LA FUSION D'UN MATERIAU A CHANGEMENT DE PHASE (MCP) DANS UNE ENCEINTE CHAUFFEE PAR DES SOURCES DE CHALEUR PULSEES

<sup>(1)</sup>B. AMAHAN, <sup>(1)</sup>H. EL QARNIA ET <sup>(2)</sup>E. K. LAKHAL

Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences Semlalia, Département de physique, B.P 2390, Marrakech, Maroc

<sup>(1)</sup>Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Energétique, Affilié au CNRST, URAC 27

<sup>(2)</sup>Laboratoire d'Automatique de l'Environnement et Procédés de Transfert, Affilié au CNRST, URAC 28

E-mail : [elqarnia@uca.ma](mailto:elqarnia@uca.ma)

**Résumé :** L'objectif de la présente étude est la simulation numérique des transferts thermiques dans une enceinte rectangulaire, confinant un matériau à changement de phase (MCP), chauffée par trois sources de chaleur pulsées protubérantes sur une paroi conductrice verticale et générant des puissances volumiques égales. Cette enceinte joue le rôle d'un puits thermique servant au refroidissement de composants électroniques. Pour étudier les comportements thermique et hydrodynamique de l'enceinte, un modèle mathématique 2D, basé sur les équations de conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement a été développé. Plusieurs investigations numériques ont été effectuées en vue d'analyser et quantifier l'impact de la fréquence adimensionnelle de la puissance pulsée générée par chaque source de chaleur, sur les comportements thermique et hydrodynamique et l'efficacité de refroidissement du puits thermique.

**Mots clés :** Matériau à changement de phase, chauffage pulsée, refroidissement de composants électroniques.

## INTRODUCTION

Différents modes de refroidissement des composants électroniques, basés sur l'utilisation des matériaux à changement de phase (MCP) ou l'air, faisant l'objet de quelques travaux de recherche, cette dernière décennie, ont été pensés. S. Krishnan et al. [1-2] ont étudié un refroidisseur muni d'ailettes en contact avec un MCP. La base de l'ailette est soumise à une température imposée. J.H.Bae et al. [3] ont étudié le refroidissement de trois sources de chaleur, incrustées sur l'une des parois verticales d'une cavité rectangulaire, et évacuant les mêmes flux de chaleur pulsés. La cavité renferme l'air servant au refroidissement des sources de chaleur par convection naturelle. S. Krishnan et al. [4] ont considéré le problème de fusion d'un MCP, à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire chauffée par trois sources de chaleur pulsées incrustées sur l'une des deux parois verticales. Les auteurs ont mené des investigations numériques pour étudier le

processus de changement de phase sur le refroidissement des sources de chaleur. Dans le présent travail, une étude paramétrique relative au refroidissement de sources de chaleur, par convection naturelle et stockage de chaleur dans un MCP, est proposé.

## MODELE MATHEMATIQUE

La Figure 1 présente le puits thermique, à base de MCP, proposé pour le refroidissement de sources de chaleur pulsées et simulant des composants électroniques.

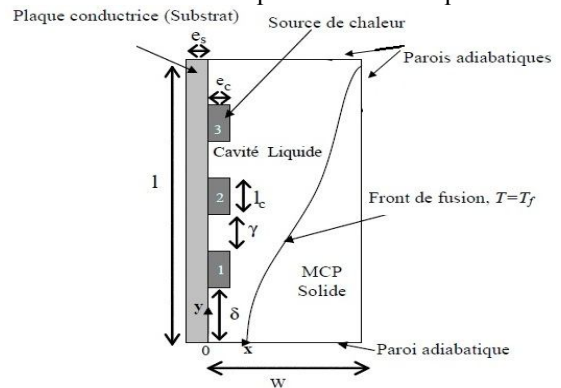


Figure 1: Schéma du modèle physique

### 2.1. Hypothèses simplificatrices

Les propriétés thermophysiques sont supposées constantes dans la plage de température envisagée, excepté la densité figurant dans le terme de gravité (approximation de Boussinesq);

Les principaux modes de transfert de chaleur dans le MCP sont la conduction et la convection naturelle;

Le MCP liquide est supposé incompressible et Newtonien. L'écoulement est supposé laminaire.

### 2.2. Equations gouvernantes

Les équations gouvernant les transferts de masse, de la quantité de mouvement et de chaleur au sein de la plaque conductrice, du MCP et des sources de chaleur seront données sous une forme adimensionnelle, en utilisant les variables suivantes:

$$X = \frac{x}{l_0}, Y = \frac{y}{l_0}, \tau = \frac{\alpha_{m,l}}{l_0^2} t, U = \frac{u}{\alpha_{m,l}/l_0}, V = \frac{v}{\alpha_{m,l}/l_0}$$

$$\Delta T = \frac{3q'}{K_{m,l}}, \theta = \frac{T - T_f}{\Delta T}, Pr = \frac{\vartheta_{m,l}}{\alpha_{m,l}}, Ra = \frac{g\beta l_0^3 \Delta T}{\vartheta_{m,l} \alpha_{m,l}}$$

$$Ste = \frac{c_{m,l,p} \Delta T}{\Delta H_f}, P = \frac{P}{\rho(\alpha_{m,l}/l_0)^2}, \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_{m,l}}$$

La quantité,  $l_0 = \sqrt{lw - 3l_c e_c}$ , représente la masse du MCP utilisée.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = Pr \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + Pr \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \frac{\partial P}{\partial X} + S_U$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial(VU)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = Pr \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + Pr \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \frac{\partial P}{\partial Y} + S_V$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \bar{\alpha} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \bar{\alpha} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + S_\theta$$

Avec,  $S_U = -\bar{c} \frac{(1-f)^2}{f^2+b} U$ ,  $\bar{c} = \frac{\alpha_m l}{l_c} C$  : constante

$$S_V = -\bar{c} \frac{(1-f)^2}{f^2+b} V + R_a P_r \theta$$

$$S_\theta = \delta_1 ((\delta_2 - 1) \frac{1}{St\theta} \frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{\delta_2}{3E_c L_c})$$

Les paramètres  $\delta_1$  et  $\delta_2$  figurant dans le terme source de l'équation de l'énergie, sont donnés comme suit:

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{source de chaleur} \\ 0 & \text{plaque conductrice} \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{source de chaleur} \\ 0 & \text{MCP} \end{cases}$$

**Conditions aux limites**

Frontières adiabatiques

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\text{paroi}} = 0 \quad \text{où, } \vec{\eta} \perp \text{ frontière}$$

Interface plaque conductrice - source de chaleur

$$\theta_s = \theta_c \quad \text{et} \quad K_c \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_c = K_s \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_s$$

Interface plaque conductrice – MCP

$$\theta_s = \theta_m \quad \text{et} \quad K_s \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_s = K_m \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_m$$

Interface MCP- Source de chaleur

$$\theta_c = \theta_m \quad \text{et} \quad K_c \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_c = K_m \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_m$$

$\vec{\eta}$  est la normale aux faces des sources de chaleur en contact avec le MCP.

Imperméabilité et non glissement sur les parois solides

$$U=V=0$$

Les propriétés thermo- physiques du MCP sont évaluées comme:  $K_m = f + (1-f)K_{m,s}$ ,  $\bar{\alpha}_m = f + (1-f)\bar{\alpha}_{m,s}$

**Conditions initiales**  $\theta = U = V = f = 0$

**3. RESULTATS**

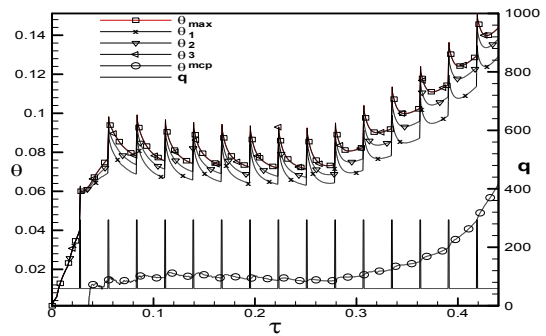
Le MCP utilisé est le n-eicosane ( $\Delta H_f = 2,47 \times 10^5$  J/kg). Initialement, il est à sa température de fusion,  $T_f$  ( $T_o = T_f = 36$  °C). Les dimensions de l'enceinte, des sources de chaleur et de la plaque conductrice [4] sont indiquées au Tableau 1.

**Tableau 1:** Dimensions (en m) des différents composants de la configuration de référence

$e_c$	$l_c$	$\gamma$	$\delta$	$l$	$e_s$	$w$
0.001	0.005	0.005	0.0025	0.03	0.003	0.03

La puissance pulsée générée par chaque source de chaleur, par unité de longueur, varie entre 10 W/m (pendant 300s) et 50 W/m (pendant 10s), la période adimensionnelle de cette puissance est 0,028 (310s). La température critique à ne pas dépasser pour assurer un fonctionnement sécurisé des composants électroniques est de l'ordre de 70°C ( $T_{cr} = 70$ °C, soit  $\theta_{cr} = 0,17$ ).

**3.1. Etude des comportements thermique et hydrodynamique de la configuration de référence**



**Figure 2:** Evolution temporelle de la puissance pulsée adimensionnelle (q), de la température maximale adimensionnelle et des températures moyennes adimensionnelles des sources de chaleur et du MCP.

Cette figure montre que durant la première phase de la première période (puissance de 10 W/m fournie pendant 300 s) marquée par une montée brusque des températures moyennes adimensionnelles, ces dernières sont identiques et atteignent un maximum local à l'instant adimensionnel  $\tau = 0,03$ . Après cette première phase, ces températures diminuent légèrement pour atteindre un minimum et s'accroissent ensuite. Un tel comportement est traduit par le fait que la puissance générée au sein de chaque source de chaleur est nettement supérieure à celle extraite par le MCP. Lorsque celle-ci équilibre la puissance générée, la température de la source de chaleur atteint le maximum local. Durant la deuxième phase, la puissance générée dans chaque source s'intensifie (puissance de 50 W/m fournie pendant 10 s), dépasse celle extraite par le MCP et entraîne, par conséquent, un accroissement brusque de la température moyenne adimensionnelle de chaque source. Durant ce premier cycle, la puissance extraite par le MCP est stockée uniquement sous forme de chaleur latente par celui-ci. En conséquence, la température moyenne adimensionnelle du MCP demeure pratiquement nulle, comme indiquée sur la figure 2. Durant la première phase de la deuxième période, la température moyenne adimensionnelle poursuit son accroissement mais avec une pente réduite. Lorsque la puissance s'intensifie, la température adimensionnelle augmente brusquement pour atteindre un nouveau maximum à la fin de la seconde période. Durant la première phase du troisième cycle, la puissance générée par chaque source de chaleur devient insuffisante pour vaincre la puissance extraite par le MCP liquide ; ce qui explique la chute brutale des températures moyennes adimensionnelles des sources de chaleur. Ce comportement est dû au mouvement de convection naturelle qui se manifeste dans la phase liquide du MCP, intensifiant ainsi le flux de chaleur extrait des sources de chaleur. Lors de son mouvement ascendant, le MCP liquide se réchauffe et extrait de moins en moins de la chaleur d'une source à l'autre. C'est la raison pour laquelle la source de chaleur inférieure est la plus refroidie. Ce comportement est illustré par les courbes de température de la figure 2. Lorsqu'à nouveau la puissance s'accroît, les températures moyennes adimensionnelles augmentent pour atteindre leurs



maximums. Ces oscillations sont dues à celles de la puissance générée par chacune des trois sources de chaleur. Il est à noter que, le régime établi de telles oscillations est atteint après cinq cycle et dure jusqu'au 10<sup>ème</sup> cycle. Au delà, du 10<sup>ème</sup> cycle, les oscillations persistent mais avec une augmentation des températures moyennes des sources de chaleur causée par une augmentation remarquable de la température moyenne du MCP. En effet, durant cette phase, le MCP liquide stocke l'énergie aussi bien sous forme latente que sous forme sensible. Il se réchauffe et par conséquent les flux de chaleur extraits des sources de chaleur se réduisent.

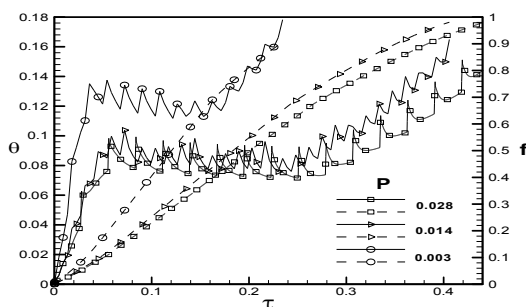
### 3.2. Effet de la fréquence de la puissance pulsée générée par les sources de chaleur.

Dans cette section, trois valeurs de la période P (fréquence) de la puissance pulsée générée par chaque source de chaleur, ont été envisagées (Tableau 2).

**Tableau 2:** Valeurs des périodes de la puissance pulsée

Cas	Durées respectives en (s) pour les puissances générées de 10 et 50 (W/m)	Période P
1	300 – 10	0,028 (310 s)
2	150 – 10	0,014 (160 s)
3	30 – 10	0,003 (40 s)

La Figure 3 illustre la variation temporelle de la température adimensionnelle maximale,  $\theta_{max}$ , pour différentes valeurs de la fréquence (période P). Comme il peut être constaté, l'évolution temporelle de  $\theta_{max}$  passe par les mêmes phases que celles décrites à la section précédente.



**Figure 3:** Effet de la fréquence de la puissance pulsée sur la variation temporelle de  $\theta_{max}$  (lignes continues) et  $f$  (lignes discontinues).

L'analyse de cette figure montre clairement que plus la fréquence de la puissance générée par chaque source est élevée (période P est petite), plus la durée de fusion est courte et plus la surchauffe des sources de chaleur est atteinte rapidement.

### CONCLUSION

Un refroidisseur de composants électroniques par convection naturelle et stockage de chaleur par fusion dans un MCP a été modélisé et analysé. Les principaux résultats dégagés, de cette étude, peuvent être récapitulés comme suit:

Durant la première phase du premier cycle, les températures moyennes adimensionnelles des sources sont égales et s'accroissent;

Durant la deuxième phase du premier cycle, les températures moyennes adimensionnelles subissent un accroissement rapide. La puissance extraite par le MCP est inférieure à celle générée.

Durant le premier cycle, la puissance extraite par le MCP est stockée uniquement sous forme de chaleur latente de fusion ;

Les oscillations des températures sont dues à celles de la puissance générée. Le régime établi de telles oscillations est atteint après cinq cycle et dure jusqu'au 10<sup>ème</sup> cycle. Au delà du 10<sup>ème</sup> cycle, les oscillations persistent mais avec une augmentation des températures moyennes des sources de chaleur causée par une augmentation remarquable de la température moyenne du MCP ;

La durée de fusion est d'autant plus courte que la fréquence de la puissance pulsée est élevée ;

Plus la fréquence est grande plus la surchauffe des sources de chaleur est rapide.

### Références

- [1] Sh. Krishnan ,V Garimella and Sh. S.Kang "A novel hybrid heat sink using phase change materials for transient thermal management of electronics, Purdue university Indiana , 2004
- [2] X. Q. Wang, Ch. Yap, A. S. Mujumdar A parametric study of phase change material (PCM)-based heat sinks, International Journal of Thermal Sciences (47), 1055–1068, 2008
- [3] J. H. Bae, J. M. Hyun, Time-dependent buoyant convection in an enclosure with discrete heat sources, International Journal of Thermal Sciences, (43), 3–11, 2004
- [4] Sh. Krishnan ,V Garimella and "Analysis of a Phase Change Energy Storage System for Pulsed Power Dissipation, IEEE TRANSACTIONS ON COMPONENTS AND PACKAGING TECHNOLOGIES, VOL. 27, NO. 1, MARCH, 2004



# EFFECT OF SINUSOIDAL HEATING ON NATURAL CONVECTION COUPLED TO THERMAL RADIATION IN A SQUARE CAVITY SUBJECTED TO CROSS GRADIENTS OF TEMPERATURE

R. EL AYACHI<sup>1</sup>, A. RAJI<sup>1</sup>, M. HASNAOUI<sup>2</sup>, A. ABDELBAKI<sup>2</sup>, M. NAÏMI<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Sultan Moulay Slimane University, Faculty of Sciences and Technologies, Physics Department, Laboratory of Flows and Transfers Modelling (LAMET), B.P. 523, Béni-Mellal 23000, Morocco

abderaji@fstbm.ac.ma and abderaji@yahoo.fr

<sup>2</sup> Cadi Ayyad University, Faculty of Sciences Semlalia, Physics Department, Laboratory of Fluid Mechanics and Energetics (LMFE), Unit affiliated to CNRST (URAC, 27) B.P. 2390, Marrakech, Morocco

hasnaoui@ucam.ac.ma

## 1. Introduction

Combined natural convection and surface radiation in closed cavities has been extensively studied using numerical simulations and experiments owing to the practical importance of such a configuration in many engineering applications (convective heat losses from solar collectors, thermal design of buildings, air conditioning and recently, the cooling of electronic components). Actually, much more complex boundary conditions may be encountered in practical cases where horizontal and vertical temperature gradients are simultaneously imposed across the cavity [1-4]. In these studies, the thermal boundary conditions were assumed to be either steady isothermal or constant heat flux wall conditions. However, in many engineering applications, the energy provided to the system is variable in time and gives rise to unsteady natural-convection flow. The power supply of electronic circuits by an alternating current, the collectors of solar energy, rooms housing and building hollow blocks, in which recirculation is periodically driven by daily solar heating, are concrete examples. This justifies the presence of some works in the literature in which the variable aspect of the thermal boundary conditions was considered [5-9]. Results of these studies showed that the buoyancy-induced flow resonates to a certain frequency of the periodic heat input and the resonance phenomenon is characterized by maximum fluctuations observed in the heat transfer evolution with the period of the time-dependent thermal excitation. In our knowledge, works dealing with time periodic combined natural convection-radiation in rectangular cavities subjected to crossed thermal gradients are non-existent. This work is, therefore, a contribution to the numerical study of the effect of periodic heating on natural convection and surface radiation within a square cavity filled with air and discretely heated and cooled from the four walls: the bottom active element is heated with a temperature varying sinusoidally in time, while the vertical left active element is heated at a constant temperature. The parameters governing the problem are the emissivity of the walls, the

characteristics of the temperature excitation (amplitude  $a$  and period  $\tau$ ), the relative size of the active elements and the Rayleigh and Prandtl numbers. The effect of control parameters on heat transfer and fluid flow within the cavity is examined.

## 2. Problem formulation

The configurations under study, together with the system of coordinates, are depicted in Fig. 1. It consists of a square cavity discretely heated and cooled from the four walls. The bottom active element is heated with a temperature varying sinusoidally in time, while the vertical left active element is heated at a constant temperature, the vertical and the top cold elements are at constant temperature. The remaining portions are adiabatic. The 2D flow is conceived to be laminar and incompressible with negligible viscous dissipation. All the thermophysical properties of the fluid are assumed constant except the density in the buoyancy term which is assumed to vary linearly with temperature (Boussinesq approximation); such a variation gives rise to the buoyancy forces. Taking into account the above-mentioned assumptions, the non-dimensional governing equations, written in vorticity-stream function ( $\Omega$ - $\Psi$ ) formulation, are as follows:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial y} = Ra Pr \frac{\partial T}{\partial x} + Pr \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (3)$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad \text{and} \quad \Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

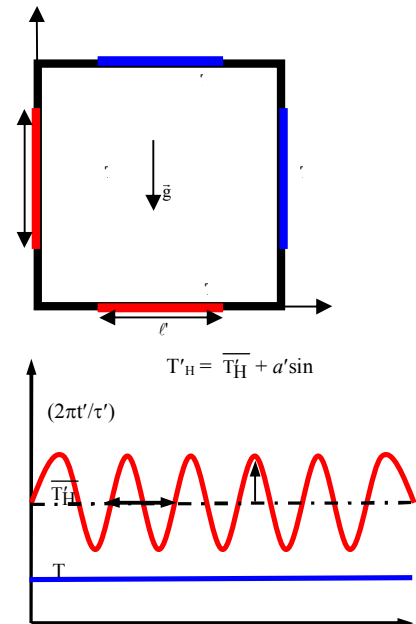


Fig. 1: Geometry of the problem with the imposed thermal Excitations

The dimensionless boundary conditions are:

$$u = v = \Psi = 0 \quad \text{on the cavity walls} \quad (5a)$$

$$T = 0 \quad \text{on the cooled elements} \quad (5b)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial n} + N_r Q_r = 0 \quad \text{on the adiabatic elements} \quad (5d)$$

"n" being the normal direction to the considered adiabatic wall.

The non-dimensional radiosity equation

$$J_i = \varepsilon_i \left( \frac{T_i}{T_r} + 1 \right)^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{S_j} F_{ij} J_j \quad (6)$$

The view factors,  $F_{ij}$ , between the isothermal elementary surfaces were determined by the Hottel's [10] crossed string method. The non-dimensional net radiative heat flux leaving a surface  $S_i$  is evaluated by:

$$Q_r = \varepsilon_i \left[ \left( \frac{T_i}{T_r} + 1 \right)^4 - \sum_{S_j} F_{ij} J_j \right]$$

At each time step, the mean Nusselt numbers, characterizing the contributions of natural convection and thermal radiation through the heated walls, are evaluated as:

$$\text{on the vertical heated wall} \quad Nu_{V(cv)}(t) = - \int_{0.5-\frac{B}{2}}^{0.5+\frac{B}{2}} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} dy; \quad Nu_{V(rd)}(t) = \int_{0.5-\frac{B}{2}}^{0.5+\frac{B}{2}} (N_r Q_r)_{x=0} dy -$$

on the horizontal heated wall

$$Nu_{H(cv)}(t) = - \int_{0.5-\frac{B}{2}}^{0.5+\frac{B}{2}} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx; \quad Nu_{H(rd)}(t) = \int_{0.5-\frac{B}{2}}^{0.5+\frac{B}{2}} (N_r Q_r)_{y=0} dx$$

The instantaneous convective, radiative and total Nusselt numbers across the whole cavity are defined respectively as:

$$Nu_{cv}(t) = Nu_{V(cv)}(t) + Nu_{H(cv)}(t)$$

$$Nu_{rd}(t) = Nu_{V(rd)}(t) + Nu_{H(rd)}(t)$$

$$Nu(t) = Nu_{cv}(t) + Nu_{rd}(t)$$

The mean Nusselt numbers, averaged in time over periods are calculated as:

$$\overline{Nu}_{cv} = \frac{1}{\tau_{cv}} \int_0^{\tau_{cv}} Nu_{cv}(t) dt \quad \overline{Nu}_{rd} = \frac{1}{\tau_{rd}} \int_0^{\tau_{rd}} Nu_{rd}(t) dt$$

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_{cv} + \overline{Nu}_{rd}$$

where  $\tau_{cv}$  and  $\tau_{rd}$  are respectively the periods of the temporal variations of convective and radiative Nusselt numbers (they are identical in general).

### 3. Method of solution

The non linear partial differential governing equations, Eqs. (1)-(3), were discretized using a finite difference technique. The first and second derivatives were approached by central differences. The integration of equations (1) and (2) was ensured by the Alternating Direction Implicit method (ADI). At each time step, the Poisson equation, Eq. (3), was treated by using the Point Successive Over-Relaxation method (PSOR). The set of Eqs. (6), representing the radiative heat transfer between the different elementary surfaces of the cavity, was solved by using the Gauss-Seidel method. The accuracy of the numerical model was checked by comparing results from the present investigation against those previously

published by Akiyama and Chong [11] in the case of a differentially heated square cavity.

### 4. Results and discussion

The main parameters governing the problem are the amplitude of the exciting temperature ( $0 \leq a \leq 1$ ), its period ( $0.001 \leq \tau \leq 1$ ), the emissivity of the walls ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ), the Prandtl number, Pr, the Rayleigh number, Ra, and the relative length of active elements, B. To highlight the influence of  $a$ ,  $\tau$  and  $\varepsilon$ , the values of B, Pr and Ra are fixed to 0.5, 0.72 (air) and  $10^6$  respectively. In the following, the results obtained are presented in terms of temporal variations of maximum ( $\Psi_{max}$ ) and minimum ( $\Psi_{min}$ ) stream functions and total Nusselt number Nu (Nu being the sum of the convective and radiative Nusselt numbers). The mean values of these quantities, averaged in time over one flow cycle are also discussed to point out the effect of the variable temperature on the coupling between natural convection and surface radiation.

For  $\varepsilon = 0$  (absence of radiation), the evolution with time of  $\Psi_{min}$ ,  $\Psi_{max}$ , and Nu, are shown in Fig. 2, for various values of  $a$ , and  $\tau = 0.008$ . The choice of this value of  $\tau$  is guided by a series of tests showing significant effects, on fluid flow and heat transfer, which are discussed later. On these figures, the reference case corresponding to constant heating temperature ( $a = 0$ ) is represented by a continuous horizontal line. Globally the evolution in time of  $\Psi_{min}$  and  $\Psi_{max}$  (Figs. 2a,b) is periodic, the amplitudes of the oscillations appear to increase with  $a$ , which is quite normal since the response is often to the height of excitation. It can be noted that the monocellular structure, observed for  $a = 0$ , disappears in favor of a secondary flow whose size and intensity increase with  $a$ . In terms of heat transfer, the increase of the amplitude  $a$  is accompanied by an increase in the amplitude of the sinusoidal evolution of Nu (Fig. 2c). The effect of radiation on the temporal variation of  $\Psi_{min}$ ,  $\Psi_{max}$  and Nu is shown in Figs. 3 in the case of highly emissive walls ( $\varepsilon = 1$ ). Compared with the case  $\varepsilon = 0$ , we can see that the shapes of the curves are visibly affected when radiation is considered. In general, the temporal evolutions of  $\Psi_{min}$ ,  $\Psi_{max}$  and Nu are periodic with a period identical to that of the exciting temperature with a sinusoidal trend for Nu(t). It should be noted that the clockwise cell, constituting the main flow, remains dominant during a period of evolution, while the secondary counterclockwise flow, plays a less significant role. For the heat transfer, Fig. 3c, shows that when radiation of the walls is considered, the amplitude of Nu oscillations, is significantly enhanced; indicating an improvement of the total heat transfer when radiation is taken into account.

Based on a set of preliminary tests, the time-averaged values of the stream functions and the Nusselt number ( $\Psi_{max}$ ,  $\Psi_{min}$ , and Nu), obtained for various periods, let suppose the existence of the resonance phenomenon within the cavity. In the absence of radiation ( $\varepsilon = 0$ ), variations of the main flow intensity,  $\overline{\Psi}_{min}$ , with  $\tau$  are presented in Fig. 4 and show that  $|\overline{\Psi}_{min}|$  increases with  $\tau$  to a peak, symbolizing a resonance phenomenon, for a critical value of  $\tau$ , which is of 0008 (Fig. 4a). By increasing the amplitude  $a$  of the variable temperature, the peak becomes more important and the resonance phenomenon becomes

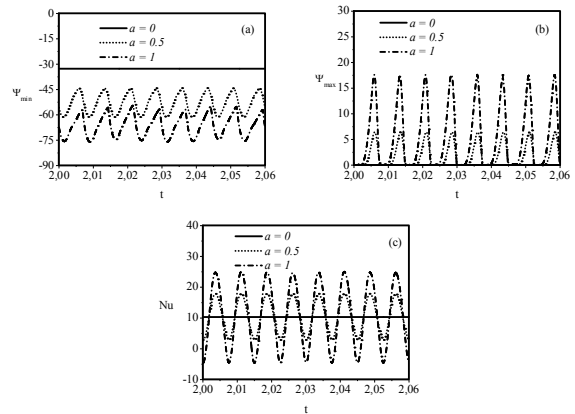
more pronounced, but without changing the critical periods. Variations of  $\overline{Nu}$  with  $\tau$ , presented in Fig. 4b, testify of the existence of the resonance phenomenon which is also observed for the same critical period. Finally, Fig. 5, obtained for  $\varepsilon = 1$  (highly emissive walls), shows that the fluid circulation and the total heat transfer are more enhanced in comparison with the case of  $\varepsilon = 0$ . The evolution with  $\tau$  is similar and the resonance phenomenon is obtained for the same critical period of the reference case  $\varepsilon = 0$ .

**5. Conclusion**

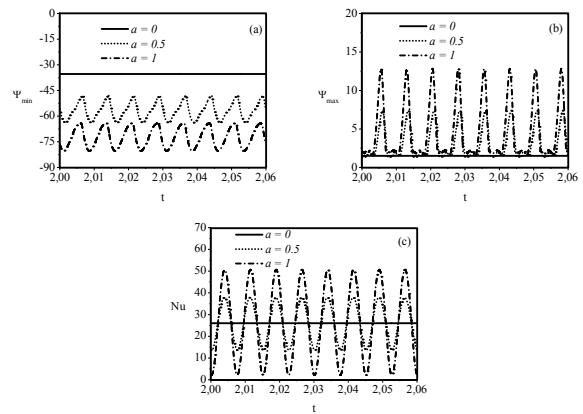
The problem of periodic natural convection coupled with thermal radiation inside a square cavity, submitted to cross gradients of temperature, has been studied numerically. It can be concluded that the solutions obtained with and without thermal radiation, are periodic in time with periods identical to that of the exciting temperature. A resonance phenomenon, characterized by maximum fluctuations in flow intensity and heat transfer, is observed. The resonance period has the particularity of being independent vis-à-vis the excitation amplitude and the emissivity of the walls. With the exception of low values of the period of the exciting temperature, time variable heating, generally improves heat transfer compared with the case of a constant heating.

**References**

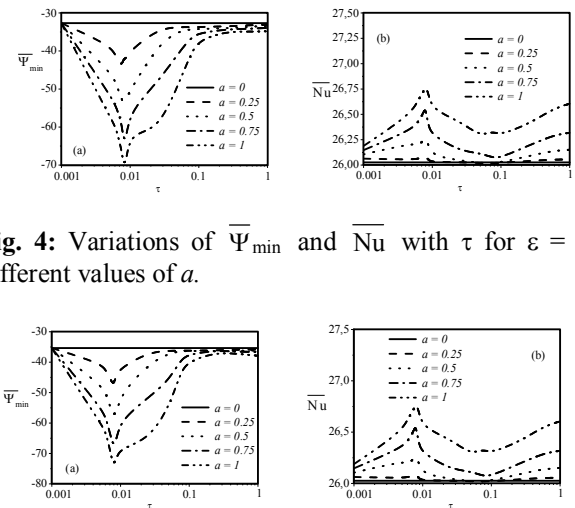
[1] M. Corcione, Effects of the thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above, *Int. J. of Thermal Sciences* **42** (2003), pp. 199–208.  
 [2] C. Cianfrini, M. Corcione and P. P. Dell’Omo, Natural convection in tilted square cavities with differentially heated opposite walls, *Int. J. Thermal Sciences* **44** (2005), pp. 441–451.  
 [3] Qi-Hong Deng, Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source–sink pairs, *Int. J. Heat Mass Transfer* **51** (2008), pp. 5949–5957.  
 [4] R. El Ayachi, A. Raji, M. Hasnaoui, A. Abdelbaki and M. Naïmi, Combined effects of radiation and natural convection in a square cavity submitted to cross gradients of temperature: case of partial heating and cooling, *Computational Thermal Sciences* **3** (1) 2011, pp. 73–78.  
 [5] J. L. Lage and A. Bejan, The Resonance of Natural Convection in a Horizontal Enclosure Heated Periodically from the Side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, pp. 2027–2038, 1993.  
 [6] B. V. Antohe and J. L. Lage, Amplitude Effect on Convection Induced by Time-Periodic Horizontal Heating, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 39, pp. 1121–1133, 1996.  
 [7] F. Y. Zhao, D. Liu, and G. F. Tang, Resonant Response of Fluid Flow Subjected to Discrete Heating Elements, *Energy Conversion Management*, vol. 48, pp. 2461–2472, 2007.  
 [8] R. El Ayachi, A. Raji, M. Hasnaoui and A. Bahlaoui, Combined effect of radiation and natural convection in a square cavity differentially heated with a periodic temperature, *Num. Heat Transfer Part A* **53** (2008), pp. 1339–1356.  
 [9] H. C. Hottel and A. F. Saroffim, *Radiative heat transfer*, McGraw-Hill, New York, 1967.  
 [10] M. Akiyama and Q.P. Chong, Numerical analysis of natural convection with surface radiation in a square cavity, *Num. Heat Transfer Part A* **31** (1997), pp. 419–433.



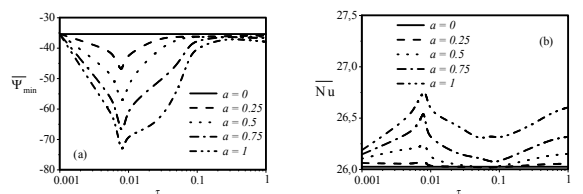
**Fig. 2:** effect of  $a$  on  $\Psi_{\min}(t)$ ,  $\Psi_{\max}(t)$  and  $Nu(t)$  for  $\varepsilon = 0$



**Fig. 3:** effect of  $a$  on  $\Psi_{\min}(t)$ ,  $\Psi_{\max}(t)$  and  $Nu(t)$  for  $\varepsilon = 1$



**Fig. 4:** Variations of  $\overline{\Psi}_{\min}$  and  $\overline{Nu}$  with  $\tau$  for  $\varepsilon = 0$  and different values of  $a$ .



**Fig. 5:** Variations of  $\overline{\Psi}_{\min}$  and  $\overline{Nu}$  with  $\tau$  for  $\varepsilon = 1$  and different values of  $a$ .

# INFLUENCE DE LA TEMPERATURE SUR L'ENCRASSEMENT DES ECHANGEURS PLACES EN AVAL D'UNE CHAMBRE DE COMBUSTION BRULANT DU CHARBON PULVERISE

M. ZAOUÏ

Laboratoire de Mécanique, Thermique et Matériaux.  
Ecole Nationale de l'Industrie Minérale, Département  
Electromécanique B.P. 753 Agdal Rabat ; MAROC.  
E mail : zaoui\_elm@yahoo.fr

## Introduction

Les charbons pulvérisés brûlés dans les chaudières industrielles donnent lieu à des dépôts tant sur les parois de la chambre de combustion que sur les parties des échangeurs, entraînant des désordres graves dans l'exploitation des générateurs thermiques.

Les essais normalisés en usage ne permettent pas de caractériser le comportement effectif des charbons actuellement utilisés.

Le programme de recherche accompli comprend plusieurs phases. Nous présentons dans cet article les résultats des mesures des taux d'encrassements (TE) des dépôts formés dans les échangeurs et sur les plaques (insérées dans le passage du courant gazeux) au cours des essais.

Ce programme de recherche a nécessité l'étude et la construction d'un tunnel de combustion permettant le passage des matières minérales dans des températures pouvant atteindre 1900 K et la condensation des vapeurs et des composés chimiques.

## L'encrassement

L'encrassement réside dans l'entassement des particules de cendres volantes dans le passage par convection dans les circuits des gaz de combustion et à des températures en dessous de la température de fusion [1].

Dans le but de juger de la qualité d'un charbon à l'égard de cette nature de ce dépôt, certains indices ont été proposés [2, 3, 4, 5,6] (teneur du sodium et de la silice) ; à ceci il faut ajouter la charge de la chaudière mais en moindre importance [2, 7]. Or cet encrassement dépend de plusieurs facteurs incluant à la fois la nature des matières minérales (M.M.) du charbon, la nature thermique et la nature géométrique.

La nature thermique met en jeu la température moyenne de la flamme, ( $T_f$ ), des gaz ( $T_g$ ) et des parois ( $T_p$ ).

La nature géométrique prend en considération la forme géométrique de la surface d'échange thermique soumise au dépôt, ainsi que sa rugosité.

## Le dispositif expérimental

L'installation que nous avons conçue permet d'une part, la combustion du charbon pulvérisé et d'autre part, le passage des gaz de combustion et des cendres dans des échangeurs. Elle est instrumentée de façon à pouvoir mesurer les températures de la chambre de combustion et celle de sa

paroi extérieure, les températures et les débits de l'air comburant, des fluides de refroidissement des échangeurs et de faire des analyses de gaz et des prélèvements de particules. Elle comprend (voir figure 1) :

- Un doseur,
- Un brûleur,
- Une chambre de combustion,
- Deux échangeurs à courants croisés,
- Un coude, une chambre de dilution,
- Un ventilateur.

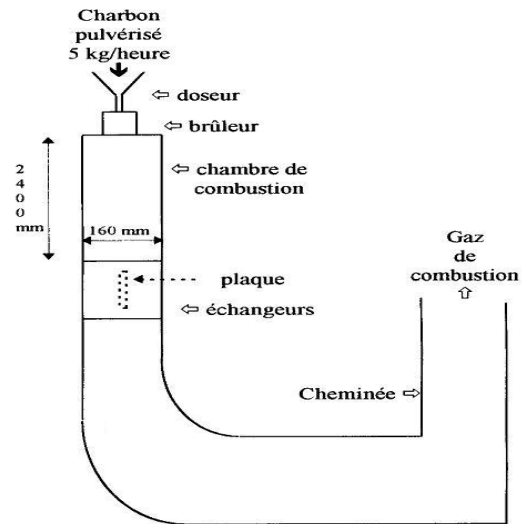


Figure 1 : schéma de l'installation expérimentale

## Réalisation des expériences

Pour cette première étude, nous avons employé le même charbon durant tous nos travaux.

Nous faisons abstraction à la nature géométrique en ne travaillant que sur des surfaces verticales (soumises à l'encrassement, afin de pouvoir déterminer son taux), Par conséquent, nous ne prenons en compte que les facteurs suivants :

- Température moyenne de la flamme ( $T_f$ ),
- Température des gaz de combustion ( $T_g$ ),
- Température des parois des échangeurs ou des plaques insérées ( $T_p$ ).

Ceci nous mène à proposer le protocole suivant :

Expériences statiques : détermination de la nature du charbon, etc.

Essais dynamiques (quatre essais).

## Résultats et conclusions

La détermination du taux d'encrassement (TE) réside dans le prélèvement et le pesage d'un échantillon de cendres cueilli sur une surface bien déterminée.

A partir de quatre essais ayant tous les mêmes paramètres de combustion, donc des températures moyennes de flammes très proches (1500 C) et en sept pesages pour chaque essai, nous mettons en valeur l'importance de  $T_p$ ,  $T_g$  et  $T_s$  (température de surface du dépôt, déterminée par calcul) et nous quantifions ce TE en l'exprimant en gramme

par m<sup>2</sup> de la surface ayant servi au prélèvement et par heure de fonctionnement  $\left(\frac{g}{m^2.h}\right)$ .

Les résultats expérimentaux montrent qu'on ne peut dissocier séparément ces variables thermiques dans le but de juger leurs importances à la tendance formation des dépôts. Par contre, la formulation du TE par une fonction prenant en compte la différence des températures impliquées, telle que (Tg-Ts), (Ts-Tp) ou (Tg-Tp) appréhende mieux la variation du TE (voir figure 2).

L'examen des cendres au microscope électronique à balayage montre que les particules se présentent sous les trois formes suivantes:

Particules sphériques, initialement sous forme de grains irréguliers, appartenant aux familles des matières minérales inhérentes dans la substance charbon et qui sont passées à l'état liquide lors de leur passage dans la flamme. Ces particules sont abondantes, surtout dans la couche intérieure du dépôt soumise aux hautes et aux moyennes températures des gaz et des parois.

Les particules granuleuses et poreuses. A l'origine, ces particules étaient plus riches en M.M. qu'en charbon, durant leur passage dans la flamme, seul le peu de charbon existant a été consommé, ce qui explique la présence des pores. La consommation du charbon n'a pas entraîné la fusion des M.M.

Les sphères, sous forme de crevasses, ayant été formées durant la combustion.

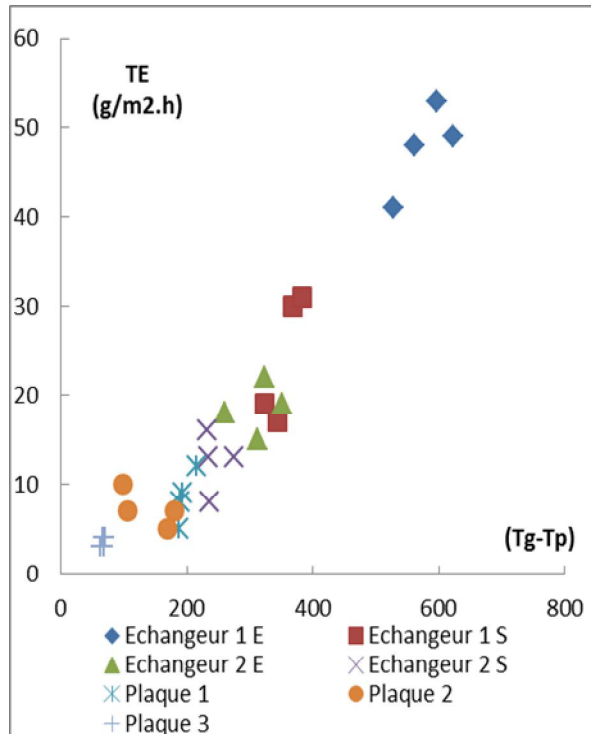


Figure 2 : évolution du taux d'encrassement en fonction de (Tp-Tg).

Nous tirons trois conclusions des essais effectués :

La variation du taux d'encrassement en fonction du temps est croissante pendant les premières heures de fonctionnement,

Cette même variation apparaît tendre vers une valeur limite pour le fonctionnement d'assez longue durée,

Le taux d'encrassement s'exprime en première analyse en fonction de l'écart global (Tg-Tp).

## Références

- [1] REID W.T. The relation of mineral composition to slagging, fouling and erosion during after combustion. Progress in energy and combustion science, Vol : 10, N° : 2, pp: 159-176, 1984.
- [2] SONDRÉAL E. A. TUFTE P.H. BECKERING W. Ash fouling in the combustion of low rank western U.S. coals Combust. Sci. Technol. Vol. 16 N° : 3-6 pp. 95-110, 1977.
- [3] GRONHOVD G.H. ; BECKERING W. and TUFTE P.H., Study of factors affecting ash deposition from lignite and other coal. Presented at the annual meeting of the american society of mechanical engineers. Los Angeles, CA, Paper N° : 69-WA/CD-1, 1969.
- [4] GRONHOVD G. H. ; WAGNER R.J. and WHITTMAIER A.J., A study of the ash fouling tendencies of a North Dakota lignite as related to its sodium content. Transactions of the society of mining engineers, pp. 313-322, 1967.
- [5] SEDOR P. ; DIELEL E.K. and BARNHART D.H., External corrosion of superheaters in boilers firing high alkali coals. J. of Engineering for power, 82, 181, 1960.
- [6] TUFTE P.H. ; GRONHOVD G.H. ; SONDRÉAL E.A. and SELLE S.J., Ash fouling potentials of western subbituminous coal as determined in a pilot plan test furnace. Presented at the American Power Conference, Chicago, 1976.
- [7] SONDRÉAL E.A. ; SELLE S.J. ; TUFTE P.H. ; MENZE V.H. ; LANING V.R., Correlation of fireside boiler fouling with north lignite ash characteristics and power plant operating conditions. American Power conference, Chicago, 1977.

## Remerciements

L'auteur remercie l'Ecole des Mines de Douai et l'Ecole des Mines de Paris pour l'aide apportée à l'élaboration de ce travail.



# DETACHEMENT D'UNE BULLE DE VAPEUR D'EAU, D'UNE SURFACE PLANE CHAUFFEE

BAKI TOUHAMI<sup>1</sup>, ARIS ABDELKADER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IGCMO USTO Oran, Ecole Doctorale Energétique et Environnement, e-mail : tou\_baki@hotmail.com

<sup>2</sup>ENSET Oran Es Senia, Maître de conférences

**Résumé :** La dynamique de la bulle joue un rôle important dans l'amélioration du transfert de chaleur lors de l'ébullition, pour cette raison, Nous nous sommes situés à l'échelle de la bulle et nous avons simulé le détachement de la surface chauffée, d'une bulle de vapeur dans l'eau liquide, Nous avons suivi l'évolution de la couche limite thermique et du coefficient de transfert de chaleur lorsque la bulle se détache puis enclenche son ascension. Il est apparu que la couche limite thermique est perturbée et que le coefficient de transfert atteint des proportions importantes sur les deux côtés de la position de la bulle, puis au niveau du centre de la bulle lors de la reconstruction de la couche limite thermique.

**Abstract:** The dynamics of the bubble plays a significant role in the improvement of the transfer of heat during boiling. For this reason, We were on the scale of the bubble and we simulated the detachment of heated surface, the rise and the bursting on the free face of a vapor bubble in liquid water. We followed the evolution of the thermal boundary layer and the coefficient of heat transfer when the bubble is detached then engages its rise, it appeared that the thermal boundary layer is disturbed and that the coefficient of heat transfer reaches significant proportions on the two sides of the position of bubble, then to the level of the center of the bubble during the rebuilding of the thermal boundary layer.

**Mots clef :** bulle, ébullition, simulation, transfert de chaleur, couche limite thermique.

## Introduction

La production, le transport et l'utilisation de vapeur est un domaine très répandue dans l'industrie de transformation, la vapeur est produite dans les chaudières à vapeur à tube de fumée ; des méthodes existent pour la détermination des caractéristiques de ces équipements, Ces derniers sont considérés comme un ensemble ou système avec des entrées et des sorties ; Notre étude se propose de se situer à l'intérieur de ce système et de comprendre le phénomène de l'ébullition d'un liquide pure qui se manifeste à l'extérieur d'un tube. Nous étudions dans ce cas le détachement d'une bulle de vapeur d'eau.

## Choix du domaine de simulation

On se situe sur la partie supérieure d'une surface chauffée, et on simule la dynamique d'une bulle de vapeur d'eau, Le cycle étudié sera le détachement d'une bulle à la surface libre du liquide.

On a adopté les suppositions suivantes :

Le processus est étudié en deux dimensions

Les flux sont laminaires

La température du mur reste constante

Les propriétés thermodynamiques de chacune des deux phases sont insensibles aux petites variations de températures et de pressions

Lors du processus ; on n'inclut pas le transfert de masse de la phase liquide à la phase vapeur

On suppose que la bulle a atteint le diamètre nécessaire pour entamer son cycle

Les propriétés thermiques et physiques sont présentées dans le tableau 1, toutes les propriétés de l'eau sont évaluées à la pression atmosphérique et la température de 100°C.

Propriétés	Unité	Liquide	Vapeur
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	958	0,598
$c_p$	kJ/kgK	4,212	2,02
$\lambda$	W/mK	0,68	0,0248
$\mu$	m <sup>2</sup> /s	2,85x10 <sup>-4</sup>	1,2x10 <sup>-5</sup>
$L_{ig}$	kJ/kg	2,257	
$T_{sat}$	K		373,15
$\beta$	K <sup>-1</sup>	7,5x10 <sup>-4</sup>	
$\sigma$	N/m	0,0589	

Tableau 1 - Propriétés thermiques et physiques de l'eau

## Conditions initiales

Le diamètre équivalent de départ de la bulle sera déterminé avec la formule de Fritz.

$$D_d = 0,0208 \theta \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)}} \quad (1)$$

A partir de ce diamètre on détermine le diamètre initial du demi-cercle initial avant détachement, Ils ont en fait le même volume, l'angle de contact est pris égal à 54° et la surchauffe de la paroi  $\Delta T = 10$ .

Le diamètre équivalent donné par la formule de Fritz est de  $D_d = 2,72 \text{ mm}$ , soit un volume de  $V = 10,54 \text{ mm}^3$ , Ce même volume sera la demi sphère de départ soit  $V = 21,07 \text{ mm}^3$ , ce qui nous donne un diamètre initial de  $D_d = 3,43 \text{ mm}$ , en arrondissant, on prendra un diamètre de  $D_d = 3,50 \text{ mm}$ .

Pour le domaine de simulation, la largeur selon x sera prise supérieure à 3 fois le rayon pour que lors du détachement les côtés n'influencent pas le processus, La hauteur selon y sera prise égale à 6 fois le rayon avec la phase liquide pour permettre de visualiser l'ascension, Cette hauteur sera complétée par une autre hauteur de phase vapeur pour observer la phase finale de l'éclatement de la bulle; on prendra alors un domaine de 10mm x 20mm.

Donc on aura un domaine de 10mm x 20mm, avec un demi-cercle de diamètre  $D_d = 3,50 \text{ mm}$  placé sur le mur au milieu de l'axe x, toutes les vitesses initiales sont nulles.

Les propriétés du liquide et de la vapeur sont prises pour l'eau à 100 °C, la température de la vapeur sera la température de saturation ; la température du mur sera de 110 °C ; la pression est prise égale à la pression atmosphérique, La pression de la bulle est calculée à partir de la formule de Laplace, La température de la bulle est la température de saturation à la pression de la bulle, et elle est déterminée à partir de la formule de Dupré.

L'épaisseur de la couche limite thermique est déterminée à partir de la corrélation du transfert de chaleur lors de la

convection naturelle turbulente, la couche limite initiale est donnée par :

$$\delta_t = 7.14 \left( \frac{\nu_l S_l}{g \beta_T \Delta T} \right)^{1/3} \quad (2)$$

Le tableau des propriétés physiques et thermiques, ainsi que les conditions initiales et les conditions aux limites ont été tirés d'une publication sur la simulation numérique de l'ébullition nucléée en vase d'une bulle. D'après AbhijitMukherjee [1].

Les équations qui régissent le phénomène, où la méthode VOF est introduite sont décrit comme suit :

Equation sur le taux de présence

$$\frac{1}{\rho_q} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (3)$$

Equation de la conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (4)$$

Equation de la chaleur

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v} (\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) + S_h$$

### Domaine de simulation

Le domaine de contrôle choisi est de dimensions 10 mm x 20 mm, avec trois types de maille uniforme, A savoir, une maille carrée 0,25x0,25 ; une maille rectangulaire 0,25x0,1, et enfin une maille carrée 0,1x0,1, La partie basse est la surface chaude (wall), les deux côtés sont des symétries (symmetry), et la partie supérieure est la sortie (pressure outlet), Les calculs seront faits en coordonnées cartésiennes, La bulle sera placée sur le mur, au milieu du tronçon.

La géométrie et le maillage ont été générés en utilisant le logiciel Gambit 2.2.30, En introduisant les conditions initiales au maillage en utilisant le code de calcul Fluent on obtient les contours de fraction de volume en rouge la vapeur et en bleu le liquide, comme illustré dans la figure 1.

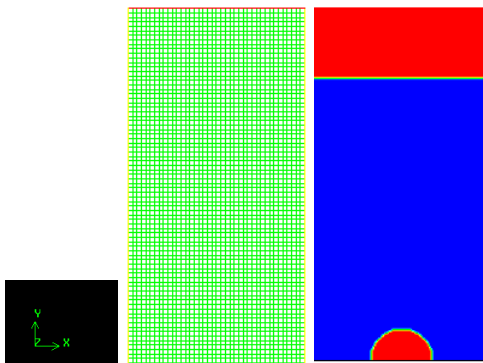


Fig.1: Domaine de simulation et état initial

Cet état initial correspond au fait à la maturité d'une bulle qui a atteint le diamètre nécessaire pour entamer le détachement, phase 4 dans la figure 2 faisant un angle  $\beta < 90$ , Ce processus est décrit par R.T Lahey dans Boilingheattransfer, modern developments and advances [2], Le site de nucléation est ignoré dans la simulation, puisque sa taille est beaucoup plus petite que la taille de la bulle.

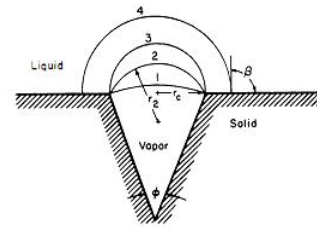


Fig.2 : Etat initial de la bulle décrit par R.T Lahey [2]

Après détermination de la couche limite thermique, qu'on l'a introduit comme conditions initiales sur les côtés, cette couche thermique a été supposée linéaire, Pour passer de la température de la paroi à la température du liquide, on passe par 10 isothermes, voir les figures 3 et 4.

Voir allure ci-

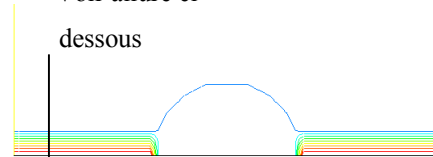


Fig.3 : Température à l'état initial

Avant le lancement du calcul de la simulation, Nous avons l'allure de la température de la couche limite thermique en décroissance linéairement.

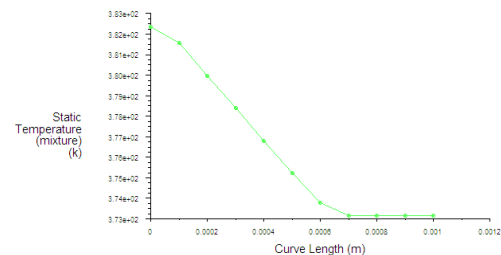


Fig.4 : Température de la couche limite thermique

### Résultat et discussion

Après le lancement du calcul, le processus de détachement est enclenché, après 10 ms on obtient l'allure suivante de la fraction de volume présenté dans la figure 6. Le diamètre à la base commence à diminuer et la partie supérieure s'allonge, ce qui est indiqué par les vecteurs vitesse des figures 8 et 9, on voit les vitesses maximales au-dessus de la bulle qui ont tendance à la tirer vers le haut et entrain de la cisailier au niveau de la base.



Fig5 : Etat de la bulle après 10 ms

Le profil de la couche limite thermique est indiqué ci-dessous, après 10 ms du lancement de détachement de la bulle, voir la figure 6 ci-dessous.

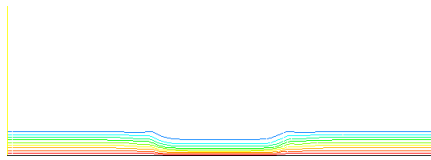


Fig.6 : Température aux alentours de la bulle après 10 ms

Lors du déplacement de la bulle et son détachement de la paroi, la couche limite thermique est perturbée au niveau du point triple. Le coefficient de transfert de chaleur local a atteint des valeurs supérieures à l'ensemble des valeurs le long de la paroi, comme indiqué à la figure 10.

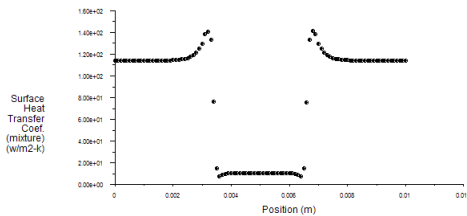


Fig.9 : Profil du coefficient de transfert après 10 ms

Après 16 ms le processus de détachement a pris fin, et la bulle commence son ascension vers la surface libre il ne reste aucun contact de la fraction vapeur sur la surface chaude, Un nouveau processus est entamé qui est l'ascension, comme il est montré dans la figure 11, ci-dessous.



Fig.10 : Fin du détachement de la bulle

Ces résultats correspondant en fait à la simulation faite dans les mêmes conditions, où il est montré le temps qui s'écoule entre le début et la fin du détachement est de l'ordre de 16 ms, le diamètre de la base passe par un maximum puis commence à diminuer jusqu'à détachement complet, d'après Abhijit Mukherjee et son équipe [1], voir la figure 11; montrant l'évolution du diamètre de base et le diamètre moyen lors de la simulation.

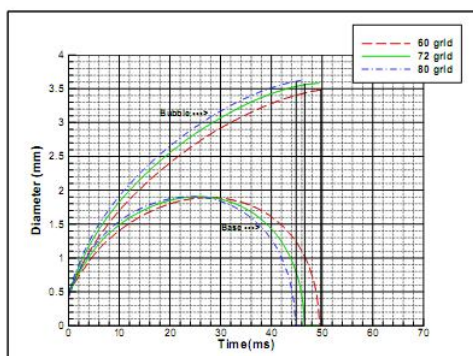


Fig.11 : Evolution de la bulle d'après Abhijit Mukherjee [1]

L'évolution des isothermes de la couche limite thermique à l'instant 16 ms, au moment du détachement de la bulle de la paroi chaude est montrée dans la figure 12.

On voit nettement la perturbation de la couche limite thermique, et même certaines isothermes prennent l'allure de la bulle lors du détachement, Au niveau du pied de la bulle, la couche limite a été très amincie.

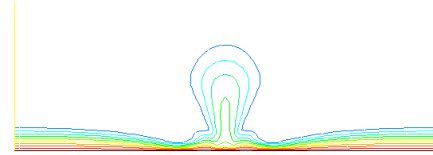


Figure 12 - Profil de température après 16 ms

Lors du détachement de la bulle de la paroi, la couche limite thermique est fortement perturbée, comme on l'a vu précédemment, le coefficient de transfert de chaleur local atteint des pics de valeurs supérieures à l'ensemble des valeurs le long de la paroi indiqué dans la figure 13.

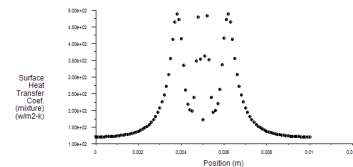


Fig.13 : Coefficient de transfert de chaleur après 16 ms

Le phénomène de détachement de la bulle d'une paroi chaude est très complexe, pendant une durée de temps très courte soit une durée de 16 ms, ce qui rend la visualisation et le constat difficile; néanmoins une simplification des conditions de départ nous permettent d'avoir des résultats probants pour les différentes caractéristiques, vitesse, température, coefficient de transfert de chaleur.

### Conclusion

La dynamique de la bulle nous permis de conclure, que : Le détachement de la bulle de la surface chaude perturbe la couche limite thermique et de ce fait, améliore le transfert de chaleur local.

Le processus de détachement d'une bulle de vapeur, a été simulé, ces phénomènes restent relativement complexes et ont une durée de vie très courte, A travers cette étude, nous avons abordé de façon simpliste le phénomène, puisque plusieurs suppositions ont été adoptées pour aplanir les difficultés; néanmoins nous sommes arrivés à des résultats probants qui peuvent être améliorés en faisant varier d'autres paramètres.

### Bibliographie

- [1] Abhijit Mukherjee and Vijay K. Dhir, NUMERICAL STUDY OF LATERAL MERGER OF VAPOR BUBBLES DURING NUCLEATE POOL BOILING, Proceedings of HT2003 ASME Summer Heat Transfer Conference Las Vegas, Nevada, July 21-23, 2003
- [2] R.T Lahey, Jr, 1992, Boiling heat transfer, modern developments and advances, Elsevier
- [3] Xiao-Feng Peng, Zheng Wang, Dynamic Behavior of Vapor Interface during Nucleate Boiling, J. Chin. Inst. Chem. Engrs., Vol. 35, No. 4, 467-475, 2004

# SIMULATION NUMERIQUE DE L'ÉVAPORATION DE FILMS MINCE DE FLUIDE EN CONVECTION MIXTE DANS UN CANAL VERTICAL

M. OUBELLA<sup>1</sup>, M. FEDDAOUI<sup>1</sup>, R. MIR<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LMPEE ; Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir, B.P. 1136, Agadir, Maroc.  
mbellaoui@gmail.com

**Résumé :** Cette étude numérique met l'accent sur les effets des conditions d'entrée d'un écoulement descendant d'air sec dans un canal vertical, sur les transferts de chaleur et de masse en convection mixte lors de l'évaporation de films liquides, ayant différentes propriétés thermo-physiques, et mouillant les parois isotherme du canal. Les résultats, présentés par l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood ainsi que le taux d'évaporation, montrent qu'une diminution de température d'entrée et du nombre de Reynolds entraîne de grandes échanges de chaleur latente favorable pour le film le plus volatile aussi Le taux d'évaporation augmente avec la diminution du nombre de Reynolds.

**Abstract:** This numerical study focuses on the effects of inlet conditions of a downward flow of dry air in a vertical channel, on the heat and mass transfer by mixed convection with evaporation of liquid films, wetting the isothermal walls of the channel and having different thermo-physical properties. The results, which are presented by the evolution of Nusselt and Sherwood numbers as well as the rate of evaporation, show that the lower inlet temperature and the Reynolds number involves great latent heat transfers with respect of more volatile film also the rate of evaporation increases with the decrease of Reynolds number.

**Mots-clés:** évaporation, film, transfert de chaleur, transfert de masse, canal.

## INTRODUCTION

Les transferts de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film liquide d'eau en convection mixte dans un canal vertical ouvert a suscité l'intérêt de plusieurs auteurs, vue leur grande importance pratique dans divers domaines de procédés industriels, tel que le refroidissement des parois et des composants électroniques. La majorité des travaux publiés concerne le film d'eau [1], cependant les limitations associées à l'eau telle que sa température d'évaporation et son incompatibilité avec certains types de parois (aluminium), laisse motiver la sélection d'autres fluides purs comme le méthanol. Yan et al [2-4] ont étudié l'évaporation naturelle de l'eau et de l'éthanol séparément dans le cas d'un canal à parois isotherme, et l'évaporation en convection mixte dans un tube à température où à flux à la paroi constant. ils ont aussi traité le refroidissement de paroi à l'aide d'un film d'éthanol dans un canal vertical à parois parallèles. Une

étude numérique de l'évaporation d'un film mince d'eau et de l'hexane dans un canal vertical à parois parallèles, a été mené par [5] l'écoulement d'air sec est laminaire et descendant et le film est supposé extrêmement mince.

Ce travail a pour objectif de faire une étude numérique comparative de deux films liquides très mince par convection mixte dans un canal vertical. L'influence de la température de l'air sec entrant ainsi que le nombre de Reynolds sur les transferts de chaleur et de masse sont effectués.

## ANALYSE

On considère un canal vertical de longueur L, formé de deux plaques planes parallèles et distantes de H, mouillées par un film d'eau ou de méthanol et maintenues à une température constante  $T_w$ . L'air sec entre à une température  $T_0$  supérieure à  $T_w$  et un profil de vitesse uniforme  $u_0$ . L'écoulement descendant d'air est supposé laminaire, bidimensionnel et en régime permanent. L'épaisseur du film liquide est négligeable [1,5]. La dissipation visqueuse d'énergie, le rayonnement, Le transfert d'énergie par inter diffusion des espèces et le travail des forces de pression, ainsi que les effets Dufour et Soret, sont considérés négligeables.

En tenant compte de ces hypothèses, les transferts couplés de chaleur et de masse en convection mixte laminaire descendante dans un canal vertical, peuvent être décrits par les équations suivantes :

### Equations gouvernantes

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \rho g \quad (2)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial W}{\partial x} + \rho v \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (5)$$

### Conditions aux limites :

A l'entrée du canal ( $x = 0, 0 < y < H$ ) :

$$u = u_0, T = T_0 \text{ and } v = W = 0 \quad (6)$$

Aux parois ( $y = 0$  et  $y = H, 0 < x < L$ ):

$$u = 0, v = \pm v_e, T = T_w \text{ and } W = W_w \quad (7)$$

$v_e$  est la vitesse d'évaporation du film liquide donnée par [6]

$$v_e = - \frac{D}{1 - W_w} \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (8)$$

A la sortie du canal ( $x = L, 0 < y < H$ ):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (9)$$



**Paramètres de transfert de masse et de chaleur**

$$q_t = -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} - \frac{\rho D h_{fg}}{1 - W_w} \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (10)$$

$$Nu_{t_s} = \frac{q_t D_e}{k(T_w - T_m)} \quad (11)$$

$$Nu_{t_l} = \frac{-2H}{T_w - T_m} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (12)$$

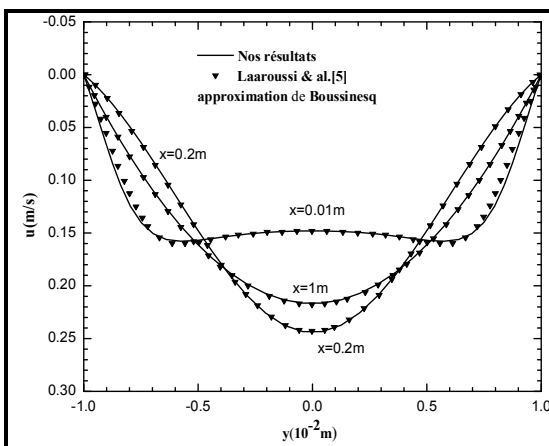
$$Nu_{t_i} = \frac{-2H}{1 - W_w} \frac{\rho D h_{fg}}{k(T_w - T_m)} \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (13)$$

$$Sh = \frac{-2H}{(1 - W_w)(W_w - W_m)} \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (14)$$

$$M_r = \frac{\int_0^L \rho v_e dx}{\rho_0 u_0 H} \quad (15)$$

**RESOLUTION NUMERIQUE**

Le système d'équations (1-5) est discrétisés à l'aide de la méthode des volumes finis [7], le système d'équation algébrique ainsi obtenue est résolue par l'algorithme TDMA, l'adéquation entre les champs de vitesse et de pression est assurée par l'algorithme SIMPLE. Le maillage retenu est un maillage non uniforme dans les deux directions, avec une densité de nœuds plus grande près des parois et de l'entrée. Une étude de sensibilité de maillage a été menée avec 3 maillages différents. Le maillage optimum adopté pour l'étude paramétrique présentée dans ce travail est 200x50. Ce choix est justifié par une étude comparative des nombres de Nusselt sensible et de Sherwood qui montre que l'incertitude relative n'excède pas 1% entre les différents maillages. Le code du calcul a été validé à partir des résultats publiés par Laaroussi N. et al [5] figure 1. Nos résultats sont en parfaites concordance avec ceux cités ci-dessus.



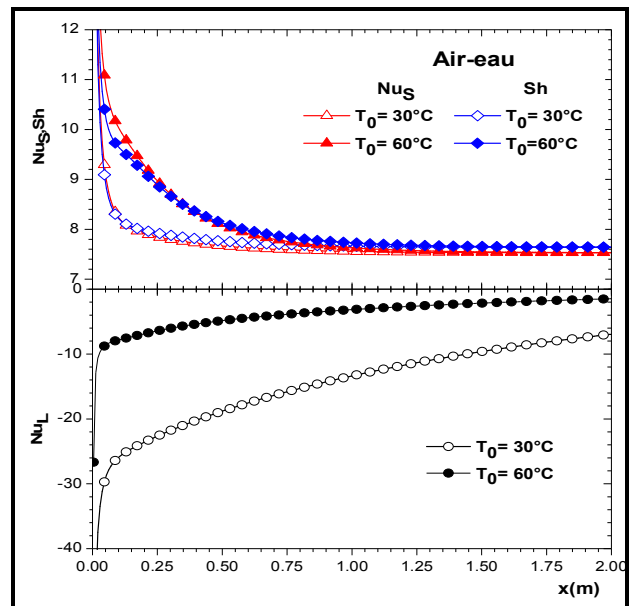
**Fig.1 :** Comparaison des profils de vitesse axiale pour le cas solutal, avec Re=300 et Ww=0.1

**RESULTATS ET DISCUSION**

Les résultats ont été calculés pour des parois isothermes ( $T_w = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ), mouillés par un film d'eau ou de méthanol, correspondant respectivement aux concentrations  $W_w = 0.014$  et  $0.14$  (Kg/Kg) et un rapport de forme  $A =$

$1/100$  ; Deux valeurs différentes de la température d'entrée sont considérées,  $T_0=30$  et  $60^\circ\text{C}$ , pour  $Re=300$ . Les propriétés thermo-physiques des fluides sont considérées constantes sauf pour la densité et évaluées à une température et une concentration de référence calculée par la loi du 1/3 [9]. Les corrélations utilisées dans cette étude sont données par [10]. En dehors des conditions énoncées, les autres paramètres de calcul sont directement indiqués sur les figures.

Les figures.2 et 3, illustrent l'évolution axiale des nombres de  $Nu_s$ ,  $Nu_L$  et  $Sh$  pour les deux systèmes air-eau et air-méthanol, ce dernier est caractérisé par des échanges de chaleur latente très intense ainsi qu'une dominance des transferts de masse par rapport aux transferts de chaleur sensible, dû au grand coefficient de diffusion D, au faible valeur de chaleur latente de vaporisation  $h_{fg}$  et à la masse molaire du méthanol qui est très supérieure à celle de l'air. Pour les deux systèmes une augmentation de la température d'entrée  $T_0$  entraîne une augmentation des nombres de  $Nu_s$ ,  $Nu_L$  et  $Sh$  près de l'entrée du canal.  $Nu_s$  et  $Sh$  évoluent de la même manière vers une valeur asymptotique à la sortie du canal. L'écart entre les deux courbes de  $Nu_L$ , pour les deux températures, diminue dans le cas de l'évaporation de l'eau, tandis qu'il augmente pour le méthanol. Ceci s'explique par les forts gradients de concentrations, et la fraction massique à la paroi qui est supérieur à celle de l'eau. Donc un abaissement de la température améliore le refroidissement du mélange gazeux et qui est plus favorable pour le film liquide le plus volatile.



**Fig.2 :** Evolution axiale des nombres de Nusselt sensible, latente et Sherwood pour le système air-eau.



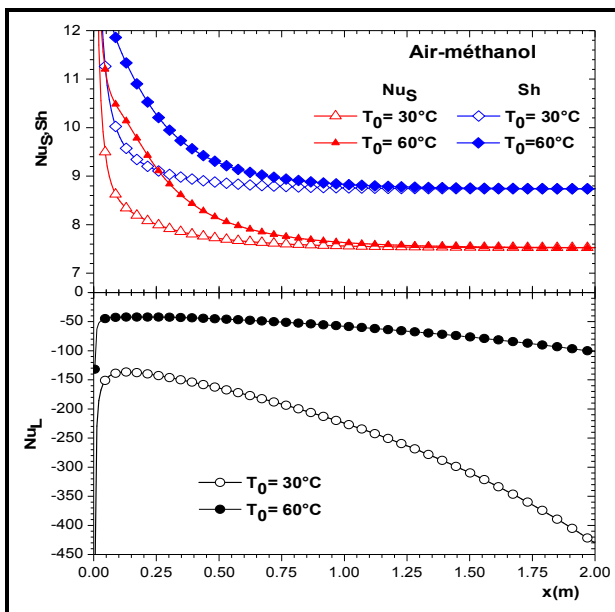


Fig.3 : Evolution axiale des nombres de Nusselt sensible, latente et Sherwood pour le système air-méthanol.

La figure 4, montre l'effet du nombre de Re et de  $T_0$  sur l'évolution du taux d'évaporation  $M_e$ , où son maximum 7.8% est observé pour le couple ( $Re=300$  et  $T_0=60^\circ C$ ) dans le cas du film de méthanol contre 0.73% pour le film d'eau. Cependant l'augmentation de  $T_0$  est insignifiante, alors que le taux d'évaporation est significativement grand pour de faible vitesse (Reynolds) de l'air entrant en connexion avec le film le plus volatile.

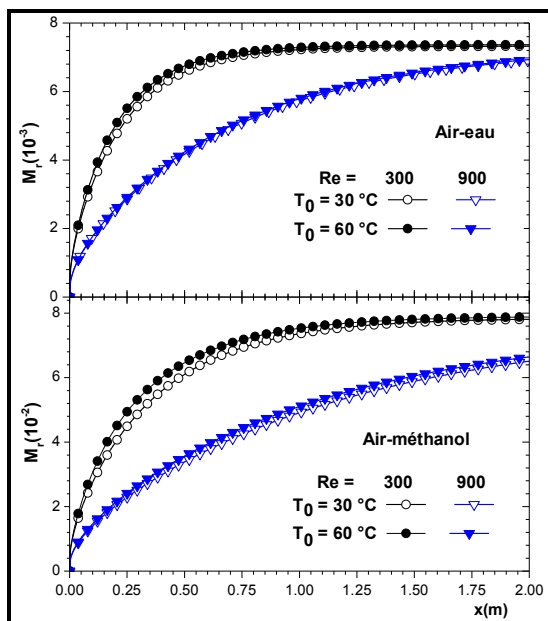


Fig.4 : Evolution du taux d'évaporation adimensionnel.

## CONCLUSION

L'évaporation de deux films liquide ayant des propriétés thermo-physiques largement différentes dans un canal vertical a été étudiée numériquement. Les résultats montrent que plus le film liquide est volatile, plus l'évaporation est intense pour une diminution de la température d'entrée de l'air et le taux de vaporisation est plus favorable pour une diminution du nombre de

Reynolds. Sous les mêmes conditions de fonctionnement, le transfert de masse et les échanges de chaleur latente sont dominants dans le cas du film de méthanol.

## REFERENCES

- [1] Benhamou B. Oulaid O. Kassim M.A. Galanis B. Laminar mixed convection heat and mass transfer with phase change and flow reversal in channels. Chapter 9 In book: *Mass transfer in Multiphase Systems and its Applications*. 02/2011
- [2] Yan W.M. Song C. Numerical study of liquid film cooling in turbulent gas stream, *Int.J. Heat and mass Transfer*, vol. 36, pp 3877-3885, 1993.
- [3] Yan W.M. Effects of film vaporization on turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, *Int.J. Heat and mass Transfer*, vol. 38, pp 713-722, 1995.
- [4] Yan W.M. Turbulent mixed convection heat and mass transfer in a wetted channel, *Int.J. Heat and mass Transfer*, vol. 117, pp 229-233, 1995.
- [5] Laaroussi N. Lauriat G. Desrayaud G. Effects of variable density for film evaporation on laminar mixed convection in a vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transf*, vol. 52, pp 151-164, 2008
- [6] Burmeister L.C. *Convective Heat Transfer*, second ed. Wiley-Interscience, New York, USA. 1993.
- [7] Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York, 1980.
- [8] Desrayaud G. Lauriat G. Flow reversal of laminar mixed convection in the entry region of symmetrically heated, vertical plate channels, *Heat Mass Transf*, vol.37, pp 67-76, 2009
- [9] Lin T.F. Chang C. Yan W.M. Analysis of combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection heat transfer in a vertical tube, *ASME J. Heat Transfer*, vol. 110, pp 337-344, 1988
- [10] D. Perry, Perry's, *Chemical Engineers, Handbook*, Mc Graw-Hill, New York, 1999

# TRANSFERT THERMIQUE DANS UN ESPACE ANNULAIRE MUNI DE BLOCS CHAUFFANTS : RÉGIMES MULTICELLULAIRES

A. IDRISSI<sup>1</sup>, A. CHEDDADI<sup>1\*</sup>, M. T. OUZZANI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Equipe de Recherche E.R.S.T.E.R, Ecole Mohammadia d'Ingénieurs, B.P 756 Agdal, Rabat, Maroc.

\* auteur correspondant : [cheddadi@emi.ac.ma](mailto:cheddadi@emi.ac.ma)

**Résumé:** Dans ce papier, on présente une étude numérique des effets thermoconvectifs induits par la présence de deux blocs chauffants d'une hauteur  $h$  et d'une largeur,  $l=0.109$ , dans un espace annulaire rempli d'air,  $Pr=0.7$ , et compris entre deux cylindres coaxiaux de rapport de forme  $A=2$ . L'investigation a été menée, dans le but de comprendre l'influence de la hauteur des blocs sur la structure de l'écoulement et sur le taux de transfert de chaleur, pour une gamme des nombres de Rayleigh variant de  $10^3$  à  $10^4$  et pour une position angulaire des blocs  $\varphi_m=0.82\pi$ . Un nombre de Rayleigh critique, caractérisant l'apparition de régimes multicellulaires, est déterminé pour des valeurs de  $h$  allant de 0.14 à 0.25.

**Abstract:** In this paper, a numerical study of thermconvective effects in an isothermal horizontal annulus fitted with heating blocks and air filled,  $Pr=0.7$ , is presented. Depending on the height,  $h$ , of blocks, this investigation gives an accurate description of the flow pattern and heat transfer rate for a large range of Rayleigh numbers ( $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ ), radii ratio,  $A=2$ , width of blocks,  $l=0.109$ , height ( $0.14 \leq h \leq 0.25$ ), angular position,  $\varphi_m=0.82\pi$ . A critical Rayleigh number for the apparition of multicellular regimes is determined.

Mots clés: espace annulaire, blocs chauffants, régimes multicellulaires, Rayleigh critique, taux de transfert de chaleur.

## 1. INTRODUCTION

L'étude du problème de la convection naturelle dans un espace annulaire ne cesse de susciter l'intérêt des chercheurs au cours de ces dernières décennies. L'investigation numérique sur la distribution des champs de la température, les structures d'écoulement et les taux de transfert de la chaleur mène à une optimisation adéquate des procédés industriels [1-3]. De plus, cette géométrie munie de blocs chauffants, est apparue comme étant une solution pour l'amélioration des échanges thermiques [4-6].

La présente étude est consacrée aux effets induits par les hauteurs moyennes,  $h$ , des blocs, qui varient entre 0.14 et 0.25, par rapport à l'épaisseur du milieu annulaire. Le cas de la position angulaire supérieure des blocs,  $\varphi_m=0.82\pi$ , est considéré. Ces effets sont observés dans la zone stagnante qui occupe la partie supérieure du milieu annulaire. Le rapport de forme  $A=r_2/r_1$  entre les rayons des deux cylindres et la largeur,  $l$ , des blocs, rapportée à la demi-circonférence sont maintenus constants durant toute l'étude :  $A=2$  et  $l=0.109$ .

## 2. MODELE MATHÉMATIQUE

La formulation fonction de courant-vorticité est utilisée pour décrire l'écoulement supposé bidimensionnel et symétrique par rapport au plan vertical contenant l'axe des cylindres.

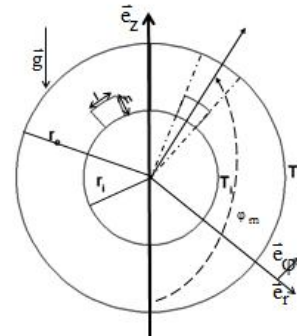


Fig.1 : Schématisation du problème

Le système d'équations est écrit sous forme adimensionnelle, en coordonnées polaires :

$$\begin{cases} \Delta\psi + \omega = 0 \\ \frac{\partial\omega}{\partial t} + u\frac{\partial\omega}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial\omega}{\partial\varphi} = RaPr\left(\frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial T}{\partial\varphi} + \sin\varphi\frac{\partial T}{\partial r}\right) + Pr\Delta\omega \quad (1) \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r}\frac{\partial T}{\partial\varphi} = \Delta T \end{cases}$$

$Pr$  et  $Ra$  sont respectivement les nombres de Prandtl et de Rayleigh, définis par :  $Ra = \frac{\beta g \Delta T r_i^3}{\nu \alpha}$ ,  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ .

Au système (1), s'ajoutent les conditions aux limites :

- Sur la paroi interne :

$$r = 1 : \psi = 0, \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \omega = 0, T = 1 \quad \forall\varphi \quad (2)$$

- Sur les blocs chauffants :

$$\begin{cases} r = 1+h, \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max} : \psi = 0, \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \omega = 0, T = 1 \\ \varphi = \varphi_{\min} \text{ et } \varphi = \varphi_{\max}, 1 \leq r \leq 1+h : \\ \psi = 0, \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = 0, \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \omega = 0, T = 1 \end{cases} \quad (3)$$

- Sur la paroi externe :

$$r = A : \psi = 0, \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \omega = 0, T = 0, \quad \forall\varphi \quad (4)$$

La symétrie par rapport au plan vertical contenant l'axe des cylindres, donne :

$$\varphi = 0 \text{ et } \varphi = \pi : \psi = 0, \omega = 0 \text{ et } \frac{\partial T}{\partial\varphi} = 0, \quad \forall r \quad (5)$$

Les équations ci-dessus sont discrétisées par différences finies centrées en utilisant un schéma A.D.I. Ceci nous amène à résoudre des systèmes de matrices tri-diagonales par l'algorithme de Thomas. Une étude préliminaire (non présentée ici) montre que le maillage 65x65, utilisé dans la suite, est jugé suffisant pour décrire les résultats stationnaires obtenus.

Le taux de transfert de chaleur est caractérisé par le nombre de Nusselt global défini par :

$$Nu_g = - \frac{A \ln A}{\pi} \int_0^\pi \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=A} d\varphi$$

### 3. RESULTATS ET DISCUSSION

Les solutions permanentes obtenues ont montré qualitativement qu'au delà d'une certaine valeur du nombre Ra, il y a apparition d'une nouvelle structure d'écoulement caractérisée par l'existence de deux cellules contrarotatives, nommée régime multicellulaire (RMC). La grande cellule occupe pratiquement la totalité de l'espace tandis que la petite cellule se positionne au dessus de la partie supérieure des blocs chauffants. L'investigation est menée pour comprendre la transition entre le régime monocellulaire initialement présent (RMN) et les régimes RMC et son influence sur le taux de transfert de chaleur global, Nu<sub>g</sub>.

#### 3.1 Résultats

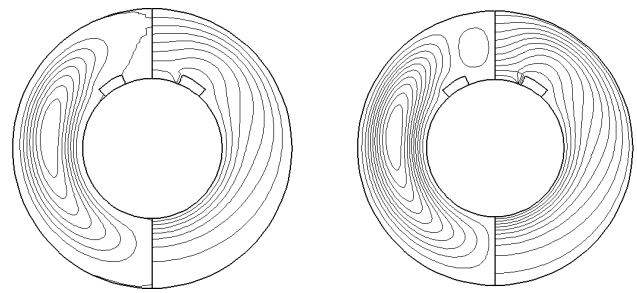
##### 3.1.1 Cas : h=0.14

Pour cette hauteur, une étude concernant le type d'écoulement, son intensité maximale, ψ<sub>max</sub>, et le taux de transfert de chaleur global, Nu<sub>g</sub>, est présentée dans le tableau 1. On constate que l'augmentation de Ra fait croître le taux d'accroissement de l'intensité maximale de l'écoulement ψ<sub>max</sub> et le taux global de transfert de chaleur (nombre de Nusselt global) Nu<sub>g</sub>, correspondant à l'existence de régimes multicellulaires pour des nombres de Rayleigh supérieurs à 3000.

Les résultats obtenus montrent qu'il existe un nombre de Rayleigh critique, Ra<sub>c</sub>, où le RMC fait sa première apparition. Des essais numériques plus précis nous ont permis de visualiser une zone au-dessus du bloc chauffant, où l'écoulement est de très faible intensité jusqu'à Ra=2600 (RMN), (fig.2.a). Cette intensité devient relativement plus grande pour des Rayleigh supérieurs ou égaux à 2800, correspondant à des régimes RMC (fig.2.b).

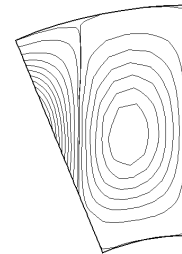
**Tab.1 :** Nature du régime et valeurs de ψ<sub>max</sub> et Nu<sub>g</sub> en fonction de Ra.

Ra	ψ <sub>max</sub>	Régime	Nu <sub>g</sub>
1000	2.4287	RMN	1.0754
2000	4.5844	RMN	1.1748
3000	6.3619	RMC	1.3516
4000	7.8267	RMC	1.5343
5000	9.0711	RMC	1.6668
6000	10.1491	RMC	1.7731
7000	11.0972	RMC	1.8627
8000	11.9395	RMC	1.9392
9000	12.6582	RMC	2.0029
10000	13.3998	RMC	2.0728



**Fig.2:** Lignes de courant et isothermes pour Ra=2600 et Ra=2800, h=0.14

Pour Ra=2700, on constate que l'intensité de l'écoulement dans la zone étudiée prend une valeur assez grande, correspondant à l'apparition d'une cellule contra-rotative caractéristique du régime RMC (fig. 3).



**Fig.3:** Lignes de courant pour Ra=2700 dans la zone supérieure, h=0.14

Le tableau 2 présente les intensités maximale et minimale de l'écoulement, dans les 3 cas étudiés (Ra=2600, 2700, 2800). Il s'agit des valeurs extrémales du maximum de la fonction de courant respectivement pour la cellule principale et celle contra-rotative.

**Tab.2 :** Valeurs ψ<sub>max</sub> et |ψ<sub>min</sub>| en fonction de Ra, h=0.14

Ra	ψ <sub>max</sub>	ψ <sub>min</sub>
2600	5.7077	2.4471.10 <sup>-2</sup>
2700	5.8779	0.2705
2800	6.0411	0.6598

La variation du nombre de Nusselt global Nu<sub>g</sub> en fonction du nombre de Rayleigh Ra (fig.4), montre clairement le passage du régime monocellulaire RMN au régime multicellulaire RMC, indiqué par un point d'inflexion autour de la valeur critique Ra<sub>c</sub>=2700.

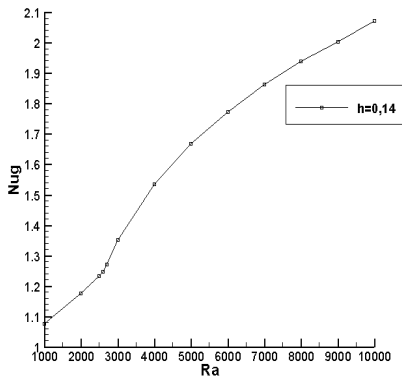


Fig.4: Nombre de Nusselt en fonction de Ra pour h=0.14.

Cette valeur critique,  $Ra_c$ , est aussi observée lorsqu'on représente la variation de l'intensité minimale (correspondant à la cellule contra-rotative) en fonction de Ra (fig.5).

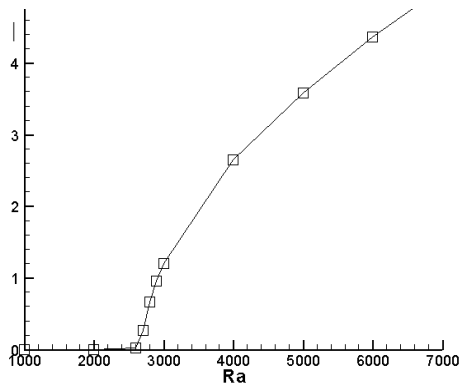
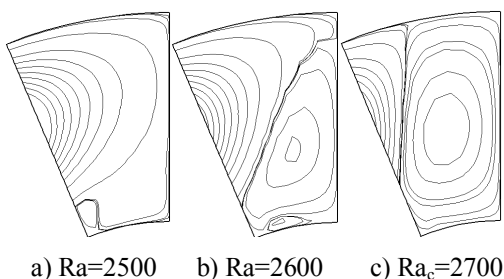


Fig.5:  $|\psi_{min}|$  en fonction de Ra pour h=0.14.

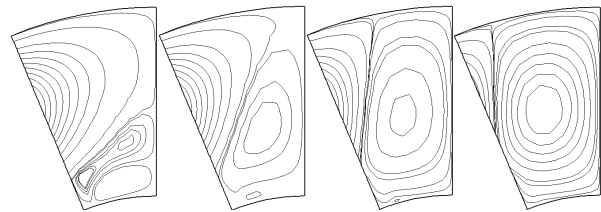
### 3.1.2 Cas : h variant de 0.15 à 0.25

Par une démarche analogue, dans cette partie, on donne un résumé de l'étude quantitative pour les hauteurs, h, variant de 0.15 à 0.25. Les figures 6 et 7 montrent les différents régimes établis dans la zone supérieure, dans les cas h=0.15 et h=0.17 pour des nombres de Rayleigh judicieusement choisis permettant de déterminer les nombres de Rayleigh critiques dans ces cas.



a) Ra=2500 b) Ra=2600 c) Ra<sub>c</sub>=2700

Fig.6: Lignes de courant dans la zone supérieure pour h=0.15.



a) Ra=2500 b) Ra=2600 c) Ra=2700 c) Ra<sub>c</sub>=2800

Fig.7: Lignes de courant dans la zone supérieure pour h=0.17.

Les différentes valeurs de  $Ra_c$  obtenues pour les hauteurs variant de 0.18 à 0.25 sont données dans le tableau 3.

Tab.3 : Variation de  $Ra_c$  en fonction de la hauteur

h	0.18	0.2	0.21	0.23	0.25
$Ra_c$	2800	2900	3000	3100	3200

## 4. CONCLUSION

La présente investigation basée sur un modèle numérique ADI, nous a permis de simuler les effets thermo-convectifs créés par la disposition de deux blocs chauffants, de moyenne hauteur dans la partie supérieure d'une cavité annulaire cylindrique remplie d'air. Cette étude qui porte sur l'apparition du régime multicellulaire RMC dans la zone supérieure nous a permis de déterminer les valeurs critiques  $Ra_c$ , au-delà desquels apparaissent des structures d'écoulement qui conduisent à des taux de transfert de chaleur sensiblement plus élevés que ceux obtenus sans bloc chauffant.

## RÉFÉRENCES

- [1] A. Cheddadi, J.P. Caltagirone, A. Mojtabi, K. Vafai, Free Two-dimensional Convective bifurcation in a Horizontal Annulus, *Journal of Heat Transfer*, Vol.114, pp. 99-106, 1992.
- [2] J. D. Chung, C.-J. Kim, H. Yoo, J. S. Lee, Numerical Investigation on the Bifurcative Natural Convection in a Horizontal Concentric Annulus, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.36, pp.291- 307, 1999.
- [3] G. Petrone, E. Chénier, G. Lauriat, Stability of free convection in air-filled horizontal annuli: influence of the radius ratio, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.47, pp.3889-3907, 2004.
- [4] Y. Taher, A.Cheddadi, M.T.Ouazzani, Heat transfer in an annular space provided with fins :numerical simulation of the effect of the fins, *Phys.Chem.News*, Vol 30,pp 132-138, 2006.
- [5] Man Yeong Ha, Joo Goo Kim, Numerical Simulation of Natural Convection in Annuli with Internal Fins, *KSME International Journal*, Vol18 No. 4, pp. 718-730, 2004
- [6] A. Idrissi, A. Cheddadi, M.T. Ouazzani, Transfert thermique dans un milieu annulaire muni de blocs chauffants : bifurcation numérique, *2<sup>ème</sup> congrès de l'AMT*, Casablanca, 18-19 Avril 2012.

# IDENTIFICATION DES PARAMETRES THERMO-PHYSIQUES PAR LA RESOLUTION DES PROBLEMES INVERSES

A. GHAFIRI<sup>1\*</sup>, J. CHAOUI<sup>1</sup>, C. VALLEE<sup>2</sup>,  
J-C. DUPRE<sup>2</sup>, E. ARJDAL<sup>1</sup>, N. BOULFAF<sup>1</sup>,  
A. GERMANEAU<sup>2</sup>, H. FATMAOUI<sup>1</sup>,  
K. ATCHONOUGLO<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Electronique de Traitement du signal et de Modélisation Physique, Département de physique, Université Ibn Zohr, 80000 Agadir, Maroc

<sup>2</sup> Institut P' UPR, Université de Poitiers, 3346 CNRS Poitiers, France

<sup>3</sup> University of Lomé - Department of Physics, BP 1515, Lomé – Togo.

\* [abdelaazizghafiri@gmail.com](mailto:abdelaazizghafiri@gmail.com)

## Résumé

Le but de ce travail est de déterminer les paramètres thermo-physiques d'un matériau anisotrope. La méthode consiste à chercher ces paramètres à partir de la connaissance du champ des températures. L'outil incontournable de la méthode des éléments finis allié à la méthode d'optimisation nous a permis d'élaborer une procédure d'identification des paramètres thermo-physiques.

## Introduction

La démarche de notre étude est basée sur la détermination expérimentale du champ de température. La méthode consiste à chauffer une plaque rectangulaire [1][2] sur un coté et de déterminer le champ de température grâce à une camera infrarouge. A partir de ce champ de température et profitant de la simplicité des équations obtenues par la méthode des éléments finis nous avons réussi à calculer, d'une façon précise et systématique, les paramètres thermique d'un échantillon étudié.

Dans un premier temps, et pour valider la méthode des éléments finis, nous avons étudié le problème direct en cherchant le champ de température que l'on a comparé aux résultats expérimentaux.

Dans un deuxième temps nous avons, grâce à la résolution d'un problème d'optimisation, cherché les paramètres thermo-physiques d'un matériau.

## Problème direct

### Position du problème

Dans le but de déterminer les caractéristiques thermiques d'un matériau nous avons réalisé une procédure à la fois expérimentale et numérique. Pour chercher le champ des températures considérons une plaque solide rectangulaire homogène. Supposons donc que cette plaque occupe un domaine  $\Omega = [0,L] \times [0,h]$  et qu'à l'instant  $t=t_0$ , la distribution de température est connue en tout point  $M(x,y)$  du domaine, et égale à  $T_0(x,y)$ . Supposons, en outre, avoir placé à la face limitée par  $x=0$  (sur  $\Gamma_1$ ) un flux de chaleur constant  $\varphi_s$ . Les autres faces ( $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$  et  $\Gamma_4$ ) sont bien protégées contre tout courant convectif, radiatif et conductif [2][4].

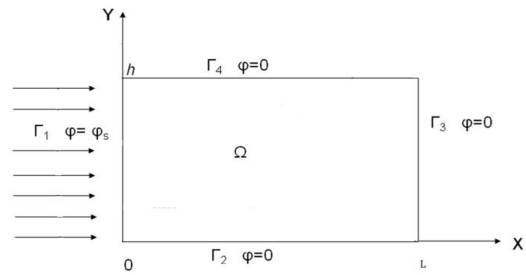


Figure 1 : Plaque rectangulaire et conditions limites

La détermination de la distribution de température de la plaque au point  $M$  de coordonnées  $(x,y)$  et à l'instant  $t$  revient à résoudre le problème suivant [3]:

Chercher :  $T : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  telle que :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\bar{\lambda} \cdot \vec{\text{grad}} T) \quad (1)$$

avec les conditions aux limites :

$$-\bar{\lambda} \cdot \vec{\text{grad}} T \cdot \vec{n} = \left( \lambda_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda_{12} \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{x=0} = \varphi_s \text{ sur } \Gamma_1$$

$$-\bar{\lambda} \cdot \vec{\text{grad}} T \cdot \vec{n} = 0 \text{ sur } \Gamma_2, \Gamma_3 \text{ et } \Gamma_4.$$

et la condition initiale  $T(x,y,0) = T_0(x,y)$

et  $\rho$  et  $c$  sont deux constantes positives données, représentant respectivement la densité volumique et la

chaleur spécifique massique, et soit  $\bar{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} \end{bmatrix}$  le

tenseur conductivité thermique.

## Résolution du problème direct par la méthode des éléments finis

Nous présentons ci-dessous la démarche par éléments finis permettant de trouver le champ des températures. Elle consiste à poser un problème équivalent se basant sur la formulation faible. Cette dernière consiste à multiplier l'équation de conduction de la chaleur par une fonction test régulière  $T^*$  et en la transformant en une forme intégrale sur tout le domaine  $\Omega$ . Ce calcul est principalement formel au sens où l'on suppose l'existence et la régularité de la solution  $T(x,y,t)$  afin que tous les calculs soient licites. Le problème équivalent à résoudre est écrit sous une formulation faible [4] : Trouver la température  $T(x,y,t)$  tel que :

$$\int_{\Omega} \rho c T^* \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) dS - \int_{\partial \Omega} T^* (\bar{\lambda} \vec{\text{grad}} T) \cdot \vec{n} dl - \int_{\Omega} \vec{\text{grad}} T^* \cdot \bar{\lambda} \vec{\text{grad}} T dS = 0 \quad (2)$$

avec la condition initial  $T(x,y,0) = T_0(x,y)$

Avec la méthode des éléments finis nous pouvons réduire le problème aux limites à la résolution d'un système différentielle ordinaire en  $t$ . Pour ce faire, procédons à la discrétisation du domaine  $\Omega$  en  $N_t$  sous domaines  $\Omega^e$  appelés éléments. La géométrie de ces éléments est triangulaire à trois nœuds. Le nombre total de nœuds est  $N$  et le nombre total des éléments est noté  $N_t$  [2][4]

Grâce à l'assemblage des quantités élémentaires, on peut écrire matriciellement le système de la discrétisation spatiale suivant :

$$[C] \cdot \left\{ \dot{T} \right\} + [K] \{T\} = \{F\}$$



Avec

$\{T\}$  est valeur numérique approchée de  $T(x, y, t)$

$\{\dot{T}\}$  le vecteur dérivé du vecteur température  $\{T\}$  par rapport au temps.

$[C]$  la matrice de capacité globale

$[K]$  la matrice de conductivité globale,

$\{F\}$  le vecteur flux nodaux global.

avec la condition initiale :

$$\{T_0\}^T = \{T_1(0) \ T_2(0) \ \dots \ T_N(0)\}$$

La détermination du champ température dans le matériau revient à chercher les valeurs de la température aux nœuds au cours du temps. La résolution numérique du système précédent permet de déterminer l'évolution de la température dans le matériau pour les paramètres thermo-physiques imposés.

### Résultats expérimentaux et comparaison avec ceux issus du calcul

Les résultats expérimentaux que nous possédons sont mesurés à l'institut P' UPR, Université de Poitiers, sur une plaque de polyméthylméthacrylate de méthyle (PMMA) de caractéristiques suivantes.

Dans la figure 3 nous représentons l'évolution de la température expérimentale et la température calculée en fonction de temps en un point fixé de la plaque.

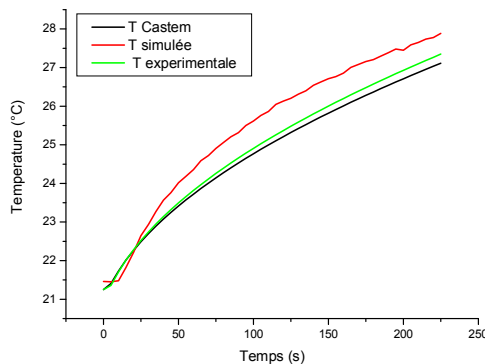


Figure .2 : Evolutions de la température expérimentale et la température calculée en fonction de temps au point de coordonnées (0.001,0.02).

On remarque qu'au voisinage du temps initiale la température expérimentale est à peu près constante ceci est dû probablement au bruit au niveau des mesures au début de l'expérience [5]. On peut dire que les résultats sont globalement satisfaisants.

### Problème inverse

A partir des résultats expérimentaux du champ des températures nous chercherons à déterminer par la méthode inverse les paramètres thermo-physiques d'un matériau anisotrope à tenseur de conductivité thermique

$$\bar{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} \end{bmatrix} \text{ et la chaleur volumique } \rho c.$$

Pour appliquer la méthode inverse, les mesures de la température proviennent des expériences réalisées à Institut P' UPR, Université de Poitiers. Une fois la fonction température  $T(x,y,t)$  est obtenue, nous allons montrer par la méthode des moindres carré que l'on peut estimer les

paramètres thermo-physiques par des processus d'optimisation. Le problème inverse vise alors l'évaluation des paramètres thermo-physiques  $\bar{\lambda}$  et  $\rho c$  à partir des mesures de la température prises en une série de points à la surface d'une plaque et ceci à plusieurs instants.

Dans notre étude, le problème inverse est un problème d'optimisation sous contrainte qui vise à trouver les paramètres thermophysiques  $\rho c$  et  $\bar{\lambda}$  qui minimisent une fonction coût  $J(\rho c, \bar{\lambda})$ . Le problème donc se pose de la façon suivante :

$$\text{Minimiser } J(\rho c, \bar{\lambda}) = \frac{1}{2} \left\| [C] \{\dot{T}\} + [K] \{T\} - \{F\} \right\|^2$$

sous la contrainte :  $\bar{\lambda}$  est symétrique définie positive

Les composantes de  $\bar{\lambda}$  et  $\rho c$  réalisant le minimum de  $J$  s'obtient par annulation du gradient de  $J$  par rapport à  $\bar{\lambda}$  noté  $R(\rho c, \bar{\lambda})$  et du gradient de  $J$  par rapport à  $\rho c$  noté  $r(\rho c, \bar{\lambda})$  c'est-à-dire chercher  $\bar{\lambda}$  et  $\rho c$  telle que :

$$R(\rho c, \bar{\lambda}) = \frac{\partial (J(\rho c, \bar{\lambda}))}{\partial \bar{\lambda}} = 0$$

$$\text{et } r(\rho c, \bar{\lambda}) = \frac{\partial (J(\rho c, k))}{\partial \rho c} = 0$$

Pour minimiser  $J(\rho c, \bar{\lambda})$  nous avons utilisé la méthode de gradient conjugué projeté

### Minimisation de la fonction coût $J(\rho c, \bar{\lambda})$ par la méthode du gradient conjugué projeté

Pour minimiser la fonction  $J(\rho c, \bar{\lambda})$ , la méthode de gradient conjugué projeté consiste à construire une suite convergente vers le minimum de  $J$  qui annule son gradient

$$\nabla J(\rho c, \bar{\lambda}) = 0$$

L'algorithme du gradient conjugué projeté peut se résumer de la façon suivante

Initialiser  $\rho c$  par  $\rho c_0$  et  $\bar{\lambda}$  par  $\bar{\lambda}_0$

$$\text{Calculer } r_0 = \frac{\partial (J(\rho c, k))}{\partial \rho c} \Bigg|_{\substack{\bar{\lambda}=\bar{\lambda}_0, \rho c=\rho c_0}} \text{ et } R_0 = \frac{\partial (J(\rho c, \bar{\lambda}))}{\partial \bar{\lambda}} \Bigg|_{\substack{\bar{\lambda}=\bar{\lambda}_0, \rho c=\rho c_0}}$$

Initialiser les premières directions

$$d_0 = -r_0 \text{ et } D_0 = -D_0; i = 0$$

à l'itération  $i$

Calculer  $\mu_i$  et  $\nu_i$  qui minimisent  $J((\rho c)_i + \mu_i d_i, \bar{\lambda}_i + \nu_i D_i)$

$$\rho c_{i+1} = \rho c_i - \mu_i d_i \text{ et } \bar{\lambda}_{i+1} = \bar{\lambda}_i + \nu_i D_i$$

Si  $\det(\bar{\lambda}_{i+1}) \leq 0$   $\bar{\lambda}_{i+1} = \text{Pr oj}(\bar{\lambda}_{i+1})$

si  $r_{i+1} < \varepsilon$  et  $R_{i+1} < \varepsilon$  stop, sinon

Calculer les nouvelles directions  $d_{i+1} = -r_{i+1} + \beta_i d_i$  et

$$d_{i+1} = -r_{i+1} + \beta_i d_i$$

$i = i + 1$  et retour en 2.

L'abréviation (Proj) est un sous-programme qui exécute l'algorithme de projection de Higham[7].

### Résultats du problème inverse

Dans ce paragraphe nous allons présenter dans un premier temps les paramètres identifiés à partir d'un champ de températures expérimentales et dans un deuxième temps nous allons présenter les paramètres identifiés à partir d'un champ de températures simulées

Paramètres	$\lambda_{11}$ (W/m/°C)	$\lambda_{12}$ (W/m/°C)	$\lambda_{22}$ (W/m/°C)	$\rho c$ (J/m <sup>3</sup> /°C)
Valeurs du fabricant [1]	0, 17-0.19	0	0, 17-0.19	(1, 666 – 1, 785) 10 <sup>6</sup>
Valeurs identifiées	0, 1786	0	0, 1786	1,6797.10 <sup>6</sup>

Table1: Valeurs identifiées du PMMA à partir du champ de température expérimentale

Paramètres	$\lambda_{11}$ (W/m/°C)	$\lambda_{12}$ (W/m/°C)	$\lambda_{22}$ (W/m/°C)	$\rho c$ (J/m <sup>3</sup> /°C)
Valeurs utilisées	0.45	0.1	0.17	1,786.10 <sup>6</sup>
Valeurs identifiées	0.45	0.1	0.17	1,786.10 <sup>6</sup>

Table2: Valeurs identifiées à partir du champ de température simulée pour un matériau anisotrope.

### Conclusion

Le calcul élaboré nous a permis de déterminer le champ de température dans un solide anisotrope homogène dans le cas bidimensionnel. Ce calcul a permis une manipulation rapide et variée des dimensions de la géométrie du solide, des conditions aux limites imposées et des conceptions initiales.

L'algorithme d'identification élaboré permet de déterminer les paramètres thermophysiques d'un matériau anisotrope d'une façon systématique à partir des résultats expérimentaux des températures.

Les perspectives concernent, la modélisation d'un capteur solaire photovoltaïque par la méthode des éléments finis pour l'identification des paramètres thermophysiques.

### Références

- [1] K. Atchonouglo, Identification des Paramètres Caractéristiques d'un Phénomène Mécanique ou Thermique Régis par une équation différentielle ou aux dérivées Partielles, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 2007.
- [2] B. Aouragh, J. Chaoufi, H.Fatmaoui, J-C.Dupré, C.Vallée and K.Atchonouglo, Simulation of thermo mechanical behavior of structures by the numerical resolution of direct problem, applied mechanics and materials, vol. 61, 2011, pp 85-93
- [3] J.F. Sacadura : "Initiation aux transferts thermiques", Broché, 1978.

[4] N. E. Aksan : A numerical solution of burgers' equation by finite element method constructed on the method of discretization. Appl. Math. Comput, 170:895–904, 2005

[5] K.-J. Bathe , Finite element procedures in engineering analysis, Prentice Hall, 1996.

[5] K. Atchonouglo, M. Banna, C. Vallée and J.C Dupré, Inverse Transient Heat Conduction Problems and Application to the Estimation of Heat Transfer Coefficients, Heat and Mass Transfer, Vol. 45,Number 1, pp. 23-29, November 2008

[6] E. Polak : Computational methods in optimization - a Unified Approach. Academic Press, New York and London, 1971.

[7] N.Higham: Computing a nearest symmetric positive semidefinite matrix. Linear Algebra and its Application, 103: 103–118.

# L'EFFET DE LA FORMULATION DU TERME DE FORCE DANS LA METHODE LBM : CAS DE LA CONVECTION NATURELLE UTILISANT LES NANOFLUIDES

M. EL ABDALLAOUI, M. HASNAOUI ET A. AMAHMID

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences  
Semlalia Département de Physique  
LMFE, Laboratoire associé au CNRST (URAC  
27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc  
E-mail : [hasnaoui@ucam.ac.ma](mailto:hasnaoui@ucam.ac.ma)

## 1. Introduction

La simulation des écoulements de la convection naturelle utilisant la méthode de Lattice-Boltzmann nécessite la connaissance de la forme de la force de poussée la plus appropriée. Dans un travail récent [1] il a été montré que l'ajout du terme de la force de poussée dans la phase de collision conduit à des résultats crédibles. Plusieurs travaux ont été menés pour évaluer adéquatement l'effet du terme moteur de la convection. L'équation de LB [2] a été ainsi utilisée en testant plusieurs schémas. Dans cette étude, l'effet de trois schémas est étudié dans le cas d'une cavité carrée différentiellement chauffée remplie du nanofluid eau-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. L'étude test est conduite pour Ra=10<sup>5</sup> et une concentration  $\varphi = 0$  (cas référence) et 0.1. Les schémas testés sont présentés dans le tableau 1 et leurs effets sont illustrés en termes d'évolutions temporelles de la température au centre de la cavité et de profils de la vitesse verticale à mi-hauteur de la cavité, le long de l'horizontale.

## 2. La méthode Lattice Boltzmann

La méthode de Lattice Boltzmann (ou **LBM** en abrégé) est un outil de plus en plus utilisé actuellement pour simuler numériquement des écoulements visqueux incompressibles en régime subsonique. Au lieu de résoudre les équations de conservation classiques de Navier-Stokes (NS) des milieux fluides habituels, la méthode de Lattice-Boltzmann modélise l'écoulement du fluide en étudiant l'évolution de la fonction de distribution des particules fluides.

L'équation de Boltzmann dans l'approximation Bhatnagar-Gross-Krook (**BGK**) [3] est donnée par l'équation dite **LBGK**:

$$f_k(\vec{x} + \vec{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = f_k(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_V} (f_k - f_k^{eq}) + \Delta t \cdot F_k \quad (1)$$

Où  $\vec{c}_k = c \vec{e}_k$  est la vitesse discrète,  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  la vitesse de la particule,  $\Delta x$  la distance inter-réticulaire,  $\Delta t$  le pas de temps et  $\tau_V$  le temps de relaxation cinématique.

La fonction de distribution à l'équilibre des vitesses  $f_k^{eq}$  est un développement de la distribution de Maxwell lorsque le nombre de Mach est très inférieur devant l'unité. Pour un écoulement incompressible, la fonction de distribution des vitesses discrétisée pour un schéma **D2Q9** est donnée par :

$$f_k^{eq} = \rho \omega_k + \rho s(\vec{u}(x, t), \vec{c}_k) \quad \text{pour } k = 0, 1, \dots, 8 \quad (2)$$

Où  $s$  est une fonction de la vitesse macroscopique  $\vec{u}(x, t)$  et du vecteur  $\vec{c}_k$  représentant la vitesse discrète définie par :

$$s(\vec{u}(x, t), \vec{c}_k) = \omega_k \left[ 3 \frac{\vec{c}_k \cdot \vec{u}}{c} + 4.5 \frac{(\vec{c}_k \cdot \vec{u})^2}{c^2} - 1.5 \frac{u \cdot u}{c^2} \right] \quad (3)$$

avec  $\rho$  désignant la densité volumique et  $\omega_k$  sont des coefficients de pondération tels que  $\omega_0 = 4/9$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 1/9$  et  $\omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = 1/36$ .

L'équation de Boltzmann exprime la relaxation d'un système dynamique depuis un état de déséquilibre vers un état d'équilibre. D'autre part les équations de Navier-Stokes présentent les propriétés d'invariabilité par les changements d'échelle :  $t \rightarrow t_\alpha = \varepsilon^\gamma t$  et  $x \rightarrow x_\alpha = \varepsilon^\gamma x$ , où  $\varepsilon$  est un réel arbitraire qui peut être le nombre de Knudsen et  $\gamma > 0$ . Le développement multi-échelles de Chapman-Enskog consiste à utiliser cette propriété dans le modèle **LBGK** utilisant le schéma **D2Q9** pour retrouver les équations de **NS**. On collecte les termes de même ordre en  $\varepsilon$  et on retient les termes d'ordres inférieurs ou égaux à 2. Cette contrainte restreint l'utilisation du modèle **BGK** aux écoulements incompressibles, mais avec une précision d'ordre 2.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{p}) + \frac{(2\gamma - 1) (\Delta x)^2}{6 \Delta t} [\nabla^2 (\rho \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}))] \quad (5)$$

Par analogie,  $p = c_s^2 \rho$  est la pression,  $c_s = c/\sqrt{3}$  est la vitesse du son et la viscosité cinématique est donnée par

$$\nu = \frac{(2\gamma - 1) (\Delta x)^2}{6 \Delta t} \quad (6)$$

L'équation de la chaleur est :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (T \vec{u}) = \alpha \nabla^2 T \quad (7)$$

Où  $\alpha$  est la diffusivité thermique.

L'équation **BGK** correspondant à l'équation de la chaleur est :

$$g_k(\vec{x} + \vec{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = g_k(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_T} (g_k - g_k^{eq}) \quad (8)$$

Où  $\tau_T$  est le temps de relaxation thermique.

Dans un écoulement naturel, la force de poussée s'écrit comme suit :

$$\vec{F} = \rho \vec{g} \beta (T - T_{ref}) \quad (9)$$

Dans cette étude on se limite aux modèles les plus répandus. Ces derniers sont résumés dans le tableau 1.

**Tableau 1:** Modèles utilisés pour la force de poussée.

Modèle	Vitesse à l'équilibre
Modèle (I) (Ref. [4]) $\vec{F}_k = \omega_k \left[ 1 - \frac{1}{2\tau} \right] \left[ \frac{\vec{c}_k - \vec{u}}{c_k^2} + \frac{\vec{c}_k \cdot \vec{u}}{c_k^2} \cdot \vec{c}_k \right] \vec{F}$	$\rho \vec{u} = \sum_{k=0}^{k-1} \vec{f}_k \cdot \vec{c}_k + \frac{\vec{F} \cdot \Delta t}{2}$
Modèle (II) (Ref. [5]) $\vec{F}_k = -3\omega_k \rho \vec{c}_k \cdot \vec{F} / c_k^2$	$\rho \vec{u} = \sum_{k=0}^{k-1} \vec{f}_k \cdot \vec{c}_k$
Modèle (III) (Ref. [6]) $\vec{F}_k = \pm \left[ 1 - \frac{1}{2\tau} \right] \vec{c}_k \cdot \vec{F} / c_k^2$	$\rho \vec{u} = \sum_{k=0}^{k-1} \vec{f}_k \cdot \vec{c}_k + \frac{\vec{F} \cdot \Delta t}{2}$

### 3. Méthode LBM pour les nanofluides

Le nanofluide est supposé un milieu monophasique et homogène, caractérisé par un nombre de Prandtl évalué par

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

Le nombre de Rayleigh s'exprime par  $Ra = \rho g \beta \Delta T L^3 / \alpha \nu$ .

La densité effective du nanofluide est donnée par :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_{np} \tag{10}$$

La capacité thermique et le coefficient d'expansion sont exprimés par les équations suivantes:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho C_p)_f + \varphi (\rho C_p)_{np} \tag{11}$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho \beta)_f + \varphi (\rho \beta)_{np} \tag{12}$$

Avec  $\varphi$  la fraction volumique des nanoparticules. La viscosité dynamique du nanofluide est établie par Brinkman [8] comme suit :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \tag{13}$$

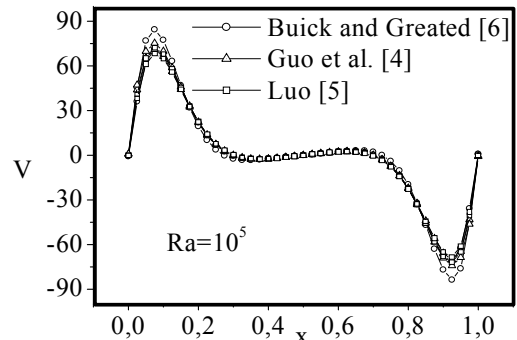
La conductivité thermique du nanofluide est obtenue en utilisant la formule de Maxwell-Garnetts [9]:

$$k_{nf} = \left( \frac{k_{np} + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_{np})}{k_{np} + 2k_f + \varphi(k_f - k_{np})} \right) k_f \tag{14}$$

### 4. Résultats et discussions

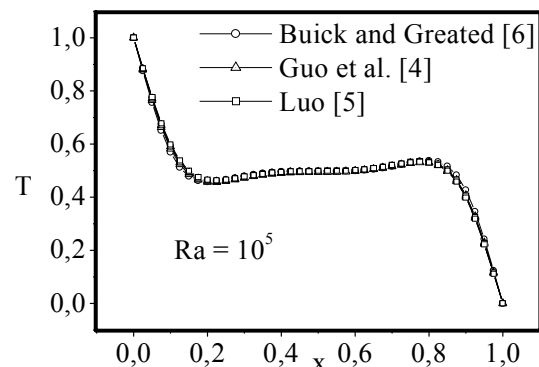
Dans cette section, on présentera une étude comparative des résultats obtenus en utilisant les trois modèles du tableau 1. Ainsi, les courbes présentées sur les figures 1 à 3 montrent une bonne similitude entre les différents profils correspondant aux différents modèles sauf au niveau des maximums pour la vitesse et au niveau de la partie inférieure de la paroi chauffée pour le nombre de Nusselt local où on notera une différence quantitative limitée entre

les 3 modèles. D'autre part, on notera l'impact positif de l'ajout des nanoparticules  $Al_2O_3$  sur le nombre de Nusselt local qui a enregistré une amélioration importante par rapport à celui du fluide pur, notamment dans les  $\frac{3}{4}$  de la partie inférieure de la cavité. Cette amélioration des échanges thermiques s'explique par l'augmentation de la conductivité effective du mélange suite à l'ajout des nanoparticules. Les profils de la vitesse verticale indiquent qu'il n'y a pas de changement notable quand on change de modèle. Ce comportement peut s'expliquer par le fait que les effets dus à la viscosité sont masqués par la diffusion thermique et l'expansion thermique.



**Figure 1 :** Profil de la vitesse verticale à mi-hauteur en fonction de x.

L'évolution de la température au centre de la cavité en fonction du temps est présentée sur la figure 4 pour les 3 modèles expérimentés pour la force de poussée. Cette figure donne une idée sur les différences entre les 3 modèles et en même temps sur le temps nécessaire à chaque schéma pour aboutir au régime stationnaire. On pourra retenir que l'impact de ces modèles reste relativement limité sur la température avec cependant un taux de convergence vers le régime stationnaire en faveur du modèle III. Sur la figure 5, on présente l'évolution temporelle de la température correspondant à un fluide pur et en présence des nanoparticules avec une concentration de 10%. L'ajout des nanoparticules a engendré une augmentation de la capacité thermique du fluide. De ce fait, la convection thermique transporte des particules à haute enthalpie [7].



**Figure 2 :** Profil de la température à mi-hauteur en fonction de x

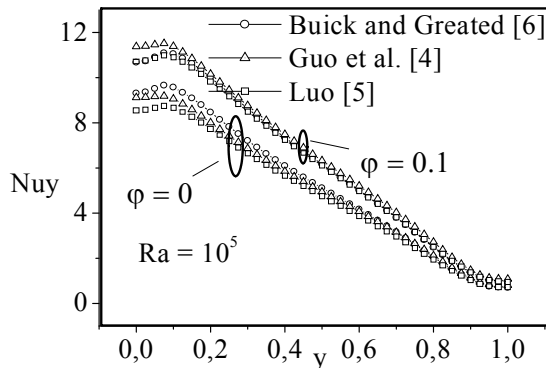


Figure 3 : Profil du nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude.

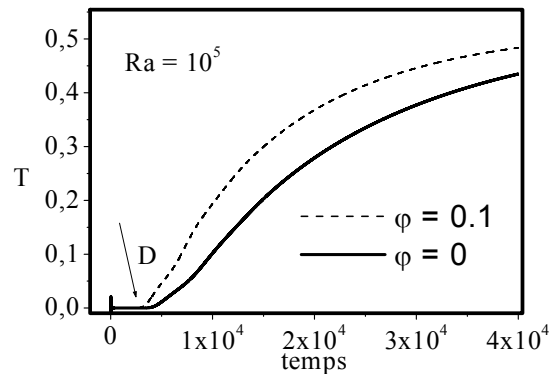


Figure 5 : Evolution temporelle de la température au cœur de la cavité.

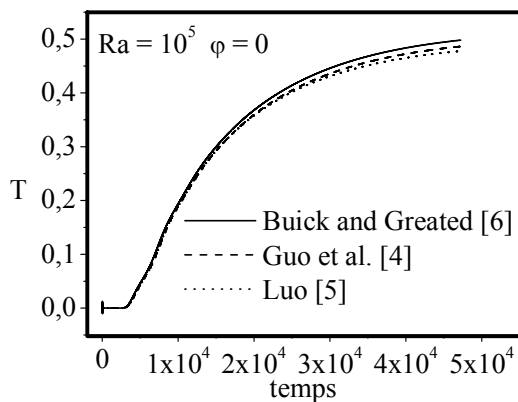


Figure 4: Evolution temporelle de la température pour les différents modèles.

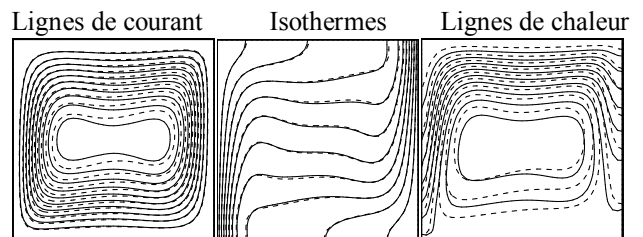


Figure 6: Lignes de courant (à gauche), isothermes (au centre) et lignes de chaleur (à droite): —  $\phi = 10\%$ , ---  $\phi = 0$ .

On peut noter également que l'ajout des nanoparticules accélère (point D) l'établissement de la température qui atteint sa valeur finale au centre de la cavité beaucoup plutôt que celle du fluide pur. L'impact des nanoparticules sur les lignes de courant, les isothermes et les lignes de chaleur est illustré sur la figure 6 où on peut noter un décalage entre les champs en comparant les champs correspondant au fluide pur (traits discrets) et ceux du nanofluide (traits pleins).

### Conclusion

Le nombre de Nusselt moyen augmente par ajout des nanoparticules, le modèle (I)/(II)/(III) prévoit une augmentation de 21,5%/(27,58%)/(18,68%). La variation du maximum de la fonction du courant ne dépasse pas 4%. Un tel résultat est conforme avec ceux de Khanafar et al. [7]. Finalement le schéma de la force de poussée joue un rôle très décisif dans les résultats.

### Références

- [1] A.A. Mohamad and A. Kuzmin, A critical evaluation of force term in Lattice-Boltzmann method, natural convection problem, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 53 pp.990–996, 2010.
- [2] A.A. Mohamad, *Applied Lattice- Boltzmann Method for Transport Phenomena, Momentum, Heat and Mass Transfer*, Sure Print, Calgary, 2007.
- [3] P.L. Bhatnagar, E.P. Gross, M.K. Krook, A model for collision process in gases.I: small amplitude processes in charged and neutral one-component system, *Phys. Rev.*, vol. 94 pp. 511-525, 1954.
- [4] Z.L. Guo, C.G. Zheng and B.C. Shi, Discrete Lattice effects on the forcing term in the Lattice-Boltzmann method, *Phys. Rev. E*, vol. 65: 046308, 2002.
- [5] L.S. Luo, *Lattice-Gas Automata and Lattice Boltzmann Equations for two-dimensional hydrodynamics*, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, 1993.
- [6] J.M. Buick, C.A. Greated, Gravity in a Lattice-Boltzmann model, *Phys. Rev. E*, vol. 61 (5), pp. 5307-5320, 2000.
- [7] K. Khanafar, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, vol. 46, pp.3639–3653, 2003
- [8] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solution, *The Journal of Chemical Physics*, vol. 20, pp. 571-581, 1952.
- [9] J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. II, Oxford University Press, Cambridge, UK, 1873, p. 54.



# ON THE DETERMINATION OF OPTIMAL SEPARATION OF SPECIES IN AN INCLINED DARCY-BRINKMAN POROUS CAVITY SATURATED WITH A BINARY MIXTURE

A. RTIBI, M. HASNAOUI AND A. AMAHMID

Cadi Ayyad University, Faculty of Sciences Semlalia, LMFE, Unit affiliated to CNRST (URAC 27) BP 2390, Marrakech, Morocco

**Abstract.** Soret convection induced in an inclined rectangular porous cavity filled with a binary mixture and subjected to a constant heat flux is studied analytically and numerically using the Darcy-Brinkman model with the Boussinesq approximation. The relevant parameters for the problem are the thermal Rayleigh number ( $R_T = 1 \text{ to } 10^3$ ), the Lewis number ( $Le$ ), the inclination angle of the cavity ( $\theta = 0^\circ \text{ to } 90^\circ$ ), the separation parameter ( $\varphi = \text{the Darcy number}$  ( $Da = 10^{-3} \text{ to } 10^{-1}$ ), and the aspect ratio of the cavity ( $A_r$ ). The limiting cases (Darcy and pure fluid media) are covered in this study.

Key-words: Convection, porous medium, Soret effect, Separation

## 1. Introduction

In an initially homogeneous binary mixture subjected to a temperature difference, the thermodiffusion effect induces a concentration gradient, which is strongly affected by convective motion induced by the temperature difference itself. Now, it is well known that the combination of convection and thermodiffusion in a thermogravitational cell leads to species separation in the binary mixture. Furthermore, in order to reach the maximum of separation in a given mixture, an optimal coupling between convection and thermodiffusion is required. The separation phenomena play an important role in many natural and technological processes. The effect of thermodiffusion is employed for isotope separation in liquid and gaseous mixtures and also in characterization and separation of polymers. In biological systems, the Soret effect can induce mass transport across cell membranes due to small thermal gradients in living matter. The separation may also be used for measurements of diffusion coefficients, especially in liquid metals of industrial interest. Therefore, more the separation is improved in the experimental device, more the measurements are accurate and reliable. Recently, the subject of separation improvement in fluid mixtures is receiving increasing attention. In this frame, some researchers teams [1] planned even to carry out experiments on board a spacecraft (i.e. under microgravity conditions) in order to minimize convection effect which disturbs separation process. Platten et al. [2] examined the effect of the inclination on separation in a thermogravitational column heated from the top. They concluded that separation can be substantially increased by choosing an optimal

inclination of the column. The separation of the species of a binary mixture in the classical configuration of Rayleigh-Bénard (horizontal cell heated from below) was investigated by Elhajjar et al. [3]. They showed that the separation inside the horizontal cell permits the production of the same degree of separation but with a greater quantity of each species compared to a thermogravitational vertical column. Bennacer et al. [4] adopted a partitioning technique in order to improve separation within a vertical annular porous cylinder. They reported that the separation ability increases with the partitioning number. The influence of porous matrix thermal properties on the separation rate in a model of packed thermogravitational column saturated by a binary mixture was studied by Davarzani and Marcoux [5]. In the present study, the object consists to search optimal conditions leading to maximum separation of species in an inclined porous cavity saturated with a binary mixture.

## 2. Mathematical formulation

The system under investigation is a two-dimensional Darcy-Brinkman porous cavity of length  $L'$  and height  $H'$ , tilted at an angle  $\theta$  with respect to the horizontal and bounded by four walls impermeable to mass transfer. The origin of the coordinate axes is taken at the center of the cavity. The long-side walls of the porous cavity are exposed to uniform fluxes of heat,  $q'$ , while its short walls are adiabatic. The fluid saturating the porous medium is assumed homogeneous, isotropic and modeled as a Boussinesq-incompressible fluid whose density varies as  $\rho = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_S(S - S_0)]$ ; where  $\rho_0$  is the density at temperature  $T = T_0$  and concentration  $S = S_0$  and  $\beta_T$  and  $\beta_S$  are the thermal and solutal expansion coefficients, respectively.

By neglecting the Dufour effect and using the vorticity-stream function formulation, the dimensionless governing equations in the stationary regime are presented as follows:

$$\xi = R_T (\cos \theta \frac{\partial}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial}{\partial y})(T + \varphi S) + Da \nabla^2 \xi \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \quad (2)$$

$$u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{Le} (\nabla^2 S - \nabla^2 T) \quad (3)$$

$$\xi = -\nabla^2 \Psi \quad (4)$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (5)$$

In the above equations,  $\Psi$ ,  $T$  and  $S$  are the dimensionless stream function, temperature and solute concentration, respectively. The boundary conditions associated to the governing equations are:

$$\left. \begin{aligned} y = \pm 1/2 : \Psi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = -1 \\ x = \pm A_r/2 : \Psi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

In addition to the inclination  $\theta$  of the cavity, the above equations indicate that the present problem is governed by

five other dimensionless parameters, which are the separation parameter,  $\phi$ , the Darcy number,  $Da$ , the thermal Darcy-Rayleigh number,  $R_T$ , the Lewis number,  $Le$ , and the cavity aspect ratio,  $Ar$ . These parameters are defined as:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= -\frac{\beta_s S'_0 (1-S'_0) D_T}{\beta_T D_{eff}}, Da = \mu_e K / (\mu H'^2) \\ R_T &= \frac{g \beta_T K \Delta T' H'}{\alpha \nu}, Le = \frac{\alpha}{D_{eff}}, Ar = \frac{L'}{H'} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Where  $D_{eff} = D\epsilon'$  is the effective mass diffusivity,  $D$  and  $D_T$  are respectively the mass diffusivity and the thermodiffusion coefficient. The heat and solute transfer rates across the layer are evaluated in terms of Nusselt and Sherwood numbers which are defined as:

$$\left. \begin{aligned} Nu &= \frac{1}{T(x,-1/2) - T(x,1/2)} \\ Sh &= \frac{1}{S(x,-1/2) - S(x,1/2)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

### 3. Analytical solution

The analytical solution is developed for steady state parallel flows, induced in slender cavities ( $Ar \gg 1$ ) under specific thermal boundary conditions. A typical behaviour of the parallel flow solution was illustrated numerically but not presented here. The behaviors observed allow the following simplifications:

$$\left. \begin{aligned} \Psi(x, y) &= \Psi(y) \\ T(x, y) &= C_T x + \theta_T(y) \\ S(x, y) &= C_S x + \theta_S(y) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Where  $C_T$  and  $C_S$  are unknown constant temperature and concentration gradients respectively in the  $x$  direction. They are determined by imposing zero heat and mass fluxes across any transversal section of the cavity.

The solution of the simplified governing equations, satisfying the boundary conditions in the  $y$ -direction depends on the sign of the following groups:  $\omega^2$ ,

$$\frac{1}{4Da^2} - \frac{\omega^2}{Da} \quad \text{and} \quad \Omega^{\pm 2} = \frac{1}{2Da} \pm \sqrt{\frac{1}{4Da^2} - \frac{\omega^2}{Da}}. \quad \text{Hence,}$$

different cases should be considered

In the case  $\omega^2 < 0$ , (the case considered in this study) the solution of the problem becomes:

$$\Psi(y) = G + A_1 \cosh^+ \Omega y + A_2 \cos^- \Omega y \quad (10)$$

$$T(x, y) = C_T x + (C_T G - 1)y + C_T \left[ \frac{A_1}{\Omega} \sinh^+ \Omega y + \frac{A_2}{\Omega} \sin^- \Omega y \right] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} S(x, y) &= C_S x + ((C_T + LeC_S)G - 1)y \\ &+ (C_T + LeC_S) \left[ \frac{A_1}{\Omega} \sinh^+ \Omega y + \frac{A_2}{\Omega} \sin^- \Omega y \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Where:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{-G \bar{\Omega} \sin^- \bar{\Omega} / 2}{\bar{\Omega} \sinh^+ \bar{\Omega} / 2 \cos^- \bar{\Omega} / 2 + \bar{\Omega} \sin^- \bar{\Omega} / 2 \cosh^+ \bar{\Omega} / 2} \\ A_2 &= \frac{-G \bar{\Omega} \sinh^+ \bar{\Omega} / 2}{\bar{\Omega} \sinh^+ \bar{\Omega} / 2 \cos^- \bar{\Omega} / 2 + \bar{\Omega} \sin^- \bar{\Omega} / 2 \cosh^+ \bar{\Omega} / 2} \\ \bar{\Omega}^+ &= \sqrt{\frac{1}{2Da} \mp \frac{1}{4Da^2} - \frac{\omega^2}{Da}} \quad \bar{\Omega}^- = \sqrt{-\frac{1}{2Da} \mp \frac{1}{4Da^2} - \frac{\omega^2}{Da}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_T &= (GC_T - 1)[A_1 \bar{\Omega} I_1 - A_2 \bar{\Omega} I_5] \\ &+ C_T [(A_1^2 I_2 - A_2^2 I_4) + A_1 A_2 I_3 \left( \frac{\bar{\Omega}^+}{\bar{\Omega}} - \frac{\bar{\Omega}^-}{\bar{\Omega}} \right)] \\ C_S &= [(C_T + LeC_S)G - 1][A_1 \bar{\Omega} I_1 - A_2 \bar{\Omega} I_5] \\ &+ [C_T + LeC_S] [(A_1^2 I_2 - A_2^2 I_4) + A_1 A_2 I_3 \left( \frac{\bar{\Omega}^+}{\bar{\Omega}} - \frac{\bar{\Omega}^-}{\bar{\Omega}} \right)] \end{aligned}$$

In the previous expressions we have:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{\bar{\Omega}^+} \left[ \cosh^+ \frac{\bar{\Omega}^+}{2} - \frac{2}{\bar{\Omega}^+} \sinh^+ \frac{\bar{\Omega}^+}{2} \right] \quad I_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sinh^+ \bar{\Omega}^+}{\bar{\Omega}^+} - 1 \right] \\ I_3 &= \frac{2}{\bar{\Omega}^+ \bar{\Omega}^-} \left[ \bar{\Omega}^+ \cosh^+ \frac{\bar{\Omega}^+}{2} \sin^- \frac{\bar{\Omega}^-}{2} - \bar{\Omega}^- \sinh^+ \frac{\bar{\Omega}^+}{2} \cos^- \frac{\bar{\Omega}^-}{2} \right] \quad I_4 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\sin^- \bar{\Omega}^-}{\bar{\Omega}^-} \right] \\ I_5 &= \frac{1}{\bar{\Omega}^-} \left[ \frac{2}{\bar{\Omega}^-} \sin^- \frac{\bar{\Omega}^-}{2} - \cos^- \frac{\bar{\Omega}^-}{2} \right] \end{aligned}$$

The analytical solutions of Nusselt and Sherwood numbers for this case are obtained as:

$$\begin{aligned} Nu^{-1} &= 1 - C_T G - 2C_T \left[ \frac{A_1}{\bar{\Omega}^+} \sinh^+ \frac{\bar{\Omega}^+}{2} + \frac{A_2}{\bar{\Omega}^-} \sin^- \frac{\bar{\Omega}^-}{2} \right] \\ Sh^{-1} &= 1 - [C_T + LeC_S]G - 2[C_T + LeC_S] \left[ \frac{A_1}{\bar{\Omega}^+} \sinh^+ \frac{\bar{\Omega}^+}{2} + \frac{A_2}{\bar{\Omega}^-} \sin^- \frac{\bar{\Omega}^-}{2} \right] \end{aligned}$$

### 4. Results and discussions

The present problem is controlled by several dimensionless groups but the present study is restricted to the effect of  $Da$  on the separation,  $\Delta C$ , defined as the difference of the mass fraction of the denser species between the two ends of the cavity (between  $x = 0$  and  $x = Ar$ ) for  $Le = 10$ ,  $Ar = 12$  and various  $R_T$ .

In Figs. 1a-c illustrating the variations of  $\Delta C$  versus  $Da$ , the separation phenomenon is negligible (case of  $\theta = 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  and  $105^\circ$ ) or weak and constant (case of  $\theta = 135^\circ$  and  $150^\circ$ ) as long as  $Da$  is below 0.1. Beyond this limit of  $Da$ , the separation undergoes an important increase towards a maximum whose value and location are independent of  $\theta$  within the range  $[45^\circ, 105^\circ]$ . For  $\theta = 135^\circ$  and  $150^\circ$ , the location of the maximum separation is slightly shifted towards smaller values of  $Da$  without any significant quantitative change (Fig. 1a). From this figure, we may also observe a substantial change in the evolution of the separation for  $\theta = 160^\circ, 163^\circ, 165^\circ$  and  $170^\circ$  in comparison with that observed for the remaining inclinations. In fact, for  $\theta = 165^\circ$ , Fig. 1a shows that the separation of species is important in the range  $10^{-5} \leq Da \leq 2 \times 10^{-1}$  (it decreases slightly by increasing  $Da$  in this range) and undergoes a sharp decrease towards zero beyond  $Da = 10^{-1}$ . Exactly, a similar behavior is observed for  $\theta = 170^\circ$  but with less important separation of species. The largest separation is obtained with  $\theta = 163^\circ$  and it is nearly constant in this range of  $Da$  ( $\Delta C$  is around 0.5). Above the threshold value  $10^{-1}$  of  $Da$ , the maximum of separation is induced by  $\theta$  in the range  $[45^\circ, 160^\circ]$ . Note also that the separation changes weakly with  $\theta$  in the range  $[45^\circ, 105^\circ]$ , with a very small change of the separation with  $\theta$  varying in this range. The separation curves obtained at  $R_T = 10^3$  (Fig. 1b) are

qualitatively similar to those corresponding to  $R_T = 200$ . The maximal values of the separation obtained for different inclinations are slightly modified but their locations are considerably shifted towards larger values of  $Da$  for  $\theta$  in the range  $45^\circ$ - $160^\circ$ . The range of  $Da$  where the inclinations  $\theta = 163^\circ$  and  $165^\circ$  override the other inclinations in terms of separation is enlarged in the case of  $R_T = 10^3$  ( $Da < 0.3$  for  $R_T = 200$  and  $Da < 0.5$  for  $R_T = 10^3$ ) and the separation induced by the inclination  $160^\circ$  is seen to be less than that of  $170^\circ$  in a small range of  $Da$  ( $0.005 < Da < 0.16$ ), while the curve of the former inclination is above that of  $170^\circ$  regardless of  $Da$  value at  $R_T = 200$ . The curves of Fig. 1c, corresponding to  $R_T = 10^5$ , show that the level of the maximum separation allowed is nearly unchanged even at a high Rayleigh number. However, the location of the maximum separations is strongly shifted towards larger values of  $Da$  for  $\theta$  in the range  $45^\circ$ - $160^\circ$  (the latter is located in the range  $0.3 < Da < 4.5$  for  $R_T = 200$ ,  $1.5 < Da < 23.5$  for  $R_T = 10^3$  and  $150 < Da < 2100$  for  $R_T = 10^5$ ). In fact, the increase of  $Da$  (which has a damping effect on the flow) compensates the increase of the flow intensity caused by the increase of  $R_T$ , and this brings back the flow intensity to the level ensuring a good separation. The limit of  $Da$  below which the inclinations  $\theta = 163^\circ$  and  $165^\circ$  dominate in terms of separation is risen to a large value ( $Da$  close to 100 against  $Da = 0.3$  for  $R_T = 200$  and  $Da = 0.5$  for  $R_T = 10^3$ ) in the case of  $R_T = 10^5$ .

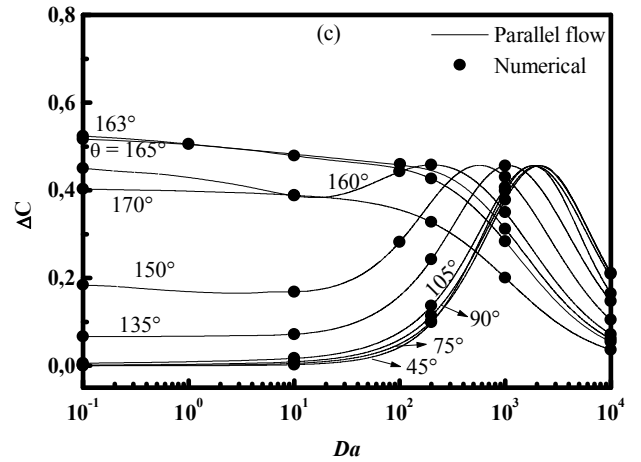
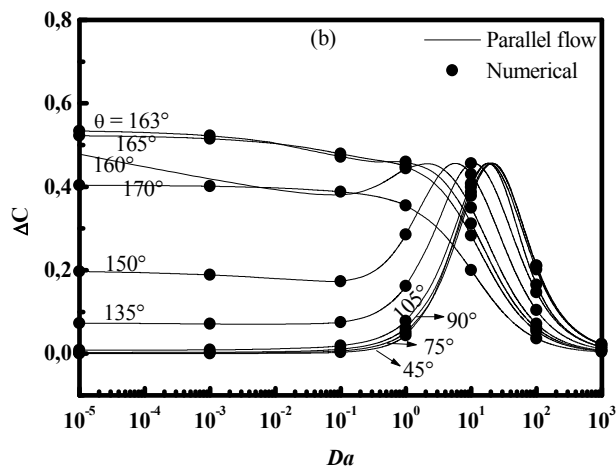
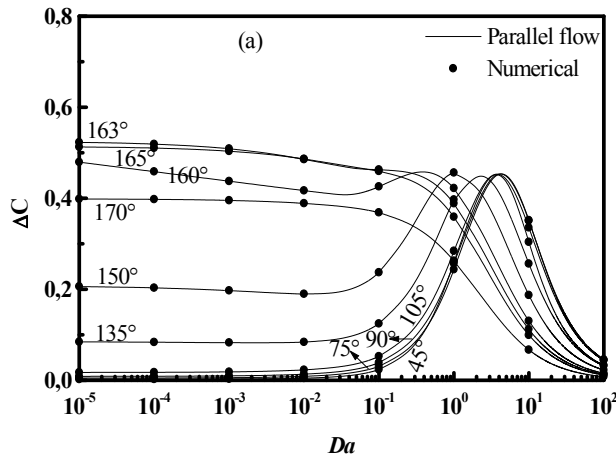


Figure 1:  $Da$  effect on species separation for  $Le=10$ ,  $\phi=0.5$  and  $R_T=200$  (a),  $R_T=10^3$  (b),  $R_T=10^5$  (c).



### 5. Conclusion

Thermomdiffusion effect on fluid flow and heat and mass transfers induced by Soret convection in an inclined Darcy-Brinkman porous layer subject to transverse gradients of temperature is studied analytically and numerically. The study is conducted in the case where the boundaries of the porous cavity are impermeable to mass transfer (pure Soret effect). The Darcy medium and pure fluid medium are covered by the present study as limiting cases for small and high Darcy numbers, respectively. For  $\phi = 0.5$ , the existence of specific ranges of  $Da$  (depending on  $R_T$  and  $\theta$ ) in which the separation reaches its maximum are determined. The separation of species is observed when the convection is weakened by conjugate effects of  $Da$  and  $\theta$  leading to optimum coupling between thermomdiffusion and convection by bringing down the flow intensity to limits ensuring this optimum coupling.

### References

- [1] V. Shevtsova, IVIDIL experiment onboard the ISS, *Advances in Space Research*, vol. 46, pp. 672–679, 2010.
- [2] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, and J. F. Dutrieux, Enhanced Molecular Separation in Inclined Thermogravitational Columns, *J. Phys. Chem. B*, vol. 107, pp. 11763–11767, 2003.
- [3] B. Elhajjar, M. C. Charrier-Mojtabi, and A. Mojtabi, Separation of a binary fluid mixture in a porous horizontal cavity, *Physical Review E*, vol. 77, 026310, 2008.
- [4] R. Bennacer, A.A. Mohamad, and M. El Ganaoui, Thermomdiffusion in porous media: Multi-domain constituent separation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 52, pp. 1725–1733, 2009.
- [5] H. Davarzani and M. Marcoux, Influence of solid phase thermal conductivity on species separation rate in packed thermogravitational columns: A direct numerical simulation model, *C.R. Mécanique*, vol. 339, pp. 355–361, 2011.

# TRANSITION LAMINAIRE- TURBULENT DANS UNE CAVITÉ VERTICALE DIFFÉRENTIELLEMENT CHAUFFÉE A RAPPORT DE FORME ÉLEVÉ

L. ELMOUTAOUAKIL, Z. ZRIKEM, A. ABDELBAKI

LMFE(URAC27), Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. 2390, Marrakech, Maroc.

## 1. Introduction

Cette étude porte sur la transition laminaire-turbulent d'un écoulement d'air en convection naturelle 2-D dans une cavité verticale différentiellement chauffée. Cette transition, appelé aussi route vers le chaos, peut se faire selon différents scénarios [1-2]. Pour une cavité soumise à des conditions aux limites spatio-temporelles constantes, la transition se fait généralement selon le scénario de quasi-périodicité [3]. Dans ce cas, pour une cavité de rapport de forme A, le seul paramètre de contrôle est le nombre de Rayleigh Ra.

Pour un A donné, l'écoulement devient instable à partir d'un nombre de Rayleigh critique  $Ra_c$  à cause de la présence de termes non linéaires dans les équations de Navier-stokes. Ce nombre, correspond à la bifurcation entre le régime stationnaire et le régime périodique. En augmentant progressivement Ra, le régime devient quasi-périodique puis par la suite chaotique.

Récemment, Wright et al. [4] ont mené un travail de visualisation sur l'écoulement d'air dans une cavité verticale différentiellement chauffée de A=40,8. Ils ont constaté que pour  $Ra \approx 10^4$  l'écoulement dans la zone centrale de la cavité commence à devenir instable à cause des perturbations causées par le mouvement des cellules secondaires et qu'à partir de  $Ra = 1.16 \times 10^4$ , les cellules ont différentes formes et dimensions et leurs mouvements commencent à perturber l'écoulement primaire longeant les parois. En augmentant Ra à partir de  $1.36 \times 10^4$ , les fluctuations augmentent en intensité et l'écoulement devient de plus en plus chaotique. Lorsque Ra atteint  $5,48 \times 10^4$ , l'écoulement est complètement turbulent. En effet, Les visualisations ont montré que les perturbations commencent de la partie centrale de la cavité avant de s'étendre, avec l'augmentation de Ra, aux couches limites près des parois verticales. Il a été conclu que pour modéliser correctement la zone de transition, qu'il est recommandé d'utiliser un modèle DNS (Direct Numerical Simulation) afin de reproduire les caractéristiques de l'écoulement dans la partie centrale de la cavité pour  $10^4 < Ra < 5 \times 10^4$ .

L'exploration numérique ou expérimentale des différentes routes qui mènent vers le chaos est un processus très complexe surtout pour les cavités à rapports de forme élevés [4,5]. Pour cela, un certains nombres de travaux se sont intéressés tout simplement à l'estimation du  $Ra_c$  en fonction de A, pour localiser le début de la transition. Ces travaux ont utilisé différentes approches, on peut citer le travail analytique de Batchelor [6], l'étude expérimentale de Yin et al. [7], la simulation numérique de Power [8] et

Yunhua [9]. Ces auteurs ont établi des corrélations qui donnent  $Ra_c$  en fonction de A. A part les travaux de Yin et al., les autres travaux donnent des  $Ra_c$  assez comparables pour  $A \leq 35$ . Par contre pour  $A > 35$ , selon le travail considéré, la transition se fait pour  $Ra_c$  entre 1,3 et  $2,2 \times 10^4$ . Ainsi pour A très élevé ( $A > 35$ ), l'écoulement devient turbulent pour de faibles nombres de Rayleigh.

L'objectif de ce travail est d'explorer numériquement en détail le chemin quasi-périodique qui mène vers le chaos dans le cas d'une cavité, verticale remplie d'air, différentiellement chauffée de rapport de forme A=40. A notre connaissance, une telle étude pour A=40, n'a pas été publiée auparavant. Ce travail va permettre de déterminer le nombre de Rayleigh critique  $Ra_c$  et la zone de transition laminaire-turbulent.

## 2. Modèle mathématique

Le problème physique considéré est une cavité bidimensionnelle verticale différentiellement chauffée et remplie d'air, de largeur L et de hauteur H. Les températures des parois verticales chaude et froide sont maintenues respectivement à  $T_c$  et  $T_f$ . Les parois horizontales sont considérées adiabatiques et le rapport de forme A=H/L. Le transfert de chaleur entre les parois actives se fait, à travers la couche d'air, par convection naturelle.

Le fluide est supposé newtonien et incompressible. La dissipation visqueuse est négligée et on se place dans le cadre de l'approximation de Boussinesq où toutes les propriétés thermophysiques du fluide sont supposées constantes à l'exception de la masse volumique dans le terme de poussée.

Les équations de conservation adimensionnelles en régime laminaire sont :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial \tau} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial X_j} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial (\Gamma_{ij})}{\partial X_j} + Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial (U_i \theta)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial \theta}{\partial X_i} \right) \quad (3)$$

$$\text{avec : } \Gamma_{ij} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( Pr \left[ \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial X_k} \delta_{ij} \right] \right)$$

Le nombre de Prandtl  $Pr = \nu / \alpha$  et  $Ra = g\beta\Delta TL^3 / \alpha\nu$ .

Les variables adimensionnelles relatives à la position, à la vitesse, à la pression, au temps et à la température sont données respectivement par :

$$X_i = x_i / L, \quad U_i = u_i / (\alpha / L), \quad P = p / \rho (\alpha / L)^2, \quad \tau = L^2 / \alpha$$

$$\text{et } \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

Les conditions aux limites adimensionnelles sont données par :

$$U_i = 0, \text{ vitesses nulles sur toutes les parois.}$$

$$\theta = 1 \text{ ou } 0, \text{ respectivement sur les parois chaude et froide.}$$

$$\partial \theta / \partial n = 0, \text{ flux thermiques sur les parois horizontales.}$$

Le transfert de chaleur local à la paroi est évalué par l'intermédiaire du nombre de Nusselt local défini comme le rapport des quantités de chaleur échangées par convection et par conduction à travers la lame d'air d'épaisseur L. Pour la paroi chaude par exemple :

$$Nu_{loc} = -\frac{\partial \theta}{\partial X_1} \Big|_{X_1=0} \quad (4)$$

En revanche, l'échange global moyen le long de l'une des parois actives est donné par :

$$Nu_c = \frac{1}{A} \int_0^A Nu_{loc} dV \quad (5)$$

La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de transport. Les équations discrétisées, sont résolues par l'algorithme SIMPLE en utilisant un schéma en loi de puissance [10]. Un compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul a été trouvé pour un maillage non uniforme de 50x160 et un pas de temps adimensionnel de  $10^{-4}$  pour toutes les simulations effectuées dans ce travail. Quand la convergence est atteinte, entre deux itérations successives, les écarts relatifs pour chaque variable calculée sont inférieurs à  $10^{-4}$  aux différents nœuds du maillage.

### 3. Résultats et discussion

Le code numérique en régime laminaire a été abondamment testé et validé pour différentes conditions aux limites et ce quantitativement en termes de transfert de chaleur local ou moyen ainsi que qualitativement en termes d'isothermes et de lignes de courant (Elmoutaouakil [11]). Il a été conclu que ce code qu'on a développé est capable de prédire correctement les écoulements de convection naturelle et les transferts de chaleur dans les cavités différentiellement chauffées à grands rapports de forme.

#### 3.1. La route vers le chaos

Il est bien connu que la transition du régime laminaire au régime turbulent s'effectue selon plusieurs scénarios menant vers le chaos. A cet effet, un chemin est exploré en détail en augmentant progressivement le paramètre de contrôle  $Ra$  lors de la transition laminaire-turbulent dans une cavité verticale différentiellement chauffée de rapport de forme  $A=40$ . Ainsi on a laissé la vitesse et la température adimensionnelles ( $V$  et  $T^*$ ) évoluer, pendant un temps élevé, en un point situé au voisinage de la surface verticale chaude. Ceci nous a permis de recueillir des informations sur la croissance des instabilités, au niveau de ce point, en fonction de  $Ra$  et la détermination de bifurcations d'un régime d'écoulement à un autre.

La figure 1, montre que pour  $Ra=1,305 \times 10^4$  les solutions tendent asymptotiquement vers un régime stationnaire stable caractérisé dans le plan de phase ( $dV/dt, V$ ) par une spirale qui converge après un temps de calcul théoriquement infini vers un point appelé point limite ou attracteur donnant la solution stationnaire recherchée. Par contre, pour  $Ra=1,31 \times 10^4$  on obtient une solution instationnaire sinusoïdale dû aux perturbations causée par les cellules secondaires (figure 2.a) et une fréquence adimensionnelle  $f=0,93$  obtenue par l'analyse de Fourier appliquée à  $V$  (figure 2.b). Cet état est caractérisé dans le plan de phase ( $V, T$ ) par un cycle limite stable appelé attracteur d'amplitudes  $6 \times 10^{-4}$  pour  $V$  et de  $2 \times 10^{-5}$  pour  $T$  (figure 2.c). Donc entre ces deux valeurs de Rayleigh très voisines  $Ra \approx 1,31 \times 10^4$ , il y a eu la première bifurcation correspondant au passage du régime stationnaire au régime périodique. Donc le Rayleigh critique de bifurcation point limite-cycle limite est  $Ra_c \approx 1,31 \times 10^4$ .

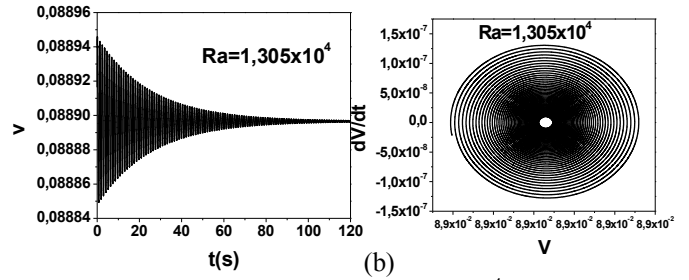


Fig. 1 : Point attracteur pour  $Ra=1,305 \times 10^4$ : (a) évolution de  $V$  en fonction du temps et (b) portrait de phase

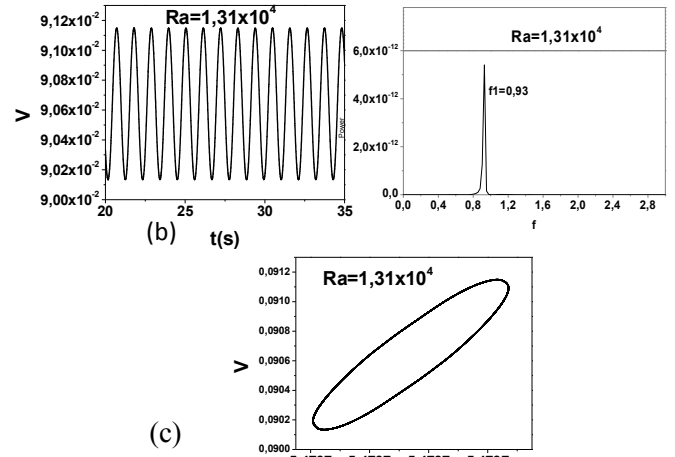


Fig. 2 : Cycle limite attracteur pour  $Ra=1,31 \times 10^4$ : (a) évolution de  $V$  en fonction du temps, (b) spectre d'énergie pour  $V$  et (c) portrait de phase.

En augmentant  $Ra$  à  $1,58 \times 10^4$ , l'intensité des fluctuations devient plus importante ce qui donne un régime mono-périodique, non sinusoïdale, caractérisé par un champ thermique ayant plusieurs fréquences  $f_1=1,063$ ,  $f_2=2 \times f_1$  et  $f_3=3 \times f_1$  (figure 3). Il est donc plus riche en harmonique et la fréquence fondamentale a subi une légère augmentation.

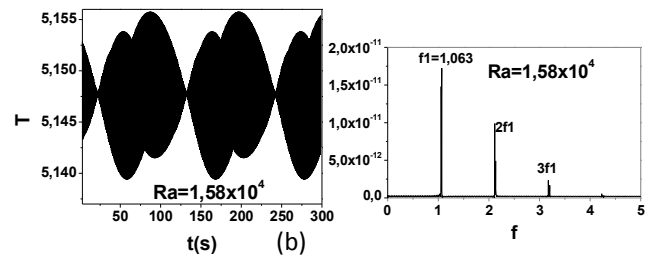


Fig. 3 : Cycle limite attracteur pour  $Ra=1,58 \times 10^4$ : (a) évolution de  $T$  en fonction du temps et (b) spectre d'énergie pour  $T$ .

En passant à  $Ra=2,3 \times 10^4$ , le spectre d'amplitude correspondant à la vitesse comporte deux pics fondamentaux proches l'un de l'autre et leurs harmoniques annonçant le début du régime quasi-périodique (figure 4). On remarque aussi que la fréquence de la première harmonique de cette série s'est déplacée à  $f=0,6$  au lieu de  $f=1$  pour  $Ra=1,58 \times 10^4$ , par contre l'intensité des instabilités continue toujours à augmenter en fonction de  $Ra$ .



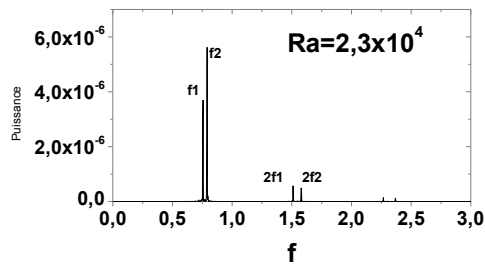


Fig. 4 : Spectre d'énergie de V pour  $Ra=2,3 \times 10^4$ .

Au-delà de  $Ra=2,5 \times 10^4$ , l'écoulement de convection naturelle parait de nature chaotique tel que c'est montré sur la figure 5. Ainsi, l'écoulement devient imprévisible et chaotique ayant des amplitudes de fluctuations trop élevées. A ce stade on peut affirmer qu'on est en présence d'un écoulement complètement turbulent.

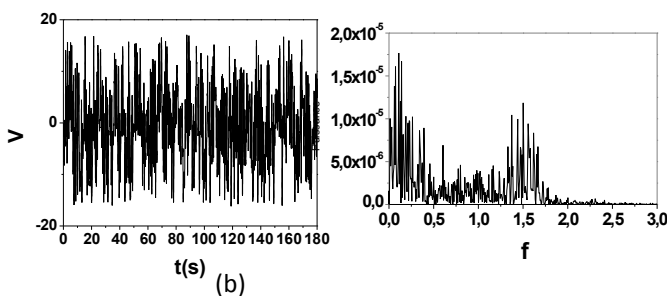


Fig. 5 : Régime chaotique  $Ra=2,55 \times 10^4$ : (a) Evolution de V en fonction du temps et (b) Spectre d'énergie de V.

### 3.2. Limites des régimes d'écoulement

D'après les résultats trouvés, les premières instationnarités apparaissent pour un Rayleigh critique de l'ordre de  $1,31 \times 10^4$  et que la zone de transition s'étend de  $Ra=1,31 \times 10^4$  à  $2,5 \times 10^4$ . Bien que Wright et al. [4], n'ont pas donné explicitement  $Ra_c$ , on peut d'après leurs résultats et analyses l'estimer à  $Ra_c \approx 1,36 \times 10^4$ , alors que la zone de transition s'étale jusqu'à  $Ra=5 \times 10^4$ . Donc on peut conclure qu'il y a un bon accord avec les résultats expérimentaux de Wright et al. [4].

D'autres auteurs ont estimé  $Ra_c$  par des techniques numériques moins contraignantes basées généralement sur la comparaison des valeurs de Nusselt moyen calculées par les deux modèles laminaire et turbulent.

Les valeurs critiques de Rayleigh, obtenues pour  $A=40$ , sont comparées sur le tableau 1. Compte tenu de la diversité des techniques utilisées et de la sensibilité du phénomène physique étudié, globalement on peut constater que les résultats portés sur le tableau sont comparables.

Tab. 1 : Rayleigh critique de transition pour  $A=40$ .

A	Présent travail	Batchlor [6]	Power [8]	Yunhua [9]	Manz [12]
$Ra_c \times 10^{-4}$	1,31	1,56	2,2	2,1	1,31

### 4. Conclusions

Dans ce travail nous avons exploré numériquement une route de quasi-périodicité menant vers le chaos des écoulements d'air naturels dans une cavité verticale différentiellement chauffée de rapport de forme  $A=40$ . La bifurcation séparant le régime stationnaire et le régime sinusoïdal a été observée pour un Rayleigh critique  $Ra_c \approx 1,31 \times 10^4$  correspondant aux premières instabilités qui apparaissent dans l'écoulement. En augmentant progressivement le paramètre de contrôle Ra, on passe par un régime quasi-périodique pour atteindre enfin le régime chaotique pour  $Ra \approx 2,55 \times 10^4$ .

Les résultats trouvés en termes de  $Ra_c$  et l'étendu de la zone de transition sont en bon accord avec des constatations expérimentales récentes et avec plusieurs travaux numériques publiés dans la littérature.

### Références

- [1] Gollub J. P., Benson S. V., Many routes to turbulent convection, J. Fluid Mech. vol. 100, No 3, pp. 449-470, 1980.
- [2] Dang-Vu H., Delcarte C., Bifurcations et chaos, Edition Ellipses, 2000.
- [3] Paolucci S., Chenoweth D.R., Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity, J. Fluid Mech., vol. 201, pp. 379-410, 1989.
- [4] Wright J.L., Jin H., Hollands, K.G.T. and Naylor D., Flow visualisation of natural convection in a tall, air-filled vertical cavity, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, pp. 889-904, 2006.
- [5] Le Quéré P., A note on multiple and unsteady solutions in two-dimensional convection in a tall cavity, J. Heat Transfer, vol. 112, pp. 965-973, 1990.
- [6] Batchelor G.K., Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures, Quart. Appl. Math., vol. 12, pp. 209-233, 1954.
- [7] Yin S.H., Wung T.Y. and Chen K., Natural convection in an air layer enclosed within rectangular cavities, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 21, pp. 307-315, 1978.
- [8] Power J.P., Finite element model of turbulent flow and heat transfer in a fenestration system, Ph.D. Thesis, University of Massachusetts Amherst, 1999.
- [9] Yunhua Y., Natural convective flow and heat transfer in vertical and inclined glazing cavities, M.Sc. Thesis, University of Massachusetts, 2003.
- [10] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, 1980.
- [11] Elmoutaouakil, L., Convection naturelle laminaire et turbulente dans les cavités verticales allongées du bâtiment, Master en Energétique et Environnement, Facultés des Sciences Semlalia, Marrakech, 2012.
- [12] Manz H., Numerical simulation of heat transfer by natural convection in cavities of facade elements, Energy and Buildings, vol. 35, pp. 305-311, 2003.

# DETERMINATION DES FONCTIONS DE TRANSFERT POUR LES BRIQUES CREUSES AVEC LAME D'AIR A PARTIR DES RESULTATS DE LA SIMULATION DES TRANSFERTS THERMIQUES COUPLES EN REGIME VARIABLE

M. BOUKENDIL, A. ABDELBAKI, Z. ZRIKEM

LMFE (URAC 27), Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. 2390, Marrakech, Maroc  
 abdelbaki@ucam.ac.ma

## 1. Introduction

Les briques creuses avec lame d'air sont très utilisées actuellement dans la construction des murs des bâtiments. Dans ces structures, les transferts thermiques par convection, conduction et rayonnement sont intimement liés. Ces deux derniers modes de transfert sont non linéaires et par suite les méthodes des fonctions de transfert basées sur les algorithmes analytiques [1, 2], ne peuvent être appliquées pour de telles structures bien que ces méthodes soient les plus utilisées, dans les programmes de simulation du comportement thermiques du bâtiment, pour le calcul des transferts purement conductifs dans les murs pleins. Cependant, des techniques ont été proposées dans la littérature pour la détermination de coefficients empiriques de la fonction de transfert (CFT) pour les murs alvéolaires verticaux [3] et les plafonds construits par des hourdis [4]. Ces techniques consistent à identifier les CFT en se basant sur les résultats de la simulation des transferts thermiques couplés pour des sollicitations thermiques variables dans le temps.

Dans les travaux précédents, les auteurs ont profité de la périodicité géométrique des murs et plafonds étudiés pour réduire l'étendu des domaines de calcul correspondants à une structure alvéolaire constituée d'une seule rangée horizontale d'alvéoles (c'est à dire ayant une seule alvéole dans la direction verticale). Chose qui n'est pas possible pour le cas des briques creuses à lame d'air à cause de la présence de celle-ci. Par conséquent, l'application des techniques utilisées dans les travaux [3] et [4] fait appel à la simulation des transferts thermiques couplés en régime variable sur le domaine entier (toute la brique) ce qui nécessite plus d'efforts sur le plan numérique. Les difficultés rencontrées sont due essentiellement à la résolution numérique des équations de conservation, en régime instationnaire, dans lame d'air.

Ces difficultés sont surmontées dans le présent travail qui consiste à déterminer des coefficients de la fonction de transfert (CFT) pour les briques creuses avec lame d'air en adoptant une procédure similaire à celle utilisées dans les travaux [3] et [4]. Cette procédure est constituée de deux étapes principales :

\* Dans la 1<sup>ère</sup> étape, on procède à une simulation numérique en régime transitoire des transferts thermiques couplés par conduction, convection et rayonnement.

\* Dans la 2<sup>ème</sup> étape, en utilisant les résultats de la simulation, on détermine les CFT empiriques de la structure étudiée par application d'une technique d'identification.

## 2. Modèle mathématique

### 2.1. Description de la configuration étudiée

La configuration bidimensionnelle représentant la structure alvéolaire étudiée est schématisée sur la figure 1. Il s'agit d'une brique creuse avec lame d'air, d'épaisseur  $L$  et de hauteur  $H$ , formée par deux parois alvéolaires séparées par une lame d'air d'épaisseur  $l'$  et de hauteur  $h'$ . Les alvéoles sont des petites cavités rectangulaires, d'épaisseur  $l$  et de hauteur  $h$ , entourées de partitions solides verticales, d'épaisseur  $ex$ , et horizontales d'épaisseurs  $ey_1$  et  $ey_2$ . Les surfaces verticales gauche et droite de la structure sont soumises à des sollicitations thermiques variables  $T_e(t)$  et  $T_i(t)$ , alors que les faces horizontales obéissent à une condition de périodicité (répétitivité du profil de température sur ces faces).

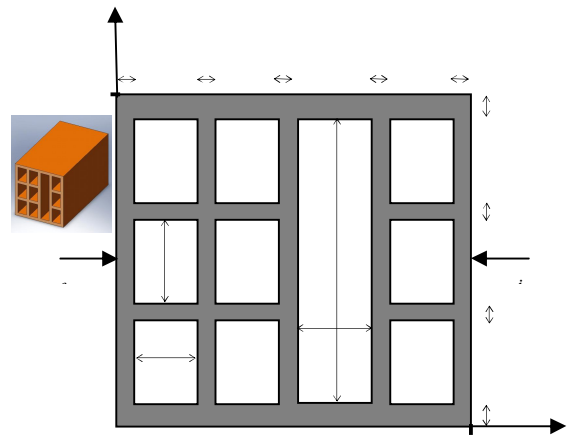


Fig.1: Schéma de la structure alvéolaire étudiée.

### 2.2 Equations du modèle

L'écoulement d'air est supposé laminaire et le transfert de chaleur est bidimensionnel. Les faces internes des cavités et de la lame d'air sont considérées grises à émission et réflexion diffuses. L'air ne participe pas aux échanges radiatifs entre les surfaces des différentes cavités. La dissipation visqueuse est négligée et les propriétés thermophysiques sont supposées constantes sauf pour la masse volumique dans le terme de poussée où l'approximation de Boussinesq est utilisée. Les équations de conservation adimensionnelles sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \cdot Pr \cdot \theta_a \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Y^2} \quad (4)$$

où  $(X, Y)$  sont les positions adimensionnelles,  $\tau$  le temps adimensionnel,  $U, V, P, \theta_a$  sont les variables sans dimension associées respectivement aux composantes de la vitesse de l'air, à la pression et à la température de l'air.  $Ra$

est le nombre de Rayleigh et  $Pr$  celui de Prandtl donnés

$$\text{par : } Ra = \frac{g\beta L^3 (\bar{T}_e - \bar{T}_i)}{\nu_a^2} Pr, \quad Pr = \frac{\nu_a}{\alpha_a}$$

où  $\nu_a$  et  $\alpha_a$  sont respectivement la viscosité cinématique et la diffusivité thermique de l'air. L'équation de conduction de chaleur dans le solide est:

$$\frac{\alpha_a}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \quad (5)$$

où  $\theta_s$  est la température adimensionnelle du solide et  $\alpha_s$  sa diffusivité thermique. Les conditions aux limites du problème sont :

- \*  $U = V = 0$  sur toutes les parois solides
- \*  $\theta_s(0, Y) = \theta_e(t)$  et  $\theta_s(1, Y) = \theta_i(t)$  ( $0 \leq Y \leq A = H / L$ )
- \*  $\theta_s(X, 0) = \theta_s(X, A)$  ( $0 \leq X \leq 1$ ) : périodicité

Aux interfaces fluide-solide, on a :

$$\theta_s(X, Y) = \theta_a(X, Y) \quad \text{et} \quad -\frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = -N_k \frac{\partial \theta_a}{\partial \eta} + N_r Q_r$$

où  $\eta$  est la coordonnée normale à l'interface considéré et :

$$Q_r(r_k) = \varepsilon_k \left(1 - \frac{1}{G}\right)^4 \left(\theta_k(r_k) + \frac{1}{G-1}\right)^4 - \varepsilon_k \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J_j(r_j) dF_{ds_k-ds_j}$$

où  $Q_r(r_k)$  est le flux radiatif net adimensionnel échangé par l'élément de surface  $ds_k$  situé en un point d'abscisse  $r_k$  sur la surface  $k$ ,  $dF_{ds_k-ds_j}$  est le facteur de forme entre les

éléments  $ds_k$  et  $ds_j$ ,  $\varepsilon_k$  est l'émissivité de la surface  $k$ ;  $G$  est le rapport des températures ( $G=T_e/T_i$ ) et  $J_j(r_j)$  est la radiosité de l'élément  $ds_j$ ;  $N_r$  est le nombre de rayonnement adimensionnel et  $N_k$  le rapport des conductivités:

$$N_r = \frac{\sigma T_e^4 L}{k_s(T_e - T_i)} \quad \text{et} \quad N_k = \frac{k_a}{k_s}$$

Les flux de chaleur traversant les surfaces extérieure et intérieure de la structure sont donnés respectivement par :

$$Q_e(t) = -\frac{k_s}{H} \int_0^H \frac{\partial T_s(t)}{\partial x} \Big|_{x=0} dy$$

$$Q_i(t) = -\frac{k_s}{H} \int_0^H \frac{\partial T_s(t)}{\partial x} \Big|_{x=L} dy$$

où  $T_s(t)$  est la température dans le solide en °C.

Les équations du modèle sont discrétisées par la méthode des volumes de contrôle et résolues par l'algorithme *SIMPLE* en utilisant un schéma en loi de puissance. Le maillage utilisé est un maillage non uniforme de  $40 \times 53$  nœuds, suivant les directions  $x$  et  $y$ , serré près des parois et relâché à l'intérieur des cavités. Le pas de temps adimensionnel utilisé est de  $10^{-5}$ .

### 2.3. Méthode d'identification

Le modèle d'identification consiste à lier les flux de chaleur  $Q_e(t)$  et  $Q_i(t)$  (dits flux théoriques) aux coefficients de la fonction de transfert du système  $S_{11,j}$ ,  $S_{12,j}$ ,  $S_{21,j}$ ,  $S_{22,j}$  ( $0 \leq j \leq n$ ) et  $e_j$  ( $1 \leq j \leq n$ ) et aux sollicitations thermiques  $T_e(t)$  et  $T_i(t)$  par les formules suivantes :

$$Q_e(t) = \sum_{j=0}^n (S_{11,j} T_e(t-j\delta) + S_{12,j} T_i(t-j\delta)) - \sum_{j=1}^n e_j Q_e(t-j\delta)$$

$$Q_i(t) = \sum_{j=0}^n (S_{21,j} T_e(t-j\delta) + S_{22,j} T_i(t-j\delta)) - \sum_{j=1}^n e_j Q_i(t-j\delta)$$

où  $\delta$  est le pas de temps utilisé pour l'échantillonnage des sollicitations thermiques  $T_e(t)$  et  $T_i(t)$ .

Les flux théoriques  $Q_e(t)$  et  $Q_i(t)$  seront identifiés aux flux numériques  $Q_{ec}(t)$  et  $Q_{ic}(t)$  calculés en régime transitoire par le programme de simulation. La méthode des fonctions de transfert montre que les CFT ainsi déterminés doivent vérifier la condition suivante :

$$\frac{\sum_{j=0}^n S_{11,j}}{\sum_{j=0}^n e_j} = \frac{\sum_{j=0}^n S_{12,j}}{\sum_{j=0}^n e_j} = -\frac{\sum_{j=0}^n S_{22,j}}{\sum_{j=0}^n e_j} = U \quad (7)$$

où  $U$  est la conductance thermique globale du système.

### 3. Résultats et discussion

Les résultats présentés dans cette étude sont obtenus pour une structure alvéolaire ayant les dimensions géométriques (en cm) données dans le tableau 1. Pour l'air qui règne dans les alvéoles, le nombre de Prandtl est  $Pr=0,71$ . La conductivité thermique des parois solides est  $k_s=1\text{W/mK}$  et leur diffusivité thermique est  $\alpha_s=6,45 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$ . L'émissivité des faces internes des cavités est  $\varepsilon=0,9$ .

$l$	$h$	$l'$	$h'$	$ex$	$ey_1$	$ey_2$
5	2	2	2	1	1,5	1

Tableau 1 : Dimensions de la structure alvéolaire étudiée (en cm).

Les flux de chaleur traversant les surfaces extérieure  $Q_{ec}$ , et intérieure  $Q_{ic}$ , en tenant compte des transferts thermiques conductif, convectif et radiatif, sont calculés pour les valeurs horaires des températures de la figure 2a (séquence été). En appliquant la technique d'identification aux flux calculés de cette manière, on a déterminé des coefficients empiriques de la fonction de transfert (CFT) (non présentés ici). Ceux-ci sont obtenus en considérant un pas de temps égal une heure ( $\delta=3600\text{s}$ ).

Le calcul de la conductance thermique  $U$  à partir des deux séries de coefficients  $S_{21,j}$  et  $S_{22,j}$  a conduit aux valeurs suivantes :

$$\frac{\sum_{j=0}^n S_{12,j}}{\sum_{j=0}^n e_j} = 2,750 \text{ W/m}^2 \text{K} \quad \frac{\sum_{j=0}^n S_{22,j}}{\sum_{j=0}^n e_j} = -2,715 \text{ W/m}^2 \text{K}$$

Ces résultats montrent que la condition donnée par l'équation (7) est satisfaite pour  $n=5$ .

Les variations horaires des flux empiriques sont confrontées sur la figure 3a aux flux de base ayant été utilisés pour la génération des CFT. Cette figure montre qu'il y a un bon accord entre les flux obtenus en utilisant les CFT empiriques (flux identifiés) et les flux calculés en régime transitoire (flux simulés). En effet, la moyenne quadratique des écarts (RMSD) entre les résultats obtenus par simulation et ceux obtenus par les CFT pour les 220 valeurs de flux horaires considérés est de l'ordre de  $0,71\text{W/m}^2$  pour le flux extérieur ( $Q_e$ ) et de  $0,30\text{W/m}^2$  pour le flux intérieur ( $Q_i$ ) sachant que les valeurs moyennes des flux calculés sont respectivement de l'ordre de  $58\text{W/m}^2$  et de  $8\text{W/m}^2$ , ce qui correspond à des écarts relatifs respectifs inférieurs à 1,2% et 3,7%.

Les CFT identifiés permettent d'estimer, avec une bonne précision, le transfert de chaleur à travers la paroi même dans le cas où les sollicitations thermiques sont complètement différentes de celles utilisées pour leur détermination. En effet, la figure 3b donne les variations horaires des réponses obtenues en considérant les excitations de la séquence d'hiver représentées sur la figure 2b. On constate que les flux simulés et identifiés sont en très bon accord. En effet, la différence standard RMSD enregistrée entre ces derniers est inférieure à  $1,36\text{W/m}^2$ . On aperçoit en particulier, que les CFT identifiés permettent d'évaluer, avec une précision très satisfaisante, les réponses de la paroi même dans le cas où les excitations thermiques subissent des variations brutales. On note aussi que les effets de l'inertie thermique sont très considérables. En effet, le déphasage entre les flux  $Q_e$  et  $Q_i$  est de l'ordre de 4 heures et les écarts enregistrés entre les valeurs des deux flux ( $Q_e$  et  $Q_i$ ) sont très importants comme il est indiqué sur les figures. Ces écarts dépassent parfois 80%.

Un autre test sur les CFT, il s'agit d'une excitation sinusoïdale de période journalière ( $T=24$  heures) appliquée à la surface externe de la paroi  $\{T_e(t)=10+8\sin(2\pi t/24 \times 3600)$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) $\}$  tout en maintenant constante la température de la surface interne à  $T_i=20^{\circ}\text{C}$ . Les réponses des parois sont calculées en utilisant le programme de simulation d'une part et les CFT identifiés d'autre part. La figure 3c montre que les résultats obtenus par les deux procédures sont en très bon accord. La moyenne des écarts RMSD sur 192 flux considérés est de l'ordre de  $0,87\text{W/m}^2$  et  $1,15\text{W/m}^2$  respectivement pour les flux extérieur et intérieur, ce qui représente 2,8% et 3,5% de la moyenne des flux absolus.

#### 4. Conclusion

Les transferts thermiques couplés en régime transitoire à travers une structure alvéolaire (brique creuse avec lame d'air) soumise à des excitations thermiques réelles sont simulés numériquement. Les flux obtenus sont utilisés pour l'identification de CFT empiriques qu'on ne peut pas générer par les méthodes analytiques des fonctions de transfert. Les CFT identifiés permettent de prédire avec une bonne précision les flux thermiques du système lorsqu'il est soumis à des excitations thermiques différentes de celles ayant été utilisées pour générer ces CFT.

#### Références

- [1] D.G. Stephenson, G.P. Mitalas, Calculation of heat conduction transfer functions for multi-layer slabs, *Ashrae Trans.*, Vol. 77, Part II (1971) 117–126.
- [2] J.E. Seem, S.A. Klein, W.A. Beckman, J.W. Mitchell, Transfer function for efficient calculation of multidimensional transient heat transfer, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 111 (1989) 5–12.
- [3] A. Abdelbaki, Z. Zrikem, F. Haghghat, Identification of empirical transfer function coefficients for a hollow tile based on detailed models of coupled heat transfers, *Building and Environment*, Vol. 36 (2001) 139–148.
- [4] T. Ait-Taleb, A. Abdelbaki, Z. Zrikem, Transfer function coefficients for time varying coupled heat transfers in vertically heated hollow concrete bricks, *Building Simulation Journal*, Vol. 1 (2008) 303–310.

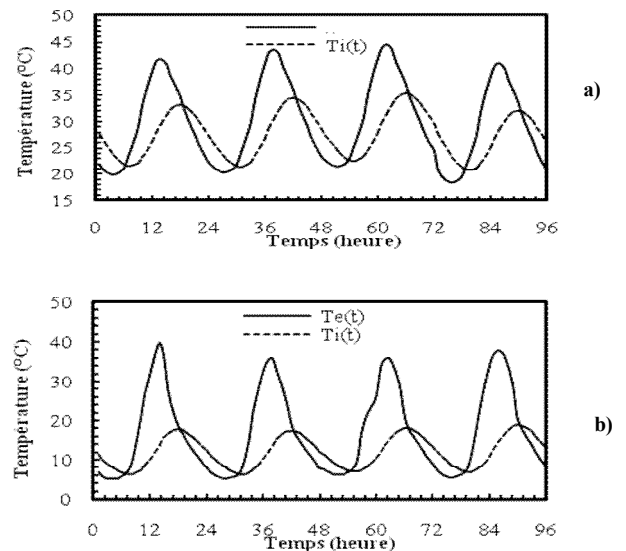


Fig. 2. Variations des sollicitations thermiques en fonction du temps : (a) séquence été, (b) séquence hiver.

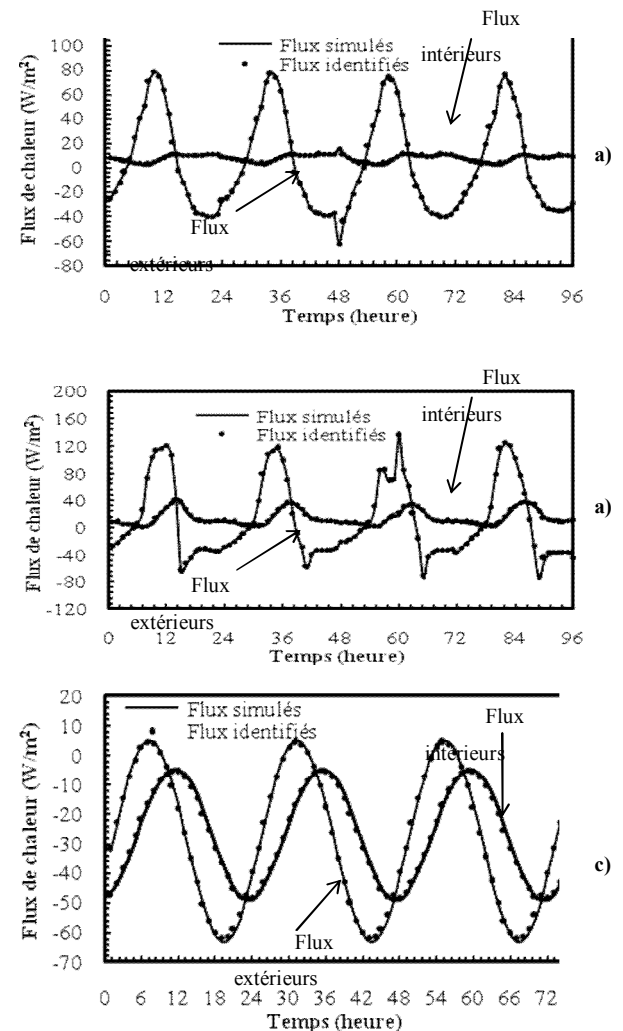


Fig. 3. Comparaison des flux obtenus en utilisant les CFT empiriques avec ceux calculés par le programme de simulation: (a) séquence été, (b) séquence hiver, (c) excitation sinusoïdale.

# APPARITION DE LA CONVECTION DANS UNE COUCHE POREUSE HORIZONTALE SATUREE PAR UN FLUIDE NON-NEWTONIE

NABIL BEN KHELIFA<sup>1,3\*</sup>, HAÏKEL BEN HAMED<sup>1</sup>, HASSEN BEJI<sup>1</sup>, PATRICK VASSEUR<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Technologies Innovantes, Université de Picardie Jules Vernes, Amiens, France

<sup>2</sup>Ecole Polytechnique, Université de Montréal, C.P. 6079, Montréal, Québec, H3C 3A7, Canada

<sup>3</sup>Laboratoire des Procédés Thermiques, CRTEN, Borj Cedria, Tunisie

(auteurs correspondants : nabil\_k21@yahoo.fr ou haykel.benamed@u-picardie.fr)

**Résumé** - Ce travail porte sur une étude numérique et analytique de la convection naturelle dans une couche poreuse horizontale saturée par un fluide non-Newtonien. Les deux parois horizontales du système sont soumises à un flux de chaleur constant  $q'$  et les parois verticales sont adiabatiques. Un modèle de type loi de puissance est utilisé pour caractériser le comportement rhéologique non-newtonien du fluide. Une solution analytique, valable pour les couches infinies ( $A \gg 1$ ) est dérivée sur la base de l'approximation des écoulements parallèles. Cette approche va permettre la détermination des nombres de Rayleigh supercritiques et sous critiques marquant la naissance des mouvements convectifs.

Nomenclature	Rapport de forme de la cavité
$C$	Gradient de température - direction x
$n$	Indice de loi en puissance
$Nu$	Nombre de Nusselt
$q'$	Flux de chaleur, W/m <sup>2</sup>
$R$	Nombre de Rayleigh thermique
$u, v$	Composantes de vitesse
$\Psi$	Fonction de courant adimensionnelle
$\mu_a$	Viscosité apparente du fluide, Pa.s
$T$	Température adimensionnelle

## 1. Introduction

Les premières études concernant la convection naturelle au sein des fluides non newtoniens sont celles de Chen et Chen [1]. Ils ont considéré l'écoulement d'un fluide modélisé en loi de puissance, autour d'une plaque horizontale chauffée par un flux uniforme. Depuis ces travaux, la plupart des études portant sur la convection naturelle au sein des fluides non newtoniens en milieux poreux sont concernées par les écoulements sur des plaques horizontales ou verticales soumises à différentes conditions aux limites thermiques. Une revue complète à propos ce sujet a été publiée par Yih [2]. Le travail d'Amari et al. [3] semble être la première étude concernant la convection naturelle au sein d'un fluide non newtonien au sein d'une cavité poreuse. Sur la base du modèle de type loi de puissance proposé par Pascal [4], des résultats à la fois analytiques et numériques ont été rapportés par ces auteurs. Le cas étudié consiste en une couche horizontale chauffée,

par le bas ou par les côtés, par un flux de chaleur constant. En se basant sur la loi de Darcy modifiée, le problème a été résolu analytiquement dans la limite d'une couche mince. Ils ont montré que le transfert de chaleur est assez sensible, entre autre, à l'indice de la loi de puissance. Une récente étude menée par Nield [5,6] démontre que l'application de la théorie de la stabilité linéaire classique au problème de Horton-Rogers-Lapwood, pour un fluide de type loi de puissance, conduit à un problème mathématique singulier sauf lorsque l'indice de la loi de puissance est égal à l'unité, c'est à dire lorsque le fluide est newtonien. Le présent travail porte sur une étude analytique et numérique de la stabilité et la convection naturelle dans une couche horizontale poreuse saturée par un fluide non-newtonien. Une solution analytique, valable pour les couches infinies, est obtenue sur la base de l'approximation des écoulements parallèles. Avec les conditions thermiques considérées, l'apparition de la convection unicellulaire supercritique a lieu à une longueur d'onde extrêmement faible et peut donc être prédite exactement par la théorie des écoulements parallèles. Le présent modèle permet la détermination explicite des nombres de Rayleigh supercritiques et sous critiques marquant la naissance des mouvements convectifs.

## 2. Formulation mathématique du problème

Sous forme adimensionnelle et en termes de la fonction de courant les équations régissant la conservation de la quantité de mouvement et l'équation d'énergie sont les suivantes :

$$\nabla^2 \Psi = -\mu_a^{-1} \left[ u \frac{\partial \mu_a}{\partial y} - v \frac{\partial \mu_a}{\partial x} + R \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (1)$$

$$\nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2)$$

$$\mu_a = [u^2 + v^2]^{(n-1)/2} \quad (3)$$

Les conditions aux frontières sont données par:

$$x = \pm A/2 : \Psi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$y = \pm 1/2 : \Psi = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = -1$$

## 3. Méthode de résolution analytique

Pour une couche poreuse allongée ( $A \gg 1$ ), l'écoulement est supposé parallèle à la direction  $x$ , de telle sorte que seule la composante  $u(y)$  de la vitesse dans cette direction existe.

Par conséquent, les expressions de la fonction de courant  $\Psi$  et de température  $T$  prennent respectivement la forme des expressions suivantes :

$$\Psi(x, y) \approx \Psi(y) \quad (5)$$

$$T(x, y) \approx Cx + \theta(y) \quad (6)$$

En substituant les équations (5) et (6) respectivement dans les équations (1-3) avec les conditions aux frontières (4), on obtient la solution du système :

$$\Psi = - \left[ (RC)^{1/n} / m \right] \left[ |y|^m - (1/2)^m \right] \quad (7)$$

$$T = Cx - (RC)^{1/n} Cy / m \left[ \left( |y|^m / (m+1) \right) - (1/2)^m \right] - y \quad (8)$$



Où  $m = (1+n)/n$ . Le coefficient  $C$  est déterminé en considérant un bilan énergétique sur un volume de contrôle dans l'extrémité de la cavité. Son expression s'écrit :

$$C = \int_{-1/2}^{1/2} T(d\Psi/dy)dy \quad (9)$$

En remplaçant les expressions (7) et (8) dans l'équation (9) et en intégrant, on peut montrer que :

$$\left( \frac{1}{m+1} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^m (RC)^{1/n} \times \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{m-1} \left( (RC)^{1/n} C \right) / (2m+1) \right] - C = 0 \quad (10)$$

#### 4. Méthode numérique

La solution numérique des équations (1)-(3), soumises aux conditions aux limites (4), est obtenue en utilisant une méthode aux différences finies. L'équation d'énergie est résolue en utilisant la méthode implicite aux directions alternées (ADI). Ensuite l'équation du mouvement est résolue par la méthode de surrelaxation (SOR) à partir des champs de température déjà établi.

#### 5. Résultats et discussion

##### a- Nombres de Rayleigh critiques

Nous avons résolu analytiquement l'équation (10) pour de valeurs particulières de  $n$ , les résultats obtenus sont présentés par la figure 1. On constate qu'il existe différents types de bifurcations selon la valeur de l'indice de la loi de puissance  $n$ . Les lignes en pointillés et continu dans ces graphiques sont les résultats de l'approximation de l'écoulement parallèle.

On peut conclure qu'à partir des résultats ci-dessus, pour un fluide pseudoplastique ( $n < 1$ ), le nombre de Rayleigh supercritique pour l'apparition du mouvement est  $R_{TC}^{sup} = \infty$  mais l'apparition de la convection se produit avec une bifurcation sous critique. Le nombre de Rayleigh sous critique  $R_C^{sub}$ , en fonction de  $n$ , a été évalué en résolvant numériquement l'équation (10) et les résultats sont présentés dans la figure 2.

Pour un fluide dilatant ( $n > 1$ ), contrairement au cas d'un fluide newtonien ( $n=1$ ), les résultats obtenus ont montré que la convection est possible pour toute valeur du nombre de Rayleigh supérieure à zéro, i.e. le nombre de Rayleigh supercritique marquant le mouvement convectif est nul  $R_C^{sup} = 0$ .

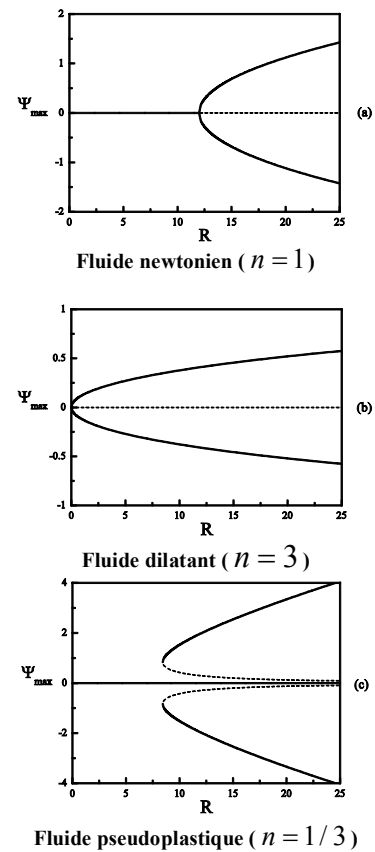


Figure 1 : Exemples de diagrammes de bifurcation en termes de  $\Psi_{max}$  en fonction de  $R$

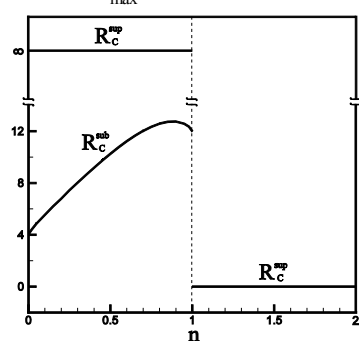


Figure 2 : Nombres de Rayleigh critique  $R_C^{sup}$  and  $R_C^{sub}$  en fonction de l'indice de viscosité  $n$ .

##### b- Effet de l'indice de la loi de puissance $n$ sur le comportement de fluides pseudoplastiques

La figure 3 illustre l'effet du nombre de Rayleigh  $R$  et de l'indice de la loi de puissance  $n$  sur  $\Psi_{max}$  et sur le nombre de Nusselt  $Nu$  pour le cas d'un fluide pseudoplastique ( $n < 1$ ). Comme il a été déjà mentionné, les fluides pseudoplastiques sont caractérisés par le fait que la convection n'est possible qu'à partir d'un certain nombre de Rayleigh sous critique  $R_C^{sub}$  dont la valeur dépend de  $n$ , détaillé au paragraphe précédent. La figure 3 montre clairement qu'en diminuant l'indice de la loi de puissance  $n$  en dessous de l'unité favorise l'intensité de l'écoulement dans la cavité. Par conséquent, le nombre de Nusselt augmente en diminuant  $n$ .

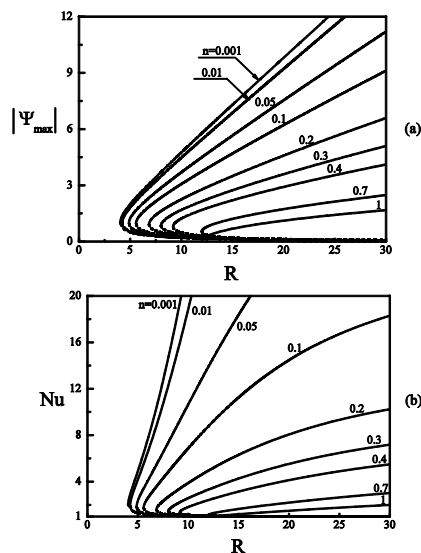


Figure 3: Effets de  $R$  pour différentes valeurs de  $n$  sur : (a) intensité d'écoulement  $|\Psi_{\max}|$  ; (b) Nombre de Nusselt  $Nu$  pour un fluide pseudoplastique ( $n < 1$ ).

### c- Effet de l'indice de la loi de puissance $n$ sur le comportement de fluides dilatants

Le cas des fluides dilatants ( $n > 1$ ) est présenté sur la figure 4 en termes de  $|\Psi_{\max}|$  et de  $Nu$  en fonction de  $R$  et  $n$ . La solution analytique (présentée par des lignes continues) est en excellent accord avec celle numérique des équations complètes (présentée par des petits carrés). Comme discuté ci-dessus, les fluides dilatants sont caractérisés par le fait que la convection est possible pour toute valeur du nombre de Rayleigh au-dessus de zéro  $R_C^{sup} = 0$ . Contrairement aux fluides pseudoplastiques, les résultats montrent qu'à partir d'une certaine valeur du nombre de Raleigh, les fluides dilatants changent de comportement. En effet, lorsque  $R < 13$ , l'intensité d'écoulement et le taux de transfert de chaleur augmentent mais à partir de  $R = 13$  cette tendance est inversée.

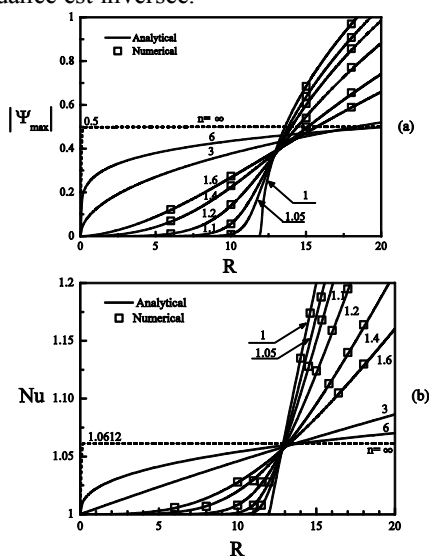


Figure 4 : Effets de  $R$  pour différentes valeurs de  $n$  sur : (a) intensité d'écoulement  $|\Psi_{\max}|$ , (b) Nombre de Nusselt  $Nu$  pour un fluide dilatant ( $n > 1$ ).

## 6. Conclusion

Dans cet article, l'approche analytique de l'écoulement parallèle a prédit l'apparition de la convection naturelle au sein d'une couche poreuse, saturée par un fluide pur non-Newtonien, et soumise à un gradient vertical de température. Les nombres de Rayleigh supercritiques et souscritiques ont été prédits de façon explicite. L'influence des paramètres de base sur l'intensité de la convection et sur les transferts de chaleur, est illustrée.

## Références

- Chen H. T. and Chen C. K., (1988) Free convection flow of non-Newtonian fluids along a vertical plate embedded in a porous medium. ASME Trans. J. Heat Mass Transfer 110 - 257-260.
- Yih K.A.(1998) Uniform lateral mass flux effect on natural convection of non-Newtonian fluids over a cone in porous media. Int. Comm. Heat Mass Transfer 25: 959-968.
3. Amari B., Vasseur P. and Bilgen E. (1994), Natural convection of non-Newtonian fluids in a horizontal porous layer. *Warme und Stoffübertragung* 29: 185-193.
4. Pascal H. (1983) Rheological behaviour effect of non-Newtonian fluids on steady and unsteady flow through porous media. *Int. J. Numerical Anal. Methods Geomech.* 7: 207-224.
5. Nield D. A. (2011) A further note on the onset of convection in a layer of a porous medium saturated by a non-Newtonian fluid of power-law type, *Transp. Porous Med.* DOI 10.1007/s11242 011-9733-x.
6. Nield D. A. (2011) A note on the onset of convection in a layer of a porous medium saturated by a non-Newtonian Nanofluid of power-law type, *Transp. Porous Med.* 87 12-123.

# MECANISME DE TRANSFERT DE CHALEUR LORS DU CONTACT INTERMITTENT POUR DES RESISTANCES DE CONTACTS DE FORMES VARIABLES.

S. AZZOUZ<sup>1</sup>, H. FADDA<sup>1</sup>, K. CHAOU<sup>1</sup>, A. LABED<sup>2</sup>, W. GHABECHE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dept. de mécanique, Université Badji Mokhtar, UBMA, 23000 Annaba, Algérie,

[azzouzsalah@yahoo.fr](mailto:azzouzsalah@yahoo.fr)

<sup>2</sup> Centrale à oxygène, Arcelormittal, 23000 Annaba, Algérie  
Abdelkader.Labed@arcelormittal.com

**Résumé :** Le contact thermique intermittent est un sujet intéressant aussi bien sur le plan fondamental que sur celui des applications. L'application la plus connue est celle du système siège-soupape dans les moteurs à combustion ou dans les compresseurs à piston. Ce travail vient comme une étude complémentaire dont l'intérêt consiste à tenir compte de l'évolution de la surface de contact. Quatre modèles sont à comparer : contact parfait, contact imparfait avec résistance de contact constante, et enfin contact imparfait avec résistance de contact variable entre deux valeurs courantes extrêmes. Nous prenons pour ce derniers cas, deux situations de résistances qui varient premièrement selon une forme parabolique, puis deuxièmement selon une forme triangulaire.

**Abstract :** Intermittent thermal contact is basic subject which concerns fundamental and applied aspects. The application of this subject most known is that of the system seat-valve in the combustion engines or the compressors. This work comes as a complementary study whose interest lies in including the evolution of the contact surface. Four models are compared: perfect contact, imperfect contact with a constant contact resistance, and finally imperfect contact with a variable contact resistance between two extreme current values. We take in the latter case, two situations of resistances which in first vary according to a parabolic form, then in a triangular form.

**Mots-clés :** Conduction, contact intermittent, pseudo résistance de contact, résistance de contact, couplage de matériaux.

## 1. INTRODUCTION

Le contact thermique intermittent reste un sujet intéressant aussi bien sur le plan modèle qu'expérience. Dans la bibliographie de ce sujet qui date de 1970 [1-12], on retrouve les aspects de recherche modèle et expérience, seulement les modèles étudiés restent peu pratique pour l'analyse et la compréhension des phénomènes mise en jeux, il s'agit de modèle semi numérique. Quant aux expériences les dispositifs étudiés sont de types pneumatiques, dont leurs majeurs inconvénients et de ne pas assurer une bonne planéité des surfaces de contact, et ils ne maîtrisent pas les durées de contact et non contact. L'application la plus connue de cette application est celle du système siège-soupape dans les moteurs à combustion ou dans les compresseurs. Le développement des moteurs à combustion interne plus petits pour des véhicules urbains va dans le sens de réduction de la matière en rendant les

moteurs de moins en moins encombrants et plus légers. Cette réduction de matière ne concerne en rien les niveaux thermiques et les intensités de flux à évacuer. Les industriels sont confrontés à des problèmes de maîtrise du refroidissement dans de tels systèmes. Il est alors nécessaire d'optimiser les échanges de chaleur en étudiant les phénomènes physiques mis en jeux lors du contact intermittent. Les derniers travaux se sont intéressés à des études en tenant compte lors de la phase de contact de la présence d'une résistance statique (constante). Dans cette étude, nous comptons prendre en considération l'évolution des surfaces de contact. Cependant la résistance thermique lors de la phase de contact va suivre l'évolution de la surface entre deux valeurs de résistances thermique, début de contact et fin de contact. Nous retenons deux modèles de résistances, parabolique et triangulaire, que nous comparons avec les cas de contact parfait et imparfait avec résistance instantanément établie. **2. PROBLEME DIRECT**

Le modèle retenu pour décrire le comportement à étudier se présente comme deux cylindres de même diamètre en contact intermittent à travers l'intégralité de leurs surfaces de base. Les matériaux utilisés sont du type homogène isotrope. Deux paramètres fondamentaux sont à considérer la période  $\tau$  et le coefficient de partage de la période  $\gamma$  qui représente le rapport de la durée de contact sur la période. On ne s'intéresse qu'au régime thermique établi. Le système d'équations est construit autour de l'équation de conduction de la chaleur, avec les conditions aux limites appropriées. Les solutions analytiques de ces types de problèmes sont difficiles à obtenir et elles présentent des difficultés de mise en œuvre pour la compréhension des phénomènes mise en jeux. Nous allons de ce fait, pour la solution du problème, utiliser un modèle numérique, on a choisi la méthode des différences finies (schéma de Crank – Nicolson).

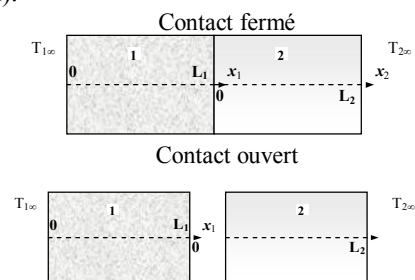


Figure 1 Schéma du modèle de contact intermittent

Le début de la solution sera ignoré pour ne considérer que l'illustration du régime périodique établi.

Equation de la conduction

$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x_j^2} = \frac{1}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{(avec } a_j = \frac{\lambda_j}{\rho_j C_j}; j = 1, 2)$$

Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} x_1 = 0 & \quad T_1(0, t) = T_{1\infty} \\ x_2 = L_2 & \quad T_2(L_2, t) = T_{2\infty} \end{aligned} \quad (2)$$

Condition de périodicité :  $T_j(x, t) = T_j(x, t + \tau)$

avec  $\tau = \tau_c + \tau_{nc}$

Conditions initiales (k=0)

$$\begin{aligned} T_1(x,0) &= T_{1\infty} \\ T_2(x,0) &= T_{2\infty} \end{aligned} \quad (3)$$

Condition à l'interface:

1. Contact ouvert ( $k\tau + \tau_c \leq t \leq [k+1]\tau$ )

$$\left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=L_1} = \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=0} = 0 \quad (4)$$

2. Contact fermé ( $k\tau \leq t \leq k\tau + \tau_c$ )

En  $x_1 = L_1$  (et  $x_2 = 0$ ):

Contact parfait

$$\begin{cases} T_1(L_1, t) = T_2(0, t) \\ -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=L_1} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=0} \end{cases}$$

Contact imparfait

Résistance thermique constante  $R_c$

$$\begin{cases} -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=L_1} = \frac{T_1(L_1, t) - T_2(0, t)}{R_c} \\ -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=L_1} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=0} \end{cases} \quad (5)$$

Résistances thermiques variables :

Cas Parabolique :

$\forall 0 \leq t \leq \tau\gamma$

$$R_c = \left(\frac{36 \cdot 10^{-4}}{(\tau\gamma)^2}\right) t^2 - \left(\frac{36 \cdot 10^{-4}}{\tau\gamma}\right) t + 10^{-3} \quad (6)$$

Cas Triangulaire (forme de scie) :

$$R_c = \begin{cases} \left(\frac{-2 \cdot 10^{-3}}{\tau\gamma}\right) t_1 + 10^{-3}, & \forall 0 \leq t_1 \leq \left(\frac{\tau\gamma}{2}\right) \\ \left(\frac{-2 \cdot 10^{-4}}{\tau\gamma}\right) t_1 + 10^{-4}, & \forall \left(\frac{\tau\gamma}{2}\right) \leq t_1 \leq \tau\gamma \end{cases} \quad (7)$$

### 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

#### Champ de température moyen et maximal

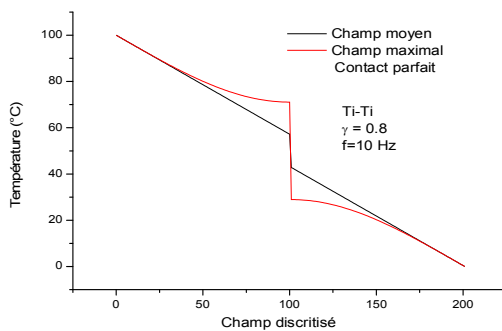


Fig2. Champ de température moyen et maximal du couple Ti-Ti pour un contact parfait avec  $\gamma = 0.8$  et  $f = 10$  Hz.

On représente sur la figure 2 les champs de température moyen et maximal, dans un couple de cylindres Titane, pour une fréquence  $f = 10$  Hz et  $\gamma = 0.5$ . Les oscillations de température présentent les mêmes amplitudes parce que les cylindres sont de même nature. Elles affectent une profondeur de pénétration  $\Lambda$  donnée par :  $\Lambda = \pi \sqrt{a / \pi \cdot f}$

Lorsqu'on observe le champ de température moyen, on note un saut de température à l'interface similaire à une situation de cas statique en contact imparfait. Rappelons que dans cet exemple, on considère un contact parfait durant la période de contact  $\gamma\tau$ . Cet effet de l'intermittence du contact sur le champ de température moyen de part et d'autre de l'interface est fondamental. Pour justifier ce saut de température, on introduit un paramètre fictif, une pseudo résistance de contact que l'on désignera tout au long de ce qui suit par la résistance d'intermittence de contact (RIC). Si le contact est parfait durant  $\gamma\tau$ . Quelle que soit la situation, elle est définie comme étant le rapport du saut de température moyenne sur la densité de flux moyen tel que :

$$RIC_k = \frac{\overline{\Delta T}}{\varphi} \quad k=p,i$$

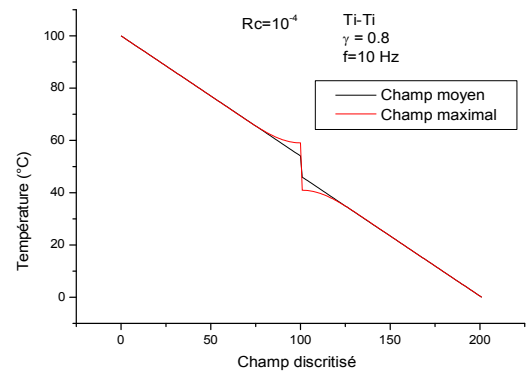


Fig3. Champ de température moyen et maximal du couple Ti-Ti pour un contact imparfait avec  $R_c = 10^{-4}$ ,  $\gamma = 0.8$  et  $f = 10$  Hz

Dans la figure 3, on présente le champ de température moyen et maximal qui correspond à la fin de la période de non contact, pour le cas de contact imparfait en présence d'une résistance thermique statique de  $10^{-4}$  °k m<sup>2</sup>/W, pour les mêmes conditions de  $f$  et  $\gamma$  du contact parfait. Les effets de fluctuation, qui font décaler le champ moyen à celui du champ maximal, sont moins importants que ceux du contact parfait (figure 2). Plus on s'écarte de l'interface les deux courbes se rapprochent, et les effets de fluctuation sont concentrés autour de la zone de l'interface.

On poursuit l'étude des champs moyen et maximal du contact intermittent imparfait pour les mêmes conditions de  $f$  et  $\gamma$  que ceux du contact parfait, mais cette fois-ci, en prenant une résistance de contact qui évolue durant la phase de contact selon deux fonctions, parabolique figure 4 et triangulaire figure 5. La résistance maximale au début de la phase de contact est de  $10^{-3}$  °k m<sup>2</sup>/W, puis elle prend une valeur minimale de  $10^{-4}$  °k m<sup>2</sup>/W au milieu de la phase et à la fin elle revient à  $10^{-3}$  °k m<sup>2</sup>/W, pour le cas parabolique. Les effets de fluctuation, qui font décaler le champ moyen à celui du champ maximal, sont moins importants que ceux du contact parfait (figure 2) et imparfait pour  $R_c$  constante (figure 3).

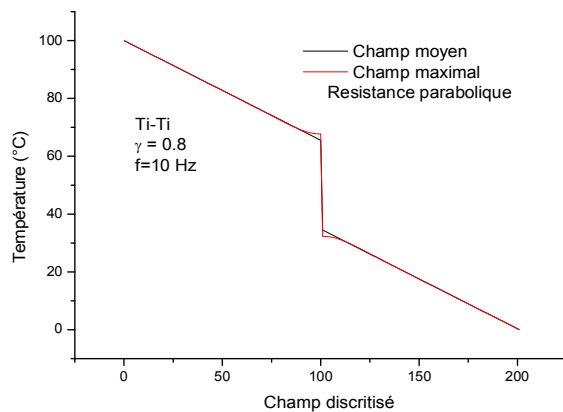


Fig 3. Champ de température moyen et maximal du couple Ti-Ti d'un contact imparfait pour une résistance  $R_c$  de forme parabolique, avec  $\gamma = 0.8$  et  $f = 10$  Hz

Les effets de fluctuation se concentrent d'avantage autour de la zone de l'interface. Pour le cas triangulaire la  $R_c$  varie entre un maximum de  $10^{-3}$  °k m<sup>2</sup>/W au début de la phase de contact, puis au milieu de la phase elle prend une valeur minimale de  $10^{-4}$  °k m<sup>2</sup>/W. On remarque que les effets de fluctuations sont atténués et restent très restreints à la zone de l'interface. On constate aussi que le saut de température devient plus important.

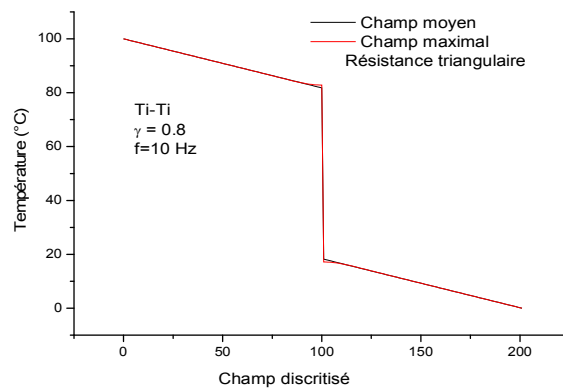


Fig 3. Champ de température moyen et maximal du couple Ti-Ti d'un contact imparfait pour une résistance  $R_c$  de forme triangulaire, avec  $\gamma = 0.8$  et  $f = 10$  Hz

### 3. CONCLUSION

Sur un modèle simple 1D de contact intermittent, une étude complémentaire a été menée pour mettre à jour les phénomènes physiques liés à ce type de contact. On s'est intéressé à mettre en compétition le contact parfait à trois types de modèles de contact imparfait, le premier tiens compte de la présence d'une résistance constante lors de la phase de contact, le deuxième et le troisième prennent en compte l'évolution de la surface de contact. De ce fait la résistance peut être approchée soit à une évolution parabolique ou bien triangulaire, les deux cas font l'objet de l'approche de cette étude. Ainsi pour les cas du contact imparfait, on a résolu le problème direct. Parmi les résultats obtenus, concernant le champ moyen et maximal, le contact parfait est très influencé par les effets de fluctuations dans une large zone du champ par rapport aux différents types de

contact imparfait. Le contact imparfait ayant une résistance de forme triangulaire est le moins influencé par les effets de fluctuations.

### REFERENCES

- [1] J.R. Howard, A.E. Sutton, An analogue study of heat transfer through periodically contacting surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.13, p.173-183, 1970.
- [2] J.R. Howard, A.E. Sutton, The effect of thermal contact resistance on heat transfer between periodically contacting surfaces, *J. Heat Transfer*, Vol. 95, p.411-412, 1973.
- [3] J.R. Reed, G. Mullineux, Quasi-steady state solution of periodically varying phenomena, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.16, p.2007-2012, 1973.
- [4] M.D. Mikhailov, Quasi-steady state temperature distribution in finite regions with periodically-varying boundary conditions, *Int. Jour. Heat Mass Transfer*, Vol.17, p.1475-1478, 1974.
- [5] B. Vick, M.N. Ozisik, Quasi-steady state temperature distribution in periodically contacting finite regions, *J. Heat Transfer*, Vol.103, p.739-744, 1981.
- [6] A. Degiovanni, J.C. Batsale, Contact périodique en régime établi - résistances thermiques apparentes limites pour des durées de contact nulles et infinies, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, No. 4, p. 587-597, 1996.
- [7] J.R. Howard, An experimental study of heat transfer through periodically contacting surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.19, p.367-372, 1976.
- [8] W.M. Moses, R.R. Johnson, Experimental study of the heat transfer across periodically contacting surfaces, *J. Heat Transfer*, Vol. 2, 1988, p.37-42.
- [9] D. Couedel et al, Experimental study and analysis of heat transfer in a valve-seat periodic contact in an internal combustion engine, *A.S.M.E. Jour. Heat Transfer* 1992.
- [10] Wang H., Contribution à l'étude thermique des contacts périodiques solide-solide. *Thèse de Doctorat*, INPL, France, 2000.
- [11] WANG H., DEGIOVANNI A. et MOYNE C., Contact thermique périodique : un modèle quadripolaire et une expérience. *Int. J. Therm. Sci.* 41, 125-135, 2002.
- [12] Azzouz S., Bourouga B., Chaoui K., Modélisation du flux transmis à une interface de contact intermittent, *9ème Congrès de mécanique*, Marrakech, Maroc, Avril 2009.



# ETUDE NUMERIQUE DE CONVECTION NATURELLE DANS UN CANAL CONVERGENT VERTICAL AVEC OBSTACLE

M. KRIRAA, M. EL ALAMI, M. NAJAM

Laboratoire de Physique des Matériaux, Microélectronique, Automatique et Thermique (LPMMAT), Faculté des Sciences Ain Chock, Université Hassan II Casablanca, Maroc.

Auteur correspondant ([kriraa.m@gmail.com](mailto:kriraa.m@gmail.com))

## RÉSUMÉ

Le problème que représentent les écoulements de convection naturelle dans les géométries ouvertes verticales consiste en la bonne définition des conditions aux limites aux ouvertures. Nous avons utilisé des conditions aux limites simplifiées. Pour justifier notre choix, nous avons validé le code numérique utilisé en confrontant nos résultats à ceux obtenus expérimentalement. L'objectif de ce travail ne s'arrête pas au niveau de la validation, mais plutôt à une étude de l'effet de rapport d'allongement  $A$  sur les écoulements de convection naturelle dans le canal convergent avec obstacle. Nous présentons dans ce papier la structure de l'écoulement ainsi que le transfert thermique dans le canal, pour une gamme du nombre de Rayleigh  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ , pour un angle d'inclinaison des parois  $\alpha = 2.86^\circ$  et une hauteur adimensionnelle du canal  $10 \leq A \leq 30$ .

**Mots clés** : Etude numérique, convection naturelle, canal convergent, validation expérimentale, correlations.

## INTRODUCTION

Les processus de convection naturelle sont largement utilisés dans le contrôle thermique de nombreux systèmes en raison de leur bas prix, facilité d'entretien et de fiabilité. Leurs applications concernent le refroidissement des équipements électroniques, les réacteurs nucléaires, les échangeurs de chaleurs [1]. On les applique aussi dans l'industrie du bâtiment (cheminées solaires et murs Trombe) et dans bien d'autres domaines [2].

En général, les configurations étudiées sont ouvertes aux conditions ambiantes à l'entrée et à la sortie des écoulements et sont souvent idéalisées.

Un grand nombre de travaux analytiques, numériques, et expérimentaux ont été effectués sur ce problème depuis Elenbaas, en 1942, [3] qui avait introduit pour la première fois le problème de convection naturelle entre deux plaques verticales parallèles. Récemment, Bianco et al. [4.5] ont conduit une étude très utile dans un canal convergent. Les parois du canal ont été prises conductrices et soumises à un flux constant. Les auteurs ont considéré un domaine étendu en bas du canal dans le but de tenir compte de la diffusion de quantité de mouvement et de chaleur à l'entrée du canal. Leurs résultats numériques, comparés aux résultats expérimentaux montrent un bon accord.

Dans notre travail, nous avons considéré le cas d'un canal convergent, avec un angle d'inclinaison  $\alpha = 2.86^\circ$ . et une de rapport d'allongement du canal  $10 \leq A \leq 30$ . Ce cas qui, à notre connaissance, n'est pas encore traité.

## FORMULATION DU PROBLEME :

La configuration étudiée est schématisée par la FIGURE.1. Il s'agit d'un canal convergent de rapport d'allongement  $A$ . Les parois de ce canal sont chauffées symétriquement à flux constant.

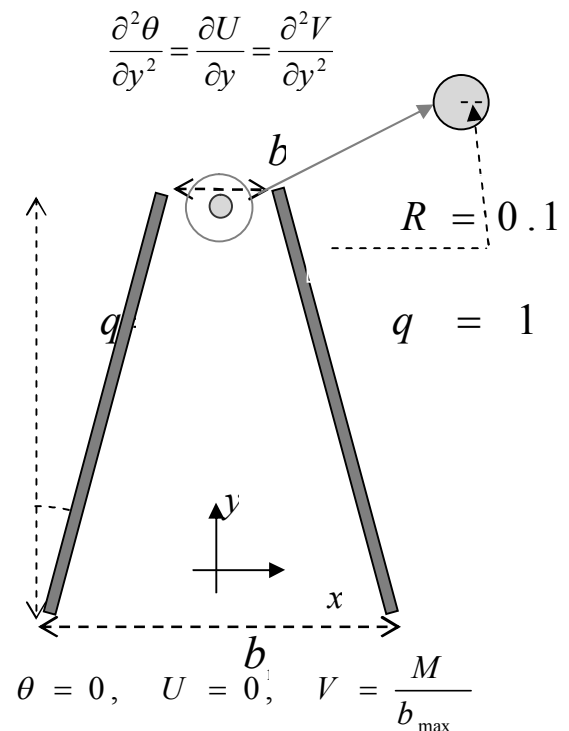


FIGURE.1 : Configuration étudiée

On suppose que l'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels, que les propriétés du fluide sont constantes et l'approximation de Boussinesq est valide. On néglige ici les transferts radiatifs possibles entre les différentes surfaces. Les équations adimensionnelles transitoires en termes de température  $\theta$ , de pression motrice  $P$  et de vitesses  $U$  et  $V$  sont :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \text{Pr} Ra \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (4)$$

En se référant à la FIGURE.1 les variables adimensionnelles sont définies ainsi :

$$U = \frac{u b_{\min}}{a}, \quad V = \frac{v b_{\min}}{a}, \quad \theta = \frac{T - T_F}{\frac{q b_{\min}}{\lambda}}$$

$$p = \frac{(p' + \rho g y') b_{\min}^2}{\rho a^2}$$

$$Nu = \frac{q b_{\min}}{(T_W - T_F) \lambda} \quad (5)$$

$$M = \int_{\text{ouverture du haut}} V dx \quad (6)$$

Les conditions aux limites associées à ces équations sont définies comme suit:  $q = 1$  sur les deux parois du canal.

$U = V = 0$  sur toutes les parois solides.

Au niveau de l'ouverture du bas.

$$\theta = U = 0, \quad V = \frac{M}{b_{\max}}, \quad P = -\frac{M^2}{2}$$

$M$  étant le débit (inconnue du problème) calculé au niveau de l'ouverture du haut.

Au niveau de l'ouverture du haut,  $P = \frac{\partial U}{\partial y} = 0$

(condition de jet en atmosphère libre). Par contre,  $\theta$  et  $V$  sont calculés par extrapolation (leurs dérivées secondes par rapport à la verticale sont nulles).

### METHODE NUMERIQUE ET VALIDATION

Les résultats présentés dans ce travail, sont obtenus à l'aide d'une simulation numérique basée sur la technique des volumes finis [6] le schéma upwind de second ordre a été utilisé pour un maillage allant de  $80 \times 200$  à  $100 \times 200$  selon la valeur de l'angle d'inclinaison. Le pas de temps varie entre  $10^{-4}$  à  $10^{-5}$ . La validation de notre code de calcul a été réalisée en plusieurs étapes : en comparant nos résultats à ceux obtenus par le Quéré et al [7] puis aux résultats de Desrayaud et Fichera [8] et enfin expérimentalement en utilisant les résultats du Bianco et al [9]. Nous avons essayé de construire un modèle qui compte le maximum des détails fait expérimentalement par Bianco [9] et nos conditions aux limites. Le nombre de Nusselt moyen calculé le long de la paroi chauffée du canal est linéaire en coordonnées logarithmiques pour trois valeurs d'inclinaisons et dans la gamme de Rayleigh (avec le nombre de  $Ra = f(b_{\max})$ ) FIGURE.2. Une corrélation

donnant la variation de  $Nu$  en fonction du  $Ra$  est proposée et comparée avec celle du [9] (droite hachurée).

Cette figure montre une concordance totale entre nos résultats et ceux de [9]. La différence du coefficient de regression est  $r^2 = 0.03$ .

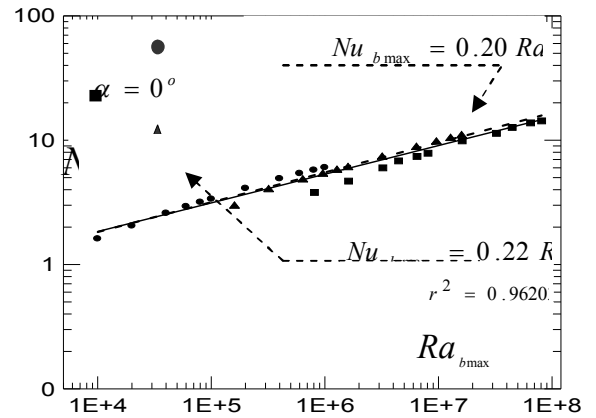


FIGURE.2 : Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh numérique et expérimentale

### RESULTATS ET DISCUSSION

#### Structure de l'écoulement et champ thermique dans le canal

Dans ce travail, nous ne présentons que les figures typiquement représentatifs de l'écoulement et les champs thermiques correspondants. Différentes solutions sont obtenues dans la gamme du nombre de Rayleigh considérée et pour l'inclinaison  $\alpha = 2.86^\circ$  des parois et  $10 \leq A \leq 30$ .

Dans la FIGURE.3, Le champ thermique (à gauche) et les lignes de courant (à droite) sont présentés pour  $A=10$ . De manière générale, la structure de l'écoulement est relativement simple: des lignes ouvertes passent en majeure partie tout près des parois du canal.

On constate que l'augmentation de  $Ra$ , ne modifie pas la nature de l'écoulement mais agit sur sa vitesse verticale comme indiqué par les lignes isotherme qui deviennent de plus en plus pointues au niveau de l'axe de symétrie du canal.

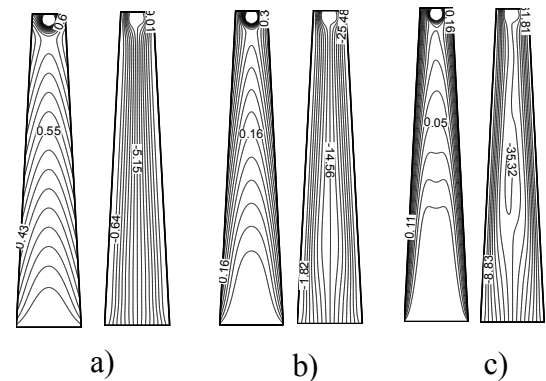


FIGURE.3: structure de l'écoulement et champ thermique en fonction de Rayleigh pour  $A=10$

L'écoulement de type couches limites séparées se développe. Et les champs thermiques relatifs à ces trois figures, montrent que l'effet cheminée se développe au voisinage des parois chaudes en fonction du nombre de Rayleigh. Il est très accentué pour les hauts Rayleigh.

Pour étudier l'effet de la hauteur du canal, nous avons varié  $A$  dans la gamme  $10 \leq A \leq 30$ . Nous présentons, par exemple, le cas de  $A = 20$  dans la (FIGURE.4), Donc, pour mettre en évidence l'effet d'augmenter  $A$ , comparer par exemple FIGURE.3 et FIGURE.4.

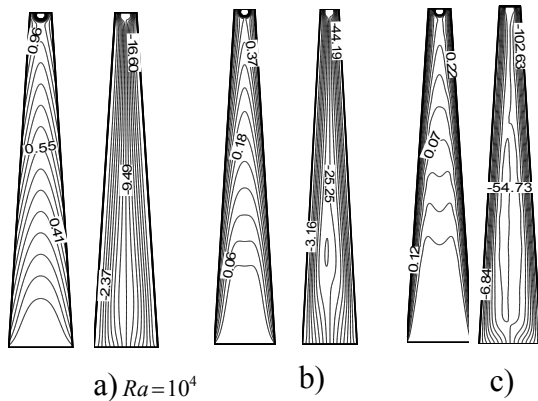


FIGURE.4: structure de l'écoulement et champ thermique en fonction de Rayleigh pour  $A = 20$

Notez que la zone de développement des cellules de convection dans le canal devient très important dans le cas de  $A = 20$ . La cellule apparaît plus tôt, à  $Ra = 10^5$ , contrairement au cas de  $A = 10$ , et le développement de type couches limites séparées a déjà commencé dans la zone inférieure du canal. Dans le cas de  $Ra = 10^6$ , la cellule occupe la majeure partie du canal et l'effet cheminée est important le long des parois chauds, ce qui améliore l'échange de chaleur par ces parois.

## 2. Transfert de chaleur

Le nombre de Nusselt moyen est calculé le long des parois du canal. Sa variation en fonction de Rayleigh est présentée dans la FIGURE.5.

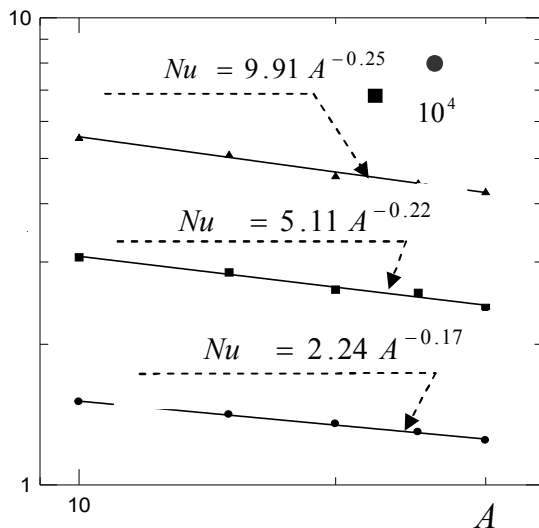


FIGURE.5 :Variation du nombre de Nusselt en fonction de  $A$  pour différentes valeurs de Rayleigh

Pour mettre l'accent uniquement sur l'effet de  $A$  par rapport au transfert thermique. Les résultats obtenus pour trois valeurs du nombre de Rayleigh sont présentés dans la FIGURE.5. Nous constatons que la variation du nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh est linéaire en coordonnées logarithmiques pour les trois valeurs du hauteur dans la

gamme  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ . Et que le nombre de Nusselt moyen diminue linéairement (en log-log) avec  $A$ . Ce qui veut dire que l'augmentation de  $A$  ne fait qu'accentuer ce phénomène, ce qui explique cette chute de Nusselt en fonction de  $A$ . Des corrélations de Rayleigh avec  $A$  sont proposées.

## CONCLUSION

Nous avons mené une étude des écoulements de convection naturelle dans un canal convergent, La simulation des écoulements bidimensionnels montre que : Au niveau de la structure de l'écoulement, des solutions simples et non complexes sont mises en évidence et la hauteur à un effet.

Il y a développement de l'effet cheminée pour les valeurs élevées de Rayleigh.

Le nombre de Nusselt est sensible à la hauteurs des parois, surtout pour les valeurs élevées de Rayleigh.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. El Alami ; Etude numérique de la convection naturelle dans un canal muni d'ouvertures et de blocs chauffants. Thèse d'Etat es-sciences physique, Université Hassan II-Aïn Chock, Casablanca, Maroc, 2005
- [2] O. Manca, B. Morrone, S. Nardini, and V. Naso, Natural Convection in Open Channels, in B. Sunden and G. Comini (eds.), Computational Analysis of Convection Heat Transfer, chap. 7, pp. 235–278, WIT Press, Southampton, UK, 2000.
- [3] Elenbaas, W., Heat dissipation of parallel plates by free convection. Physica 9 (1), 1–28, 1942.
- [4] N. Bianco, T. S. Nardini, Numerical analysis of natural convection in air in a vertical convergent channel with uniformly heated conductive walls. Int. Comm. Heat Mass Transfer 32, 758–769, 2005.
- [5] Nicola Bianco, Luigi Langelotto, Oronzio Manca and Vincenzo Naso; Numerical analysis of radiative effects on natural convection in vertical convergent and symmetrically heated channels. Num. Heat Transfer, Part A, 49: 369–391, 2006.
- [6] Patankar SV. Numerical heat transfer and fluid flow. Washington DC: Hemisphere Publishing Corporation; 1980.
- [7] P. Le Queré and T. Alziary De Roquefort ; Computation of Natural Convection in Two-Dimensional Cavities with Chebyshev Polynomials. J. Computational Physics 57, pp. 210-228 (1985).
- [8] Desrayaud, A. fichera ; Laminar natural convection in a vertical isothermal channel with symmetric surface mounted rectangular ribs. Int. J. Heat and Fluid Flow 23, pp. 519-529, (2002).
- [9] N. Bianco, O. Manca, S. Nardini ; Experimental investigation on natural convection in a convergent channel with uniformly heated plates. Int J. of Heat and Mass Transfer Vol. 50, pp. 2772-2786 (2007)

# EFFETS DE L'ÉPAISSEUR DES JOINTS EN MORTIER ET DE L'ÉMISSIVITÉ DES PAROIS DE LA LAME D'AIR SUR LES TRANSFERTS THERMIQUES COUPLES A TRAVERS UN DOUBLE MUR ALVEOLAIRE

M. BOUKENDIL, A. ABDELBAKI, Z. ZRIKEM

LMFE (URAC 27), Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, B.P. 2390, Marrakech, Maroc  
[abdelbaki@ucam.ac.ma](mailto:abdelbaki@ucam.ac.ma)

## 1. Introduction

Dans ces dernières années, les recherches au niveau de la thermique du bâtiment se sont accentuées, en particulier sur l'isolation thermique de l'enveloppe qui joue un rôle important dans la réalisation du confort thermique et la maîtrise de la consommation d'énergie. En effet, l'enveloppe joue un rôle de filtre thermique qui permet de créer un microclimat à l'intérieur du bâtiment, indépendamment des fluctuations météorologiques extérieures. Ainsi, au Maroc l'utilisation des façades doubles dans les nouveaux bâtiments est en pleine expansion. Ceci est dû essentiellement à leur contribution à la réalisation du confort thermique naturel et à la réduction de la consommation d'énergie. Une façade double est composée, en général, de deux parois alvéolaires (deux murs: intérieur et extérieur) séparées par une lame d'air. Chaque mur est construit par des briques creuses en béton ou en terre cuite. Cependant, l'estimation des transferts thermiques à travers de telles structures pose des problèmes de modélisation lors de la simulation du comportement thermique. Ces problèmes sont dus essentiellement au couplage entre les transferts thermiques conductifs dans les partitions solides, convectifs et radiatifs au sein des différentes alvéoles et de la lame d'air. Par conséquent, l'étude fine du comportement thermique de telles structures nécessite la résolution simultanée des équations couplées traduisant les trois modes de transfert de chaleur.

Les travaux numériques ayant porté sur les problèmes de couplage entre les différents modes de transfert de chaleur (conduction, convection et/ou rayonnement) dans des cavités rectangulaires différentiellement chauffées sont assez nombreux pour être cités ici. Cependant, ceux concernant des configurations géométriques complexes ne sont pas très nombreux. Des études numériques détaillées qui tiennent compte de l'existence simultanée des trois modes de transfert de chaleurs dans des structures alvéolaires verticales ou horizontales ont été présentées dans des travaux antérieurs [1,2,3]. D'autres auteurs ont développé des méthodes numériques pour étudier les propriétés thermiques des briques perforées et creuses [4-7].

En général, les transferts thermiques dans de tels systèmes dépendent fortement de leurs caractéristiques et leurs propriétés thermophysiques. L'optimisation de ces facteurs fait appel à des études paramétriques sur leurs effets. C'est dans ce sens que s'inscrit le présent travail dont

le but est d'étudier les effets de l'épaisseur du joint en mortier ( $e_m$ ) utilisé pour la séparation des briques creuses en terre cuite, ainsi que ceux de l'émissivité des parois de la lame d'air ( $\varepsilon_i$ ) sur le transfert thermique à travers un double mur alvéolaire différentiellement chauffé. Les résultats de la simulation sont présentés pour différents écarts de température entre les faces verticales de la structure alvéolaire supposées isothermes.

## 2. Modèle mathématique

### 2.1. Description de la configuration étudiée

Le problème physique considéré est schématisé sur la figure 1. Il s'agit d'un double mur, d'épaisseur  $L$  et de hauteur  $H$ , formé par deux parois alvéolaires séparées par une lame d'air d'épaisseur  $l$  et de hauteur  $h$ . Les alvéoles sont des petites cavités rectangulaires, d'épaisseur  $l'$  et de hauteur  $h'$ , entourées de partitions solides verticales, d'épaisseur  $e_x$ , et horizontales d'épaisseurs  $e_{y_j}$  ( $1 \leq j \leq N_y+1$ ) où  $N_y$  est le nombre d'alvéoles dans la direction verticale ( $N_y=32$ ). Pour les parties joignant les briques creuses on doit ajouter l'épaisseur du joint en mortier  $e_m$  variable ( $0,5\text{cm} \leq e_m \leq 2\text{cm}$ ) à l'épaisseur des parties solides des briques creuses horizontales  $e_{y_j}$ . Les parois verticales extérieure et intérieure sont maintenues respectivement aux températures  $T_e$  et  $T_i$ , conformément aux hypothèses souvent adoptées pour les parois du bâtiment. Les surfaces horizontales, quant à elles, sont considérées adiabatiques.

### 2.2 Equations du modèle

L'écoulement d'air dans les différentes alvéoles et la lame d'air est supposé laminaire et le transfert de chaleur est bidimensionnel. Les faces internes des différentes cavités sont considérées grises à émission et réflexion diffuses. L'air ne participe pas aux échanges radiatifs entre les surfaces des différentes cavités. La dissipation visqueuse est négligée et les propriétés thermophysiques sont supposées constantes sauf pour la masse volumique dans le terme de poussée où l'approximation de Boussinesq est utilisée. Les équations adimensionnelles régissant le mouvement du fluide et la conservation de l'énergie sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \cdot Pr \cdot \theta_a \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Y^2} \quad (4)$$

où  $(X, Y)$  sont les positions adimensionnelles,  $\tau$  le temps adimensionnel,  $U, V, P, \theta_a$  sont les variables sans dimension associées respectivement aux composantes de la vitesse de l'air, à la pression et à la température de l'air.  $Ra$  est le nombre de Rayleigh et  $Pr$  celui de Prandtl donnés

$$\text{par : } Ra = \frac{g \beta L^3 (T_e - T_i)}{\nu_a^2} Pr, \quad Pr = \frac{\nu_a}{\alpha_a}$$

où  $\nu_a$  et  $\alpha_a$  sont respectivement la viscosité cinématique et la diffusivité thermique de l'air. L'équation adimensionnelle de la conduction de chaleur dans les parois solides est :

$$\frac{\alpha_a}{\alpha_s} \cdot \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \quad (5)$$

où  $\theta_s$  est la température adimensionnelle du solide et  $\alpha_s$  sa diffusivité thermique. Les conditions aux limites du problème sont :

\*  $U = V = 0$  sur toutes les parois solides

\*  $\theta_s(0, Y) = 1$  et  $\theta_s(1, Y) = 0$  ( $0 \leq Y \leq A = H / L$ )

\*  $\frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \Big|_{Y=A} = 0$  ( $0 \leq X \leq 1$ ) : adiabaticité

Aux interfaces fluide-solide, on a :

$$\theta_s(X, Y) = \theta_a(X, Y) \quad \text{et} \quad -\frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = -N_k \frac{\partial \theta_a}{\partial \eta} + N_r Q_r$$

où  $\eta$  est la coordonnée adimensionnelle normale à l'interface considéré et :

$$Q_r(r_k) = \varepsilon_k \left(1 - \frac{1}{G}\right)^4 \left(\theta_k(r_k) + \frac{1}{G-1}\right)^4 - \varepsilon_k \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J_j(r_j) dF_{ds_k-ds_j}$$

où  $Q_r(r_k)$  est le flux radiatif net adimensionnel échangé par l'élément de surface  $ds_k$  situé en un point d'abscisse  $r_k$  sur la surface  $k$ ,  $dF_{ds_k-ds_j}$  est le facteur de forme entre les

éléments  $ds_k$  et  $ds_j$ ,  $\varepsilon_k$  est l'émissivité de la surface  $k$ ;  $G$  est le rapport des températures ( $G=T_e/T_i$ ) et  $J_j(r_j)$  est la radiosité de l'élément  $ds_j$ ;  $N_r$  est le nombre de rayonnement adimensionnel et  $N_k$  le rapport des conductivités:

$$N_r = \frac{\sigma T_e^4 L}{k_s(T_e - T_i)} \quad \text{et} \quad N_k = \frac{k_a}{k_s}$$

Le flux thermique global adimensionnel qui traverse la structure est :

$$Q_a = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial \theta_s}{\partial X} \Big|_{X=0} dY = -\frac{1}{A} \int_0^A \frac{\partial \theta_s}{\partial X} \Big|_{X=1} dY \quad (6)$$

La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations précédentes sur un ensemble discret de volumes de contrôle couvrant la structure étudiée. Les équations discrétisées, sont résolues par l'algorithme *SIMPLE* développé par Patankar [8] en utilisant un schéma en loi de puissance. Bien qu'on ne considère que le régime stationnaire, les équations gouvernantes sont résolues en régime instationnaire; ainsi le temps joue le rôle d'un facteur de relaxation. Une étude d'optimisation a été faite sur le maillage et le pas de temps utilisés dans la simulation. Cette étude a conduit au choix des maillages non uniformes suivants: (63×424) pour  $e_m=0,5\text{cm}$ , (63×458) pour  $e_m=1\text{cm}$ , (63×557) pour  $e_m=1,5\text{cm}$  et (63×590) pour  $e_m=2\text{cm}$ . Le pas de temps adimensionnel utilisé varie entre  $10^{-8}$  et  $10^{-6}$  selon la valeur du nombre de Rayleigh. On estime que la convergence est atteinte lorsque les écarts relatifs entre les variables calculées, aux différents nœuds du maillage, deviennent inférieurs à  $10^{-3}$  entre deux itérations successives.

### 3. Résultats et discussion

Les résultats présentés dans cette étude sont obtenus pour un double mur alvéolaire ayant les dimensions géométriques (en cm) données dans le tableau 1 avec différentes valeurs de l'épaisseur du joint en mortier  $0,5\text{cm} \leq e_m \leq 2\text{cm}$ . L'émissivité des faces internes de la lame d'air varie entre 0 et 0,93 ( $0 \leq \varepsilon_i \leq 0,93$ ), cependant celle des alvéoles des briques creuses utilisées est égale à 0,93 ( $\varepsilon_a=0,93$ ). Les parois solides sont en béton de conductivité

thermique  $k_s=1\text{W/mK}$ . Le nombre de rayonnement  $N_r$  dépend de  $\Delta T=(T_e-T_i)$  qui prend des valeurs comprises entre  $5^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$  conformément aux conditions rencontrées dans la pratique. La conductivité thermique de l'air confiné dans les différentes cavités est  $k_a=0,026\text{W/mK}$  et le nombre de Prandtl est  $Pr=0,71$ .

$l$	$l'$	$h'$	$ex$	$ey_1$	$ey_i$	$ey_{Ny+1}$	$y_1$	$y_2$
5	3,5	3,5	1	1,5	1	1,5	0,5	0,5

Tableau 1 : Dimensions de la structure étudiée (en cm).

### 3.1. Effet de l'épaisseur des joints en mortier

Afin de montrer l'impact de l'épaisseur du joint en mortier  $e_m$  sur le transfert thermique à travers la structure étudiée, la figure 2 représente les variations du flux de chaleur global par unité de surface de la structure  $Q(\text{W/m}^2)$  en fonction de  $\Delta T$  pour différentes valeurs de  $e_m$ . Les résultats de cette figure montrent que l'écart de températures présente un impact fort sur la valeur du flux de chaleur global à travers la structure étudiée. En effet, l'augmentation de l'écart des températures entraîne l'amplification à la fois du rayonnement et de la convection naturelle dans les alvéoles et la lame d'air, ce qui entraîne une augmentation du flux de chaleur global. La figure montre également, que le transfert de chaleur global à travers le système augmente légèrement en fonction de l'épaisseur du joint en mortier. Ainsi, les écarts enregistrés entre les flux obtenus en passant de  $e_m=0,5\text{cm}$  à  $e_m=1\text{cm}$  d'une part ou de  $e_m=1\text{cm}$  à  $e_m=2\text{cm}$  d'autre part restent inférieurs à 2,87%. En outre, ces écarts ne dépassent pas 4,34% quand on passe de  $e_m=0,5\text{cm}$  à  $e_m=2\text{cm}$ . On peut conclure que l'utilisation d'une épaisseur comprise entre 0,5 et 2cm conduit à des résultats similaires. Par conséquent, le choix, au cours de la simulation, d'une épaisseur moyenne de 1cm constitue une très bonne approximation entre précision et temps de calcul.

### 3.2. Effet de l'émissivité des parois de la lame d'air

L'effet de l'émissivité de la lame d'air  $\varepsilon_i$  sur le transfert de chaleur global par unité de surface de la structure  $Q(\text{W/m}^2)$  est illustré sur la figure 3 pour différentes valeurs de  $\Delta T$ . Comme on peut le constater, l'évolution de  $Q(\text{W/m}^2)$  avec l'écart de températures, paramétrée par  $\varepsilon_i$ , est une fonction croissante presque linéaire dont la pente augmente significativement avec  $\varepsilon_i$  traduisant, par conséquent, un effet positif du rayonnement dans la lame d'air. Ainsi, en passant d'une émissivité nul ( $\varepsilon_i=0$ ) à 0,3, le flux de chaleur augmente jusqu'à 43%. Cette augmentation atteint 51,4% lorsque l'émissivité passe de 0,3 à 0,93. En effet, pour les émissivités thermiques élevées, la contribution du rayonnement dans le transfert thermique global devient importante. Comme conclusion, on peut dire que, la diminution de l'émissivité des faces internes de la lame d'air permet de réduire considérablement le flux de chaleur à travers le double mur alvéolaire (améliorer la résistance thermique de la structure). Ce résultat est prévisible du fait que le transfert radiatif tire intégralement son âme de l'émissivité des parois. Ainsi les constructeurs de matériaux du bâtiment peuvent améliorer sensiblement la résistance thermique des enveloppes en utilisant des matériaux à faible émissivité thermique dans la lame d'air afin de réduire les transferts de chaleur par rayonnement.



En tenant compte de la variation presque linéaire de  $Q$  ( $Q=(Qa \times L \times k_s)/\Delta T$ ), les valeurs du flux de chaleur global traversant la structure obtenues pour différentes  $\Delta T$  sont utilisées pour la détermination d'un coefficient d'échange global  $U$  (conductance) caractéristique du système considéré. Ce coefficient permet d'estimer d'une manière simple et rapide le flux à travers cette structure ( $Q=(U \times \Delta T)$ ). Le tableau 2 donne les conductances thermiques globales (en  $W/m^2K$ ) obtenues pour les différentes épaisseurs du joint en mortier considérées et pour des émissivités des alvéoles et de la lame d'air égales à 0,93. On tient à signaler à titre indicatif, que les conductances déterminées permettent d'évaluer avec une bonne approximation le transfert thermique à travers le double mur alvéolaire. En effet l'écart maximal entre les flux estimés en utilisant  $U$  et ceux de base ( $Q$  simulés) est inférieur à 4%.

épaisseur $e_m$ en cm	0,5	1	1,5	2
$5^\circ C \leq \Delta T \leq 20^\circ C$	1,724	1,750	1,774	1,798
$5^\circ C < \Delta T \leq 20^\circ C$	1,873	1,902	1,925	1,948

Tableau 2 : Conductances thermiques  $U$  ( $Wm^{-2}K^{-1}$ ) calculées pour la structure et pour différentes épaisseurs du joint en mortier ( $e_m$ ).

**4. Conclusion**

Les principales conclusions de cette étude peuvent être résumées comme suit :

- a) La variation de l'épaisseur des joints en mortier entre 0,5 et 2cm a un effet négligeable sur le transfert thermique global à travers le double mur alvéolaire.
- b) L'émissivité  $\epsilon_i$  des faces internes de la lame d'air affecte considérablement le flux de chaleur global traversant le double mur alvéolaire. Ainsi, pour minimiser les échanges thermiques à travers celui-ci, il est nécessaire de diminuer l'émissivité des faces internes de la lame d'air.

**Références**

[1] A. Abdelbaki, Z. Zrikem, Simulation numérique des transferts thermiques couplés à travers les parois alvéolaires des bâtiments, Int. J. Therm. Sci. Vol.38 (1999) 719–730.  
 [2] T. Ait-Taleb, A. Abdelbaki, Z. Zrikem, Numerical simulation of coupled heat transfers by conduction, natural convection and radiation in hollow structures heated from below or above, International Journal of Thermal Sciences 47 (2008) 378–387.  
 [3] M. Boukendil, A. Abdelbaki, Z. Zrikem, Numerical simulation by the FVM of coupled heat transfers by conduction, natural convection and radiation in honeycomb's hollow bricks, Building Simulation Journal Vol. 2 (2009) 263–272.  
 [4] J. Sun, L. Fang, Numerical simulation of concrete hollow bricks by the finite volume method, International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 5598–5607.  
 [5] V. Sambou, B. Lartigue, F. Monchoux, M. Adj, Theoretical and experimental study of heat transfer through a vertical partitioned enclosure: application to the optimization of the thermal resistance, Applied Thermal Engineering 28 (5-6) (2008) 488-98.  
 [6] M.A. Antar, Thermal radiation role in conjugate heat transfer across a multiple-cavity building block, Energy 35 (2010) 3508-3516.  
 [7] J.J. del Coz Díaz, P.J. García Nieto, C. Betegón M.B. Prendes, Analysis and optimization of the heat-insulating light concrete hollow brick walls design by the finite element method, Applied Thermal Engineering 27 (2007) 1445–1456.  
 [8] Patankar, S.V., 1980, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York.

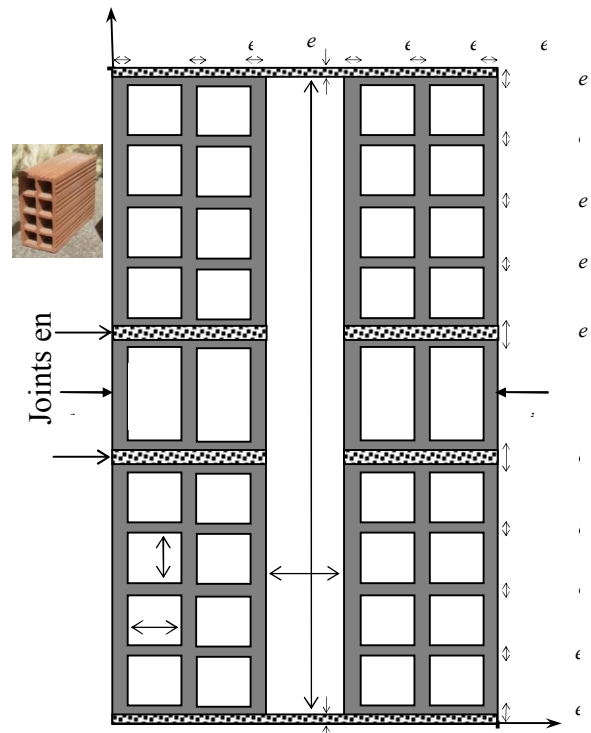


Fig.1: Schéma du double mur étudié avec la photo de la brique utilisée dans la construction de ce dernier.

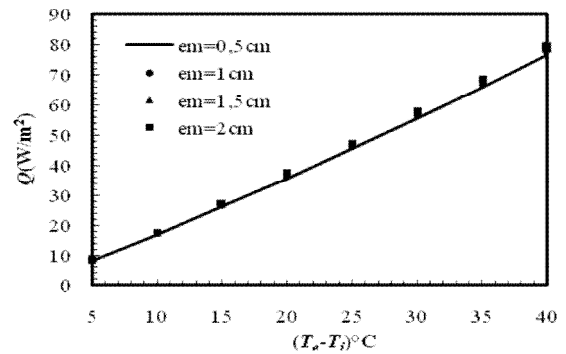


Fig.2 : Effet de l'épaisseur du joint en mortier ( $e_m$ ) sur le flux de chaleur global  $Q(W/m^2)$ .

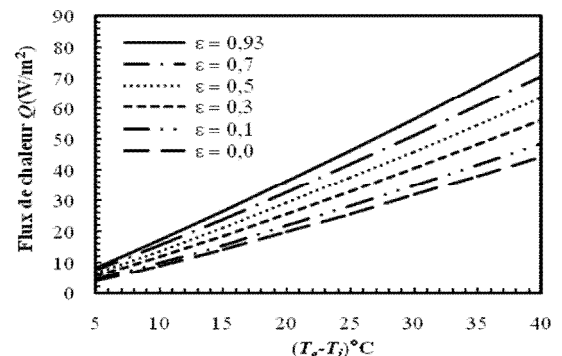


Fig.3 : Effet de l'émissivité des faces internes de la lame d'air  $\epsilon_i$  sur le flux global  $Q(W/m^2)$ .

## ANALYSE DE STABILITE THERMIQUE DES PLAQUES FGM

A. FEKRAR<sup>1</sup>, M. BARKA<sup>1</sup>, A. TOUNSI<sup>1</sup>, E. B. ADDA<sup>1</sup>

<sup>1</sup> : Laboratoire de matériaux et rhéologie, université de Sidi Bel Abbes (Algérie).

[afekrar@yahoo.fr](mailto:afekrar@yahoo.fr)

### Résumé :

L'objectif de ce travail, est de présenter une approche analytique pour l'étude de la stabilité des plaques fonctionnellement gradué rectangulaire sous l'effet de charge thermique. Les propriétés du matériau sont supposées être dépendantes de la température et gradué dans la direction de l'épaisseur selon deux lois de puissance des constituants (P-FGM et S-FGM). Les équations d'équilibre et de compatibilité pour les plaques sont obtenues en utilisant la théorie du premier ordre de déformation en cisaillement. On a tenu compte la géométrie non linéaire selon Von Karman et l'imperfection géométrique initiale. Les équations résultantes sont résolues en utilisant la procédure de Galerkin. On a obtenue pour obtenir des expressions à partir des quels les courbes des flèches de flambement peuvent être tracées par une procédure itérative.

### 1. Introduction :

Les propriétés supérieures de matériaux composites avancés, tels que la résistance spécifique élevée la haute rigidité spécifique, ont conduit à leur utilisation généralisée dans les avions, engins spatiaux et les structures spatiales. Dans les structures composites stratifiées, homogènes les lames élastiques sont liés entre elles pour obtenir de meilleures propriétés mécaniques et thermiques. Ces éléments sont soumis à des conditions de chargement qui varient au cours de leur durée de vie. Cela peut conduire à une défaillance due à des déviations ou des contraintes excessives. Chez les composites en fibre le risque de fissuration ou de décollement peut se produire à des températures élevées à travers une interface entre deux matériaux distincts.

### 2. Formulations théoriques :

Considérons une plaque rectangulaire qui se compose de deux couches conçue avec des matériaux fonctionnellement gradué ; céramique et métal.

En appliquant une distribution simple de la loi de puissance  $V(z)$ :

Pour la plaque S-FGM :

$$V(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + 2z/h)^k & ; -h/2 \leq z \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{2}(1 - 2z/h)^k & ; 0 \leq z \leq h/2 \end{cases} \quad (1)$$

Pour la plaque P-FGM :

$$V(z) = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^k ; -h/2 \leq z \leq 0 \quad (2)$$

Où l'indice ( $k$ ) : la fraction volumique.

Il est supposé que les propriétés efficace du module d'élasticité ( $E$ ) et le coefficient de dilation thermique ( $\alpha$ ) de la plaque fonctionnellement gradué, varient dans la direction d'épaisseur ( $z$ ) et

peuvent être déterminées par la règle linéaire de mélange :

$$(E, \alpha) = (E_m, \alpha_m) + (E_c, \alpha_c) V(z) \quad (3)$$

Où : les indices ( $m$ ) et ( $c$ ) représentent les constituants métalliques et céramiques respectivement

$$E_{cm} = E_c - E_m, \alpha_{cm} = \alpha_c - \alpha_m$$

Le coefficient de Poisson est supposé constant,  $\nu(z) = \nu$ .

En raison des propriétés des constituants qui dépendent de la température, les propriétés effectives ( $E, \alpha$ ) de la plaque FGM dépendent de la température et de la position

### 2.1 Les équations constitutives :

Plaque S-FGM :

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{2} E_m h + \frac{1}{2} E_{cm} h \\ E_2 = \frac{1}{8} \frac{E_{cm} h^2 k (k+3)}{(k+1)(k+2)} - \frac{1}{8} E_m h^2 \\ E_3 = \frac{1}{24} E_m h^3 + \frac{1}{24} E_{cm} h^3 \end{cases}$$

Plaque P-FGM :

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{(k+1)} E_{cm} h + E_m h \\ E_2 = \frac{1}{2} \frac{E_{cm} h^2 k}{(k+1)(k+2)} \\ E_3 = \frac{1}{4} \frac{E_{cm} h^3 (k^2 + k + 2)}{(k+1)(k+2)(k+3)} + \frac{1}{12} E_m h^3 \end{cases}$$

D'après la théorie du premier ordre de déformation en cisaillement et en supposant que le champ de température est soulevé de manière uniforme, les équations non linéaires pour un plaque parfait peuvent être écrites :

$$N_{,xx} + N_{,yy} = 0, N_{,xy} + N_{,yx} = 0$$

$$D \nabla^4 w + \frac{2(1+\nu)}{E_1} \nabla^2 (N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy}) - (N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy}) = 0,$$

Où :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \text{ et } D = \frac{E_1 E_3 - E_2^2}{E_1 (1 - \nu^2)}$$

### 2.2. Analyse de la stabilité :

Dans cette section, une approche analytique est utilisée pour étudier la stabilité des plaques FGM soumises mécaniquement, thermique et des charges combinées. Trois cas de conditions aux limites sont représentés, cas étiquetés **1, 2** et **3**, seront considérés.

**Cas 1** : Bords de la plaque sont simplement appuyés et libres (FM). Les conditions aux limites associées sont :

$$w = \phi_y = M_{,xx} = N_{,yy} = 0, N_x = N_{,x2}, x = 0, a,$$

$$w = \phi_x = M_{,yy} = N_{,xy} = 0, N_y = N_{,y2}, y = 0, b,$$

**Cas 2** : Les bords sont simplement appuyée et encastées (IM), les conditions aux limites associées sont :

$$w = u = \phi_y = M_{xx} = 0, N_x = N_{x0}, x = 0, a,$$

$$w = v = \phi_x = M_{yy} = 0, N_y = N_{y0}, y = 0, b,$$

Cas 3 : Les bords sont simplement appuyés, et les charges de bord uni axiale fonctionnent dans le sens d'abscisse (x).

Les bords  $x = 0, a$  et  $y = 0, b$  sont considérés comme se déplacer librement, mais les deux autres sont sans charges et encastées. Pour ce cas, les conditions aux limites sont :

$$w = \phi_y = M_{xx} = N_{xy} = 0, N_x = N_{x0}, x = 0, a,$$

$$w = v = \phi_x = M_{yy} = 0, N_y = N_{y0}, y = 0, b,$$

### 2.2.1 Analyse de la stabilité mécanique :

Une plaque simplement appuyée (FGM) avec des bords libres (cas 1) est supposée être sous des charges de compression dans le plan ( $P_x$ ) et ( $P_y$ ) uniformément répartie le long des bords  $x = 0, a$  et  $y = 0, b$ . Les propriétés des matériaux sont supposées être indépendant de la température.

Les résultantes des forces avant flambement sont supposées sous la forme:

$$N_{x0} = -P_x h, N_{y0} = -P_y h$$

### 3. La stabilité thermique :

Dans ce cas, la plaque FGM est parfaite flambé à  $m = n = 1$  pour tout aspect du rapport  $a/b$ .

Les figures (2a)-(2b) montre l'effet des propriétés des matériaux dépendant de température sur le comportement du flambement thermique des plaques P-FGM et S-FGM pour  $\mu = 0$  et  $\mu = 0.1$ , respectivement.

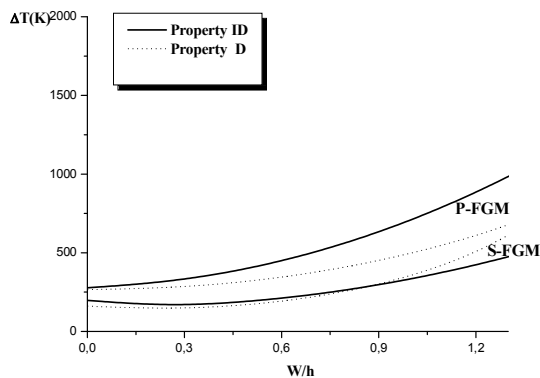


Fig (1a).Le comportement après flambement thermique des plaques FGM (P et S) avec les propriétés T-ID et T-D à  $a/b = 1.0$ ,  $b/h = 20$ ,  $k = 1$  et  $\mu = 0$  en compression uniaxiale

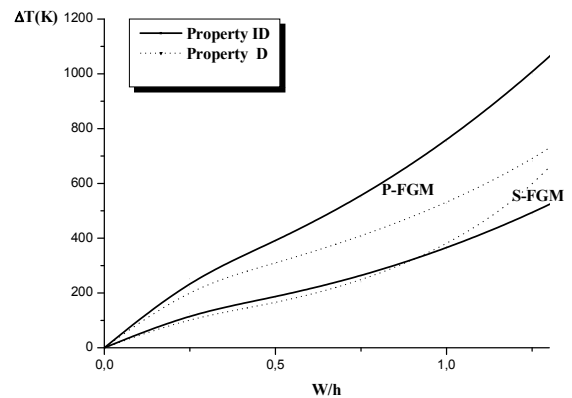


Fig (1b).Le comportement après flambement thermique des plaques FGM (P et S) avec les propriétés T-ID et T-D à  $a/b = 1.0$ ,  $b/h = 20$ ,  $k = 1$  et  $\mu = 0.1$  en

### compression uniaxiale

Il est évident que la capacité de flambement des plaques FGM diminue drastiquement lorsque en considère que les propriétés des matériaux sont dépendant de la température.

### 4. Conclusion :

Nous avons effectué une étude comparative du flambement pour deux types des plaques FGM : P-FGM et S-FGM ; tous les résultats obtenus montrent que les flèches pour les plaques P-FGM sous l'effet des charges (thermiques, mécanique et thermomécaniques) sont plus importantes que les plaques S-FGM.

On remarque aussi que les propriétés des matériaux dépendant de la température devraient être considérées pour une prédiction précise et faible du comportement à la déformation des plaques FGM, et que leur stabilité est grandement influencée par les paramètres matériels et géométriques et les conditions aux limites dans le plan.

### Référence :

[1]- Introduction to Composite Materials Design, Ever J. Barbero, CRC Press, 15 mars 2010, second edition p 27  
 [2]- Introduction à la science des matériaux, Jean Pierre Mercier, Wilfried Kurz, Gérald Zambelli, PPUR presses polytechniques, 19 oct. 1999, 3<sup>ème</sup> édition, p457.  
 [3] des matériaux, Jean-Paul BAILLON et Jean Marie DORLOT, 3<sup>ème</sup> édition, press internationale polytechnique 2001, Canada  
 [4] Analyse des fissurations des matériaux composites et détermination de leur délaminage utilisant des capteurs piézo-électriques, Abderrezak Gharbi, présenté pour l'obtention du diplôme de magister, Constantine: 2005  
 [5] Matériaux composites à matrice organique constituants, procédés, propriétés,, Pierre-Etienne Bourban, Leif Carlsson, Jean Pierre Mercier, Jean-Anders E. Manson,, 1<sup>ère</sup> édition, 2004, Press polytechniques et universitaires romandes,, Lausanne

- [6] Introduction to Composite Materials Design, Ever J. Barbero, CRC Press , 15 mars 2010,,second edition
- [7] Composite materials: engineering and science, F. L. Matthews, Rees D. Rawlings, Woodhead Publishing, 1999 - 470 pages,,England
- [8]\_Composite Materials: Mechanical Behavior and Structural Analysis, Jean-Marie Berthelot, Springer, 1999,Verlag New York,p16-17
- [9]\_Metal matrix composites: custom-made materials for automotive and aerospace engineering, K. U. Kainer, Wiley-VCH, 13 févr. 2006 - 314 pages,Weinheim,p65
- [10]\_Metal matrix composites,Nikhilesh Chawla, Krishan Kumar Chawla, Birkhäuser, 2006 - 401 pages,United State America,p1

# ETUDE DU REFROIDISSEMENT PAR FILM APPLIQUÉ SUR UNE AUBE FIXE D'UN SECTEUR HPT DU MOTEUR CFM56-7B

D. CHERRARED

USTHB / Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés/ Laboratoire de Mécanique Avancée, BP 32 El Alia, Bab Ezzouar, Alger-Algérie. [cherrared\\_d@yahoo.fr](mailto:cherrared_d@yahoo.fr)

## Introduction

L'évolution de la technologie des moteurs d'aviation a fait objet d'une élévation du niveau des températures des réacteurs et plus précisément celle des gaz à l'entrée de la turbine haute pression. Les hautes températures obtenues et la prise en compte des limites thermiques des matériaux font apparaître la nécessité d'une protection thermique, en particulier sur les aubes directrices de la turbine haute pression. D'autre part, la préoccupation des motoristes est de réaliser, tout en réduisant la masse des moteurs, le dimensionnement le plus juste des différentes parties qui composent le réacteur mais aussi l'amélioration des performances des systèmes de refroidissement. Il faut pour cela connaître l'évolution des contraintes thermiques qui affectent la durée de vie des composants du moteur. La difficulté de réalisation et le coût des essais font généralement recours à la simulation numérique.

Le refroidissement par film est l'une des méthodes privilégiée et très répandue dans le domaine aérothermique. Notre étude s'intéresse à cette technique dans le but de l'appliquer au refroidissement des aubes directrices de la turbine haute pression du turboréacteur CFM56-7B.

Notre travail consiste à modéliser et à simuler le comportement thermique du film de refroidissement afin d'analyser les phénomènes qui l'accompagnent et les facteurs qui l'affectent (à savoir les paramètres géométriques).

En raison de la complexité du comportement de l'écoulement associé au refroidissement des aubes de turbine, les méthodes numériques et expérimentales capables de caractériser ces configurations d'écoulement d'une manière précise sont encore loin de la perfection.

A travers cette étude, nous contribuons à l'obtention d'une meilleure compréhension de l'écoulement complexe de fluides à l'aide de simulations numériques munis par le code de calcul commercial ANSYS CFX 11.

## Domaine d'étude

La figure 1 représente une section de l'aube du moteur CFM56-7B afin de mieux visualiser les différentes configurations des trous d'injections servant au refroidissement externe de l'aube. Dans ce travail, nous nous sommes limités à 3 cas d'injections (figure 1). Ces cas correspondent à :

Une seule rangée de trous inclinés d'un angle composé et située sur la partie du bord d'attaque.

Deux rangées de trous disposées en quinconce et inclinés d'un angle composé et situées sur le bord d'attaque de l'aube.

Une rangée de trous inclinés d'un angle composé et située sur la partie extrados de l'aube.

Ils seront notés cas 1RBA, cas 2RBA et cas 1REX respectivement.

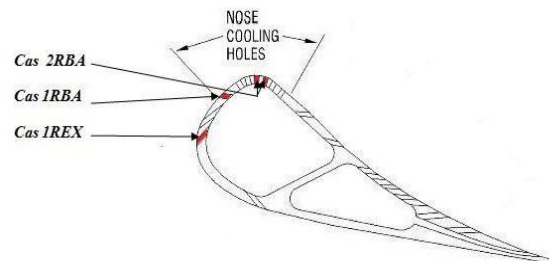


Figure 1: Géométrie de l'aube du moteur CFM56-7B [1]

Mesurant 67mm de longueur et 20.8 mm de largeur maximale, l'aube est munie de trous d'injection de diamètre  $D=0.6$  mm. La géométrie des 3 configurations des trous d'injection étudiées est représentée sur le tableau 1.

Tableau 1 : Paramètres géométriques des trois configurations.

Configuration	$\alpha$	$\beta$	D(mm)	x/D	z/D
Cas 1RBA	12	15	0.6	-	3.8
Cas 2RBA	85	35	0.6	3.3	3.8
Cas 1REX	60	3	0.6	-	3.8

Dans le tableau (1) ci-dessus, l'espacement (z/d) entre les trous dans chaque rangée est de 3.8 fois le diamètre du trou d'injection, alors que l'espace (x/d) entre les deux rangées du cas 2RBA est de 3.3 fois le diamètre du trou d'injection.

La position (x/d) à partir du bord aval du trou d'injection des deux rangées de chaque cas 1RBA et 1REX et la deuxième rangée du cas 2RBA seront utilisées pour représenter la distribution moyenne de l'efficacité de refroidissement. La vitesse d'approche de l'écoulement principal est de l'ordre de 100 m/s de façon à ce que l'écoulement reste de nature incompressible avec un mach de 0.119, d'une température de 1750K et d'un taux de turbulence de l'ordre de 1%. Le taux d'injection  $M=0.5$  pour les 3 cas 1RBA, 2RBA et 1REX. La vitesse du fluide froid injecté par le tube est calculée suivant le taux d'injection M avec une température de 804 k et un taux de turbulence de 10% (tableau 2).

Tableau 2 : les paramètres des conditions aux limites

M	Ecoulement Principal			Fluide refroidissant			$\rho_{\infty}/\rho_c$
	$U_{\infty}$ (m/s)	$Tu_{\infty}$	$T_{\infty}$ (K°)	$U_c$ (m/s)	$Tu_c$	$T_c$ (K°)	
0.5	100	1%	1750	50	10%	804	1

## Méthode d'approche

La plupart des modèles appliqués au problème des écoulements dans les turbomachines utilisent le concept de



viscosité tourbillonnaire. En sa simple forme, la viscosité tourbillonnaire est prescrite comme une constante, alors que des modèles plus sophistiqués résolvent les équations différentielles pour les quantités turbulentes où la distribution de la viscosité peut être obtenue. D'autres modèles ont été employés tel que les modèles de contraintes de Reynolds.

Le modèle de fermeture algébrique SST (Shear Stress Transport), utilisée dans notre travail repose sur le principe de l'amélioration des modèles à deux équations. Il s'agit du modèle K- $\omega$  avec une correction SST et utilisant les deux modèles précédents K- $\varepsilon$  et K- $\omega$ , pour remédier au problème de sensibilité à la valeur de  $\omega_{\infty}$  à l'extérieur des couches limites. Menter [2] espère ainsi conserver le bon comportement du modèles K- $\omega$  dans la région interne des couches limites et obtenir une condition limite insensible au niveau de  $\omega_{\infty}$ .

## Résultats et discussion

Les résultats sont illustrés par les variables suivantes : l'efficacité du refroidissement et les iso-températures. Pour étudier l'efficacité du processus de refroidissement, on définit une température adimensionnelle définie par  $\eta_{ad} = (T_{\infty} - T_{ad}) / (T_{\infty} - T_c)$  et appelée efficacité de refroidissement. L'indice  $\infty$  indique la température de l'écoulement principal, l'indice ( $c$ ) se rapporte aux conditions du jet refroidissant alors que l'indice ( $ad$ ) indique la température adiabatique de la paroi de l'aube à refroidir. L'efficacité de refroidissement prend la valeur *un* si la température est égale à celle du jet (refroidissement maximum) et *zéro* si elle est égale à celle de l'écoulement principale (refroidissement nul).

Pour le traitement de nos résultats, on utilisera l'efficacité moyenne latérale comme paramètre d'évaluation et de comparaison des différentes configurations étudiées. En effet pour chaque X/D partant du centre de l'orifice, une efficacité moyenne latérale est calculée afin d'obtenir une distribution longitudinale de l'efficacité du refroidissement. Sur la figure 2 est représentée la distribution longitudinale de l'efficacité latérale moyenne de refroidissement pour les trois cas *IRBA*, *2RBA* et *IREX* et pour un taux d'injection  $M=0.5$ . Dans le cas général, l'efficacité diminue de façon monotone en s'éloignant du trou d'injection. Cette allure a bien été illustrée d'après le graphe ci-dessous. Néanmoins, on constate que plus l'angle d'inclinaison  $\alpha$  diminue plus il entraîne un meilleur refroidissement. Cela s'explique que pour une petite inclinaison, la pénétration du jet dans l'écoulement principal est réduite et occasionne une faible interaction entre les deux écoulements. Il en résulte que le mélange de l'air refroidi et de l'air principal est diminué et l'efficacité du refroidissement est donc améliorée. Cependant, à partir d'une certaine distance  $X/D=3.5$  l'efficacité devient indépendante de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ .

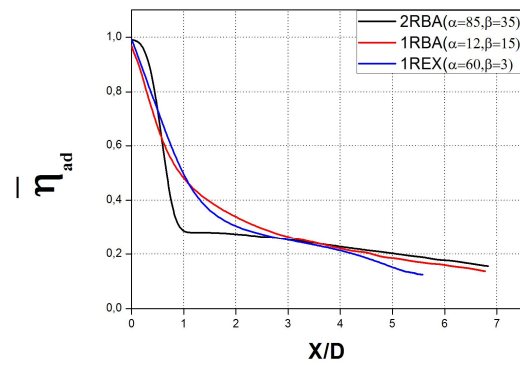
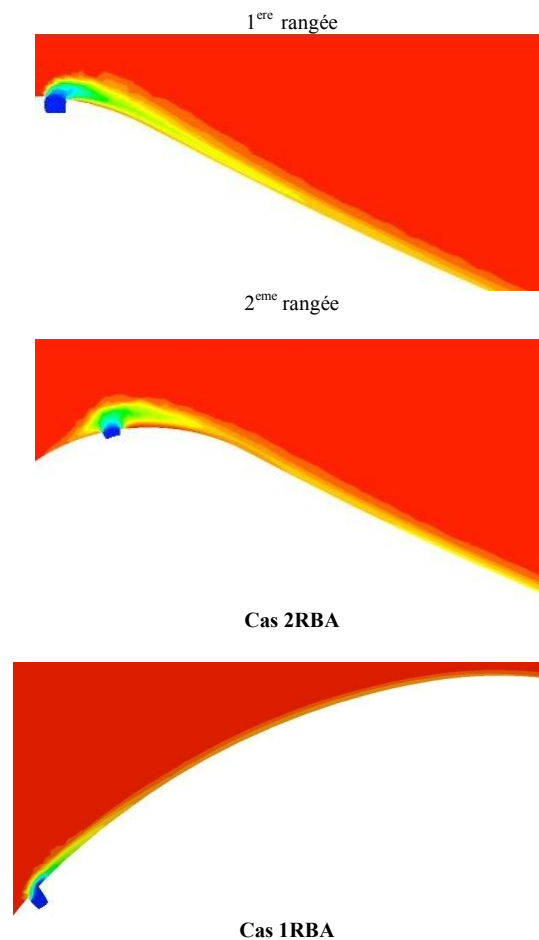
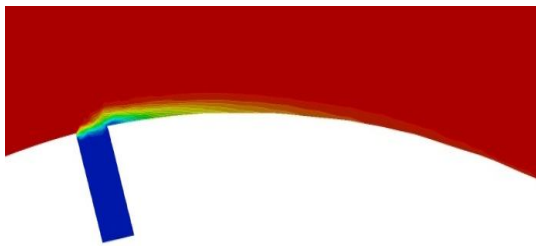


Figure 2 : Distribution longitudinale de l'efficacité de refroidissement adiabatique latérale moyenne pour les 3 cas

La Figure 3 présente les champs de température sur un plan passant par le trou d'injection pour les 3 configurations de l'aube (2RBA, 1RBA, 1REX). Ces figures montrent l'interaction entre le jet et l'écoulement principal. Ils illustrent le détachement du jet et son rattachement plus loin. Pour le cas 2RBA, On constate que l'écoulement principal est dominant dans cette région et que le jet est presque étouffé.

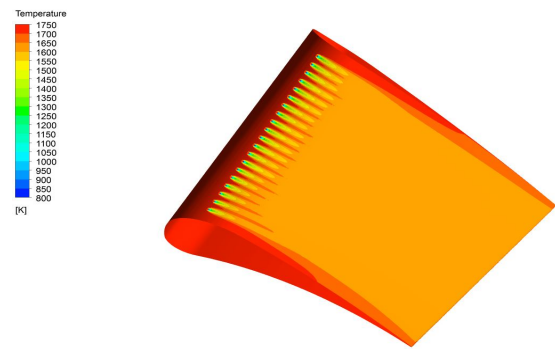




Cas IREX

Figure 3 : les champs de température pour les cas (2RBA, 1RBA, IREX)

On a considéré deux jets au bord d'attaque (cas 2RBA). On constate que le refroidissement est localisé uniquement au bord d'attaque pour la 1<sup>ère</sup> rangée et s'étale sur une certaine distance de l'intrados pour la 2<sup>ème</sup> rangée. Ce ci confirme que deux rangées de trous sur le bord d'attaque ne suffisent pas à refroidir l'aube car l'injection fait face à l'écoulement chaud, et se trouve sur la ligne de stagnation du bord d'attaque. Le refroidissement de la zone aval (cas 1RBA) du bord d'attaque est moyennement refroidie ce qui nécessite d'installer d'autre rangée de jet pour étaler le refroidissement dans toute l'aube. En ce qui concerne la rangée de l'extrados (cas IREX), le jet s'étale sur une bonne partie de l'aube, on un refroidissement uniforme pour toute la rangée de trou. Cependant le refroidissement reste toujours insuffisant, une partie de l'aube est mal refroidi (Figure 4). Pour ce cas, on a fait varier le rapport d'injection pour étudier l'efficacité du refroidissement sur cette partie.



Cas IREX

Figure 4: Distribution de la température pour les 3 configurations de l'aube

## Conclusion

Les résultats obtenus dans cette étude sont plus au moins cohérents avec les études effectuées antérieurement par les différents chercheurs [4,5] et ont montré que la structure du jet est de nature tridimensionnelle assez complexe et est fortement influencée par plusieurs paramètres, aussi bien l'interaction entre l'écoulement des gaz chauds et le fluide de refroidissement ou entre les jets eux même (pour le cas de plusieurs rangées de trous) qui font encore objet de cette complexité. On a constaté que plus l'angle d'inclinaison est faible plus le jet reste collé à la paroi à refroidir et pénètre moins dans l'écoulement principal (d'où un meilleur refroidissement).

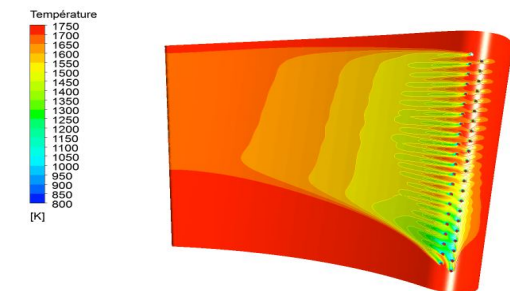
## REFERENCES

Training manual CFM56-7B. Engine system, CTC-224 level 3, February 2005, General Electric Company, U.S.A.

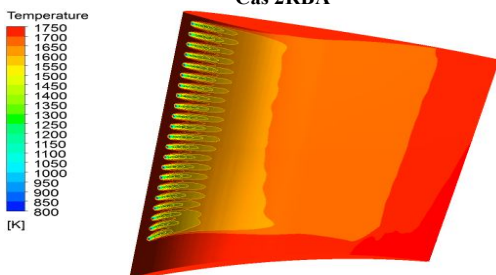
F. R. Menter, Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal, vol. 32, pp. 269-289 (1994).  
NSYS CFX-Solver modeling guide 11.0

B. S. Bunker, A review of shaped hole turbine film cooling technology, Journal of Heat Transfer, vol. 127, pp. 441-453 (2005).

N. W. Foster, D. Lampard, The flow and film cooling effectiveness following injection through a row of holes, Journal of Engineering for Power, vol. 107, pp. 105-110 (1985).



Cas 2RBA



Cas 1RBA

## CARACTERISATION THERMOMECHANIQUE DU MORTIER DE SABLE ALLEGE AVEC LES DECHETS DE BOIS

DRISS TAOUKIL, ABDELMAJID EL BOUARDI,  
TAIB AJZOU, ET HASSAN EZBAKHE

Laboratoire d'Energétique, Equipe de Thermique Energie Solaire et Environnement, Département de physique, Faculté des Sciences de Tétouan, Université Abdelmalek Essaâdi, Tétouan, Maroc  
d\_taoukil@yahoo.fr

**Résumé :** Il s'agit d'une étude thermique et mécanique d'un béton de sable allégé avec les granulats de bois. Notre choix se porte sur l'utilisation des déchets de bois pour la préparation des échantillons. Ceci est dans le but de valoriser les déchets de l'industrie de bois en particulier celle de la menuiserie. Les résultats obtenus montrent une diminution de la densité, de la conductivité thermique et de la résistance en compression avec l'augmentation du dosage en déchets de bois dans la matrice. Ainsi, l'amélioration du pouvoir d'isolation thermique s'obtient au détriment de la résistance mécanique. Cependant, il est possible d'obtenir des bétons isolants porteurs, pour une gamme de la quantité de bois bien déterminée. L'étude montre aussi que l'augmentation de la taille des granulats de bois a une influence positive sur le pouvoir d'isolation thermique et sur la résistance mécanique.

**Mots-clés :** Béton de bois, Conductivité thermique, Résistance à la compression, Isolant porteur

### 1. INTRODUCTION

Un matériau est dit isolant porteur s'il peut être utilisé comme structure porteuse dans l'habitat, tout en jouant le rôle d'isolant thermique. Pour cela, il faut que les valeurs de sa conductivité thermique et sa résistance à la compression soient plus au moins conformes aux certaines valeurs limites citées dans les normes internationales. Pour les bétons isolants porteurs, la norme établie par la RILEM [1], par exemple, exige que la résistance à la compression doit être supérieure à 3.5 MPa et la conductivité thermique doit être inférieure à 0.75 W/m°C.

Les déchets de bois pourront être valorisés en les utilisant comme granulats susceptibles de procurer des bétons isolants porteurs. C'est dans ce cadre qu'entre ce travail. Le but est de réaliser une étude thermomécanique sur le béton allégé avec les déchets de bois, pour étudier la faisabilité de ce type de matériau en vue de son utilisation dans le domaine des bétons isolants porteurs.

### MATERIAUX UTILISES

Le matériau élaboré est un composite à trois phases, constitué du liant CPJ 35, sable et déchets de bois. Le dosage en ciment et en sable est tel que  $C/S=1/2$ . Mis à part le témoin composé uniquement du ciment et du sable, l'étude est menée sur quatre compositions avec ajout de 2%, 5 %, 8% et 10% de bois par rapport à la masse du ciment plus sable.

Deux classes du béton sont étudiées selon la forme des particules de bois ajoutées:

- Béton-Sciure de bois: béton allégé avec la sciure de bois (Figure 1) de granulométrie inférieure à 0.8 mm et de masse volumique de l'ordre de 174.49 kg/m<sup>3</sup>.

- Béton-Copeaux de bois: béton allégé avec des copeaux de bois (Figure 2) de granulométrie entre 8 mm et 2 cm et de masse volumique de l'ordre de 73.82 kg/m<sup>3</sup>.



Fig.1: Aspect général de la sciure de bois utilisée



Fig.2: Aspect général des copeaux de bois utilisés

Le sable et le ciment sont introduits dans un malaxeur. Un malaxage à sec est indispensable pour bien homogénéiser le mélange constitué du sable et

**Tab.1:** Masse volumique, conductivité thermique et résistance à la compression des différents échantillons

	Béton	Béton-Sciure de bois				Béton-Copeaux de bois			
Db/B* (%)	0%	2%	5%	8%	10%	2%	5%	8%	10%
$\rho_{sec}$ (kg/m <sup>3</sup> )	2142.66	1882.03	1619.34	1483.54	1427.30	1914.27	1779.15	1547.33	1495.20
$\lambda_{sec}$ (W/m°C)	0.420	0.354	0.307	0.291	0.273	0.342	0.289	0.242	0.237
$R_c$ (MPa)	27.04	13.92	10.88	7.52	4.76	16.14	12.52	8.78	6.72

\* Pourcentage massique des déchets de bois

du ciment. Ces derniers sont alors mélangés pendant trois minutes à vitesse lente. Le mélange étant parfaitement homogène, on ajoute les granulats de bois pré-mouillés, en conservant le malaxage à pendant trois minutes. En fin, on ajoute l'eau de gâchage graduellement (E/C=0.6) tout on continue le malaxage pendant cinq minutes. Après mise en moule, les éprouvettes sont conservées, avant et après démoulage, dans la salle du laboratoire ( $T_a = 20^\circ\text{C}$ , H.R. = 60%).

### 3. METHODE D'ESSAI

La technique de mesure que nous avons utilisée pour mesurer la conductivité thermique est la méthode dite des "Boîtes". Elle a été mise au point au Laboratoire d'Etudes Thermiques et Solaires de l'Université Claude Bernard Lyon I en France [2] et [3]. Un prototype similaire à été monté dans le Laboratoire d'Energétique de la Faculté des Sciences de Tétouan. Cette technique permet de mesurer la conductivité thermique des matériaux testés en régime permanent en réalisant un bilan énergétique du système. Les échantillons à tester doivent avoir une forme parallélépipédique de 27 cm de côtés et d'une épaisseur allant de 1 à 7 cm. Dans cette étude, nous avons fabriqué des échantillons de 2 cm d'épaisseur.

L'essai mécanique consiste à mesurer la résistance à la compression à 28 jours. Les mesures ont été effectuées au laboratoire de l'usine de LAFARGE de Tétouan, par écrasement des demi-échantillons prismatiques (16×4×4 cm) à l'aide d'une presse de capacité 200 kN et sous un asservissement en force de 2.4 kN/s.

### 4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le Tableau 1 regroupe la masse volumique sèche ( $\rho_{sec}$ ), la conductivité thermique sèche ( $\lambda_{sec}$ ) et la résistance à la compression ( $R_c$ ) des différents échantillons. Ainsi, on note les remarques suivantes:

- La masse volumique décroît en fonction du pourcentage des granulats de bois. Cela est dû à la substitution d'une partie de la matrice par son équivalent en matière moins dense.

- À chaque fois qu'on augmente le pourcentage des granulats de bois dans le composite, la conductivité thermique diminue. Ceci s'explique par le fait que les granulats incorporés engendrent dans le matériau une porosité et une baisse de masse volumique. De plus, les bois

a une conductivité thermique beaucoup plus faible que celle de la matrice [4].

- La résistance à la compression diminue avec l'augmentation du pourcentage des particules de bois. La baisse de la résistance à la compression est liée, d'une part, à la faible résistance mécanique des particules végétales, et d'autre part, à l'augmentation de la porosité.

- La granulométrie des granulats de bois a une influence significative sur la masse volumique, la conductivité thermique et la résistance mécanique. Pour du même pourcentage massique du bois, on constate que les échantillons allégés avec les copeaux sont plus denses, résistants et isolants que ceux allégés avec la sciure. Alors, on peut constater que l'augmentation de la taille des granulats de bois a une influence positive sur les performances thermiques et mécaniques du béton.

### 5. LE BETON ALLEGE AVEC LES DECHETS DE BOIS COMME ISOLANT PORTEUR

Dans ce paragraphe, nous cherchons à donner des diagrammes de référence qui peuvent être utilisés comme un critère de choix de la gamme du pourcentage de la sciure ou des copeaux de bois, qui convient pour que les bétons étudiés puissent être utilisés comme isolants porteurs. Pour ce faire, nous avons eu recours à l'interpolation et l'extrapolation pour aboutir à d'autres valeurs de  $R_c$ .

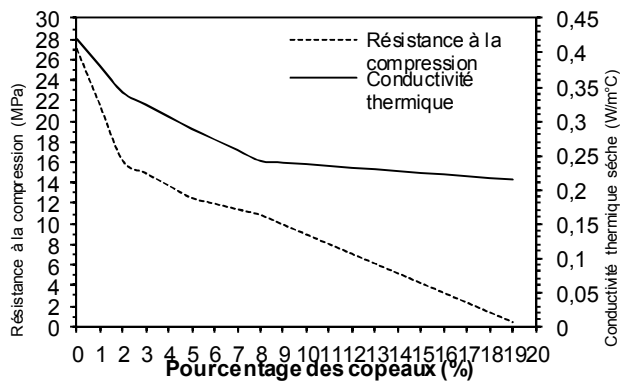


Fig. 3 : Conductivité thermique et résistance à la compression en fonction du pourcentage de la sciure de bois (courbes prolongés par extrapolation)

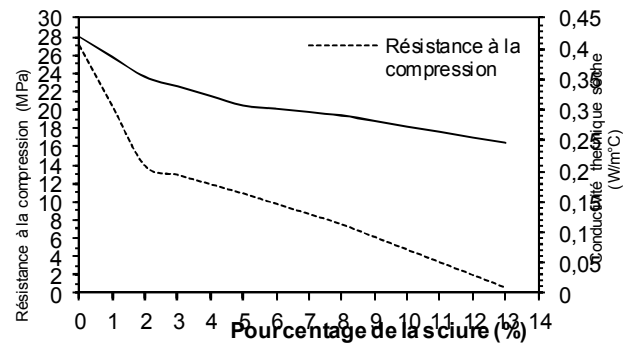


Fig. 4 : Conductivité thermique et résistance à la compression en fonction du pourcentage des copeaux de bois (courbes prolongés par extrapolation)

et de  $\lambda_{sec}$  que les points de mesures. A partir de ces valeurs, nous reproduisons sur les Figures 3 et 4 l'évolution de la résistance à la compression et de la conductivité thermique en fonction de la teneur en sciure et en copeaux de bois, respectivement. Ces figures peuvent être considérées comme des diagrammes de référence pour choisir le domaine du pourcentage de la sciure ou des copeaux dans lequel le béton-sciure ou le béton-copeaux peut être utilisé comme isolant porteur. Par exemple, si on se réfère à la norme de la RILEM, les bétons allégés avec la sciure de bois qui peuvent être utilisés comme isolants porteurs sont ceux dont le pourcentage massique de la sciure est inférieur à 10,9%, et les bétons allégés avec les copeaux de bois qui peuvent être utilisés comme isolants porteurs sont ceux dont la teneur massique en copeaux est inférieure à 15,75%.

## 6. CONCLUSION

A la lumière de cette étude thermomécanique, nous pouvons confirmer que la valorisation des déchets de bois dans la fabrication du béton isolant porteur est tout à fait envisageable et prometteuse. Une autre donnée intéressante, c'est que l'utilisation des copeaux de bois pour alléger le béton conduit à des performances thermiques et mécaniques assez bonnes que celles obtenues dans le cas de l'utilisation de la sciure. Cette étude a montré aussi que la recherche de résistance initialement élevée s'obtient au détriment du pouvoir d'isolation. La connaissance du niveau de résistance suffisant, pour un usage donné, s'avère donc capital pour l'exploitation optimale des qualités d'isolation. L'exploitation des résultats expérimentaux et numériques obtenus nous a permis de construire des diagrammes de référence qui peuvent être utilisés comme un critère de choix de la gamme du pourcentage de la sciure ou des copeaux de bois, qui convient pour que les bétons étudiés puissent être utilisés comme isolants porteurs.

## REFERENCES

- [1] RILEM. Functional classification of lightweight concrete. *Recommendations of RILEM LC2*, Vol. 11, n° 64, pp. 281-282, 1978.
- [2] Mourtada A. Comportement thermique des mortiers d'isolation extérieur du bâtiment. Thèse de Docteur-Ingénieur, INSA de Lyon, UCB Lyon I, France, 1982.

- [3] Menguy G., Laurent M., Moutarda A. et Leveau J. Cellule de mesure des caractéristiques thermophysiques des matériaux E1700. Société Weber Broutin, Bulletin technique: Deltalab, 1986.
- [4] Taoukil D., El-bouardi A., Ezbakhe H. et Ajzoul T. Thermal properties of concrete lightened by wood aggregates. *Research Journal of Applied Sciences-Engineering and Technology*, Vol. 3, n° 2, pp. 113-116, 2011.
- [5] Taoukil, D., El bouardi, A., Ajzoul, T., et Ezbakhe, H. Effect of the incorporation of wood wool on thermo physical properties of sand mortars. *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 16, n° 6, pp. 1003-1010, 2012.
- [6] Benthikou M., Hanini S., Silhadi K. et Guidoum A. Élaboration et étude d'un mortier composite à matrice minérale et fibres celluloseuses: application à l'isolation thermique en bâtiment. *Can. J. Civ. Eng.*, Vol. 34, n° 1, pp. 37-45, 2007



# THE IMPACT OF THE DIFFERENT FITTING METHODS ON THE EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE MOLECULAR DIFFUSION COEFFICIENTS IN TERNARY MIXTURES

MIREN LARRAÑAGA<sup>1)</sup>, M. MOUNIR BOU-ALI<sup>1)</sup>,  
 ALIAKSANDR MIALDUN<sup>2)</sup>, VALENTINA SHEVTSOVA<sup>2)</sup>

1) MGEP Mondragon GoiEskolaPoliteknikoa, Mechanical and Industrial Manufacturing Department, Loramendi 4 Apdo. 23, 20500 Mondragon, Spain,  
[mbouali@mondragon.edu](mailto:mbouali@mondragon.edu)

2) MRC, ULB, EP - CP165/62, Dept. Chemical Physics, B1050, Brussels, Belgium, [vshev@ulb.ac.be](mailto:vshev@ulb.ac.be)

## Introduction:

In the presence of a concentration gradient in a liquid mixture, a transport of matter is generated in order to homogenize the mixture. This phenomenon is known as molecular diffusion, and it has generated a great interest since its discovery in the nineteenth century. The Fick's law was established in 1855 as the first quantitative relation for the molecular diffusion phenomenon [1]. The interest on this phenomenon continues increasing each day because of its influence, together with termodiffusion, on different processes both natural and artificial [2].

Due to this interest, new experimental techniques for determining the molecular diffusion coefficient have been developed. Among them there are techniques that employ the Taylor dispersion principle [3], the Open Ended Capillary technique (OEC) [4] or the Thermal Forced Rayleigh Scattering (TDFRS) [5]. In the literature, other different techniques can be found [6-9]. The development of the Sliding Symmetric Tubes (SST) technique was useful to cover some limitations of the OEC technique [10].

Nowadays, in the case of the binary mixtures, there are plenty of experimental data and the phenomenon has been widely studied. However, in the case of multicomponent mixtures, the available information, both theoretical and experimental, is limited. The existence of cross-diagonal diffusion coefficients makes difficult the determination of the coefficients, and requires development of new fitting methods.

The main objective of this work is to analyze the different fitting methods for determining the diagonal and cross-diagonal diffusion coefficients in ternary mixtures, with the SST technique.

## Material and methodology

### a) Sliding Symmetric Tubes technique:

The SST technique has been used for the determination of the molecular diffusion coefficients. This technique consists of several sets with two identical tubes. Each set has two

positions, faced tubes and separated tubes (Figure 1). In the faced tubes position, the tubes are in contact so the transport of matter is possible. In contrast, in separated tubes position the transport of matter is stopped [11].

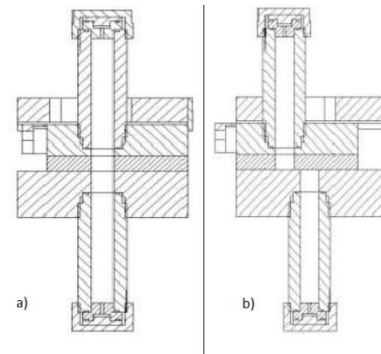


Figure 14: Scheme of the sets in the SST technique. a) Faced tubes; b) Separated tubes.

Two mixtures with concentration around the studied concentration are prepared ( $\pm 3\%$ ). The bottom tube is filled with the denser mixture, whereas the upper tube is filled with the less dense one. Once the tubes are at the working temperature, controlled by a thermostatic bath, all the sets are changed to the faced tubes position. At prescribed time intervals, each set is changed to the separated tubes position. Thereby, the variation of concentration with time is obtained.

For determining the concentration, the density and the refractive index of the mixture are measured. These properties have been simultaneously measured by an *Anton Paar DMA 5000* vibrating quartz U-tube densimeter with an accuracy of  $5 \times 10^{-6}$  g/cm<sup>3</sup> and by an *Anton Paar RXA 156* refractometer with an accuracy of  $2 \times 10^{-5}$  nD

### b) Analytical solution

The analytical solution to obtain the working equations for determining the molecular diffusion coefficients in ternary mixtures is described and verified in [13]. The equations for the mean concentration of the components 1 and 2, in the upper and the bottom tubes ( $\phi_j^{UP/SEP} |_{m,t}$ ,  $j=1,2$ ) are the following:

$$\phi_j^{SEP} |_{m,t} = \frac{\phi_{j1}^{SEP} + \phi_{j2}^{UP}}{2} = \frac{4}{\pi^2} \cdot (\phi_{j1}^{UP} - \phi_{j1}^{SEP}) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{L^2} \lambda_j t}}{(2n+1)^2} \quad (4)$$

$$\phi_j^{UP} |_{m,t} = \frac{\phi_{j1}^{SEP} + \phi_{j2}^{UP}}{2} = \frac{4}{\pi^2} \cdot (\phi_{j1}^{UP} - \phi_{j1}^{SEP}) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\pi^2}{L^2} \lambda_j t}}{(2n+1)^2} \quad (5)$$

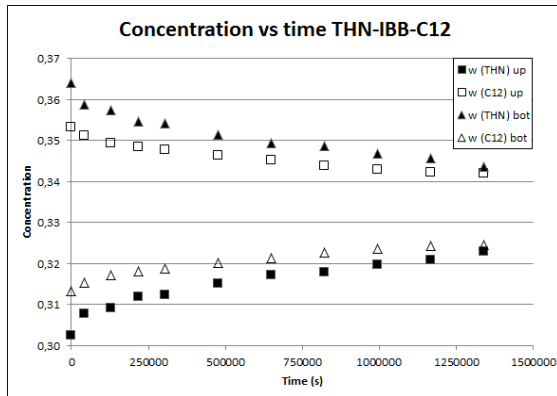
Where  $\phi_{j1}^{UP}$  y  $\phi_{j1}^{SEP}$  are the initial concentrations in the upper and the bottom tubes respectively, and  $\lambda_j$  is the eigenvalue of the diffusion matrix.

**Results**

**a) Experimental results**

The ternary mixture analyzed in this study is formed by 1,2,3,4-tetrahydronaphthalene (THN), dodecane (nC12) and isobutylbenzene (IBB) at 1/3 mass fraction of each component and at a temperature of 25°C. In this work, THN has been taken as component 1, nC12 as component 2 and IBB as component 3.

The concentration of each component ( $w_j$ ) can be determined from the density and the refractive index, by the equations (6-8). A previous calibration is needed, where the parameters  $a$ ,  $a'$ ,  $b$ ,  $b'$ ,  $c$  and  $c'$  have been determined. The variation of the concentration of components 1 and 2 during the experiment is showed in Figure 2.



**Figure 15:** Variation of the concentration of components 1 and 2 in the upper and in the bottom tubes of the mixture THN-nC12-IBB with (1:1:1) mass fraction and 25°C.

$$w_1 = \frac{c'(c-a) - c'(a_D - a^f)}{b c^f - b' c} \quad (6)$$

$$w_2 = \frac{b(a_D - a^f) - b'(c-a)}{b c^f - b' c} \quad (7)$$

$$w_3 = 1 - w_1 - w_2 \quad (8)$$

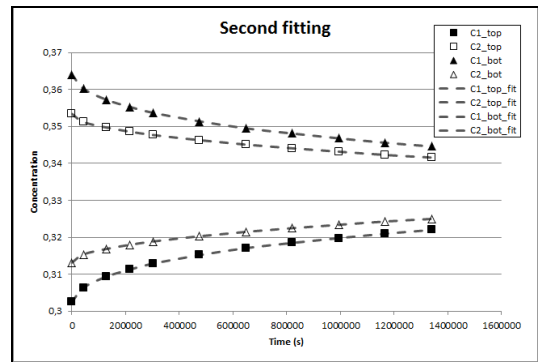
**b) Fitting**

The direct determination of the molecular diffusion coefficients is not possible because it is a system of two equations with four unknowns. That is why different fitting methods have been analyzed. The fitting of the four coefficients takes into account the restrictions for the molecular diffusion coefficients.

On the one hand, four variations of concentration (component 1 and 2 in the upper and the bottom tube) have been simultaneously fitted, by the *fminsearch* function.

First, the fitting was applied and the results converged to a unique solution despite the variation of the initial guesses. In order to check the fitting, the molecular diffusion coefficients were calculated again from the results of the first fitting (Figure 3). It was expected to obtain the same solution; however, although the fitting curve coincides with the one of the first fitting (Figure 3), the solution for the coefficients change considerably (first two rows of Table

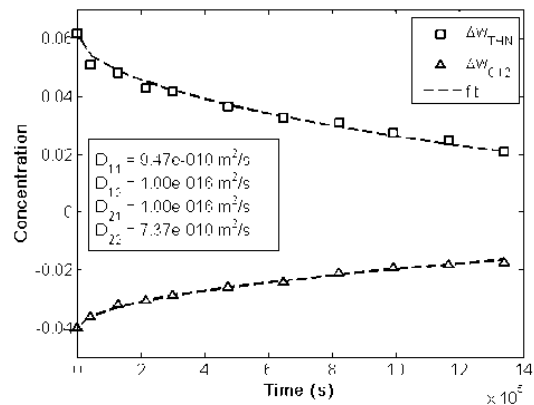
1). Moreover, the order of magnitude of  $D_{11}$  and  $D_{12}$  is too large compared to the diffusion coefficients in the corresponding binary mixtures [11].



**Figure 16:** Second fitting on the calculated points

On the other hand, *simplex* and *trust region* method have been applied to the differences of concentration between the upper and the bottom tubes, for component 1 and 2.

First, *simplex* was applied.  $D_{12}$  and  $D_{21}$  were fixed to be equal  $10^{-16} \text{ m}^2/\text{s}$ , and only  $D_{11}$  and  $D_{22}$  were varying (Figure 4). The results are shown in the third row of Table 1.



**Figure 17:** Fitting by simplex method

Then, the obtained results were used as initial guesses in the fitting by *Trust region method*. The values taken as provisional result are shown in the fourth row of Table 1. Strictly speaking, these values cannot be considered as final true values, because this fitting method depends strongly on the initial guesses provided.

**Discussion and conclusions**

The obtained values by the different fitting methods have been compared to the results obtained by the Optical Beam Deflection Technique shown in the literature [14]. However, the diagonal and cross-diagonal molecular diffusion coefficients cannot be compared because the order of the components taken in that work is different from the order taken in this case. That is why the eigenvalues of the diffusion matrix,  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$ , have been compared. As it is explained in [14] the eigenvalues do not depend on the order of the components taken.

Fitting procedure	Cases	$D_{11} 10^{-9}$ (m <sup>2</sup> /s)	$D_{12} 10^{-9}$ (m <sup>2</sup> /s)	$D_{21} 10^{-9}$ (m <sup>2</sup> /s)	$D_{22} 10^{-9}$ (m <sup>2</sup> /s)	$\lambda_1 10^{-10}$ (m <sup>2</sup> /s)	$\lambda_2 10^{-10}$ (m <sup>2</sup> /s)
"fminsearch"	fit 1	6.69	8.13	-0.34	0.25		
	fit 2	6.63	8.05	-0.21	0.44		
simplex	2 param fit	0.94	10 <sup>-16</sup>	10 <sup>-16</sup>	0.73	7.3	9.4
trust region method	4 param fit	0.98	0.04	~0	0.74	7.4	9.8
OBD, [13]						6.8	10.9

**Table 1: Comparison between the obtained results and the literature**

The comparison of eigenvalues shows a reasonable agreement, especially with the results obtained with the *Trust region method*. However, the accuracy of current results is not good enough to identify all the molecular diffusion coefficients in a ternary mixture. Larger number of experiments would improve the fitting.

Finally, researchers should agree on the order of components in a ternary mixture, in order to make easier the comparison between the results obtained in the different laboratories. In a recent paper [15] was suggested to choose them in decreasing order of density.

#### Acknowledgements:

This work was supported by the project GOVSORET3 (PI2011-22), the Research Groups (IT557-10) and the

Research Fellowship (BFI-2011-295) of the Basque Government; and the project DCMIX of the European Space Agency. MRC, ULB researchers are supported by the PRODEX program of the Belgian Federal Agency.

#### References:

- [1] A. Fick, Über diffusion, *Poggendorff's Ann. Phys.*, **94** (1855) 59-86.
- [2] M. Eslamian, *Frontiers in Heat and Mass Transfer*, **2**, (2011), 1-20.
- [3] A. A. Alizadeh and W. A. Wakeham, *Int. J. Thermophys.*, **3**, (1982) 307.
- [4] J. Dutrieux, J.K. Platten, G. Chavepeyer and M.M. Bou-Ali, *J. Phys. Chem. B*, **106** (2002) 6104-6114.
- [5] W. Köhler and B. Muller, *J. Chem. Phys.*, **103**, (1995), 4367-4370.
- [6] R. Taylor and R. Krishna, *Multicomponent mass transfer*, John Wiley & Sons Inc, New York (1993).
- [7] E. L. Cussler, *Multicomponent Diffusion*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam (1976).
- [8] P.W. Ruten, *Diffusion in liquids*, Delf University Press, Delf (1992).
- [9] J. V. Tyrrell and K. R. Harris, *Diffusion in liquids*, Butterworth & Co, London (1984).
- [10] P. Blanco, M.M. Bou-Ali and P. Urteaga, , Patente ES 2351822 (A1), 2011.
- [11] D. Alonso de Mezquia, M.M. Bou-Ali, M. Larrañaga, J. A. Madariaga, C. Santamaria, *J. Phys. Chem. B*, **116** (2012) 2814-2819.
- [12] A. Leahy-Dios, M. M. Bou-Ali, J.K. Platten, A. Firoozabadi, *J. Chem. Phys.* **122** (2005).
- [13] M. Larrañaga, M.M. Bou-Ali, D. Soler, M. Martinez-Agirre, A. Mialdun and V. Shevtsova, *Compte Rendus Mécanique*, accepted.
- [14] A. Königer, H. Wunderlich, and W. Köhler, *J. Chem. Phys.* **132** (2010) 174506.
- [15] A. Mialdun, V. Yasnou, V. Shevtsova, A. Koeniger, W. Koehler, D. Alonso de Mezquia, M.M. Bou-Ali, *J. Chem. Phys.*, **136** (2012), 244512.

# METHODE INVERSE BIDIMENSIONNELLE APPLIQUEE AUX TRAITEMENTS THERMIQUES PAR ENERGIE SOLAIRE CONCENTREE

A. AZIM, M. MANIANA, H. RHANIM

Laboratoire de Mécanique et Energétique, Université Chouaib Doukkali, Faculté des Sciences, El Jadida.

## Résumé

Dans ce travail, nous présentons une méthode de résolution du problème inverse bidimensionnel de transfert thermique, dans le cas du traitement thermique par énergie solaire concentrée appliqué à des matériaux à transformation de phases. Cette méthode basée sur l'algorithme du gradient conjugué utilise un schéma de discrétisation par la méthode des éléments finis.

*Mots-clés* : Problème inverse ; Transfert thermique ; énergie solaire concentrée ; Éléments finis ; Algorithme du gradient conjugué

## Introduction

Le travail présenté ici concerne l'utilisation de fours solaires pour appliquer des flashes d'énergie solaire concentrée à la surface de matériaux métalliques afin de modifier la dureté en surface (trempe superficielle) ou d'étudier l'endommagement d'un revêtement protecteur. L'objectif est la définition et la mise en œuvre d'outils logiciels nécessaires à l'estimation de la densité de flux de chaleur solaire en transitoire rapide à la surface irradiée. Il s'agit d'un problème métrologique dont la solution fait appel à la résolution des problèmes mathématiques connus sous le nom des problèmes inverses de la conduction de la chaleur.

Une telle résolution implique l'utilisation de techniques de régularisation lors de la résolution numérique inverse de l'équation de la chaleur couplée avec le changement de la structure métallurgique du matériau. L'originalité du problème original réside sur la prise en compte du terme source, dans l'équation de la chaleur, calculé à partir de la température et des bilans de phases solides qui apparaissent lors du changement de structure pendant le cycle thermique.

## Position du problème

Ce problème consiste à déterminer la densité de flux de chaleur appliqué sur la face supérieure d'un échantillon métallique de forme cylindrique au cours de son traitement à partir de la mesure de température en quelques points de la face inférieure

Le domaine d'étude se réduit à un rectangle de longueur  $h$  et de largeur  $R$ . Ce domaine représente la moitié de la section longitudinale de l'échantillon traité Fig. 1.

Nous avons modélisé mathématiquement ce problème par un «problème inverse» qui consiste à estimer la densité du flux de chaleur à la surface traitée à partir de la mesure de température en quelques points pris sur la face inférieure de l'échantillon (Fig. 1).

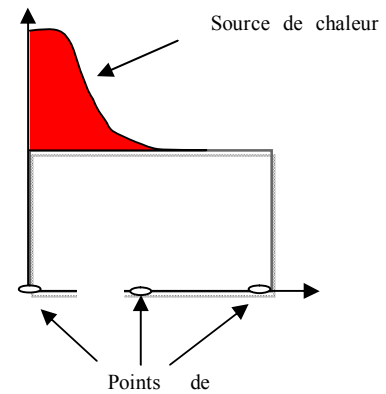


Fig.1 Géométrie du problème inverse.

## Problème direct :

Ce problème consiste à calculer l'évolution de la température au sein de l'échantillon à chaque instant du traitement thermique connaissant le flux de chaleur appliqué à la surface de cet échantillon.

Les équations du problème direct en deux dimensions sont obtenues en écrivant l'équation de la chaleur en tenant compte de la source thermique liée aux transformations de phases, à l'état solide.

$$\rho C_p \frac{\partial T(r,z,t)}{\partial t} + \text{div}(-\lambda \nabla T) = \dot{q}(T, y_k) \text{ dans } \Omega$$

Conditions aux limites :

$$-\lambda(T) \frac{\partial T(r=0,z,t)}{\partial r} = 0 \text{ sur } \Gamma_1$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T(r,z=0,t)}{\partial r} = h_c(T - T_e) \text{ sur } \Gamma_2$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T(r=R,z=h,t)}{\partial r} = h_c(T - T_e) \text{ sur } \Gamma_3$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T(r,z=h,t)}{\partial r} = \phi(R, z, t) \text{ sur } \Gamma_4$$

$$T(r_m, z_m, t) = Y_m(t) \text{ connue « température mesurée »}$$

Condition initiale :

$$T(r, z, t) = T_0(r, z) \quad \text{à } t = 0$$

Le second membre de l'équation représente la source thermique liée aux transformations de phases générées par le changement de la structure du matériau provoquée par l'évolution de la température [1]:

$$\dot{q} = \sum_k \Delta H \frac{\partial y_k}{\partial t}; \Delta H : \text{enthalpie volumique de transformation (J/m}^3\text{)}, y_k : \% \text{ envolume du constituant } k \text{ formé lors de cette transformation.}$$

La résolution de ce problème direct est faite par un code de calcul basée sur la méthode des éléments finis.

## Résolution du problème inverse

Le principe de résolution de ce problème inverse consiste à estimer le flux de chaleur  $Z(r, t)$  appliquée à la surface traitée de l'échantillon, qui fait confondre les températures  $T(t)$ , calculées par une méthode directe, avec les températures  $Y_m(t)$  mesurées « expérimentalement ».

Pour remédier à des problèmes de stabilité et d'unicité de la solution nous avons formulé ce problème sous forme

d'optimisation d'une fonctionnelle  $J(Z)$  définie par l'équation suivante :

$$J(Z) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} [T(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t)]^2 dt$$

Où  $N_c$  est le nombre de thermocouples,  $m$  l'indice du point de mesure et  $Y_m$  la température mesurée en ce point.

Au cours de la résolution de ce problème inverse, nous avons utilisé la méthode du gradient conjugué dont le principe consiste à calculer le nouvel itéré  $Z^{n+1}$  par l'application de la relation suivante :

$Z^{n+1} = Z^n - \gamma^n d^n$ , où  $\gamma^n$  est la profondeur de descente et  $d^n$  est la direction de descente.

Ceci nous a conduit à résoudre trois problèmes successifs : (1) problème direct, (2) problème adjoint, (3) problème de sensibilité.

**(1) problème direct**

Il est défini mathématiquement au paragraphe précédent. Ce problème est résolu en utilisant le flux estimé par le problème inverse et nous permet de calculer l'erreur de température définie par l'écart entre la température calculée et celle mesurée à chaque instant et en chaque point.

$$E(r, z, t, Z) = \sum_{m=1}^{N_c} (T(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t))$$

**(2) problème adjoint**

Dans ce problème on cherche une fonction adjoint  $\Psi(r, z, t)$  qui conduit à la détermination de l'expression du gradient de la fonctionnelle à minimiser  $J(Z)$ . Les équations du problème adjoint sont les suivantes :

$$\rho C_p \frac{\partial \Psi(r, z, t)}{\partial t} + \lambda(T) \Delta \Psi(r, z, t) = E(r_m, z_m, t, Z) - \frac{\partial q}{\partial T} \Psi(r, z, t) \quad \text{dans } \Omega$$

Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} -\lambda(T) \frac{\partial \Psi(r=0, z, t)}{\partial r} &= 0 \text{ sur } \Gamma_1 \\ -\lambda(T) \frac{\partial \Psi(r, z=0, t)}{\partial r} &= h_c \Psi \text{ sur } \Gamma_2 \\ -\lambda(T) \frac{\partial \Psi(r=R, z=h, t)}{\partial r} &= h_c \Psi \text{ sur } \Gamma_3 \\ -\lambda(T) \frac{\partial \Psi(r, z=h, t)}{\partial r} &= 0 \text{ sur } \Gamma_4 \end{aligned}$$

Condition initiale

$$\Psi(r, z, t_f) = 0 \quad \text{à } t = t_f$$

**Expression du gradient :**

Lorsque  $\Psi$  est solution du problème adjoint et  $T$  solution du problème direct, on peut démontrer facilement que :

$$J'(Z) = \Psi(r, z, t)$$

**(3) problème de sensibilité**

Ce problème permet d'évaluer la sensibilité du champ de température  $\delta T$  à la variation  $\delta Z$  de la densité du flux de chaleur.

Les équations de sensibilité sont définies comme suit :

$$\frac{\partial(\rho C_p(T) \theta(r, z, t))}{\partial r} - \Delta(\lambda(T) \theta(r, z, t)) = \frac{\partial q}{\partial T} \theta(r, z, t) \text{ dans } \Omega$$

Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \lambda \theta(r=0, z, t)}{\partial r} &= 0 \text{ sur } \Gamma_1 \\ -\frac{\partial \lambda \theta(r, z=0, t)}{\partial r} &= h_c \theta \text{ sur } \Gamma_2 \\ -\frac{\partial \lambda \theta(r=R, z=h, t)}{\partial r} &= h_c \theta \text{ sur } \Gamma_3 \\ -\frac{\partial \lambda \theta(r, z=h, t)}{\partial r} &= \delta Z \text{ sur } \Gamma_4 \end{aligned}$$

Condition initiale  
 $\Psi(r, z, 0) = 0 \quad \text{à } t = 0$

**Expression de la profondeur de descente :**

Il est nécessaire de déterminer  $\gamma$  qui minimise la fonction  $g(\gamma) = J(Z - \gamma d)$  pour la mise en œuvre de l'algorithme du gradient conjugué.

D'après l'équation, on a

$$J(Z - \gamma d) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} [T(r_m, z_m, t, Z - \gamma d) - Y_m(t)]^2 dt$$

En choisissant  $d = \delta Z$ , la minimisation monodimensionnelle de  $J(Z - \gamma d)$  entraîne

$$\frac{dJ(Z - \gamma d)}{d\gamma} = 0$$

L'expression analytique de la profondeur de descente est

$$\gamma = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (T(r_m, z_m, t, Z) - Y_m(t)) \delta T(r_m, z_m, t, Z) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (\delta T(r_m, z_m, t, Z))^2 dt}$$

**Algorithme de résolution**

L'optimisation de la fonctionnelle  $J(Z)$  par la méthode du gradient conjugué est faite suivant cet algorithme :

(1) Choisir une valeur initiale  $Z^0(r, t)$  par exemple  $Z^0(r, t) = Z_{\text{estimée}}(r, t)$

(2) Résoudre le problème direct en imposant à la surface le flux de chaleur  $Z^0(r, t)$

Déduire  $T(r_m, z_m, t, Z^n(r, t))$

Calculer le critère

$$J(Z^n(r, t)), J(Z^n) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} [T(r_m, z_m, t, Z^n) - Y_m(t)]^2 dt$$

Calculer la fonction Erreur

$$E(r, z, t, Z^n),$$

$$E(r_m, z_m, t, Z^n) = \sum_{m=1}^{N_c} (T(r_m, z_m, t, Z^n) - Y_m(t))$$

(3) Résoudre le problème adjoint.

Déduire le gradient  $J'(Z^n)$

Définir  $\beta$  : Si  $n = 0, \beta^n = 0$

$$\text{Sinon } \beta^n = \frac{\|J'(Z^n)\|^2}{\|J'(Z^{n-1})\|^2}$$

Calculer la direction de descente

$$d^n = J'(Z^n) + \beta^n d^{n-1}$$

Mettre  $\delta Z^n = d^n$

(4) Résoudre le problème de sensibilité.

Déterminer la fonction de

sensibilité  $\delta T(r_m, z_m, t, Z^n), m = 1, \dots, N_c$



Calculer la profondeur de descente  $\gamma^n$ ,

$$\gamma^n = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (T(r_m, z_m, t, Z^n) - Y_m(t)) \delta T(r_m, z_m, t, Z^n) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{m=1}^{N_c} (\delta T(r_m, z_m, t, Z^n))^2 dt} \quad (5)$$

Si  $J(Z^n) < J_s$  fin

Sinon  $Z^{n+1}(r, t) = Z^n(r, t) - \gamma^n d^n$

$Z^n(r, t) \leftarrow Z^{n+1}(r, t)$  Aller a (2).

### Validation numérique

#### Densité du flux imposée à la surface

L'évolution de la densité du flux de chaleur imposée à la surface de l'échantillon traité, pour ce cas test numérique, est représentée sur la figure 2 :

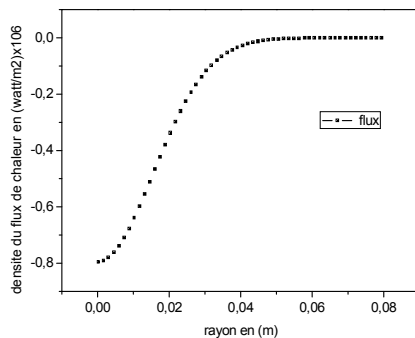


Figure 2 : Densité de flux chaleur « exacte » Avec  $R=80mm$ ,

$$h=5mm \quad h_c = 5 \text{ Wm}^{-2} \text{ et } T_g = 20^\circ\text{C}$$

Pour un maillage optimisé et un pas de temps de 0.01s, nous avons effectué le calcul direct pour simuler les évolutions de température (figures 3) des quatre points choisis la face inférieure du cylindre [2],[3]. Ces évolutions de température seront utilisées comme données d'entrée dans l'algorithme inverse pour estimer la densité de flux de chaleur de départ.

Sur la figure 4, nous avons reporté la densité du flux de chaleur exacte et celle estimée par la méthode inverse. La comparaison entre ces deux courbes montre le très bon accord du calcul inverse avec celui du modèle direct (exacte) figure.2.

Dans un deuxième temps nous avons testé la sensibilité de cette méthode inverse vis-à-vis du bruit « de mesure » éventuel pouvant exister dans l'évolution de température dans les capteurs de la face inférieure. Pour cela nous avons introduit volontairement un bruit aléatoire de  $\pm 10^\circ\text{C}$  dans les évolutions de température des quatre points de cette face.

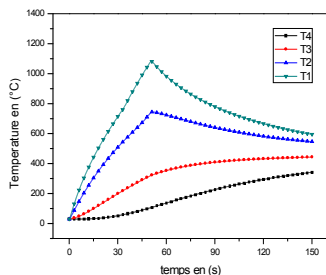


Fig.3 Températures calculées aux points de mesure

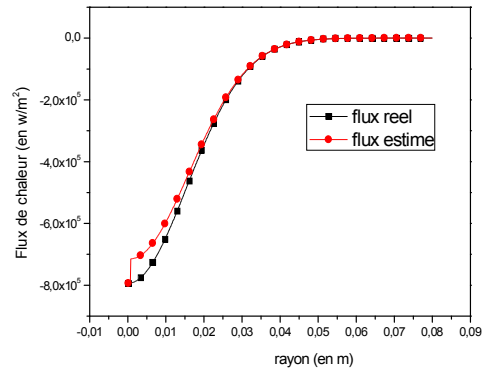


Figure 4 : densité de flux estimée et exacte

Le résultat du calcul inverse dans cette configuration a donné une densité de flux de chaleur représentée dans la figure 5.

Le résultat obtenu montre que le bruit n'a pas d'effet sur la stabilité de la solution mais a une très légère répercussion sur la précision notamment dans la zone où la cinétique thermique (gradients thermique élevé) est la plus rapide.

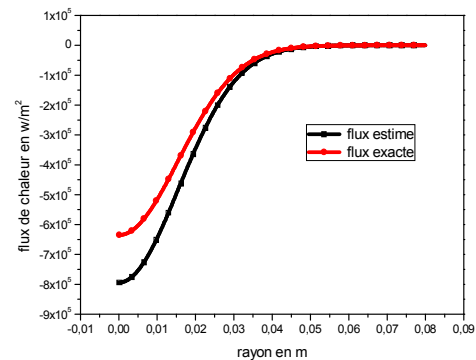


Figure 5 : Densité de flux estimée et exacte (avec bruit  $\pm 10^\circ\text{C}$ )

### Conclusions

L'estimation de la densité de flux de chaleur solaire comme une fonction de la température de surface a été effectuée sur la base de thermogrammes relevés en face arrière d'un échantillon métallique lors de traitements thermiques superficiels par flashes d'énergie solaire. Les résultats numériques obtenus confirment la bonne précision de la méthode inverse employée ainsi que son insensibilité aux bruits de mesure de température des capteurs. Enfin la loi de variation de la densité de flux solaire estimée complète alors le modèle qui permet de simuler numériquement l'évolution thermique en transitoire d'un échantillon soumis à flux solaire concentré.

### Bibliographie

- [1] A. Azim, P. Archambault, S. Denis, H. Rhanim  
Experimental validation of inverse heat conduction method: quenching of steels XC42 and XC80. Eur. Phys. J. Appl. Phys. 34, 243-251 (2006).
- [2] M. Maniana, A. Azim, P. Archambault, H. Rhanim.  
Problème inverse pour le traitement laser des métaux à transformations de phases. International Journal of Thermal Sciences, Volume 48, Issue 4, April 2009, Pages 795-8043
- [3] M. Maniana, Thèse de Doctorat, Septembre 2006

# EFFET DES PARAMETRES GEOMETRIQUES SUR UNE MACHINE THERMOACOUSTIQUE : REFRIGERATEUR DE HOFLER

M. A., BERCHICHE, B. BELADRAA, Z. HIRECHE, A. SEGHIRI ET A. AZZI

USTHB / Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés, Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux, BP 32 El Alia, Bab Ezzouar, Alger-Algérie.

[azzi.1963@yahoo.fr](mailto:azzi.1963@yahoo.fr)

## Introduction

En 1987, afin de contrevenir à l'accroissement du trou d'ozone créé par le rejet des composés chlorés dans l'atmosphère par l'activité humaine, le protocole de Montréal a été signé par la communauté internationale interdisant progressivement l'utilisation des CFC, HCFC, les composés les plus utilisés dans les systèmes de refroidissement traditionnel, en parallèle, les besoins en solution de refroidissement ont considérablement augmenté dans les dernières décennies : Systèmes de climatisation, circuit de réfrigération, refroidissement des appareils électroniques conditionnés de plus en plus petits.

Dans ce contexte, d'un besoin croissant en terme de sources d'évacuation de chaleur avec un impact environnemental nul, les machines thermoacoustiques, utilisant des gaz inertes comme fluide de travail, et ne possédant qu'une seule pièce mobile au maximum, présentent un grand avantage.

La thermoacoustique concerne l'étude de l'interaction entre les champs acoustiques et les champs thermiques au voisinage d'une paroi. Cette dernière provoque, en particulier, la génération d'un flux hydrodynamique de chaleur dans la couche limite parallèle à la surface de la paroi. Ces phénomènes offrent la possibilité de convertir l'énergie thermique en énergie acoustique, ou de générer des transferts thermiques à partir de l'énergie acoustique. La thermoacoustique est donc basée sur deux manifestations primordiales qui sont l'une l'inverse de l'autre [2].

- L'existence d'un fort gradient thermique peut conduire à l'établissement d'une onde acoustique (cycle moteur).
- L'existence d'une onde acoustique peut conduire à l'établissement d'un gradient de température (cycle réfrigérateur).

L'apparition de la première manifestation, c'est-à-dire l'utilisation d'une onde acoustique pour créer le froid est très récente, elle n'a été mise en évidence que récemment par Merkli et Thomann en 1975 [5]. Cependant, la manifestation inverse est plus ancienne, la génération d'un son par le maintien d'un gradient de température le long d'un tube a été observée par les souffleurs de verre depuis des siècles, ce phénomène connu par le tube de Sondhauss a fait l'objet d'une première explication qualitative par l'lord Rayleigh en 1884 [2]. Une deuxième manifestation de ce phénomène est apparue en 1947, connue dans le monde de la cryogénie sous le nom d'oscillations de Taconis [2], il s'agit des oscillations spontanées de l'hélium contenu dans

un tube dont l'une de ces extrémités est plongée dans l'hélium liquide à 4 K et l'autre extrémité se trouve à température ambiante, Karmer a montré que ces oscillations ne sont qu'une extension du tube de Sondhauss et a utilisé l'approche de Rayleigh pour les expliquer qualitativement [4].

## Machines thermoacoustiques

Les machines thermoacoustiques sont des systèmes simples qui convertissent l'énergie acoustique en énergie thermique ou l'inverse sans pièces mobiles, elles peuvent être classées selon plusieurs axes : selon leur fonctionnement, elles sont soit des moteurs, soit des réfrigérateurs, selon l'onde qu'elles utilisent : elles sont soit des machines à ondes stationnaires, soit des machines à ondes progressives, soit des machines hybrides ... etc.[2]. Les moteurs thermoacoustiques (figure 1), utilisent la différence de température entre les deux cotés d'un empilement de plaques parallèles pour créer une onde acoustique dans le tube (résonateur). Généralement, ces engins sont équipés d'un appareil qui convertit l'énergie acoustique en énergie domestique, soit mécanique soit électrique.

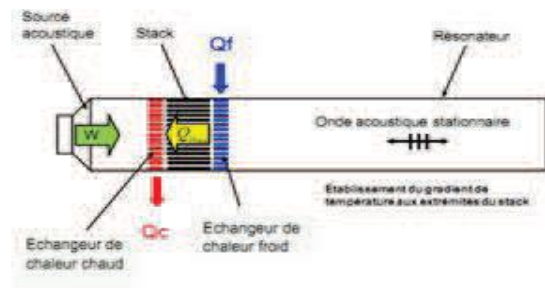


Figure 1 : Schéma expliquant le fonctionnement d'un simple moteur thermoacoustique.

En revanche, les réfrigérateurs thermoacoustiques utilisent une onde acoustique fournie par un générateur d'onde pour pomper la chaleur du côté froid vers le côté chaud de l'empilement (figure.4).

La particularité de ces réfrigérateurs thermoacoustiques réside au fait qu'au lieu d'utiliser un générateur d'onde électrique ou mécanique, nous pouvons combiner les deux types de fonctionnement en utilisant un générateur d'onde thermo acoustique (figure.2) .

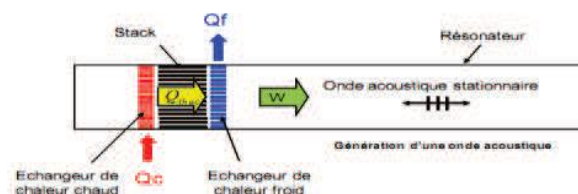


Figure 2 : Schéma expliquant le fonctionnement d'un réfrigérateur thermoacoustique.

## Modélisation et étude du réfrigérateur de HOFLER

La machine optimisée puis construite par Hofler dans sa thèse de doctorat est l'une des machines les plus célèbres dans la littérature. Malgré qu'elle reste avant tout un prototype de laboratoire, la machine de Hofler est une étape nécessaire pour débiter dans ce domaine, (figure.3).

Cette machine peut être décomposée en huit éléments : un générateur d'ondes électromagnétique, un premier tube cylindrique, un empilement de plaque, appelé stack, deux échangeurs de chaleur, un deuxième tube cylindrique, un tube conique et, enfin, une sphère creuse (compliance).

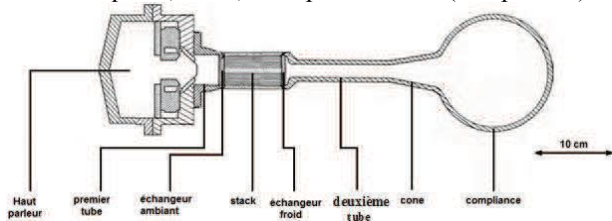


Figure 3 : Machine de Hofler

La figure.5 montre l'évolution du COP/COP<sub>c</sub> en fonction de la qualité de la chaleur extraite de la source froide pour deux *drive ratio* différents P1/P0 avec : COP et COP<sub>c</sub> le rendement du réfrigérateur et le rendement théorique maximal de Carnot.

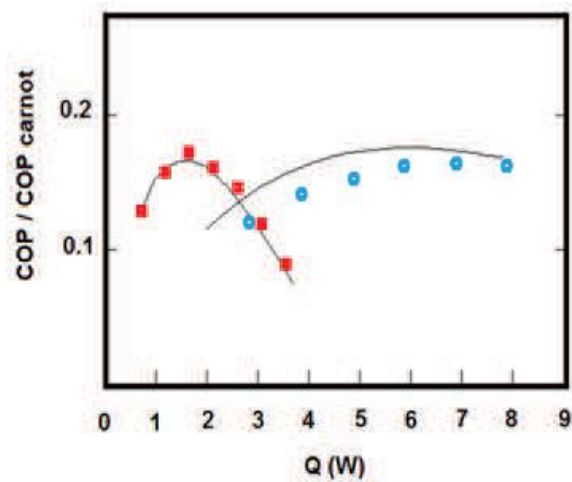


Figure 4 : COP/COP Carnot en fonction de la chaleur extraite pour deux séries d'expériences.

Nous constatons que pour un *drive ratio* de 1.5%, les prédictions du DeltaEC se confondent exactement avec les résultats expérimentaux de Hofler, par contre, pour un *drive ratio* de 3%, on remarque un faible écart. En effet, Poes et Gardner ont étudié l'exactitude des résultats du DeltaEC et ont montré que le *drive ratio* à partir duquel l'erreur est conséquente est de 3% [4]. Ceci est dû au fait que si le *drive ratio* est important, les termes du deuxième ordre ne sont plus négligeables contrairement à ce qui a été supposé par Rott, Ce qui conduit à la manifestation des effets non linéaires non expliqués par la théorie sur laquelle est basé le logiciel [3].

Les paramètres géométriques les plus importants sont la forme du résonateur et l'espacement entre les plaques du stack. Dans cette partie, nous avons étudié l'influence de la distance entre les plaques (stack) et de la géométrie du réfrigérateur.

Le stack est la pièce cruciale et la plus sensible. Nous avons calculé avec le DeltaEC le coefficient de performance, figure 5 et la différence de température, figure 6, pour plusieurs espacements entre les plaques du stack  $Y_0$ . Nous

avons constaté d'abord que les dimensions du stack sont très sensibles, un changement de 0.1mm dans la distance de ses plaques provoque un changement énorme dans les performances.

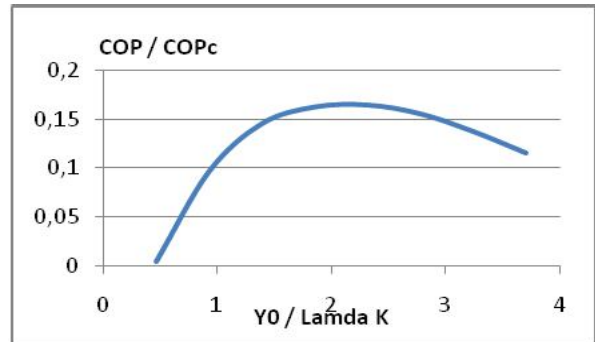


Figure 5 : Evolution du COP / COP<sub>Carnot</sub> en fonction de  $Y_0 / \delta_k$

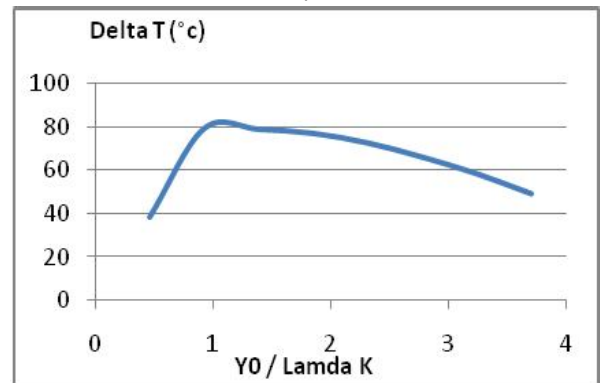


Figure 6 : Evolution de la descente en température en fonction de  $Y_0 / \delta_k$

Les variations du rendement et de l'abaissement de température en fonction de l'espacement entre plaques ne sont pas monotones, cela est interprété physiquement par le fait que si l'espacement entre les plaques est trop court, les performances de la machine seront pénalisées par les effets visqueux qui seront considérables. Par contre, si l'espacement est grand, le taux de particules participants au transfert d'énergie sera faible ainsi que le rendement de la machine. Pour cette raison, l'espacement entre les plaques doit être judicieusement choisi, figure 7.

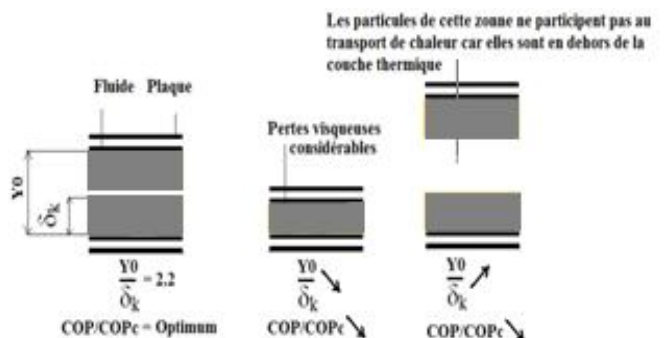


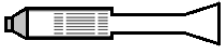
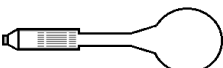
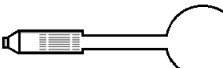
Figure 7 : Influence de l'espacement entre les plaques sur le COP/COP<sub>Carnot</sub>

Les études expérimentales de Swift [5] ont montré que l'espacement optimal pour obtenir un meilleur coefficient de performance est de  $2.2 \delta_k$ . Aussi, notre étude théorique

confirme ce résultat  $\gamma_0 / \delta_k \text{ optimal} \approx 2,18$ . Par contre, pour une différence de température maximale, le calcul théorique indique un espacement optimal de  $1.1 \delta_k$ , contrairement à l'étude expérimentale de Tijani [5], qui a indiqué que pour un meilleur abaissement de température, l'espacement optimal est de  $4 \delta_k$ .

Dans une seconde partie, nous avons étudié l'influence de la géométrie du résonateur sur le coefficient de performance en comparant trois résonateurs différents : le résonateur de Hofler, le résonateur de Hofler sans compliance et le résonateur de Hofler mais en remplaçant le cône par un simple tube cylindrique (tableau.1).

Tableau :1 COP/COP Carnot pour différentes géométries

Résonateur	Forme du Résonateur	COP/COPc théorique
Sans compliance		0.0315
Hofle		0.1579
Sans cône		0.17025

### Conclusion

Cette étude nous a permis d'illustrer le domaine de la thermoacoustique, son principes, ses applications, ses avantages ainsi que ses limites. La modélisation mathématique des phénomènes physiques est un outil très important. Le modèle fondé sur la théorie linéaire nous a facilité l'étude de l'influence de divers paramètres sur les performances du réfrigérateur.

Notamment, l'étude de l'influence de la géométrie nous a permis de voir clairement les limites de la théorie linéaire de la thermoacoustique. Le développement d'une théorie plus puissante que la théorie linéaire de Rott qui tient compte des effets non-linéaires est indispensable pour résoudre le problème du rendement des machines thermoacoustiques.

### Références

- [1] G. Swift, Thermoacoustique engines: A unifying perspective for some engines and refrigerators, Los Alamos National Laboratory-2001.
- [2] T.Rossing, The Springer handbook of acoustics, Springer Science + Business media LLC, New York, 2007.
- [3] DeltaEC user's guide disponible sur le site officiel du LANL, Los Alamos National Laboratories.

[4] D.Marx, simulation numérique d'un réfrigérateur thermo acoustique, thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 2003.

[5] B. Lihoreau, "Réfrigérateur thermoacoustique compact ; modelisation, conception et évaluation, thèse de doctorat, Ecole doctorale de l'université du Maine, 2002.

# LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE REMPLIE DES NANOFLUIDES RESOLU PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS

N. YADIL, A. BADREZZAMAN & Pr. R. SEHAQUI

Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock,  
Laboratoire de mécanique, Km 8 route d'El Jadida BP 5366  
Maarif, Casablanca, Maroc.

[naoufal.yadil@gmail.com](mailto:naoufal.yadil@gmail.com)

[badrezzaman.ahmed@gmail.com](mailto:badrezzaman.ahmed@gmail.com)

[sehaqui@hotmail.com](mailto:sehaqui@hotmail.com)

## INTRODUCTION :

La miniaturisation de nombreuses applications est tributaire de la possibilité d'évacuer de façon efficace les puissances thermiques dissipées au sein de ces appareillages. Les fluides tels que l'eau, l'huile ou l'éthylène-glycol sont fréquemment rencontrés dans les applications industrielles (système de refroidissement, micro-électronique, etc.). L'idée est alors d'insérer, au sein du fluide, des particules de taille nanométrique pour espérer augmenter la conductivité thermique effective du mélange.

Dans le présent travail on étudie l'instabilité thermique dans nanofluides, le nombre de Rayleigh critique s'avère inférieure d'un à deux ordres de grandeur à celle des fluides réguliers. La turbulence fortement encouragée augmente la portance de l'énergie de nanofluides, ce qui pourrait entraîner une hausse coefficient de transfert thermique global de l'augmentation de la conductivité thermique effective seul. Les groupes dominants sont extraites de l'analyse adimensionnelle. enfin des solutions de formulaires pour le nombre de Rayleigh sont obtenues par la méthode des volumes

## FORMULATION DU PROBLEME :

Nous examinons une cavité carrée et rectangulaire remplie avec un nanofluide chauffé par le bas. les limites horizontaux inférieure et supérieure sont maintenues à des températures uniformes et constante, respectivement notées  $T_2$  et  $T_1$  ( $T_2 > T_1$ ). Les parois verticales sont imperméables et isolées.

Les équations mathématiques décrivant le modèle physique sont fondées sur les hypothèses suivantes :

Les propriétés thermo-physiques sont constantes à l'exception de la densité dans la force de flottabilité (hypothèse de Boussinesq).

la phase fluide et les nanoparticules sont dans un état d'équilibre thermique.

le nanofluide dans la cavité est considéré newtonien, incompressible et le régime est supposé être laminaire.

le transfert de chaleur par rayonnement entre les parois de la cavité est négligeable par rapport aux autres modes de transfert de chaleur.

la gravité, supposée uniforme à l'échelle de l'expérience, est la seule force agissant à l'intérieur de la couche de fluide.

Les équations classiques de conservation en 2D. Equations de continuité, équation de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{nf,0} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu_{nf} \Delta_2 \quad (2)$$

$$\rho_{nf,0} \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + [\chi \beta_s \rho_s + (1 - \chi) \rho_f]$$

L'équation de Poisson :

$$\omega = - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)$$

Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \rho c_p \left( T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha_f \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations permet une meilleure approche de la réalité des phénomènes physiques, car elles sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. Dans un système des coordonnées cartésiennes,

$$X = \frac{x}{H};$$

$$Y = \frac{y}{H}; \Omega = \frac{\omega H^2}{\alpha_f}; \psi = \frac{\psi}{\alpha_f}; V = \frac{vH}{\alpha_f}; U = \frac{uH}{\alpha_f}; \theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}$$

Equation de vorticité :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \mu_{nf} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \mu_{nf} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) +$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \left[ \frac{Pr}{(1-\chi)^2 \beta_s \left( (1-\chi) + \chi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \right] \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

Le nanofluide se caractérise ainsi par sept paramètres :

$$Ra = \frac{g D^3 \beta (T_2 - T_1)}{\alpha^2} \quad (\text{Nombre de Rayleigh})$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (\text{Nombre de Prandtl})$$

Toutes les équations qui gouvernent notre problème peuvent s'écrire sous la même forme conservative suivante (équation de transport):



$$\frac{\partial}{\partial \kappa} (\Gamma \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \kappa}) = \frac{\partial}{\partial \kappa} (\varepsilon \frac{\partial \Gamma}{\partial \kappa}) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (\varepsilon \frac{\partial \Gamma}{\partial \gamma}) +$$

$\gamma$ . poussé

Les conditions aux limites :

Afin de ne pas être gêné par des problèmes de divergences, on doit partir d'un état initial qui est proche de la réalité, les grandeurs physiques sont donc prises comme suit:

La fonction de courant = 0.

La vorticité = 0.

La température  $\theta = 0$ .

### PROCEDURE DE SIMULATION NUMERIQUE

#### « VOLUME FINIS »

PROCEDURE DE SIMULATION NUMERIQUE « VOLUME FINIS » :

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas répéter le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on note  $\theta$  la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartesiennes selon la forme:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (u\theta) + \frac{\partial}{\partial y} (v\theta)}_I = \underbrace{\varepsilon \Delta_2 \theta}_{II} + \gamma \cdot \text{poussée}$$

Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points (e) et (w) dans la direction X, (n) et (s) dans la direction Y.

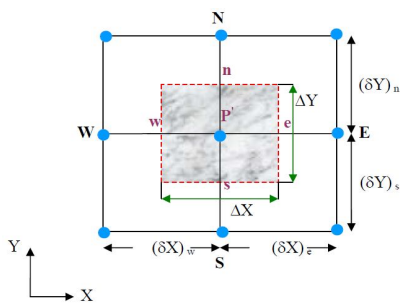


Figure 1 : Schéma représentant « Volume de contrôle bidimensionnel ».

Résolution des systèmes d'équations linéaires:

Afin de discrétiser l'équation de transport et de Poisson, on a la relation générale ayant la forme suivante:

$$a_p \phi_{i,j} = a_w \phi_{i-1,j} + a_e \phi_{i+1,j} + a_s \phi_{i,j-1} + a_n \phi_{i,j+1} + r_{i,j}$$

La méthode de Jacobi permet à évaluer une solution  $(\phi_{i,j}^k)$  dans l'itération (k) pour calculer  $(\phi_{i,j}^{k+1})$  comme suit :

$$\phi_{i,j}^{k+1} = (a_w \phi_{i-1,j}^k + a_e \phi_{i+1,j}^k + a_s \phi_{i,j-1}^k + a_n \phi_{i,j+1}^k + r_{i,j}) / a_p$$

La condition de convergence est :  $|\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k| \leq 10^{-3}$

Validation du programme numérique :

	$a^a$	$b^b$	$c^c$	$d^d$	$e^e$	Erreur relative $\frac{a^a - e^e}{a^a}$
$Ra = 10^3$	1.118	1.108	1.141	1.0871	1.127	0.80%
$10^4$	2.243	2.201	2.29	2.195	2.253	0.44%
$10^5$	4.519	4.430	4.964	4.450	4.546	0.59%

Table.4: Comparaison des valeurs de Nusselt pour différentes valeurs de Rayleigh.

( $a^a$ ) G.de Val Davis [23]

( $b^b$ ) Markatos and perikleous [24]

( $c^c$ ) G.V.Hadjisophcleous et al [25]

( $d^d$ ) R.K.Tiwari, M.K.Das [12]

( $e^e$ ) Nos résultats

D'après cette comparaison on remarque qu'il y a un accord qualitatif entre les résultats qu'on a obtenus par notre code de calcul et ceux des travaux antérieurs, ce qui nous réconforte dans le choix de nos modèles mathématique et numérique.

### RESULTATS ET DISCUSSIONS

Dans ce présent chapitre on mettra en perspective les différents résultats obtenus pour différents cas de convection naturelle pour des nanofluides différents, à fractions volumiques distinctes en se basant sur la méthode des volumes finis.

Il a été étudié dans une cavité carrée, le transfert thermique de trois nanofluides chauffés par le bas pour différentes teneurs de suspension à savoir le cuivre et le Dioxyde de Titane et l'argent. Les résultats obtenus par la méthode numérique [volumes finis] ont été comparés et des corrélations entre Rayleigh et la concentration du nanofluide.

Variation du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique :

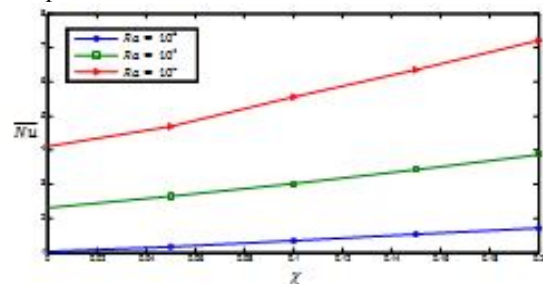


Figure 2 : Cavité carrée chauffée par le bas remplie de (eau + Cu).

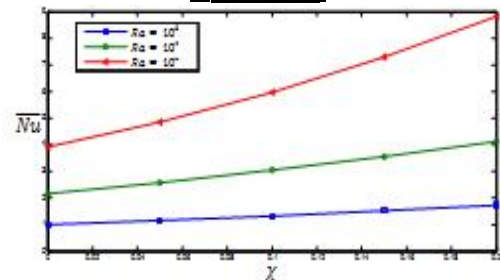


Figure 3 : Cavité carrée chauffée par le bas remplie de (eau + TiO2).

Dans ce cas de chauffage (chauffage par le bas), le nombre de Nusselt augmente de manière régulière pour des

fractions volumiques croissantes, optimiser le transfert thermique revient à augmenter la concentration en nanoparticules.

Variation de nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique pour deux types de nanofluides :

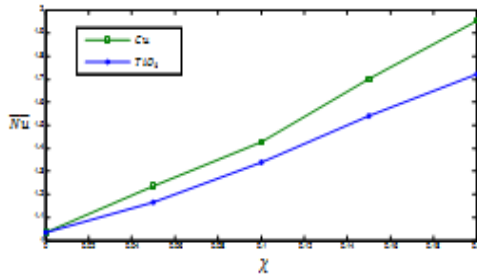


Figure 4 : schéma représente la variation le nombre de nusselt en fonction de la fraction volumique en comparant les l'effet des deux nanofluides pour le cas de  $Ra = 10^3$ .

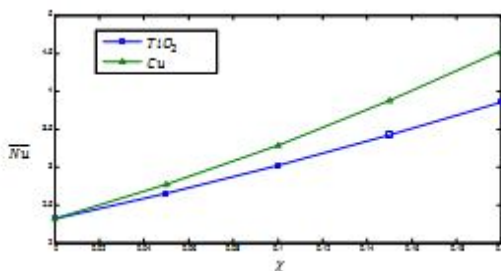


Figure 4 : schéma représente la variation le nombre de nusselt en fonction de la fraction volumique en comparant les l'effet des deux nanofluides pour le cas de  $Ra = 10^4$ .

Variation de nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh :

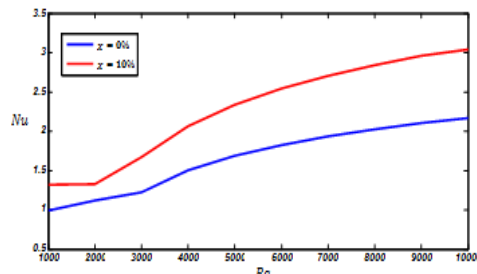


Figure 3: La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh de la fraction volumique pour différent valeurs du nombre de Rayleigh.

La figure montre que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh pour différence valeur de la fraction volumique. Et On observe que les valeurs du nombre de Nusselt pour le nanofluide **Cu** sont supérieures à celles du nanofluide **TiO<sub>2</sub>** (pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh). Ce qui montre que le **Cu**, est un bon conducteur de chaleur par rapport au **TiO<sub>2</sub>**. Donc, le type de nanofluide est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

L'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé.

L'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le transfert de chaleur.

L'augmentation du nombre de Rayleigh et la fraction volumique influence considérablement le champ de la température et les lignes de courant.

Le transfert thermique en présence des nanoparticules de **Cu** s'améliore relativement par rapport aux nanoparticules

de **TiO<sub>2</sub>**. En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

Les corrélations données montrent l'influence de la fraction volumique sur le transfert thermique.

#### BIBLIOGRAPHIE :

- [1] S.U.S.Choi, enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, developments and applications of Non – Newtonian flows. FED-Vol.231/MD-Vol.66 (1995)99-105.
- [2] C. Y. Tsai, H. T. Chien, P. P. Ding, B. Chan, T. Y. Luh, P. H. Chen, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluide on heat pipe thermal performance, Material Letters 58 (2004) 1461-1465.
- [3] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R. A. Williams, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), International Journal of Heat and Mass Transfer In Press, Corrected Proof.
- [4] Y. Yang, Z. G. Zhang, E. A. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu, Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, International Journal of Heat and Mass Transfer 48 (6) (2005) 1107-1116.
- [5] S. Zeinali Heris, S.Gh. Etemad, M. Nasr Esfahany. Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer, International Communications in Heat and Mass Transfer 33 (2006) 529–535
- [6] D. Wen, Y. Ding, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, International Journal of Heat and Fluid Flow 26 (6) (2005) 855-864.
- [7] Samy Joseph Palm, Gilles Roy, Cong Tam Nguyen, Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling systems considering temperature-dependent properties Applied Thermal Engineering 26 (2006) 2209–2218
- [8] A.Behzadmehr, M.saffar-Avval and N.Galanis, Prediction of turbulent forced convection of nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase, International Journal of Heat and Fluid Flow, In Press.
- [9] Depew C.A., Farbar L., 1963. Heat transfer to pneumatically conveyed glass particles of fixed size. ASME transaction, May, 164-172
- [10] Apurba et Niladri. Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates. International Journal of Thermal Sciences 48 (2009) 391–400.
- [11] Erturk E, Corke TC, Gokcol C. numerical solutions of 2-D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers. International journal for Numerical Methods in fluids 2005; 48:747-774.
- [12] Raj Kamal Tiwari et Manab Kumar Das. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. International journal of thermalsciences 46 (2007) 1-19
- [13] Abu-Nada, E., 2008. Application of nanofluids for heat transfer enhancement of Separated flows encountered in a backward facing step. Int. J. Heat Fluid Flow 29, 242–249.
- [14] Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M., 2003. Buoyancy-driven heat transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids 46, 3639–3653.
- [15] J.C. Maxwell. A Treatist on electricity and Magnetism, second ed. Oxford University Press. Cambridge. 1904, pp. 435-441.
- [16] Brinkman, H.C, 1952. The viscosity of concentrated suspensions and solutions. J. Chem. Phys. 20, 571–581.
- [17] Dennis SC, Hudson JD. Compact  $h^4$  finite difference approximation to operators of Navier-stokes type. Journal of computational physics 1989;85:390-416.

# ETUDE ANALYTIQUE ET NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE VERTICALE CONFINANT DES NANO-FLUIDES

H. ELHARFI<sup>1</sup>, M. NAÏMI<sup>1</sup>, M. LAMSAADI<sup>1,2</sup>,  
MAKAYSSI<sup>1</sup>, A. RAJI<sup>1</sup>, M. HASNAOUI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université Sultan Moulay Slimane, Faculté des Sciences et Techniques, Laboratoire de Modélisation des Ecoulements et des Transferts (LAMET), B.P. 523, Béni-Mellal, Maroc.

<sup>2</sup>Université Sultan Moulay Slimane, Faculté Polydisciplinaire, Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Sciences et Technologies (LIRST), B.P. 592, 23000 Béni-Mellal, Maroc.

<sup>3</sup>Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Laboratoire de Mécanique des Fluides et Energétique (LMFE), B.P. 2390, 40000 Marrakech, Maroc

## 1. INTRODUCTION

Dans plusieurs situations industrielles le transfert de chaleur est principalement assuré par convection naturelle, ce qui a suscité tout l'intérêt de la communauté scientifique conduisant, ainsi, à une bibliographie imposante qui s'est accumulée au fur des années. Toutefois, la plupart des travaux, qui ont abordé un tel phénomène, ont souvent considérés le cas de fluides purs, ayant en général une conductivité thermique relativement faible [1], ce qui n'est pas intéressant d'un point de vue industriel et énergétique où l'on cherche souvent à améliorer les transferts thermiques. Une façon de surmonter cet inconvénient est de disperser à l'échelle nanométrique des particules dans le fluide de base. Grâce à celles-ci, le mélange résultant se trouve avec des performances thermiques suffisantes pouvant répondre aux attentes industrielles [2].

Dans le présent travail, on s'intéresse à l'étude du comportement thermique de nano-fluides dans une cavité verticale chauffée horizontalement à l'aide d'une densité de flux de chaleur uniforme, les parois horizontales étant isolées. Les équations gouvernantes sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis, dans un maillage régulier, et résolues par l'algorithme SIMPLE. Les résultats correspondants sont confrontés à ceux issus de l'approximation de l'écoulement parallèle, valable dans le cas d'une cavité élancée. Le bon accord enregistré témoigne de la validité d'une telle hypothèse. Aussi, on montre que la fraction volumique des nanoparticules solides influence significativement les intensités de l'écoulement et du transfert de chaleur.

## 2. FORMULATION MATHEMATIQUE

En supposant valable l'hypothèse de Boussinesq et négligeable la dissipation visqueuse, les équations adimensionnelles gouvernant la convection, écrites en termes de variables primitives (vitesses,  $u$ ,  $v$ , pression,  $P$  et température,  $T$ ) dans un système de coordonnées cartésiennes, sont :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial P}{\partial x} + \bar{\nu} Pr \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\bar{\beta}}{\bar{\rho}} Pr Ra T \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial P}{\partial y} + \bar{\nu} Pr \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \bar{\alpha} \nabla^2 T \quad (4)$$

tel que  $\bar{\alpha} = \alpha_{nf} / \alpha_f$ ,  $\bar{\nu} = \nu_{nf} / \nu_f$ ,  $\bar{\beta} = (\rho\beta')_{nf} / (\rho\beta')_f$  and  $\bar{\rho} = \rho_{nf} / \rho_f$ . Ces paramètres dépendent de la concentration des nanoparticules,  $\Phi$ .

La fonction de courant est reliée à la vitesse par la relation :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

Les conditions aux limites correspondants sont :

$$u = v = \psi = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } A \quad (6)$$

$$u = v = \psi = \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{k} = 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } 1 \quad (7)$$

avec  $\bar{k} = k_{nf} / k_f$ .

Les grandeurs  $A = \frac{H'}{L'}$ ,  $Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$ ,  $Ra = \frac{g\beta'_f q' L'^4}{\alpha_f \nu_f k_f}$  et  $\Phi$

qui y apparaissent, sont respectivement le rapport d'aspect de la cavité, le nombre de Prandtl, le nombre Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules solides.

Le nombre de Nusselt local caractérisant, le transfert de chaleur local à travers la cavité est exprimé par :

$$Nu(y) = q' L' / k_f \Delta T' = 1 / \bar{k} \Delta T(y) \quad (8)$$

$$\Delta T(y) = T(y, 0) - T(y, 1)$$

Le transfert de chaleur total le long de la cavité qui est intéressant dans l'ingénierie est représenté en terme de nombre de Nusselt moyen défini par :

$$\bar{Nu} = \frac{1}{A} \int_0^A Nu(y) dy \quad (9)$$

## 3. APPROCHE NUMERIQUE

Les équations gouvernantes sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis [3], dans un maillage régulier, et résolues par l'algorithme SIMPLE. Ainsi, la grille uniforme de taille 40x160 est jugée suffisante pour modéliser convenablement les champs d'écoulement et de température au sein d'une cavité de rapport d'aspect  $A = 12$ .

## 4. ANALYSE DE L'ÉCOULEMENT PARALLELE

Dans le cas d'une cavité allongée ( $A \gg 1$ ), l'écoulement présente un aspect parallèle et une stratification thermique, ce qui se traduit par :

$$\begin{aligned} v(x,y) &= u(x), u(x,y) = 0, \psi(x,y) = \psi(x) \text{ et} \\ T(x,y) &= C(y - A/2) + \theta(x) \end{aligned} \quad (10)$$

tel que  $C$  est le gradient horizontal de température. Elle est déterminée en intégrant l'équation (4), sur le volume de contrôle choisi arbitrairement dans la figure 1, en prenant en compte les conditions aux limites (6) et (7) et en raccordant avec la région de l'écoulement parallèle, ce qui donne :

$$C = \frac{1}{\bar{\alpha}} \int_0^1 \frac{d\psi(y)}{dy} \theta(y) dy \quad (11)$$

Moyennant une telle approximation, le système d'équations (1)-(7) devient

$$\frac{d^4 \psi}{dx^4} + \frac{\bar{\beta} Ra}{\bar{\rho} \bar{\nu}} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = \frac{C}{\bar{\alpha}} \frac{d\psi}{dx} \quad (13)$$

$$\psi = d\psi/dx = d\theta/dx + \frac{1}{k} = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } 1 \quad (14)$$

L'intégration du système d'équations (12)-(13) associé aux conditions (14) donne les expressions de la fonction du courant et de température suivantes :

$$\begin{aligned} \psi(x) &= -B[(D+1)\cosh(\omega x - \omega_0)\cos(\omega x - \omega_0) \\ &\quad + (1-D)\sinh(\omega x - \omega_0)\sin(\omega x - \omega_0)] + G \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \theta(x) &= -\frac{BC}{\bar{\alpha}\omega} [\cosh(\omega x - \omega_0)\sin(\omega x - \omega_0) \\ &\quad + D\sinh(\omega x - \omega_0)\cos(\omega x - \omega_0)] \\ &\quad - \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{k} - \frac{GC}{\bar{\alpha}}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

où  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $D$ ,  $B$  et  $G$  sont des constantes définies par :

$$\omega = \left(\frac{\bar{\beta} Ra C}{4\bar{\rho}\bar{\nu}\bar{\alpha}}\right)^{1/4}, \omega_0 = \frac{\omega}{2}, D = \tanh(\omega_0)\cot(\omega_0) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{G}{B_1}, G = \frac{\bar{\beta} Ra}{4\omega^4 \bar{\rho} \bar{\nu} k} \\ B_1 &= (D+1)\cosh(\omega_0)\cos(\omega_0) + (1-D)\sinh(\omega_0)\sin(\omega_0) \end{aligned} \quad (18)$$

Tenant compte de (15) et (16), l'équation (11) s'écrit :

$$C = \frac{F}{\bar{\alpha}^2} C + \left(\frac{1}{k\bar{\alpha}} - \frac{G}{\bar{\alpha}^2}\right) (G - E) \quad (19)$$

où les constantes  $E$  et  $F$  sont définies par :

$$\begin{aligned} E &= \frac{2B}{\omega} [\cosh(\omega_0)\sin(\omega_0) + D\sinh(\omega_0)\cos(\omega_0)] \\ F &= \frac{B^2}{4\omega} [(D^2 + 2D - 1)\sinh(\omega)\cos(\omega) \\ &\quad - 4D\omega - (D^2 - 2D - 1)\cosh(\omega)\sin(\omega)] \end{aligned} \quad (20)$$

La constante  $C$  est déterminée en résolvant (19) par la méthode de Newton-Raphson, pour différentes valeurs de  $Ra$  et  $\Phi$  et pour différents types des nanoparticules.

En tenant compte de (9) et (16), l'expression du nombre de Nusselt s'écrit

$$\begin{aligned} \overline{Nu} &= \frac{1}{\bar{k}(\theta(0) - \theta(1))} \\ &= \frac{\bar{\alpha}\omega}{B_2} \\ B_2 &= 2BC[\cosh(\omega_0)\sin(\omega_0) \\ &\quad + D\sinh(\omega_0)\cos(\omega_0)] + \bar{\alpha}\omega \left(\frac{1}{k} - \frac{GC}{\bar{\alpha}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

## 5. DISCUSSIONS ET CONCLUSION

Le problème de convection naturelle des nanofluides (X/eau utilisant l'eau comme fluide de base avec  $X = (\text{Cu}, \text{Ag}, \text{CuO}, \text{Ag}_2\text{O}_3, \text{TiO})$ ) confinés dans la cavité considérée, est gouverné par le rapport d'aspect,  $A$ , le nombre de Prandtl,  $Pr$ , le nombre de Rayleigh,  $Ra$  et la fraction volumique des nanoparticules solides,  $\Phi$ , tel que  $1 \leq A \leq 12$ ,  $Pr = 7$ ,  $10^2 < Ra < 10^7$  et  $0 \leq \Phi \leq 0.2$ . A souligner que la convection naturelle est insensible aux variations de  $Pr$  lorsque celui-ci est supérieur à l'unité [4]. Aussi, les simulations numériques ont montré qu'à partir de  $A = 12$ , l'influence du confinement latéral ne se fait plus sentir et l'écoulement garde un aspect parallèle et des stratifications thermique dans la région centrale de la cavité, ce qui justifie, donc, le choix de cette valeur de  $A$ . Il en résulte que les paramètres de contrôle de l'étude sont  $Ra$  et  $\Phi$  (pour différentes nanoparticules solides (Cu, Ag, CuO, Ag<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, TiO)) dont les effets sont illustrés sur la figure 3.

La figure 3, présente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de  $Ra$  pour  $A = 12$  et différentes valeurs de  $\Phi$  et nanoparticules. Il apparaît, sur cette figure, que l'intensité du transfert thermique augmente en fonction de  $Ra$  et diminue en fonction de  $\Phi$  indépendamment du type des nanoparticules mais d'une manière légèrement différente. Ceci paraît paradoxale mais ceci peut être expliqué par l'augmentation de la viscosité du à une augmentation de la concentration en faite on a deux processus antagoniste d'une part l'ajout des nanoparticules augmente la conductivité et d'autre part augmente la viscosité donc le transfert dépend du processus dominant dans les conditions utilisées dans cette étude. Par ailleurs, les résultats des approches sont en excellent accord ce qui montre la validité de l'approximation de l'écoulement parallèle dans la limite des plages des valeurs des paramètres explorées.

## RÉFÉRENCES

- [1] Ostrach S. Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer*, vol. 110, pp. 1175-1190, 1988.
- [2] Lin k. c. and Violi A., Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity, *Inter. J. Heat fluid flow*, vol. 31, pp. 236-245, 2010.

[3] Patankar S. V. *Num. Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere, New York, pp. 44-47, 1980.  
 [4] Lamsaadi M., Naimi M. and Hasnaoui M. Natural convection of non-newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 41, pp. 239-249, 2005.

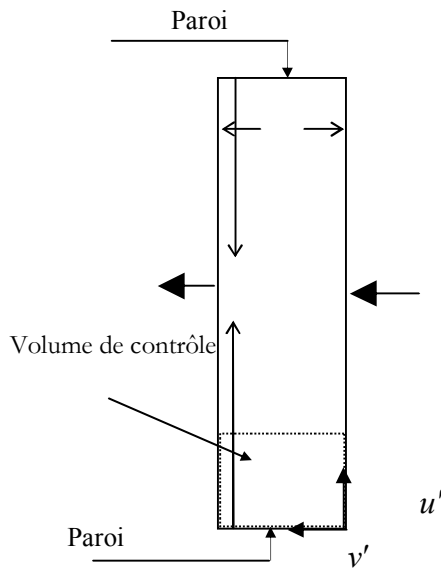


Fig. 1 : Modèle physique et système de coordonnées

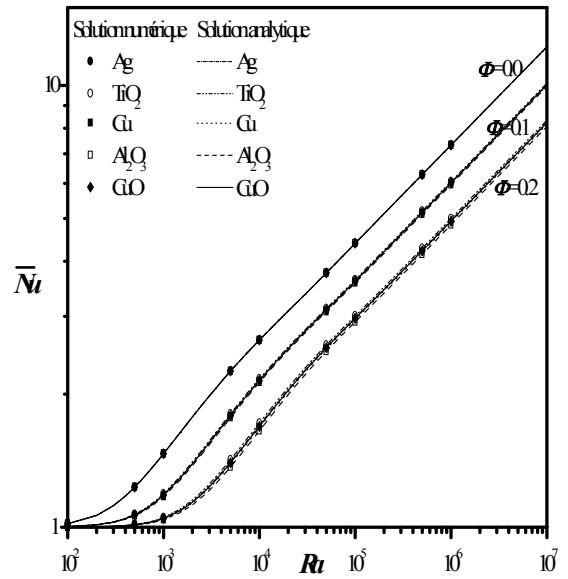


Fig. 3 : Effet de  $Ra$  sur  $\bar{Nu}$  pour  $A = 12$  et différentes valeurs de  $\Phi$  et nanoparticules

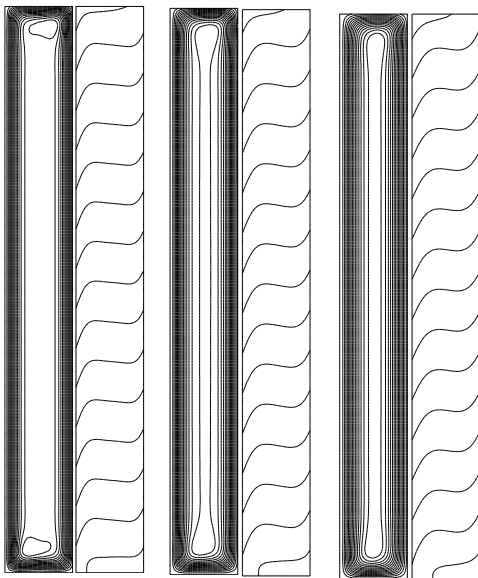


Fig. 2: lignes de courant et isothermes pour les nanofluides Cu à base d'eau,  $A = 12$ ,  $Ra = 10^5$  et différentes valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ )



# MULTIPLICITE DES ETATS STATIONNAIRES POUR LA CONVECTION THERMOSOLUTALE COMBINEE AVEC L'EFFET SORET DANS UNE CAVITE CARREE SOUMISE A DES GRADIENTS DE TEMPERATURE ET DE CONCENTRATION CROISES

M. LAMSAADI<sup>1,2</sup>, H. ELHARFI<sup>2</sup>, M. NAÏMI<sup>2</sup>, T. MAKAYSSI<sup>2</sup>, M. HASNAOUI<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université Sultan Moulay Slimane Faculté Polydisciplinaire, Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Sciences et Technologies (LIRST), B.P. 592, Béni-Mellal, Maroc.

<sup>2</sup>Université Sultan Moulay Slimane, Faculté des Sciences et Techniques, Laboratoire de Modélisation des Ecoulements et des Transferts (LAMET), B.P. 523, Béni-Mellal, Maroc.

<sup>3</sup>Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Laboratoire de Mécanique des Fluides et Energétique (LMFE), B.P. 2390, Marrakech, Maroc

## 1. INTRODUCTION

L'effet Soret, est le type de transfert de masse qui peut se produire sous l'influence d'un gradient de température, même à concentration initiale uniforme. Le soluté migre vers le côté chaud ou froid dépendamment de la composition du mélange et, parfois, de la gamme de température [1]. Si un tel effet a été largement étudié pour un fluide confiné dans une cavité rectangulaire [2], le cas d'une cavité carrée, qui n'a pas trop suscité l'intérêt de la communauté scientifique, risque de révéler des résultats différents tels que le montrent les études déjà menées dans ce sens dans le cas d'une matrice poreuse carrée [3], où les écoulements se distinguent de façon très marquée de ceux observés dans le cas d'une cavité rectangulaire [2].

La présente étude aborde, donc, cet aspect d'abord en considérant le cas d'une cavité carrée remplie d'un fluide Newtonien et soumise à des gradients croisés de température et de concentration (Figure 1). Les équations gouvernantes sont résolues numériquement, dans leur intégralité, par le biais d'une approche aux différences finies. L'objectif de la présente étude est d'examiner l'effet du gradient horizontal de concentration (c.à.d. de  $N \neq 0$ ) comme perturbation sur la multiplicité de solutions obtenues dans le cas de la convection thermique pure ( $N = 0$ ) en présence ( $M \neq 0$ ) ou en absence ( $M = 0$ ) de l'effet Soret. Cette multiplicité de solutions disparaît quand le rapport des forces volumiques  $N$  atteint une certaine valeur critique, qui dépend des autres paramètres gouvernants.

## 2. FORMULATION MATHEMATIQUE

Sous les hypothèses de la convection, communément utilisées, les équations dimensionnelles du transport de la vorticité,  $\Omega$ , de l'énergie,  $T$ , de la concentration,  $S$ , et de la fonction de courant,  $\psi$ , s'écrivent respectivement:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial u \Omega}{\partial x} + \frac{\partial v \Omega}{\partial y} = Pr \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + Pr Ra_T \left( \frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \nabla^2 T \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y} = \frac{1}{Le} (\nabla^2 S + M \nabla^2 T) \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (4)$$

$$\text{où } u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \text{ et } \Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Les conditions aux frontières associées à ce problème sont :

$$u = v = \psi = \frac{\partial T}{\partial x} = S = 0 \text{ pour } x = 0, \quad (5)$$

$$u = v = \psi = \frac{\partial T}{\partial x} = S - 1 = 0 \text{ pour } x = 1$$

$$u = v = \psi = \frac{\partial S}{\partial y} + M \frac{\partial T}{\partial y} = T - 1 = 0 \text{ pour } y = 0, \quad (6)$$

$$u = v = \psi = \frac{\partial S}{\partial y} + M \frac{\partial T}{\partial y} = T = 0 \text{ pour } y = 1$$

$$Le = \alpha / D, M = \frac{D^* S_r' \Delta T'}{DAS'}, N = \beta_s \Delta S' / \beta_T \Delta T', Pr = \frac{\nu}{\alpha} \text{ et}$$

$$Ra_T = \frac{g \beta_T \Delta T' H'^3}{\alpha \nu}, \text{ qui } y \text{ apparaissent, sont}$$

respectivement le nombre de Lewis, le paramètre de Soret, le rapport des forces de volume et les nombres de Prandtl et de Rayleigh thermique

D'autre part, pour représenter les quantités de chaleur et de masse évacuées, respectivement, à travers les parois horizontales et verticales sont caractérisées par les nombres de Nusselt et de Sherwood définis par:

$$Nu = \int_0^1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=1} dx, \quad \overline{Sh} = \int_0^1 \left[ \frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{x=0} + M \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \right] dy \quad (7)$$

sont utilisées.

## 3. METHODE DE RESOLUTION

Les équations gouvernantes sont résolues en utilisant l'approche aux différences finies centrées dans un maillage régulier. L'intégration des équations (1), (2) et (3) est effectuée à l'aide de la méthode implicite des directions alternées (ADI). L'équation (4), elle, est traitée par la méthode de sur-relaxation successive par point (PSOR). Ainsi, la grille uniforme de taille 81×81 est trouvée suffisante pour modéliser convenablement les champs d'écoulement, de température et de concentration au sein de la cavité considérée.

## 4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Le problème de la convection thermosolutale, avec ou sans effet de Soret, au sein de la cavité considérée est gouverné par le nombre de Prandtl,  $Pr$ , le nombre de Rayleigh thermique,  $Ra_T$ , le nombre de Lewis,  $Le$ , le rapport des forces de volume,  $N$ , et le paramètre de Soret,  $M$ . Dans cette étude on procède à l'examen de l'influence de  $N$  sur l'intensité de l'écoulement, et sur les taux de transfert de chaleur et de masse pour  $Le = 10$ ,  $0 \leq M \leq 5$ ,  $-1 \leq N \leq 1$ ,  $Pr = 7$ ,  $Ra_T = 10^5$ .

Pour la configuration étudiée, les solutions stationnaires observées sont caractérisées par un écoulement monocellulaire (horaire ou trigonométrique) ou un écoulement bicellulaire vertical ou horizontal (naturel ou anti-naturel), notés respectivement EM (EMH ou EMT) et EB (EBVN, EBHN, EBVA ou EBHA).

Comme ces différentes solutions peuvent coexister dans des gammes spécifiques des paramètres de contrôle, le choix des conditions initiales est déterminant dans cette étude.

Pour obtenir un éventuel écoulement avec  $m$  cellules verticales ou  $n$  cellules horizontales pour  $M = N = 0$ , un champ de fonction de courant, défini par  $\psi(x, y) = A \sin(m\pi x) \sin(n\pi y)$ , et un champ de température caractérisant un régime de conduction ont été utilisés pour une valeur du nombre de Rayleigh adéquat et  $1 \leq A \leq 50$ . Les figures 2(a-f) montrent les lignes de courant, les isothermes et les iso-concentrations correspondant aux écoulements monocellulaire horaire (a) et trigonométrique (b), et bicellulaire vertical/(horizontal) naturel (c)/(e) et anti-naturel (d)/(f) obtenus pour pour  $M = N = 0$ . A signaler que, les figures correspondant à l'EMH sont des images à travers un miroir vertical de celles correspondant à l'EMT. Celles correspondant à l'EBVA et l'EBHA peuvent être obtenues à partir des figures correspondant à l'EBVN et l'EBHN, respectivement, par une simple rotation de la cavité d'un angle  $\pi$  autour de son centre. Par conséquent, les intensités des écoulements et les quantités moyennes de chaleur et de masse générées par les EMH, EBVN et EBHN sont identiques à celles induites par les EMT, EBVA et EBHA, respectivement. Les mêmes figures montrent que les solutions monocellulaires présentent une symétrie par rapport au centre de la cavité (solutions centro-symétriques), alors que la solution bicellulaire horizontale est symétrique par rapport à l'axe central horizontal de l'enceinte. Ce comportement n'est pas observé pour la solution bicellulaire verticale puisqu'elle est composée par deux cellules de tailles différentes (cette solution peut présenter une symétrie par rapport à l'axe central vertical de la cavité tout en diminuant  $Ra_T$ ). Aussi, peut-on remarquer que les champs de température et de concentration, obtenus pour la même combinaison des paramètres de contrôle, subissent un sérieux changement en passant d'un type d'écoulement à un autre. Pour l'écoulement bicellulaire vertical/(horizontal), les champs de concentration/(température) induisent une couche verticale/(horizontale) de fort gradient dans la région centrale de la cavité. Ces couches sont localisée aux interfaces des cellules, où le transfert de masse/(chaleur) par diffusion/(conduction) est dominant.

L'effet de la nature de l'écoulement sur les transferts thermique et massique est illustré, en fonction de  $N$ , sur les figures 3 et 4 pour  $M = 0$  et 5. Les flèches apparaissant sur ces figures indiquent les transitions des écoulements vers celui monocellulaire, lorsque  $N$  atteint une valeur critique  $N_c$  qui dépend fortement de  $M$  et dont les valeurs sont regroupées dans le tableau 1. Ces figures montrent que lorsque  $|N|$  devient relativement grand, la multiplicité des solutions disparaît et seulement l'écoulement monocellulaire qui subsiste dans la cavité. Pour  $M = 0$ , la symétrie de toutes les solutions, par rapport à la ligne verticale passant par  $N = 0$ , est parfait (les deux solutions correspondant à l'EMH et à l'EMT sont considérées

comme une courbe unique, puisqu'elles changent leurs rôles en passant de  $N > 0$  à  $N < 0$ ). Ce comportement n'est pas observé lorsque  $M = 5$ . Numériquement, l'effet de la multiplicité des solutions sur le transfert massique se trouve dépendant fortement de  $M$ . En effet, d'après la figure 3 qui correspond à  $M = 0$ , le meilleur transfert de la masse est induit par l'EMH ou par l'EMT. En revanche, pour  $M = 5$ , c'est l'EMT qui devient le plus favorable au transfert de masse d'après la figure 4. Par ailleurs, le plus faible transfert de masse est généré par l'écoulement bicellulaire vertical et par l'EMH en absence et en présence de l'effet de Soret, respectivement. Pour ce qui concerne le transfert massique, les figures 3 et 4 montrent que l'écoulement bicellulaire vertical/(horizontale) génère le meilleur/(plus faible) transfert de chaleur pour toutes les valeurs attribuées à  $M$ . La raison en est que, comme le transfert de chaleur se produit dans la direction verticale, les interfaces entre les deux cellules de l'écoulement bicellulaire horizontal jouent le rôle d'une résistance au transfert de chaleur dans la direction verticale.

## 5. CONCLUSION

L'étude de la convection thermosolutale combinée avec l'effet Soret, dans une cavité carrée confinant un fluide Newtonien et soumise à des gradients croisés de température et de concentration, est entreprise numériquement. Les résultats obtenus montrent que ce problème est caractérisé par des solutions stables, correspondant à des écoulements monocellulaires ou bicellulaires, dont les gammes d'existence dépendent fortement du paramètre caractérisant l'effet Soret. En présence ou en absence de ce dernier, ces solutions disparaissent quand le rapport des forces de volume est assez grand. Les transitions observées sont telles que seul l'écoulement monocellulaire persiste pour les grandes valeurs de ce rapport. Par ailleurs, le transfert de masse peut être amélioré ou réduit par la thermodiffusion et ce, dépendamment de la solution considérée. En absence de l'effet Soret, le meilleur transfert de masse est induit par la solution monocellulaire.

## RÉFÉRENCES

- [1] Mojtabi A., Platten J. K. and Charrier M. C. Naissance de la convection libre dans les solutions salines chauffées par le bas à coefficient de soret variable. *Entropie*, vol. 218, pp. 39-42, 1999.
- [2] Bennacer R., Vasseur P., Beji H. and Duval R. The soret effect on convection in a horizontal porous domain under cross temperature and concentration gradients. *International Journal of Numerical Methods in Heat Transfer and Fluid Flow*, vol. 13, pp. 199-215, 2003.
- [3] Mansour A., Amahmid A., Hasnaoui M. and Bourich M. Multiplicity of solutions induced by thermosolutal convection in a square porous cavity heated from below and submitted to horizontal concentration gradient in the presence of soret effect. *Num. Heat Transfer Part A*, vol. 49, pp. 69-94, 2006.

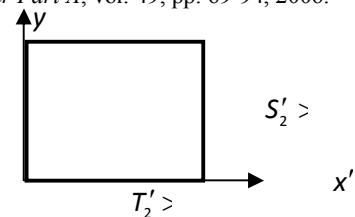


Fig. 1 : Modèle physique et système de

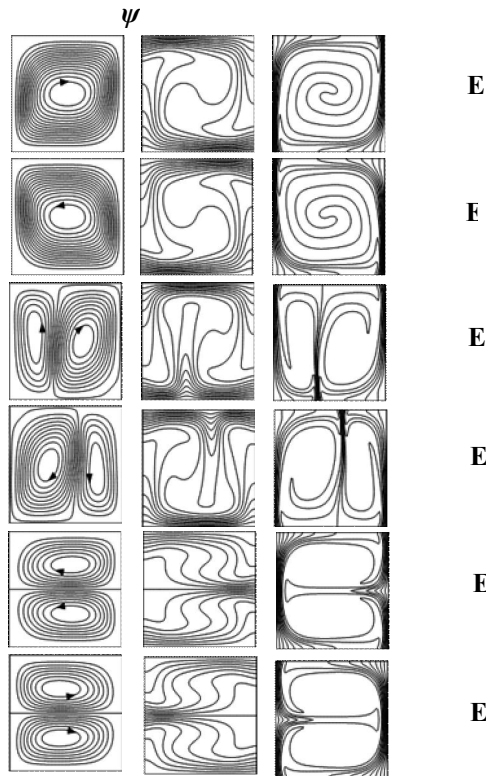


Fig. 2 : Lignes de courant, isothermes et isoconcentrations pour  $R_{aT}=10^5$   $N = 0$   $Le = 10$

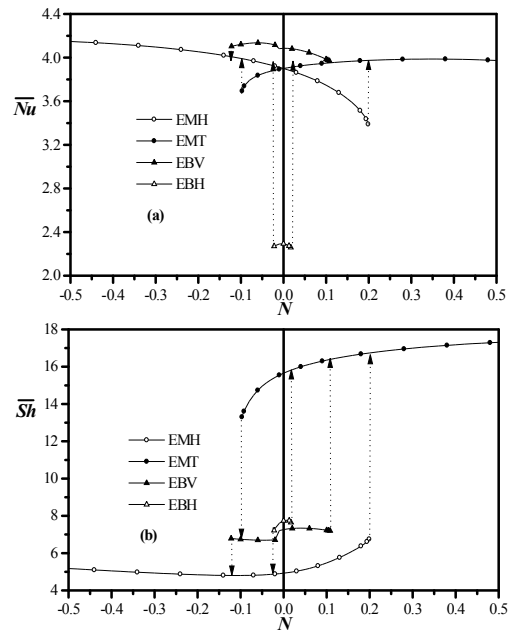


Fig. 4 : effet de  $N$  sur les transferts thermique et massique pour différentes solutions,  $R_{aT} = 10^5$ ,  $Le = 10$

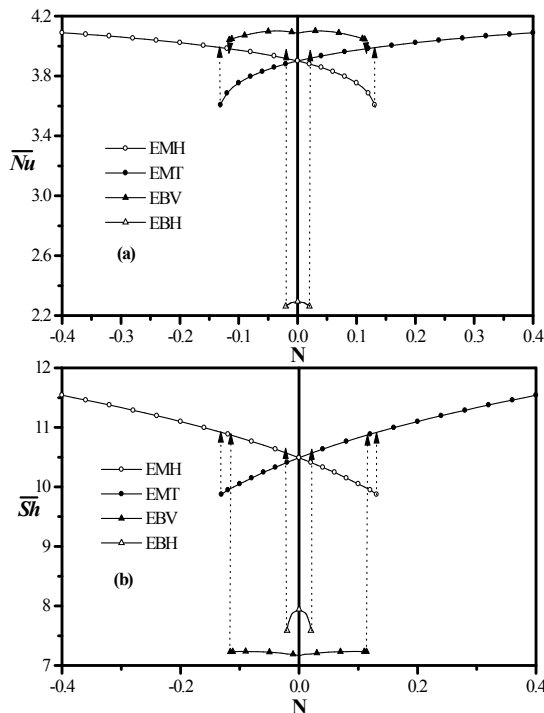


Fig. 3 : effet de  $N$  sur les transferts thermique et massique pour différentes solutions,  $R_{aT} = 10^5$ ,  $Le = 10$  et  $M = 0$ .

Tab. 1. Transitions obtenues pour différentes solutions et les valeurs critiques correspondantes de  $N$ ,  $N_c$ , pour  $R_{aT} = 10^5$ ,  $Le = 10$  et  $M = 0$  et 5.

Structure de l'écoulement $M = 0$			
<b>EMT</b>		<b>EMH</b>	
Transition	$N_c$	Transition	$N_c$
n vers		vers	
EMH	-0.132	EMT	0.132
Structure de l'écoulement $M = 0$			
<b>EBV</b>		<b>EBH</b>	
Transition	$N_c$	Transition	$N_c$
vers		vers	
EMT	0.116	EMT	0.02
EMH	-0.116	EMH	-0.02
Structure de l'écoulement $M = 5$			
<b>EMT</b>		<b>EMH</b>	
Transition	$N_c$	Transition	$N_c$
vers		vers	
EMH	-0.097	EMT	0.199
Structure de l'écoulement $M = 5$			
<b>EBV</b>		<b>EBH</b>	
Transition	$N_c$	Transition	$N_c$
vers		vers	
EMT	0.108	EMT	0.017
EMH	-0.124	EMH	-0.023

# METHODE COMPACTE D'ORDRE QUATRE APPLIQUEE A UN PROBLEME DE CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE CARREE REMPLIE DE NANOFLUIDE

M.ZAYDAN & R. SEHAQUI

Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock, Laboratoire de mécanique, Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca, Maroc

## Introduction :

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs, les réacteurs nucléaires, les composants électroniques, les radiateurs, les échangeurs de chaleurs et des procédés industriels, etc.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais théoriques, numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes gérant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides (propriétés physico-chimiques).

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due à non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de masse volumique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, c'est la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de masse volumique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Pour formaliser la convection naturelle, il faut décrire le couplage des champs de température, de pression et de vitesse à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie.

La conductivité thermique d'un liquide non métallique étant très faible, il faut trouver un moyen de l'augmenter artificiellement. Or, quoi de plus simple que d'ajouter des nanoparticules, doté d'une bonne conductivité thermique, dans le liquide de base pour espérer augmenter la valeur moyenne de la conductivité thermique du mélange.

Les nanofluides sont des solutions colloïdales composées des particules de taille nanométrique en suspension dans un fluide conventionnel. Un fluide conventionnel est tout corps

qui n'est pas à l'état solide, donc constitué d'une seule phase soit liquide ou gazeux par exemple : l'eau, l'alcool, les fluides frigorigènes, l'air et les différents gaz,..... etc.

Les nanofluides ont connu beaucoup d'applications dans l'industrie ce qui a incité plusieurs travaux expérimentales et numériques.

Tsai et coll [1] ont choisi l'or (Au) comme matériau des nanoparticules de plusieurs tailles qui seront contenues dans l'eau, le nanofluide est donc chauffé dans un évaporateur pour alimenter un tube circulaire inclinable, puis condensé dans un condenseur pour retourner de nouveau dans l'évaporateur. Les résultats montrent une réduction importante de la résistance thermique du nanofluide, et surtout la variation de cette résistance avec la taille des nanoparticules.

Yang et coll. [2] ont utilisé des nanoparticules de graphites suspendues dans du fluide commercial de transmission automatique, et d'autres suspendues dans un mélange de deux huiles synthétiques avec un package d'additif. Les résultats expérimentaux montrent une amélioration du coefficient de transfert thermique convectif tout en augmentant le nombre de Reynolds  $5 < Re < 110$ , à  $50^\circ C$ , et à 2.5% de graphite.

Apurba et Niladri [3] ont étudié l'effet du nanofluide sur un écoulement en régime laminaire dans une conduite rectangulaire horizontale bidimensionnelle chauffé à deux extrémités haute et basse.

Le fluide qui circule dans la conduite est un mélange d'eau et de nanoparticule de cuivre. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds et de la fraction volumique augmente le transfert thermique.

Ecran Erturk et C.Gokcol [4] ont étudié la formulation Compacte à l'ordre 4 afin de résoudre numériquement l'équation de Navier-stokes pour un nombre de Reynolds très élevé variable dans la gamme  $1000 \leq Re \leq 20000$ , dans le cas d'une cavité carrée.

Hakan F. Oztop et Eiyad Abu-Nada [5] ont étudié l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution du Champ des températures dans une enceinte remplie d'un mélange d'eau et de nanofluide, Ils ont montré que l'amélioration du transfert thermique par l'augmentation du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique et la taille de Réchauffeur.

Raj Kamal Tiwari et Manab Kumar Das [6] ont mené des études numériques pour analyser l'effet du nanofluide sur la distribution du champ des températures et des lignes de courants dans une enceinte de hauteur (H) et de longueur (L) remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticules de types(Cu) et pour différente fraction volumique ( $\chi = 0.0, 0.08, 0.16, 0.20$ )

Dans une cavité différentiellement chauffée, les parois verticales se déplaçant à une vitesse  $v_p$ , ils ont montré que le coefficient d'échange thermique est influencé par le nombre de Reynolds et la fraction volumique du nanofluide. Il ressort de cette étude bibliographique que la plus part des études numériques ont traité avec des schémas numérique d'ordre 2. Formulation compacte d'ordre quatre a été appliqué par [4] sans tenir compte de l'équation d'énergie c'est la raison pour la quelle dans ce travail on se propose d'appliqué la formulation compacte d'ordre 4 pour la convection naturelle dans une cavité remplie de nanofluide.

Les équations de quantités de mouvement et d'énergie sont discrétisées, suivant un schéma aux différences finie d'ordre quatre. Les simulations numériques sont effectuées pour un nombre de Prandtl ( $Pr=6.2$ ), le nombre de Rayleigh variable dans la gamme  $10^3 \leq Ra \leq 10^5$  et pour différentes fractions volumiques  $\chi$  des nanoparticules ( $Cu$  et  $TiO_2$ ) avec  $\chi$  compris entre  $0 \leq \chi \leq 20$ , en prenant l'eau comme un fluide de base.

Les résultats montrent une grande précision de la méthode d'ordre quatre sur tout pour de grandes valeurs du nombre de Rayleigh.

**Formulation mathématique du problème:**

On étudie numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle d'un mélange d'eau et des nanoparticules confinées dans une cavité carrée chauffé par le bas, Les parois verticales sont adiabatiques, la paroi du bas est maintenue à une température chaud  $T_h$  et la paroi du haut est portée à une température froid  $T_c$ . Le fluide de base utilisé est un fluide Newtonien (eau), incompressible et qui satisfait les hypothèses de Boussinesq, l'écoulement est considéré laminaire, stationnaire et bidimensionnel, les propriétés thermo-physiques du nanofluide sont constantes, sauf pour la variation de la masse volumique, qui est estimée par l'hypothèse de Boussinesq. Les écoulements laminaires convectifs d'un nanofluide sont régis par les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. La viscosité du nanofluide est donnée par Brinkman [7] :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\chi)^{2.5}} \tag{1}$$

La masse volumique effective du nanofluide est donnée par Raj Kamal Tiwari et Manab Kumar Das [6]:

$$\rho_{nf} = \chi \rho_s + (1-\chi)\rho_f \tag{2}$$

La capacité calorifique du nanofluide est donnée d'après (Abu-Nadu [8] Khanafer et al [9]) Par l'expression:

$$(\rho C_p)_{nf} = \chi(\rho C_p)_s + (1-\chi)(\rho C_p)_f \tag{3}$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de Maxwell-Garnetts [10] :

$$\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} = \frac{(\kappa_s + 2\kappa_f) - 2\chi(\kappa_f - \kappa_s)}{(\kappa_s + 2\kappa_f) + \chi(\kappa_f - \kappa_s)} \tag{4}$$

Le système d'équations qui définissant notre problème peut s'écrire sous la forme suivante

Equation de conservation de masse :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :  
Suivant l'axe  $o\bar{x}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf,0}} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{v_f \rho_{nf,0}} \Delta_2 u \tag{6}$$

Suivant l'axe  $o\bar{y}$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf,0}} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{[\chi \rho_s \beta_s + (1-\chi)\rho_f \beta_f] Ra T}{Pr \beta_f \rho_{nf,0}} + \frac{\mu_{nf}}{v_f \rho_{nf,0}} \Delta_2 v \tag{7}$$

Equation de conservation de l'énergie :

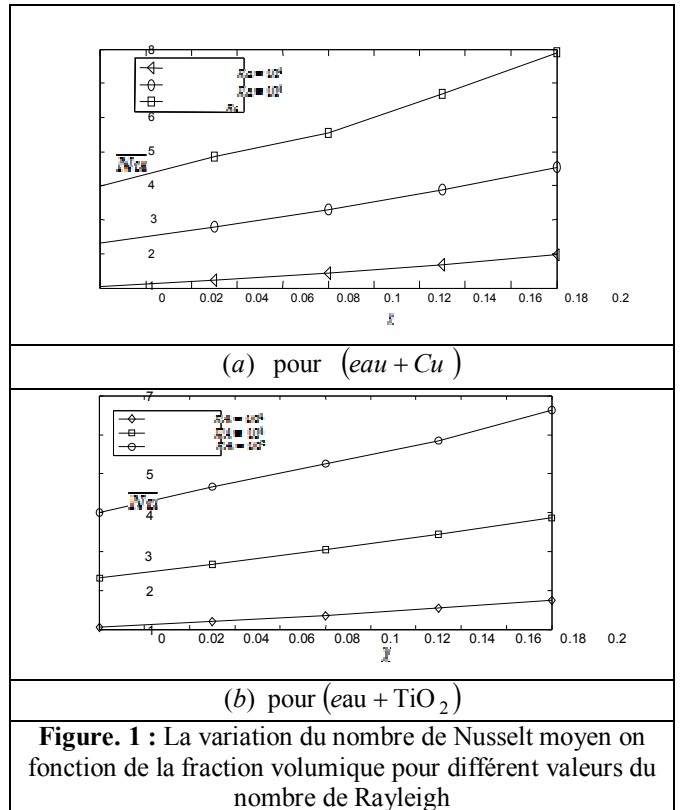
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f Pr} \Delta_2 T \tag{8}$$

**Méthode numérique**

Les équations de conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont représentées avec une nouvelle formulation du Grand Ordre Compact (GOC), qu'est basé sur la méthode numérique de différence fine du quatrième ordre.

**Résultats et conclusions**

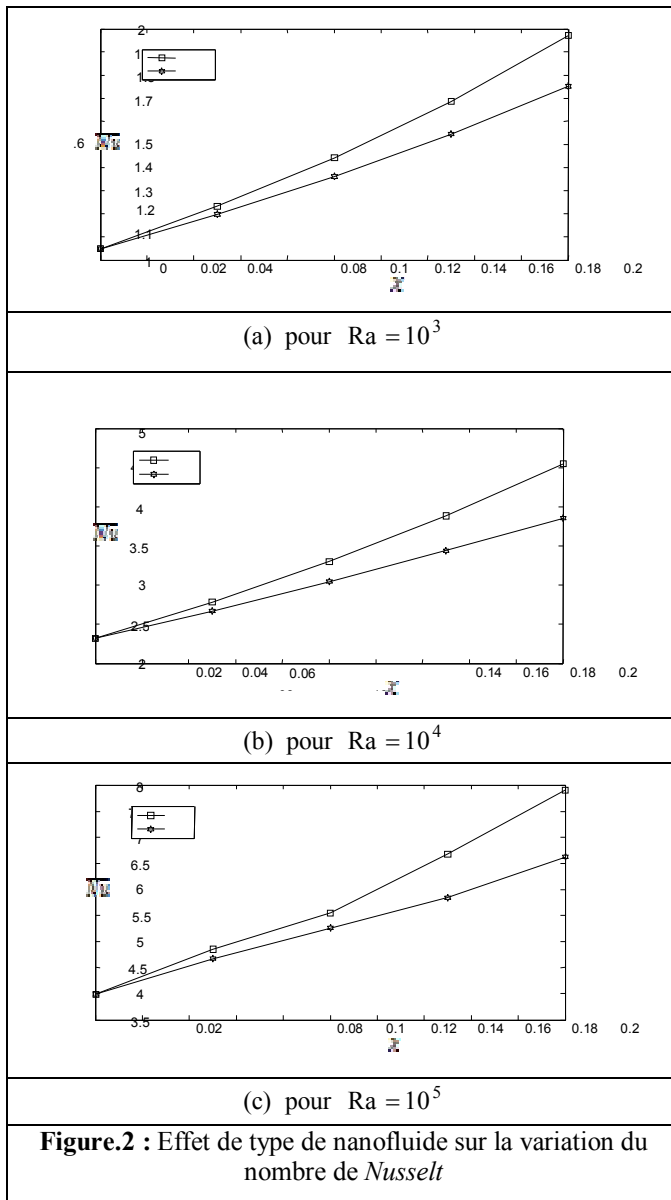
Les simulations numériques sont effectuées pour le nombre de Prandtl ( $Pr=6.2$ ), les nombres de Rayleigh variables entre  $10^3 \leq Ra \leq 10^5$  et pour différentes fractions volumiques  $\chi$  des nanoparticules ( $Cu$  et  $TiO_2$ ) avec  $\chi$  compris entre  $0 \leq \chi \leq 20$ , en prenant l'eau comme un fluide de base



**Figure. 1 :** La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique pour différents valeurs du nombre de Rayleigh

La figure 1 montre que le nombre de Nusselt augmente de manière régulière pour des fractions volumiques croissantes, donc optimisé le transfert thermique revient à augmenter la concentration en nanoparticules.





Sur la figure 2 on observe que les valeurs du nombre de Nusselt pour le nanofluide  $Cu$  sont supérieures à celles du nanofluide  $TiO_2$  (pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh). Ce qui montre que le  $Cu$  est un bon conducteur de chaleur par rapport au  $TiO_2$ . Donc, le type de nanofluide est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

**Validation du code numérique**

	$a^a$	$b^b$	$c^c$	$d^d$	$e^e$	Erreur relative $\frac{a^a - e^e}{a^a}$
(a) $Ra = 10^3$ $\frac{Nu}{Nu}$	1.118	1.108	1.141	1.0871	1.127	0.80%
(b) $Ra = 10^4$ $\frac{Nu}{Nu}$	2.243	2.201	2.29	2.195	2.253	0.44%
(c) $Ra = 10^5$ $\frac{Nu}{Nu}$	4.519	4.430	4.964	4.450	4.546	0.59%

Table.1 : Comparaison des valeurs de Nusselt pour différentes valeurs de Rayleigh.

- ( $a^a$ ) G.de Val Davis [11]
- ( $b^b$ ) Markatos and perikleous [12]
- ( $c^c$ ) G.V.Hadjisophcleous et al [13]
- ( $d^d$ ) R.K.Tiwari, M.K.Das [14]
- ( $e^e$ ) Nos résultats

D’après cette comparaison on remarque qu’il y a un accord qualitatif entre les résultats qu’on a obtenus par notre code de calcul et ceux des travaux antérieurs, ce qui nous reconforte dans le choix de nos modèles mathématique et numérique.

**Conclusion**

Les résultats principaux se résument dans :  
L’effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé.  
L’augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d’avantage le transfert de chaleur.  
Le transfert thermique en présence des nanoparticules de  $Cu$  s’améliore relativement par rapport aux nanoparticules de  $TiO_2$ . En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique.

Les corrélations données montrent l’influence de la fraction volumique sur le transfert thermique.

**Références**

[1] C. Y. Tsai, H. T. Chien, P. P. Ding, B. Chan, T. Y. Luh, P. H. Chen, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluide on heat pipe thermal performance, *Material Letters* 58 (2004) 1461-1465.  
 [2] Y. Yang, Z. G. Zhang, E. A. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu, Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (6) (2005) 1107-1116.  
 [3] Apurba et Niladri. Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates. *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 391–400.  
 [4] Erturk E, Corke TC, Gokcol C. numerical solutions of 2-D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers. *International journal for Numerical Methods in fluids* 2005; 48:747-774.  
 [5] Hakan F. Oztop et Eiyad Abu-Nada. Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336  
 [6] Raj Kamal Tiwari et Manab Kumar Das. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International journal of thermalsciences* 46 (2007) 1-19  
 [7] Brinkman, H.C, 1952. The viscosity of concentrated suspensions and solutions *J.Chem. Phys.* 20, 571–581.  
 [8] Abu-Nada, E., 2008. Application of nanofluids for heat transfer enhancement of Separated flows encountered in a backward facing step. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29, 242–249.  
 [9] Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M., 2003. Buoyancy-driven heat transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids 46, 3639–3653.  
 [10] J.C. Maxwell. *A Treatist on electricity and Magnetism*, second ed. Oxford University Press. Cambridge. 1904, pp. 435-441.  
 [11] G.de Vahl Davis, natural convection of air in a square cavity: a benchmark solution. *Int.J.Numer. Methods Fluids* 3 (1983) 249-264.  
 [12] N.C.Markatos, K.A. perikleous. Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer* 27 (5) (1984) 755-772.  
 [13] G.V.Hadjisophcleus, A.C.M. Sousa, J.E.S.Venart: Predicting the transient natural convection in enclosures of arbitrary geometry using a nonorthogonal numerical model, *numer. Heat transfer: Part A* 13 (1998) 373-392.  
 [14] Raj Kamal Tiwari et Manab Kumar Das. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International journal of thermalsciences* 46 (2007) 1-19

# CONVECTION NATURELLE DANS UNE ENCEINTE REMPLIE DE NANOFLUIDE : ETUDE NUMERIQUE

SAID BOUCHTA\*, M'BAREK FEDDAOUI\*\*, HOSSINE EL IHSSINI\*\*\*

Laboratoire LMP2E, Université Ibnou Zohr, Agadir, Maroc  
 \*saidbouchta.doc@gmail.com, \*\*feddaoui@uiz.ac.ma,  
 \*\*\*h.elihsini@uiz.ac.ma

## INTRODUCTION

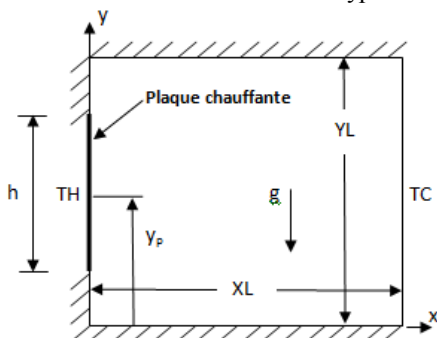
Les nanofluides sont les fruits de plusieurs travaux et d'essais numériques et expérimentaux pour l'amélioration du transfert de chaleur par convection. Dotés de propriétés physico chimiques intéressantes telle que leur importante conductivité thermique, les nanofluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par les autres caloporteurs. Les études menées dans cette nouvelle direction ont fournit une riche bibliographie, très variée.

**Wen et Ding [1]** ont adopté une procédure expérimentale similaire dans un tube circulaire chauffé uniformément, mais avec des nanoparticules de trioxyde d'aluminium (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) de 27-56 nm de diamètre L'utilisation du nanofluides a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur en régime laminaire. **Hakan et al. [2]** ont étudiés l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution de la température dans une enceinte remplie d'un nanofluides. Ils ont démontré que L'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh, la taille de réchauffeur et la fraction volumique des nanofluides améliore le transfert thermique.

Dans ce travail on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée, chauffée et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules. Les champs thermique et dynamique ont été obtenus ainsi que le nombre de Nusselt. L'influence des paramètres nombre de Rayleigh ( $10^5 \leq Ra \leq 10^6$ ), le type de fluide et type de nanofluides, la position du radiateur ( $0,1 \leq h \leq 0,75$ ) et la fraction volumique ( $0 \leq \phi \leq 0,2$ ) a été considérée.

## FORMULATION MATHÉMATIQUE

Nous considérons une enceinte **Fig. 1** chauffée partiellement. Le liquide dans l'enceinte est un nanofluides basé d'eau contenant différents types de nanoparticules.



**Fig.1** : Géométrie et coordonnées du problème.

Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride.

Equation de vorticité :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( w \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( w \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{(\phi \rho_s \beta_s + (1-\phi) \rho_f \beta_f)}{\rho_{nf}} g \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

Equation de d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Equation de poisson :

$$\left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = 0$$

Avec :  $\alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}}$

La masse volumique effective du nanofluides est donné par :

$$\rho_{nf} = (1-\phi) \rho_f + \phi \rho_s$$

La capacité calorifique du nanofluides est donnée d'après (**Abu-Nadu [3]** **Khanafar et al. [4]**) Par l'expression:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi) (\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_s$$

La conductivité thermique effective du nanofluides est approximée par le modèle de Maxwell-Garnetts :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)}$$

La viscosité du nanofluides est donnée par **Brinkman [5]**:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}}$$

Les vitesses horizontales et verticales sont données par les relations suivantes respectivement:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

## RESULTATS ET DISCUSSION

Afin de garantir un code validé, une comparaison est faite sur la valeur de convergence de Nusselt dans le cas de  $Pr = 0,7$  et  $10^5 \leq Ra \leq 10^6$  aux autres valeurs connues par d'autres chercheurs, comme illustré au **tableau 1**. Le code actuel est encore validé en comparant les résultats dans le cas  $Pr = 0,7$  et  $10^5 \leq Ra \leq 10^6$  contre ceux d'**Oztop and Abu\_NADA [6]**; comme illustré à la **Fig. 2**

Ra	Présent étude	Markatos et al. [7]	De Vahl Davis [8]	Fusegi et al. [9]	Khanafar et al. [4]
10 <sup>3</sup>	1.132	1.108	1.118	1.105	1.118
10 <sup>4</sup>	2.256	2.201	2.243	2.302	2.245
10 <sup>5</sup>	4.573	4.430	4.519	4.646	4.522
10 <sup>6</sup>	9.122	8.754	8.799	9.012	8.826

**Tableau 1** : Nusselt Moyen pour  $Pr = 0,7$  et différentes valeurs de Ra

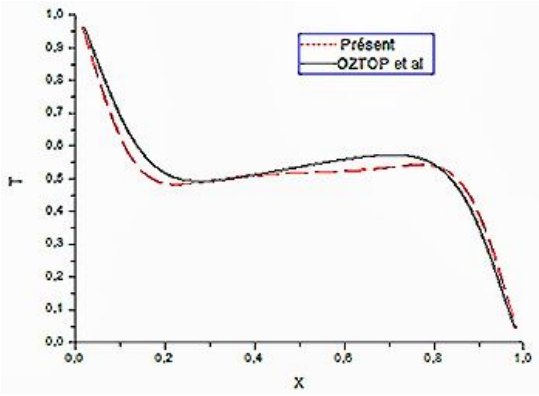


Fig. 2 : la température a la section droite moyenne de l'enceinte ( $Pr = 0,7$  et  $Ra = 10^5$ )

La Fig. 3 montre l'effet du type de nanofluide sur la variation du nombre de Nusselt. On observe que les valeurs de Nusselt pour Cu sont supérieures à celles du TiO3 et AL2O3 (pour différentes valeurs de Ra). Ce qui montre que le Cu est un bon conducteur de chaleur par rapport aux autres.

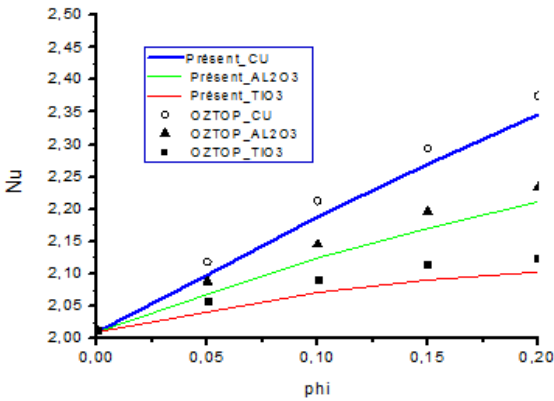


Fig. 3 : Nombre de Nu en fonction de  $\phi$  pour différents nanofluides avec  $h = 0,5$ ,  $y_p = 0,5$ , et  $Ra = 10^4$ .

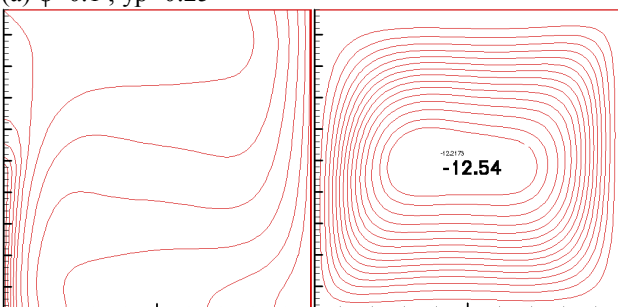
La Fig.3 montre aussi une comparaison de mes courbes a celles d'OZTOP avec une erreur de 1%.

La Fig.4 représente les champs de température et les lignes de courants dans une cavité chauffée partiellement remplie d'un nanofluide basé d'eau contenant des nanoparticules de Cu pour  $Ra = 10^5$  et  $h = 0,5$

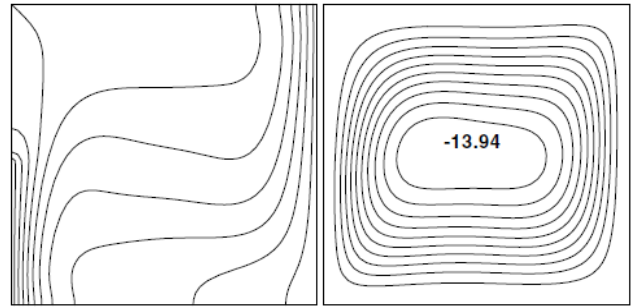
Deux configurations de la source prises dans cette communication en fonction de la position de la plaque chauffante sur la paroi gauche : partie supérieure ( $y_p = 0,75$ ) et partie inférieure ( $y_p = 0,25$ ).

Une comparaison est faite avec les champs de températures et les lignes de courants d'Oztop and Abu\_NADA [6].

(a)  $\phi = 0,1$  ;  $y_p = 0,25$

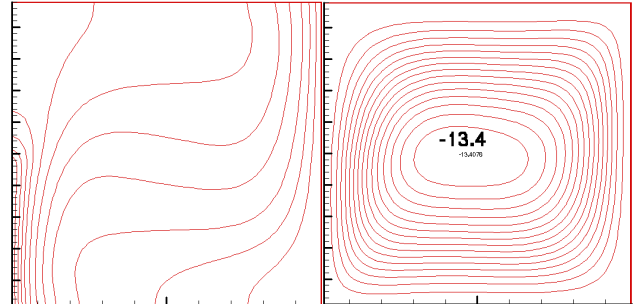


Present travail ( $\psi_{\min} = -13,7$ )

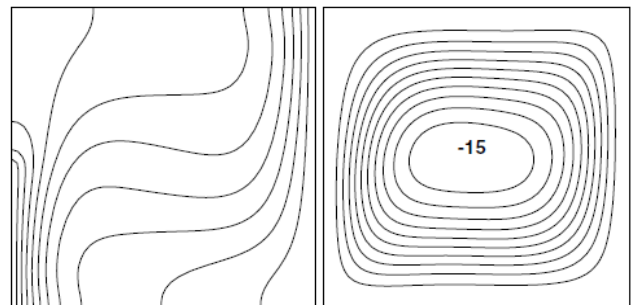


H.F. Oztop, [6]

(b)  $\phi = 0,2$  ;  $y_p = 0,25$

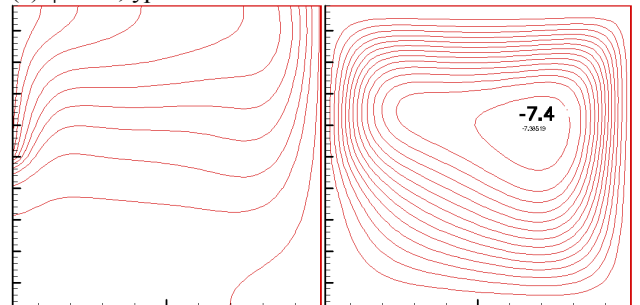


Present travail ( $\psi_{\min} = -14,6$ )

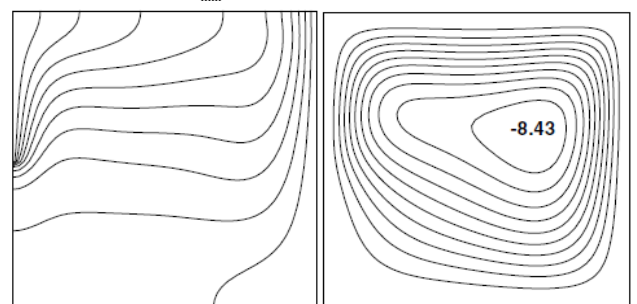


H.F. Oztop, [6]

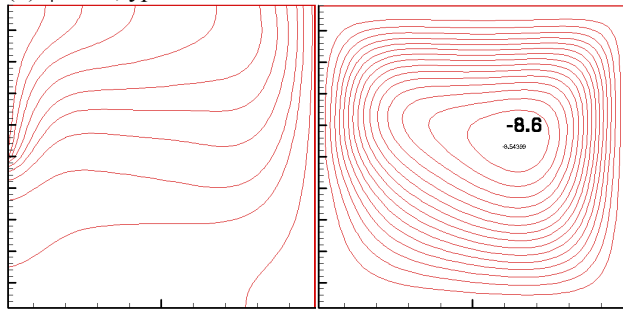
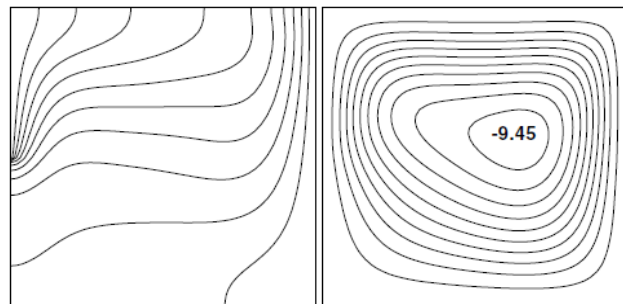
(c)  $\phi = 0,1$  ;  $y_p = 0,75$



Present travail ( $\psi_{\min} = -8,3$ )



H.F. Oztop, [6]

(d)  $\phi=0.2$  ;  $y_p=0.75$ Present travail ( $\psi_{\min} = -9,35$ )

H.F. Oztop, [6]

La Fig. 4 (a) illustre la température (à gauche) et les lignes de courant (à droite) pour  $\phi = 0,1$ ,  $h = 0,5$  et  $y_p = 0,25$ . Pour cette cellule de circulation en forme d'ovale est formée avec  $\psi_{\min} = 13,7$  en raison d'une cavité chauffée à la partie inférieure de la paroi gauche. L'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules de 0,1 à 0,2, la longueur de la circulation de la cellule diminue et augmente la force de l'écoulement, comme on le voit à Fig. 4 (b)

Lorsque la plaque chauffante est placée sur la partie supérieure de la moitié de l'enceinte, c'est à dire,  $y_p = 0,75$ , une cellule filtrante en forme d'œuf est observée avec  $\psi_{\min} = 8,3$  pour  $\phi = 0,1$  (Fig. 4 (c)) et  $\psi_{\min} = 9,43$  pour  $\phi = 0,2$  (Fig. 4 (d)). Lorsque la plaque chauffée se trouve dans la moitié supérieure, le débit diminue par rapport à l'emplacement dans la partie inférieure. C'est en raison de contact d'un liquide chaud à la paroi supérieure horizontale adiabatique. Dans ce cas, le liquide au coin inférieur droit devient immobile en raison de contact du fluide distribué à la partie inférieure adiabatique de la paroi gauche. En outre, le fond de la moitié de la cavité devient froid que la partie supérieure. Dans l'ensemble, l'observation de la Fig. 4 montre que lorsque la fraction volumique augmente, les mouvements des particules deviennent irréguliers et aléatoires en raison de l'augmentation du taux de change d'énergie dans le liquide. Ainsi que l'emplacement de la plaque chauffante sur la partie inférieure de la paroi gauche ( $y_p = 0,25$ ) est mieux que sur la partie supérieure ( $y_p = 0,75$ ) puisqu'il augmente la force de l'écoulement.

## CONCLUSION

Les résultats de simulation montrent que l'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé.

L'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules dans le fluide favorise d'avantage le transfert de chaleur.

## REFERENCES

- [1] D. Wen, Y. Ding, Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions, *Int. J. Heat and Mass Transfer* 47 (24) (2004) 5181.
- [2] Hakan F. Oztop et Eiyad Abu-Nada. Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336
- [3] Abu-Nada, E., 2008. Application of nanofluids for heat transfer enhancement of Separated flows encountered in a backward facing step. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29, 242–249.
- [4] Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M., 2003. Buoyancy-driven heat transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids *Int. J. Heat Mass Transfer* 46 (2003) 3639–3653.
- [5] Brinkman, H.C, 1952. The viscosity of concentrated suspensions and solutions *J. Chem. Phys.* 20, 571–581.
- [6] H.F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosure filled with nanofluids. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336.
- [7] Markatos, N.C., Pericleous, K.A., 1984. Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer* 27, 772–775.
- [8] G. De Vahl Davis, I.P. Jones, Natural convection in a square cavity: a benchmark numerical solution. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 3 (1983) 227–248.
- [9] T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara, B. Farouk, A numerical study of three dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer* 34 (1991) 1543–1557.



# MODELISATION DE LA CONVECTION NATURELLE INDUITE PAR UNE DOUBLE DIFFUSION DANS UN MILIEU POREUX SATURE AUTOUR D'UNE PLAQUE VERTICALE CHAUFFEE AVEC PRISE EN COMPTE DE L'EFFET SORET.

M. EL HAROUÏ, M. SRITI, D. ACHEMLAL

Laboratoire LIMA0, Equipe de Modélisation Numérique en Mécanique Appliquée  
Faculté Polydisciplinaire de Taza, BP 1223, Taza, Maroc.  
(elharoui\_m@yahoo.fr, mmsriti@yahoo.fr, driss\_achemlal@yahoo.fr)

## Résumé

Le principal objectif de ce travail est d'étudier le phénomène de la convection naturelle induite par des gradients de température et de concentration autour d'une plaque plane chauffée et posée verticalement dans un milieu poreux saturé par un fluide newtonien incompressible. Ces gradients engendrent une distribution non uniforme de la densité du mélange qui génère un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. Ces gradients qui sont, généralement, imposés interagissent donnant naissance à des comportements thermique et dynamique compliqués. Les propriétés thermophysiques du fluide et du milieu poreux sont supposées constantes et la masse volumique du fluide vérifie l'approximation de Boussinesq.

**Mots clés :** Convection naturelle, diffusion thermosolutale, milieu poreux saturé,

## Introduction

Le phénomène de la convection thermosolutale en milieu poreux saturé, engendré par des gradients de température et de concentration, a suscité ces dernières années un grand intérêt par de nombreux chercheurs, tant expérimental, théorique et numérique [1-5]. Cet intérêt est en fait justifié par l'importance pratique du phénomène dans plusieurs processus environnementaux et industriels. On peut citer à titre d'exemple la diffusion des solutés contaminants dans les sols, la diffusion des éléments chimiques dans les lits poreux réactifs, l'extraction pétrolière, le stockage des déchets nucléaires, le dessalement de l'eau de mer, le processus de séchage, ...

Nous proposons dans ce travail, d'étudier le phénomène de la convection naturelle thermosolutale autour d'une plaque

plane chauffée et immergée verticalement dans un milieu poreux saturé de fluide binaire newtonien et incompressible, la plaque est considérée imperméable et maintenue à une température  $T_w$  et concentration  $C_w$  constantes. Dans ce problème, les mouvements convectifs sont gouvernés par les gradients de température et de la concentration. L'écoulement engendré est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel. L'approximation de Boussinesq considéré suppose que les propriétés thermodynamiques sont indépendantes de la température et de la pression et la masse volumique du fluide dépend linéairement de la température et de la concentration comme suit :

$$\rho = \rho_{\infty} (1 - \beta_T (T - T_{\infty}) - \beta_C (C - C_{\infty}))$$

Avec  $\beta_T$  et  $\beta_C$  sont, respectivement, les coefficients d'expansion thermique et massique.

## Géométrie du Modèle physique

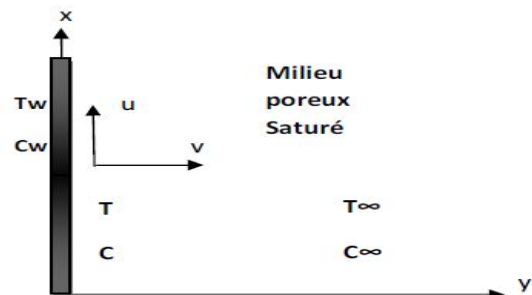


Fig 1 : Modèle physique et système de coordonnées

## Formulation mathématique

En tenant compte de certaines hypothèses simplificatrices, le problème est gouverné par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u = \frac{Kg}{\nu} [\beta_T (T - T_{\infty}) + \beta_C (C - C_{\infty})] \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_M \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_T \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \quad (1)$$

$u$  et  $v$  sont les composantes du vecteur vitesse suivant les directions  $x$  et  $y$  respectivement,  $(x, y)$  les coordonnées cartésiennes,  $T$  et  $C$  sont la température et la concentration au voisinage de la plaque,  $T_{\infty}$  et  $C_{\infty}$  représentent la température et la concentration de référence considérées au loin de la plaque.  $D_T$  et  $D_M$  représentent respectivement le coefficient de thermodiffusion et le coefficient de diffusion



massique,  $a$  est la diffusivité thermique,  $\nu$  la viscosité cinématique

Les équations ci-dessus sont couplées aux conditions aux limites (2) suivantes :

$$\begin{aligned} x \geq 0, y = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w, \quad C = C_w \\ x \geq 0, y = \infty, \quad u = 0, \quad T = T_\infty, \quad C = C_\infty \end{aligned} \quad (2)$$

### Méthode de résolution

Les équations du système (1) ci-dessus sont couplées et non linéaires, pour cela on adopte une technique de résolution par la méthode de similarité, on introduisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} \eta = \frac{y}{x} Ra_x^{\frac{1}{2}} \quad \psi = a Ra_x^{\frac{1}{2}} f(\eta) \\ \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad \phi = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty} \end{aligned} \quad (3)$$

$$Ra_x = \frac{g \beta_T (T_w - T_\infty) x}{\nu a}$$

Avec  $\eta$  et  $f$  sont la variable et la fonction de similarité respectivement,  $\theta$  et  $\Phi$  sont la température et la concentration adimensionnelles,  $Ra_x$  le nombre de rayleigh locale et  $\psi$  la fonction de courant définie par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

L'application des transformations (3) au système d'équations (1) aboutis au système d'équations adimensionnelles suivant :

$$\begin{cases} f'' - \theta - N\phi' = 0 \\ \theta'' + \frac{1}{2} f' \theta = 0 \\ \frac{1}{L_e} \phi'' + \frac{1}{2} f' \phi' + S_r \theta'' = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Le système d'équations (4) est couplé avec les (CL) sous forme adimensionnelle suivantes

$$\text{pour } \eta = 0, \quad f = 0, \theta = 1, \phi = 1 \quad (5)$$

$$\text{pour } \eta = \infty, \quad f' = 0, \theta = 0, \phi = 0$$

Avec les nombres adimensionnels  $S_r$  de Soret,  $L_e$  de Lewis, et  $N$  de sustentation qui s'expriment par les expressions suivantes :

$$S_r = \frac{D_T (T_w - T_\infty)}{a (C_w - C_\infty)}$$

$$L_e = \frac{a}{D_M}$$

$$N = \frac{\beta_c (C_w - C_\infty)}{\beta_T (T_w - T_\infty)}$$

Les nombres de Nusselt et de Sherwood locales sont les suivants :

$$Nu_x = -\theta'(0) Ra_x^{\frac{1}{2}}$$

$$Sh_x = -\phi'(0) Ra_x^{\frac{1}{2}}$$

### Perspectives

Dans le but de compléter notre travail, nous cherchons à :

- Résoudre numériquement le système d'équations adimensionnelles (4) assorties des (CL) (5) en utilisant une méthode itérative de **Runge-Kutta** d'ordre 5 pour déterminer la distribution des champs de température, de vitesse et de concentration autour de la plaque chauffée.
- Résoudre le système d'équations (4) directement en utilisant un schéma numérique de différences finis et comparer ensuite les résultats trouvés avec ceux obtenus par la méthode de similarité .
- Inclure dans notre étude d'autres effets pouvant influencer les profils thermique et massique à savoir la radiation thermique, l'effet magnétique .....

### References

- [1] Trevisan, O;V., and Bejan, A. (1985), Natural convection with combined heat and mass transfer bouancy effects in porous medium, Int. J. Heat Mass Transfer, 28, 1597-1611.
- [2] Yhiaoui, M. A., Bahloul, Vasseur, P., Robillard, L. (2007), Natural convection of a binary mixture in vertical closed annulus. Chemical Engineering communications, 194, 783-794.
- [3] R. Bennacer, A. Tobbal, H. Beji. Rev. Energ. Ren. Vol 5(2002). Convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse anisotrope : Formulation de Darcy-Brinkman
- [4] Lamine Kalla, convection thermosolutale au sein d'une cavité poreuse saturée par un fluide binaire. Thèse de doctorat , Ecole polytechnique de Montréal. Avril 2004.
- [5] M.S alam, M.M. Rahman, M.A. Samad, Numerical study of the combined Free-Forced convection and mass transfer flow past a vertical porous plate in a porous medium with heat generation and thermal diffusion. int journal of nonlinear: modeling and control, 2006, Vol 11, N 4, 331-343

# FREEZING DESALINATION OF SEAWATER: INFLUENCE OF OPERATING CONDITIONS

ANOUAR RICH<sup>1,2,3,\*</sup>, YOUSSEF MANDRI<sup>2,4</sup>, DENIS MANGIN<sup>2</sup>, MOHAMED EL GANAOUI<sup>1</sup>, JEAN-PAUL KLEIN<sup>2</sup>, TIJANI BOUNAHMIDI<sup>3</sup>, AHMED BOUHAOUSS<sup>4</sup>, STÉPHANE VEESLER<sup>5</sup>

\*<sup>1</sup> LERMAB-IUT de Longwy, Université de Lorraine, 186, rue de Lorraine, F-54400 Cosnes et Romain –France

[anouar.rich@univ-lorraine.fr](mailto:anouar.rich@univ-lorraine.fr)

<sup>2</sup> LAGEP, UMR CNRS 5007, Université Lyon 1, CPE Lyon, 43 bd du 11 Novembre 1918, 69622 Villeurbanne-France.

<sup>3</sup> LASPI, Ecole Mohammadia d'Ingénieurs (EMI), Université Mohammed V-Agdal, Rabat - Maroc

<sup>4</sup> LCPGIMNE, Faculté des Sciences de Rabat, Université Mohammed V-Agdal, Rabat - Maroc

<sup>5</sup> CINAM-CNRS, Campus de Luminy, Marseille - France

**Abstract:** The work aims to develop a process for freezing desalination of seawater on cold walls. The experiments were performed with water/NaCl solutions of different concentrations and with samples of seawater. The pilot crystallizer consists of a cooled tube immersed in a cylindrical double jacketed tank containing water to be treated. The complete process of desalination is conducted in two steps: the freezing step, leading to the crystallization of the ice layer and the sweating step, which consists of purifying in depth the ice layer by melting the impure zones. The systematic study of the influence of operating parameters has highlighted the important role of the cooling ramp and salinity of the solution on the purity of the ice produced. In the absence of stirring, the temperature of the double jacket also has a noticeable effect on the purity of the ice due to temperature gradients, and consequently, convection currents that may result in the solution. The results of this work show the feasibility of the technique and give a good indication of operating conditions that can be used to produce drinking water.

**Mots-clés :** desalination; seawater; freezing; sweating; convection currents

## 1. Introduction

Energy and water are essential to the development of any human community. Water is our most precious natural resource. Desalination of seawater is one of the most promising options to ensure the drinking water supply. Desalination by freezing could present some advantages versus other techniques. The method has the advantage of having a low environmental impact: Reverse osmosis used membranes in fact onerous and very sensitive to the problem of clogging, requiring pre-treatment pushed seawater. The process by freezing is also less corrosion problems and scaling as distillation, given the low levels of working temperatures. It can theoretically allow an energy gain from the distillation because the heat of fusion of ice is seven times lower than the heat of vaporization of water. Thus, the energy cost of desalination by freezing may be competitive with that of reverse osmosis and distillation. This work is a continuation of previous work. In earlier work, freezing indirect were made either in static mode in which the solution is stagnant [1, 2] or by agitation mode the brine was induced by air bubbling [3]. The results

presented here are a comparison between the two Operating modes in order to quantify the influence of operating conditions of the desalination process by freezing the purity of the ice to produce fresh water.

## 2. Experimental set up

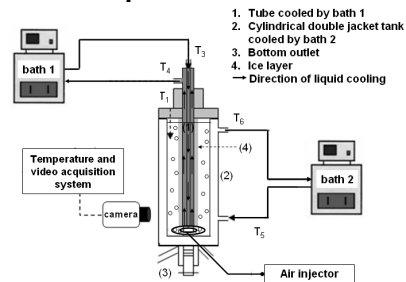


Fig 1. Experimental setup.

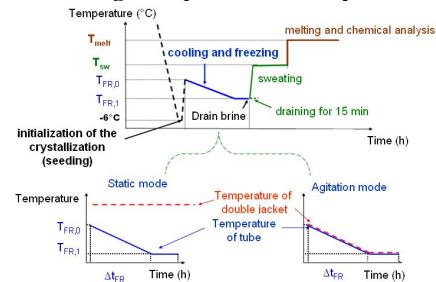


Fig. 2. Main steps and operating conditions of the desalination process in static and agitated modes

Fig.1 represents the experimental setup. The crystallizer was composed of a stainless steel tube immersed inside a cylindrical glass tank equipped with a double jacket. The solution was introduced in to the glass tank. The freezing step led to the formation of an ice layer on the external surface of the tube. At its base, the tube is coated with teflon tape to prevent crystallization in the area. A camera, was used to film the ice layer and then measure its growth kinetics. Two thermostatic baths were used to set the cooling rate in the tube and in the double jacketed tank, respectively. The different temperatures were measured and recorded continuously using a data acquisition system. Different saline solutions were used for the experiments: NaCl/water solutions and seawaters from Rabat (37.6g/kg), Marseille (38.6g/kg) and Nice (39.1g/kg). Fig. 2 includes the steps and the operating conditions applied to the desalination process. The process is divided into five main steps:

1<sup>st</sup> step, initialization of the crystallization or seed:

The initialization was done as follows: the tube was cooled to -6 °C and plunged indistilled water in order to form a seed layer on the surface of the tube. The tube was next quickly heated to the chosen initial temperature of the freezing step and introduced in the glass tank filled with of saline solution, preliminary brought at the same initial temperature ( $T_{FR,0}$ ).

2<sup>nd</sup> step cooling and freezing: this step was performed in two modes:

In static mode in which the solution is stagnant, trials are usually conducted by maintaining the temperature of the double jacket constant and performing a cooling ramp into the tube.

Agitation mode in which the agitated of the solution is achieved by injecting air (flow rate=21.5cm<sup>3</sup>/s) through a ring placed at the bottom the tank and pierced with four holes of 1mm in diameter. Similar linear cooling rates were

applied in both the tube and the double jacket of the glass tank. At the end, the chosen final temperature of the freezing step was kept constant for one hour. The mass of solution introduced is 300g static mode and 280g agitation mode

3<sup>rd</sup> step, drain brine: the residual brine was evacuated through the bottom outlet.

4<sup>th</sup> step draining or sweating: after the freezing step, two types of purification of the ice:

The first type of purification is a simple draining operated by keeping the tube covered with ice in the tank empty double wrapped and at 0°C for 15 min.

The second type of purification of the ice layer is sweating which allows purify down the ice by making a merger of the impure. It consists of a controlled heating of the crystalline layer in order to melt the crystal sections in contact with the solution pockets trapped inside of the layer. Indeed, the ice layer is impure because of these brine pockets formed during the layer growth. Sweating is then able to purify the interior of the ice layer by draining out the trapped solution pockets. In all the experiments, a ramp of 0.17h was applied to reach the chosen sweating temperature in the tube and the tank double jacket; the sweating temperature was then kept constant during the whole sweating step.

5<sup>th</sup> step fusion: The remaining purified ice layer was finally recovered by completely melting it.

The salinities of the different solutions collected (brine, drained out liquid or sweating liquid and melted purified ice) were measured and the mass balance was verified. The salinities were assimilated to the total dissolved solids measured by water evaporation at 100°C for the NaCl/water solutions and at 180°C for the sea water solutions.

The operating parameters of the freezing step were: the initial temperature ( $T_{FR,0}$ ) and the final temperature ( $T_{FR,1}$ ) in baths n°1 and 2 (identical in the two baths), the cooling time ( $\Delta t_{FR,0}$ ), the type and the salinity of the initial solution ( $C_{sol,0}$ ). The operating parameters of the sweating step were: the temperature set in the tube and in the tank double jacket ( $T_{SW}$ ), and the duration of the sweating step ( $\Delta t_{SW}$ ).

### 3. Results

#### 3.1. Influence of the initial temperature the cold wall

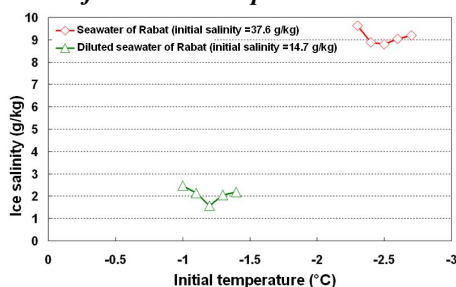


Fig. 3. Effect of the initial temperature on the ice salinity in freezing static mode for seawater

Fig. 3 present the effect of initial temperature on the purity of the ice for preliminary tests conducted in static mode with seawater in Rabat and Rabat seawater diluted. Fig 3 shows that, for each solution, there was an optimal temperature, which led to the lowest ice salinity. A difference of 0.1°C to 0.2°C compared to the optimal temperature can lead to a final salinity of the ice above 1g/kg. Fig. 4 compares the ice thickness evolution measured by video for 3 different initial temperatures with solutions of sea water diluted. Fig. 4 this helps to explain

the effect of initial temperature. The initial temperature of the cooling ramp that gives the best pure ice is equal to  $T_{FR,0} = -1.2^\circ\text{C}$ . In this case, the thickness of the ice layer grows almost linearly for the duration (5 hours) which is applied during the cooling ramp. If the initial temperature is below the optimum temperature, the initial growth is faster. If the initial temperature is higher than the optimum temperature ( $T_{FR,0} = -1.1^\circ\text{C}$ ), growth is initially very low, and then becomes faster than that observed with optimal  $T_{FR,0}$ . It is therefore not surprising that the inclusion rate is higher if the distance from the initial temperature optimum. When the initial temperature is equal to  $T_{FR,0} = -1^\circ\text{C}$ , there is even a merger of the seed layer.

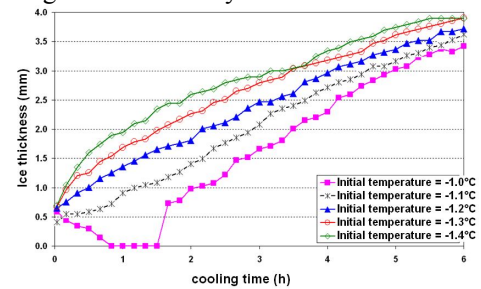


Fig. 4. Evolution of the ice thickness for different initial temperatures for diluted seawater Rabat of initial salinity 14.7g/kg

#### 3.2. Effects of the ice growth rate and of the initial solution salinity

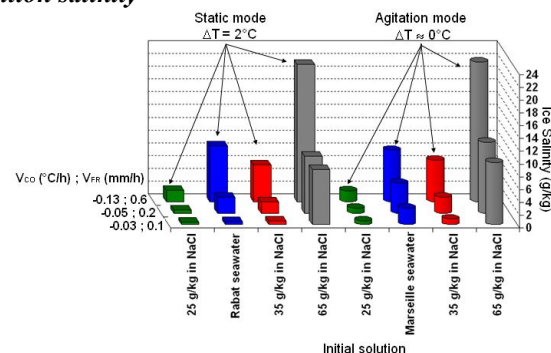


Fig. 5. Ice salinity versus initial solution for different ice growth rates; for each series  $V_{FR}$  (average growth rate) and  $V_{CO}$  (Cooling rate)

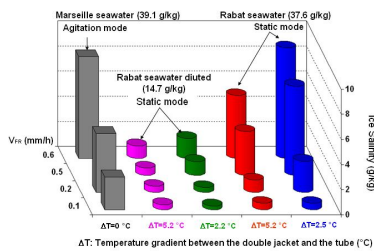
Fig. 5 shows the effects of the mean growth rate of ice and that the initial solution salinity on the purity of the ice for trials conducted in static and agitation modes. A high growth rate or high cooling rate which results in a period of rapid cooling, the rate incorporation of solution pockets increases. A change of the growth mechanism, a change in the process of incorporating inclusions and the different types of inclusions in ice incorporated depending on the cooling rate and the initial solution salinity could explain this result as shown weeks and Ackely [4]. Salinity at the interface ice/solution may also be higher in high growth rate, because of the salt rejection during growth and over the initial solution salinity is increasing the salinity of the interface also increases. It also appears in Fig 5 in agitation mode and a temperature difference of low  $\Delta T = 0^\circ\text{C}$  between the jacket and the tube, salinities obtained are substantially the same as those that were obtained without agitation and by imposing a temperature difference of  $\Delta T = 2^\circ\text{C}$  for different solutions of NaCl concentration and seawater. The agitation seems to have the beneficial effect expected, renewing interface ice/solution and as a result reducing the



salt concentration solution bags incorporated into the ice. The ice layers formed in agitated fashion are also smooth, despite the low thermal gradient. Indeed, the solution seems to be every moment in equilibrium with ice [3]. But, in the absence of stirring, the temperature of the jacket also has a noticeable effect on the purity of the ice due to temperature gradients, and consequently, convection currents that it may create in the solution. In the next section, we analyze in detail the effect of temperature gradient on the purity of the ice.

**3.3. Effect of temperature gradient**

Fig. 6 shows the effect of initial thermal gradient ( $\Delta T$ ) between the double jacket and the tube on the purity ice growth rate in average ice between 0.1 and 0.6mm/h in static and agitated modes solution for three types: seawater of Rabat, Rabat seawater diluted and seawater of Marseille. Fig. 6 shows that for seawater in static mode, the purity of ice clearly improves when  $\Delta T$  increases, growth data speed. However, the increased thermal gradient between the double jacket and the tube seems not to influence the purity of the ice formed for freezing conducted with diluted seawater salinity of 14.7g/kg.  $\Delta T$  applied between the double jacket and the tube implies the existence of a thermal gradient through the solution: the solution is cold at the interface ice/solution and hot in the vicinity of the wall of the tank. In this case, the cold solution in equilibrium at the interface is always denser than the hot solution close to the jacket. Moreover, the energy consumption of the process by freezing was also calculated in a recent study. The study indicated that the process in static mode is lower than the mode process in agitated because of agitation by bubbling the solution requires additional consumption. The energy consumption to produce 1m<sup>3</sup> of fresh water is about 8KWh/m<sup>3</sup> in static mode and 24KWh/m<sup>3</sup> in agitation mode. This means that the freezing method can be competitive for reverse osmosis (5KWh/m<sup>3</sup>) and distillation (20kWh/m<sup>3</sup>) [5].

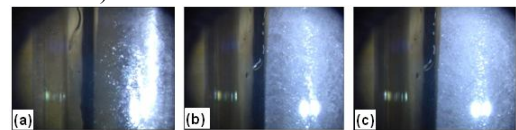


**Fig. 6. Effect of thermal gradient between the double jacket and the tube, growth rate on the purity ice**

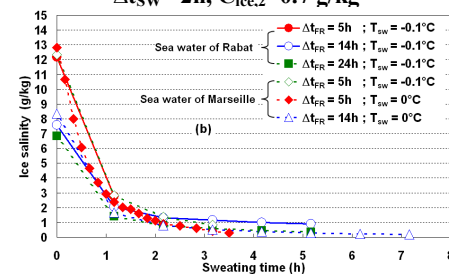
**3.2. Study of the sweating step**

The key parameters of sweating are the initial salinity of the ice after freezing step ( $C_{ice,1}$ ), time to sweating ( $\Delta t_{sw}$ ) and temperature sweating ( $T_{sw}$ ). The photos in Fig 7 recorded using the video camera present the appearance of the ice during the step of sweating from seawater from Nice. Fig. 7 shows photos captured with the video camera during the sweating step. Many cracks appeared in the layer. These cracks can explain why purification in depth was possible. Fig 8 show the results of the sweating experiments performed with ice layers formed from the three sea waters. In each experiment, the drained out liquid was regularly collected to measure its salinity. The time evolution of the ice salinity could then be calculated. Overall, sweating strongly improves the ice purity. These results highlight the essential role of the sweating step. For given sweating

conditions, the ice purity after sweating is better when the initial ice concentration is lower (sea water of Nice and  $T_{sw}=-0.4$  °C, or Rabat sea water and  $T_{sw}=-0.1$ °C). However, for severe sweating conditions, the final salinities become almost similar, whatever the initial ice purity (Marseille seawater and  $T_{sw}= 0$ °C). The effect of the sweating temperature  $T_{sw}$  is very strong. Thus, at  $T_{sw}=-0.1$ °C, only the ice obtained after a freezing step of 24h could give a final layer of salinity less than 0.5 g/kg, i.e. satisfying the drinking water standards. At  $T_{sw}=0$ °C, both layers formed by a freezing step of 14h and 5h gave drinking water after the sweating step. The sweating time  $\Delta t_{sw}$  is also important. The decrease in salinity is strong at the beginning. Then, each curve seems to reach a plateau (about 3 or 4 h).



**Fig. 7. Aspect of the ice layer during the sweating step; (a)  $\Delta t_{sw}=0h$ ,  $C_{ice,1}= 8.1$  g/kg ; (b)  $\Delta t_{sw}=1h$ ,  $C_{ice,2}=1.2$  g/kg ; (c)  $\Delta t_{sw}=2h$ ,  $C_{ice,2}=0.7$  g/kg**



**Fig. 8. Ice salinity as a function of the sweating time, for different sweating temperatures;**

**4. Conclusion**

The study helps identify the operating conditions to implement in a desalination process of seawater by freezing cold wall. It is important to drive the crystallization with precision to get an ice as pure as possible. Its purity is dependant on the initial temperature, on the growth rate and on the solution salinity. Experiments show the feasibility of achieving the standards of drinking water. The development of this process requires a continuation of work on: optimization steps of freezing and sweating modelling of mass transfer and heat must be developed to refine the interpretation of phenomena and coupled effects of operating parameters; integration of the overall process combining the steps of freezing, of sweating and of melting with the refrigerating machine must,

**Acknowledgments:**

Ce travail est réalisé dans le cadre de l'Action Intégrée n° MA/06/150, programme Volubilis, les auteurs tiennent à remercier le Comité Mixte Franco-Marocain et le dispositif Hubert Curien

**Reference**

[1] A. Rich, et al, 2010, Freezing Desalination of Sea Water in a Static Layer Crystallizer, Desalination and Water Treatment, 13, pp 120-127.  
 [2] Y. Mandri, et al. Parametric study of the sweating step in the seawater desalination process by indirect freezing, Desalination Vo 269, Iss 1-3, 15 March 2011, Pages 142-147.  
 [3] A. Rich, et al. Seawater desalination by dynamic layer melt crystallization: parametric study of the freezing and sweating steps, Journal of Crystal Growth, V 342, Iss 1, 1 March 2012, Pages 110-116.  
 [4] Weeks W.F. et Ackley S.F. (1986) The growth, structure and properties of sea ice, The Geophysics of Sea Ice.  
 [5] Y. Mandri, Etude paramétrique du procédé de dessalement de l'eau de mer par congélation sur paroi froide, thèse de l'Université de Lyon 1 (2011).

# SIMULATION DES TRANSFERTS THERMIQUES AU SEIN D'UNE PAROI DE CONSTRUCTION MUNIE DE MATÉRIAUX À CHANGEMENT DE PHASE (MCP)

H. HAMZA, B. ABOUELKHAYRAT, J. LAHJOMRI, A. OUBARRA

Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock, Laboratoire de mécanique,  
Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca, Maroc

## INTRODUCTION :

Sous les contraintes économiques du bâtiment il faut une construction plus légère et moins épaisse sans ignorer la réduction de la consommation d'énergie. D'où l'étude de l'intégration des Matériaux à Changement de Phase (MCP) dans les parois des bâtiments, afin d'améliorer l'inertie des parois et ainsi le confort thermique.

Cette solution technique a été initialisée par une comparaison des enveloppes des bâtiments traditionnels et actuels. Pendant très longtemps le modèle classique était un moyen passif permettant de limiter les pertes ou les apports thermiques en raison de son inertie thermique. Ceci est dû à l'énergie stockée sous forme sensible au sein des matériaux de construction traditionnels et par la suite la diminution de l'amplitude des variations de la température d'air interne [1]. En revanche la diminution des coûts des bâtiments modernes, implique une épaisseur réduite des parois. Cependant, de telles structures ne permettent plus une inertie thermique suffisante capable d'amortir les fluctuations de la température extérieure. Cette lacune peut se rectifier en faisant appel aux MCPs, qui stockent une grande partie de l'énergie sous forme latente (fusion-solidification), à condition que le matériau soit bien sélectionné selon les conditions imposées [2].

L'utilisation des MCPs dans le bâtiment a été étudiée par nombreux chercheurs durant la dernière vingtaine [3]. Les résultats montrent une réduction de la consommation d'énergie à la hauteur de 15% et indiquent une influence significative des conditions climatiques sur l'efficacité du MCP. Les études de NOEL J. et al. [4] ainsi que celles de F. Kuznik et al. [5] sont parmi celles qui indiquent une amélioration du confort en été.

Dans ce travail, on s'intéresse plutôt au confort thermique d'un local suite à un environnement adjacent différent. Ce dernier est supposé être le siège d'activité qui génère une température plus élevée que celle du local. L'effet de cet environnement est évalué pour une construction constituée tout d'abord par le béton, et par la suite améliorée par l'intégration du MCP. L'étude s'effectue pour deux niveaux thermiques externes, un uniforme et l'autre variant dans le temps sinusoïdalement.

## POSITION DU PROBLEME :

Il s'agit d'étudier le transfert de chaleur dans deux murs en régime transitoire unidirectionnel. Le premier mur schématisé en fig. (1-a) est constitué par un milieu solide de construction usuel comme le béton, tant dit que le deuxième

(composite) contient une couche de MCP, placée au milieu du béton comme le montre la figure (1-b) ci-dessous. Le problème de géométrie plane consiste à simuler l'influence de la présence du MCP sur le transfert de chaleur transmise par la paroi dans les deux configurations. L'attention sera portée sur la détermination de la position optimale capable d'atténuer les effets externes au niveau de l'intérieur du local.

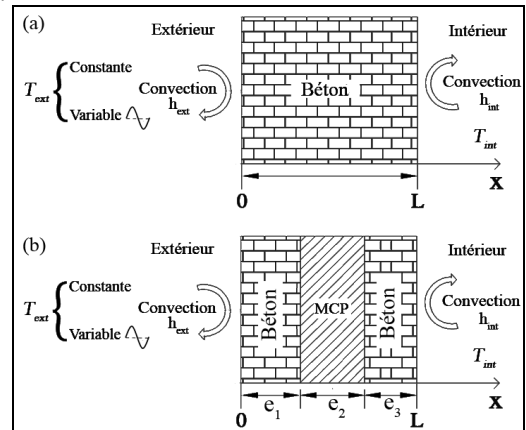


Fig.1 : Schémas des Parois sans (a) et avec (b) MCP.

La face gauche de la paroi est soumise à une température  $T_{ext}$  constante ou variante sinusoïdalement, tandis que la face droite est supposée maintenue à une température constante  $T_{int}$ .

La résolution de ce problème est effectuée en respectant les hypothèses suivantes :

Le régime de propagation de la chaleur est unidirectionnel selon x.

La convection naturelle à l'état liquide du MCP est négligée.

L'expansion volumique est négligeable lors du passage du matériau de l'état solide à l'état liquide.

Le MCP se comporte de manière idéale, c'est-à-dire que les phénomènes de surfusion, ségrégation, séparation de phases sont ignorés.

Les propriétés physiques du MCP ne sont pas les mêmes dans les phases liquide et solide et sont indépendantes de la température.

## FORMULATION DU PROBLEME :

L'équation régissant le problème, pour les différents milieux est donnée par (1) : Sachant que l'indice « i » correspond soit au béton ou bien au MCP.

$$\rho_i C_i \frac{\partial T_i}{\partial t} + \varepsilon_i \times \rho_i L_f \frac{\partial f}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} \quad (1)$$

Avec :

$\varepsilon_i = 0$  : Dans le cas du béton ou du MCP (Phase solide et liquide).

$\varepsilon_i = 1$  : Pour le MCP en fusion à  $T=T_f$ .

Le système d'équations précédentes, associé aux conditions aux limites et aux interfaces, a été résolu par un schéma aux différences finies implicite.

## RESULTATS ET DISCUSSION :

L'étude thermique est effectuée pour une paroi en fonction du choix du MCP et de la position occupée, afin de dégager lequel est favorable. La face interne de la paroi est supposée maintenue à une température uniforme alors que





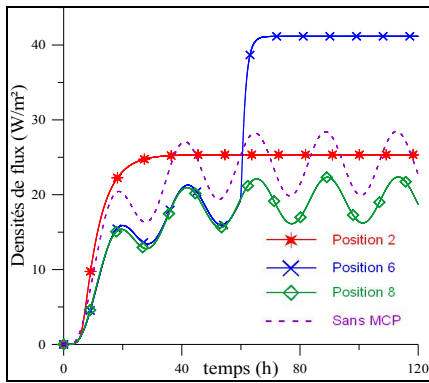
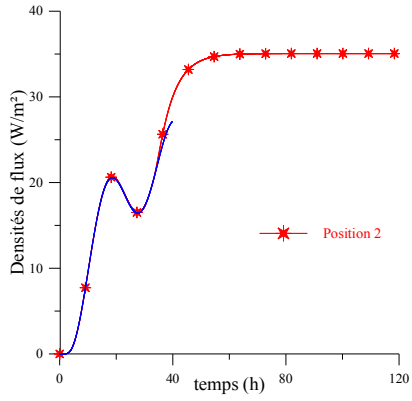


Fig.6 : Densité de flux de chaleur à l'intérieur pour le MCPI



# RESOLUTION NUMERIQUE DE LA CONDUCTION DE LA CHALEUR EN MILIEU ANISOTROPE EN REGIME TRANSITOIRE BIDIMENSIONNEL EN GEOMETRIE CYLINDRIQUE

I. ASLIB, D.ASSOUANE, J. LAHJOMRI, A. OUBARRA.

Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock, Laboratoire de mécanique, Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca, Maroc. **I-Introduction :**

Les matériaux anisotropes occupent de plus en plus une place importante dans les applications industrielles. De tels matériaux sont caractérisés par une conductivité thermique qui n'est plus constante comme dans le cas des milieux isotropes. Il en résulte une conduction de la chaleur qui dépend de la direction de propagation de la chaleur associé à un couplage entre les directions. Le mécanisme de transfert de chaleur par conduction dans de tels milieux est nettement différent de celui présent en milieu isotrope.

L'étude du transfert de chaleur par conduction dans les matériaux anisotropes génère une équation aux dérivées partielles qui met en jeu des dérivés croisées des variables spatiales. Par conséquent l'étude de la conduction de la chaleur dans de tels matériaux est délicate. Quand les termes des dérivés croisées est absent (milieu orthotrope) l'équation de la conduction de la chaleur est simplifiée.

Plusieurs études ont été faite dans ce type de milieu entre autres Haji-Sheikh et al [1] qui ont fait une étude relative à la résolution de l'équation de la chaleur multidirectionnel en régime permanent par la technique de variables séparés, ainsi que le travail de M.Raynaud et al [2] pour une configuration bidimensionnelle en régime transitoire par la même technique.

Dans le cas de milieu anisotrope, les travaux sont plus rares et à notre connaissance ça concerne uniquement le cas de régime permanent bidimensionnel: A.Y.Akoz, T.R.Tauchert [3], Chien-Ching.Ma, Shin-Wen [4] et tridimensionnel : B.P Gupta et al [5] ainsi que Y.P.Chang [6], par le technique de la transformé de Fourier.

Dans ce travail on s'intéresse à résoudre numériquement l'équation de la conduction de la chaleur en régime transitoire dans un milieu anisotrope sous forme de cylindre bidimensionnelle (r,z) et soumis à des conditions aux limites différentes.

## II- Position de problème et formulation mathématique:

On considère un cylindre anisotrope bidimensionnel en coordonnées cylindrique (r,z) sans source de chaleur interne. L'objectif est de déterminer numériquement le profil de température en régime transitoire pour des conditions aux limites de type Dirichlet et Robin selon les figures 1 et 2 :

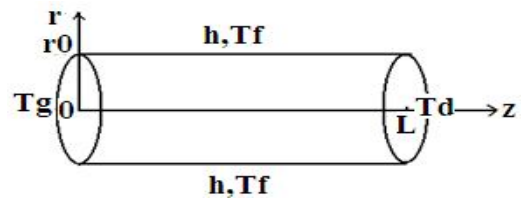


Fig1 : Cylindre anisotrope avec des conditions aux limites de type Dirichlet et Robin.

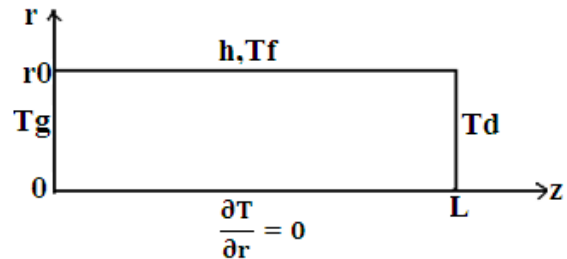


Fig2 : Configuration étudiée dans le plan (r,z).

Le profil de température nécessite la résolution de l'équation de la chaleur ci-dessous:

$$\alpha_{rr} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\alpha_{rr}}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \alpha_{zz} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + 2\alpha_{rz} \frac{\partial^2 T}{\partial r \partial z} + \frac{\alpha_{rz}}{r} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Où les  $\alpha_{rr}$ ,  $\alpha_{zz}$  et  $\alpha_{rz}$  sont les diffusivités thermiques principales selon les axes r, z et ainsi que celle croisée.

La résolution de l'équation (1) est délicate à cause du terme croisé  $\frac{\partial^2 T}{\partial r \partial z}$ . On cherche pour cela à ramener cette équation sous une forme similaire à celle d'un milieu isotrope pour lequel le terme croisé est absent. Ceci est obtenu au moyen du changement de variables [4]:

$$\begin{pmatrix} R \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ z \end{pmatrix} \text{ avec } a = \frac{\sqrt{\alpha_{rr}\alpha_{zz} - \alpha_{rz}^2}}{\alpha_{rr}} \text{ et } c = -\frac{\alpha_{rz}}{\alpha_{rr}}$$

Dans le nouvel espace (R,Z) on obtient une équation de la diffusion de la chaleur similaire à celle qui régit un milieu isotrope en géométrie cylindrique, à savoir :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

avec  $\alpha = \frac{\alpha_{rr}\alpha_{zz} - \alpha_{rz}^2}{\alpha_{rr}}$

Cependant la résolution de l'équation précédente (2) pose un problème. En effet les méthodes classiques de résolution des équations de ce type nécessite un contour d'intégration rectangulaire ce qui n'est pas notre cas (Figure3).

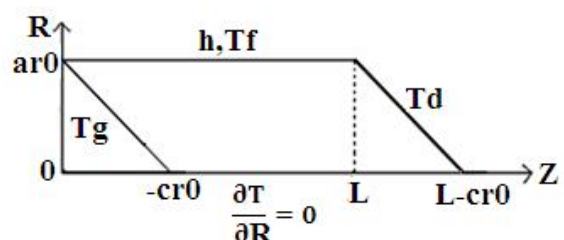


Fig3 : Géométrie du milieu étudié dans l'espace virtuel.

Pour remédier à ce problème, on propose d'ajouter deux bandes à gauche et à droite ce qui donne le contour d'intégration ci-dessous (Figure4).

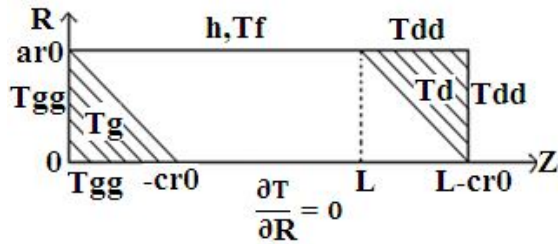


Fig4 : Géométrie du milieu étudié avec deux bandes dans l'espace virtuel.

Il est évident qu'il faut se donner d'autres conditions aux limites du fait de l'introduction de ces deux bandes. Ces conditions aux limites symbolisées sur la figure par Tgg et Tdd n'auront aucune influence sur la distribution de température au sein du milieu isotrope dérivé à partir de l'anisotrope de départ.

En introduisant les paramètres adimensionnels suivants :

$$R^* = R/r_0, Z^* = Z/r_0, t^* = \alpha r_0^2 t$$

$$\text{et } \Theta(R^*, Z^*, t^*) = T(R, Z, t) - T_f$$

L'équation de la chaleur (2) sous forme adimensionnelle s'écrit :

$$\frac{1}{R^*} \frac{\partial \Theta}{\partial R^*} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial R^{*2}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^{*2}} = \frac{\partial \Theta}{\partial t^*} \quad (3)$$

Si on détermine le profil de température  $\Theta(R^*, Z^*, t^*)$  dans l'espace virtuel adimensionnel déterminé par les coordonnées  $(R^*, Z^*, t^*)$ , on peut par la transformation inverse déduire l'évolution de température  $T(r, z, t)$  dans l'espace réel.

### III. Solution numérique et validation :

On a adopté comme méthode numérique de résolution de l'équation (3), celle de Gauss-Seidel. Chaque matrice de notre problème vérifie le test de convergence de Gauss-Seidel.

La validation du code numérique a été faite en comparant la solution numérique à faible coefficient de diffusivité thermique croisé ( $\alpha_{rz}/\alpha_{rr} = 10^{-2}$ ) et ( $\alpha_{zz}/\alpha_{rr} = 1$ ) pour des temps élevés, avec la solution analytique relative à un milieu isotrope en régime permanent et dont l'expression est donnée par [7] :

$$\Theta(r, z) = T(r, z) - T_f = 2 \frac{\theta_g \text{Bi}}{h_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n) \sinh((L-z)\lambda_n)}{\left(\frac{\text{Bi}^2}{h_0^2} + \lambda_n^2\right) J_0(\lambda_n) \sinh(\lambda_n L)}$$

Où les  $\lambda_n$  s'obtiennent à partir des racines de l'équation:

$$-\lambda_n J_1(\lambda_n r_0) + \frac{h}{k} J_0(\lambda_n r_0) = 0$$

$J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel de 1<sup>er</sup> espèce d'ordre zéro et un,  $\text{Bi} = \frac{h r_0}{k}$  (Nombre de Biot) et  $\theta_g = T_g - T_f$ .

La comparaison des solutions analytique et numérique est donnée sur la figure (5) pour deux valeurs du nombre de Biot : 1 et 4. Cette figure montre un bon accord sachant pour des problèmes numériques on ne peut prendre  $\alpha_{rz} = 0$ .

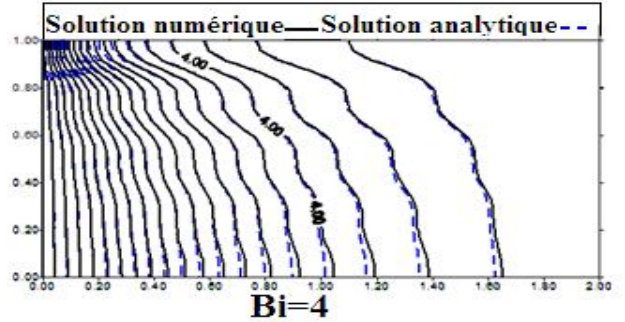
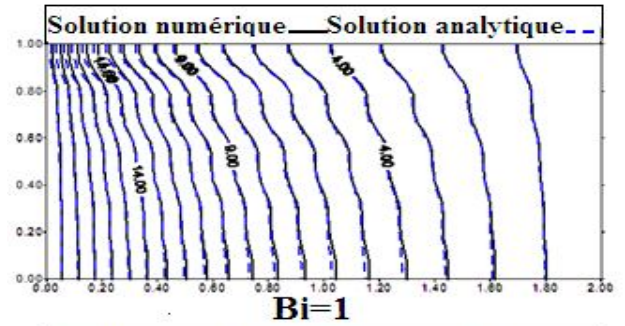


Fig5 : Profils des températures numérique et analytique pour  $\theta_f = 0^\circ\text{C}$ ,  $\theta_g = 20^\circ\text{C}$  et  $\theta_d = 0^\circ\text{C}$ .

Dans un deuxième temps on s'est intéressé à l'influence de la diffusivité thermique croisé ( $\alpha_{rz}$ ) sur la conduction de la chaleur en milieu anisotrope. Ainsi deux cas ont été étudiés :

Configuration dissymétrique :

$$\alpha_{zz}/\alpha_{rr} = 1; \alpha_{rz}/\alpha_{rr} = 0.2, 0.5 \text{ et } 0.8;$$

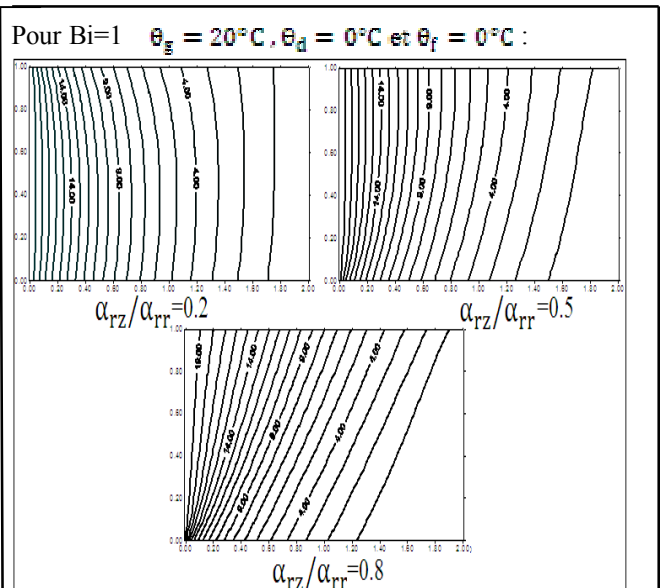
$$\text{Bi} = 1, 4; \theta_g = 20^\circ\text{C}, \theta_d = 0^\circ\text{C} \text{ et } \theta_f = 0^\circ\text{C}.$$

Configuration symétrique :

$$\alpha_{zz}/\alpha_{rr} = 1; \alpha_{rz}/\alpha_{rr} = 0.01, 0.2, 0.5 \text{ et } 0.8;$$

$$\text{Bi} = 1, 4; \theta_g = \theta_d = 20^\circ\text{C} \text{ et } \theta_f = 0^\circ\text{C}.$$

Les résultats de simulation sont reportés sur la figure 6 pour le 1<sup>er</sup> cas et la figure 7 pour le 2<sup>ème</sup> cas. Pour des raisons d'espace, les isothermes présentées sont relatives à un temps qui correspond au régime permanent sachant que le code numérique permet le suivi temporel du profil de la température :



Pour  $Bi=4$   $\theta_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$ ,  $\theta_d = 0^\circ\text{C}$  et  $\theta_f = 0^\circ\text{C}$  :

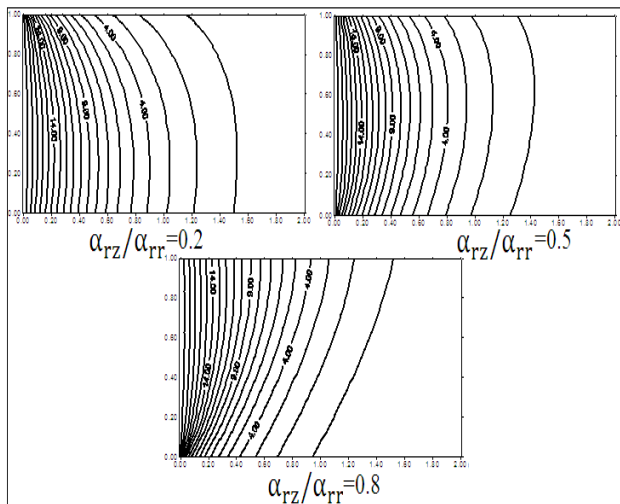
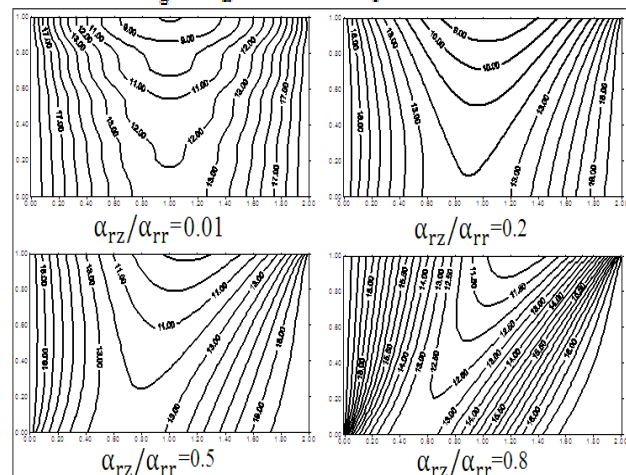


Fig6 : Influence de la diffusivité thermique croisée sur le profil de température (configuration dissymétrique).

Pour  $Bi=1$   $\theta_{\text{int}} = \theta_d = 20^\circ\text{C}$  et  $\theta_f = 0^\circ\text{C}$  :



Pour  $Bi=4$   $\theta_{\text{int}} = \theta_d = 20^\circ\text{C}$  et  $\theta_f = 0^\circ\text{C}$  :

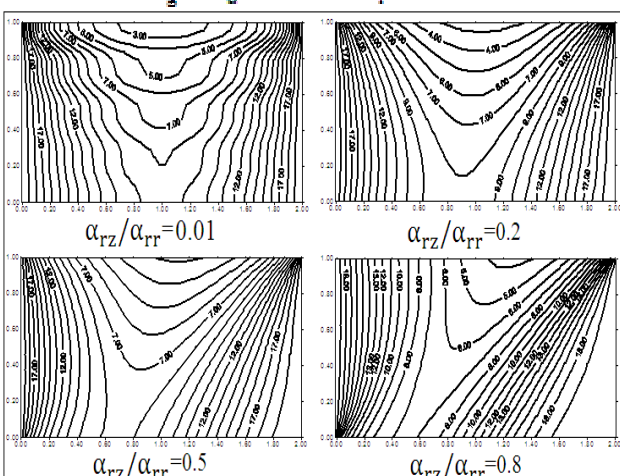


Fig7 : Influence de la diffusivité thermique croisée sur le profil de température (configuration symétrique).

Les figures ci-dessus permettent de bien dégager l'influence de la diffusivité thermique croisée sur le transfert de chaleur. On note qu'un accroissement de ce terme modifie d'une façon notable les profils de températures par rapport au cas qui s'apparente au cas limite d'un milieu isotrope : figures 5 et 6 pour la configuration dissymétrique et figure 7 pour le cas symétrique. En particulier dans le cas de la configuration symétrique, l'augmentation de cette diffusivité thermique rompt la symétrie présente dans le cas isotrope d'autant plus que ce terme est élevé.

### Conclusion

Un code numérique a été mis au point pour caractériser la conduction de la chaleur en milieu anisotrope en régime transitoire. Les résultats obtenus sur deux types de milieu dissymétrique et symétrique en termes de conditions aux limites ont montré l'effet de la diffusivité thermique croisée pour des diffusivités thermiques principales égales.

### Références:

- [1] A.Haji-Sheikh, J.V. Beck, D. Agonafer, Steady-state heat conduction in multi-layer bodies, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46(2003) 2363–2379.
- [2] M. Raynaud, N.D. Milosevic, Analytical solution of transient heat conduction in a two-layer anisotropic cylindrical slab excited superficially by a short laser pulse. *Int journal of Heat and mass Transfer* 47 (2004)1627-1641.
- [3] T.R.Tauchert, A.Y.Akoz, Stationary temperature and stress fields in an anisotropic elastic slab, *J.Appl.Mech.*42 (1975) 674-650.
- [4] Chien-Ching.Ma, Shin-Wen.Chang, Analytical exact solutions of heat conduction problems for anisotropic multi-layered media, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 1643–1655.
- [5] G.P. Mulholland, B.P. Gupta, Heat transfer in a three-dimensional anisotropic solid of arbitrary shape, *J. Heat Transfer* 99 (1977) 135–137.
- [6] Y.P. Chang, Analytical solution for heat conduction in anisotropic media in infinite semi-infinite, and two-place-bounded regions, *Int. J. Heat Mass Transfer* 20 (1977) 1019–1028.
- [7] La transmission de la chaleur, André B, De Vriend, Gaëtan morin éditeur.



# CONVECTION NATURELLE DOUBLEMENT DIFFUSIVE AU SEIN D'UNE CAVITE RECTANGULAIRE HORIZONTALE SOUMISE A DES FLUX VERTICAUX DE CHALEUR ET DE MASSE ET REMPLIE D'UN FLUIDE NON-NEWTONIEN.

T. MAKAYSSI<sup>1</sup>, M. NAIMI<sup>2</sup>, M. LAMSAADI<sup>3</sup>,  
M. HASNAOUI<sup>4</sup>

<sup>1,2</sup>Université Sultan Moulay Slimane, Faculté des Sciences et Techniques, UFR des Sciences et Génie des Matériaux, Laboratoire de Modélisation des Ecoulements et des Transferts (EMET), B.P. 523, Béni-Mellal, Maroc,  
E-mail : [t.makayssi@usms.ma](mailto:t.makayssi@usms.ma), [naimima@yahoo.fr](mailto:naimima@yahoo.fr)

<sup>3</sup>Université Sultan Moulay Slimane, Faculté Polydisciplinaire, Laboratoire interdisciplinaire de recherche, BP. 523, Béni Mellal, Maroc

<sup>4</sup>Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, UFR de Thermique et Mécanique des Fluides, Laboratoire de Mécanique des Fluides et Energétique (LMFE), B.P. 2390, Marrakech, Maroc

**Résumé :** Dans le cas d'une cavité rectangulaire horizontale remplie d'un fluide non-newtonien et soumise à des flux uniformes de chaleur et de masse ascendants, il est possible d'utiliser l'hypothèse d'un écoulement parallèle pour obtenir une solution analytique décrivant les champs d'écoulement, de température et de concentration dans la région centrale de la cavité. La solution analytique ainsi obtenue est validée numériquement en résolvant les équations bidimensionnelles régissant par une méthode aux différences finies.

**Abstract :** In the case of a horizontal rectangular cavity filled with non-Newtonian fluids and subjected to an ascending constant heat and mass fluxes, an analytical solution, based on the parallel flow assumption, is developed to describe the fluid flow, temperature and concentration distributions in the central part of the cavity. This solution is validated numerically by solving the full governing equations with a finite difference technique.

**Mots-clés :** Convection naturelle doublement diffusive, Cavités allongées, fluides non Newtoniens, Solution numérique et analytique.

**Key-word :** Natural double diffusive convection, shallow cavities, non-Newtonian fluids, numerical and analytical solutions.

## Introduction

Dans différentes situations physiques et applications technologiques, la convection naturelle doublement diffusive joue un rôle important puisqu'elle peut être à l'origine des écoulements de fluides et des échanges de chaleur et de masse. L'étude d'un tel phénomène, dont l'importance est dictée par le rôle qu'il joue dans divers secteurs industriels, a conduit à une imposante

bibliographie spécialisée qui s'est accumulée au fur des années [1-2].

Une revue de la littérature montre que la cavité rectangulaire est un exemple de configuration extensivement étudiée [3-4]. Les travaux s'y rattachant sont en fait si nombreux et variés qu'il devient impensable de les citer tous. De plus, malgré cette abondance apparente, le problème reste loin d'être épuisé. La poursuite de la recherche se rapportant au cas de la cavité rectangulaire apporte souvent des renseignements précieux et montre que les connaissances déjà acquises restent loin d'être suffisantes pour prédire correctement l'état de l'écoulement du fluide et les transferts de chaleur et de masse dans de telles configurations. Aussi, la recherche actuelle témoigne-t-elle de la carence relative des études se rapportant aux fluides non-Newtoniens dont la présence couvre divers secteurs industriels (industries agro-alimentaires, industries chimiques, etc...).

L'objectif de la présente étude consiste à développer une solution analytique afin de décrire les écoulements de convection naturelle doublement diffusive et les transferts thermiques et massiques au sein d'une cavité rectangulaire, horizontale confinant un fluide non-Newtonien dont le comportement rhéologique est en loi de puissance. La convection est consécutive à l'application de densités uniformes de flux de chaleur et de masse sur la paroi inférieure de la cavité. Avec l'approximation d'un écoulement parallèle, une solution analytique, donnant les distributions de la vitesse, de la température et de la concentration dans le cas d'une cavité allongée ( $A \gg 1$ ), est obtenue. Les équations de la convection sont aussi résolues numériquement dans leur intégralité par le biais d'une approche aux différences finies et ce, dans le but de démontrer la validité des résultats analytiques. L'effet de l'indice de comportement,  $n$ , est également analysé.

## Equations gouvernant la convection

Sous les hypothèses de la convection communément utilisées, les équations adimensionnelles de la vorticité,  $\Omega$ , de l'énergie,  $T$ , de la concentration,  $S$ , et de la fonction de courant,  $\psi$ , s'écrivent respectivement :

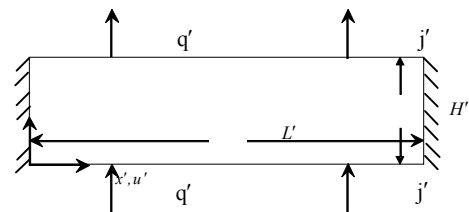


Fig. 1 : Modèle physique et système de coordonnées

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial y} = \text{Pr} \left[ \mu_a \nabla^2 \Omega \right. \quad (1)$$

$$\left. + 2\bar{\nabla} \mu_a \cdot \bar{\nabla} \Omega \right] + S_\Omega,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \nabla^2 T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(uS)}{\partial x} + \frac{\partial(vS)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Le}} \nabla^2 S, \quad (3)$$

$$\text{et } \nabla^2 \psi = -\Omega, \quad (4)$$

où  $\psi$  et  $\Omega$  sont liées aux vitesses horizontale et verticale  $u$

$$\text{et } v \text{ par : } u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \text{ et } \Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \text{ et où}$$

$$S_\Omega = \text{Pr} \left[ \left[ \frac{\partial^2 \mu_a}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mu_a}{\partial y^2} \right] \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] - 2 \frac{\partial^2 \mu_a}{\partial x \partial y} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right] \right] \\ + \text{Pr Ra}_T \left[ \frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial S}{\partial x} \right] \text{ et} \\ \mu_a = \left[ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}$$

Les conditions aux limites associées à ce problème sont :

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } A \quad (5)$$

et

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial y} + 1 = \frac{\partial S}{\partial y} + 1 = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } 1 \quad (6)$$

Les groupements adimensionnels, apparaissant dans les équations ci dessus, à savoir :

$$A = L'/H', Le = \alpha/D, n, N = \beta_s \Delta S / \beta_T \Delta T, \quad (7)$$

$$\text{Pr} = \frac{(k/\rho) H'^{2-2n}}{\alpha^{2-n}} \text{ et } \text{Ra}_T = \frac{g \beta H'^{2n+2} q'}{(k/\rho) \alpha^n \lambda}$$

Sont respectivement le rapport d'aspect de la cavité, le nombre de Lewis, l'indice de comportement du modèle d'Ostwald- De Waele, le rapport des forces de volume et les nombres de Prandtl et de Rayleigh thermique généralisés.

#### Approche numérique

Les équations gouvernantes sont résolues en utilisant l'approche aux différences finies centrées dans un maillage régulier. L'intégration des équations (1), (2) et (3) est effectuée à l'aide de la méthode implicite des directions alternées (ADI). L'équation (4), elle, est traitée par la méthode de sur-relaxation successive par point (PSOR). Ainsi, la grille uniforme de taille 321×81 est trouvée suffisante pour modéliser convenablement les champs d'écoulement, de température et de concentration au sein d'une cavité de rapport d'aspect  $A = 24$ .

#### Discussion et conclusion

Le problème de la convection naturelle doublement diffusive au sein de la cavité considérée est gouverné par le rapport d'aspect,  $A$ , le nombre de Lewis,  $Le$ , le rapport des forces de volume  $N$ , l'indice de comportement,  $n$ , le nombre de Prandtl,  $Pr$  et le nombre de Rayleigh thermique  $Ra_T$ . Pour inclure les comportements pseudo-plastique ( $0 < n < 1$ ), newtonien ( $n = 1$ ) et dilatant ( $n > 1$ ), on a affecté à  $n$  les valeurs respectives 0.6, 1 et 1.4. Pour les fluides non-newtoniens considérés, les valeurs rencontrées

pour  $Pr$  sont très élevées [5], et la convection devient insensible à ce paramètre pour les grandes valeurs de celui-ci. Pour se placer en plein régime de convection, on a affecté à  $Ra_T$  la valeur  $10^4$  qui est supérieure à la valeur critique de démarrage de la convection pour toutes les valeurs de  $n$  et pour le cas  $Le = 10$  et  $N = 1$ . Les simulations numériques ont montré que la valeur  $A = 24$  est largement suffisante (ce qui justifie son choix). Des configurations d'écoulement, de température et de concentration, obtenues numériquement, sont présentées dans la figure 2. Ainsi comme on peut le voir, l'écoulement présente un aspect parallèle et une stratification thermique et solutale dans la région centrale de la cavité, pour les différentes valeurs de  $n$ , ce qui prouve donc l'existence d'une solution analytique. La figure 3 dans lesquels sont reportés, respectivement, les profils de la vitesse horizontale, de la température et de la concentration montrent clairement l'excellent accord entre les deux solutions, témoignant ainsi de la validité de l'approximation utilisée. Ces résultats montrent aussi que, le caractère doublement diffusive alors que celui dilatant produit l'effet contraire.

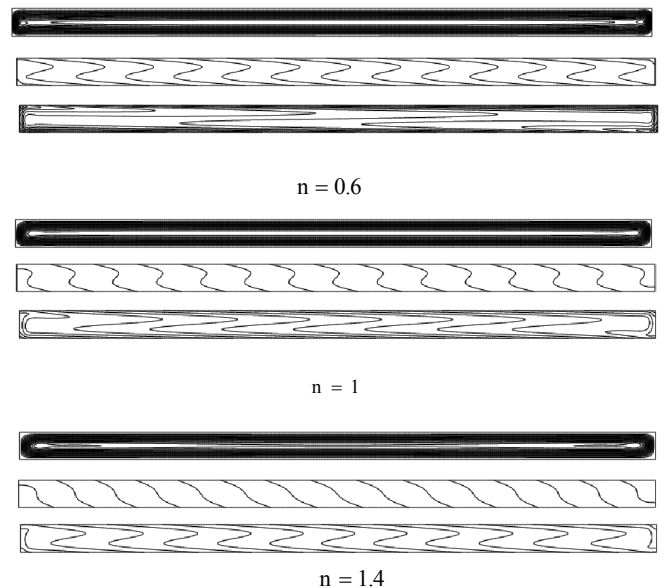
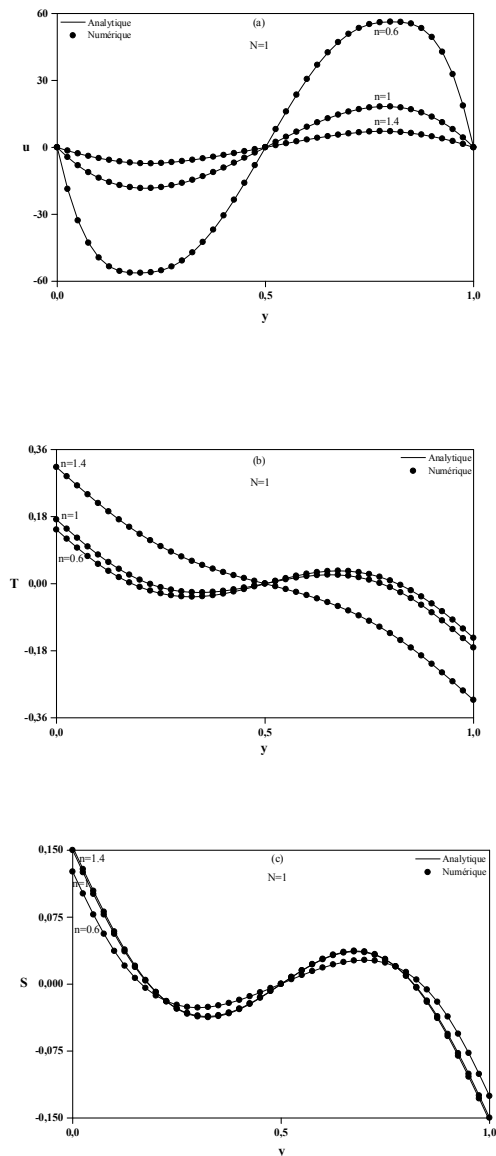


Fig. 2 : Lignes de courant, isothermes et iso-concentrations pour  $A = 12$ ,  $Le = 10$ ,  $N = 1$ ,  $Ra_T = 10^4$  et différentes valeurs de

$n$ .

shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated and salted from the side and filled with non-Newtonian power-law fluids: the cooperating case. Energy conversion and Management, vol. 49, pp. 2016-2025, 2008.



**Fig. 3 :** Profils de vitesse horizontale (a), température (b) et concentration (c) à mi-longueur de la cavité, le long de la coordonnée verticale pour  $A = 24$ ,  $Ra_T = 10^4$ ,  $Le = 10$ ,  $N = 1$  et différentes valeurs de  $n$ .

### Références

- [1]. S.Ostrach, "Natural Convection with combined driving forces", Physico Chem. Hydodyn., Vol. 1, 233 1980.
- [2]. I.pop, D.Ingham, Convective Heat Transfer, Elsevier Science & Technology Books. (2001).
- [3]. K.Benhadji and P.Vasseur., "Double diffusive convection in a shallow porous cavity filled with a non-Newtonian fluid". International communications in heat and mass transfer, Vol. 28, N° .6, pp. 763-772, 2001.
- [4]. A. Amahmid, "Double-diffusive parallel flow induced in a horizontal Brinkman porous layer subjected to constant heat and mass fluxes: analytical and numerical studies". Heat and Mass Transfer, Vol. 35, pp. 409-421, 1999.
- [5]. T.Makayssi, M. Lamsaadi, M. Naïmi, M. Hasnaoui, A. Raji, A. Bahlaoui: Natural double-diffusive convection in a

# EFFET DES GRADIENTS THERMIQUES ET SOLUTAUX HORIZONTAUX OPPOSES SUR LA CONVECTION THERMOSOLUTALE

A. BAMBA<sup>1</sup>, K. ACHOUBIR<sup>2</sup> & A. CHEDDADI<sup>1,\*</sup>

Equipe de recherche ERSTER

<sup>1</sup> Ecole Mohammadia d'Ingénieurs, Université Mohamed V-Agdal, Rabat

<sup>2</sup> Ecole Supérieure de Technologie, Université Mohamed V-Agdal, Salé

\*auteur correspondant: cheddadi@emi.ac.ma

**Résumé :** On considère une étude numérique à deux dimensions de la convection naturelle double-diffusive dans une enceinte carrée soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux. L'écoulement est entraîné par les forces de volume thermiques et solutales. Les résultats obtenus montrent l'effet stabilisant des forces de volume solutales sur la convection résultant des forces de volume thermiques pour un nombre de Rayleigh thermique égal à  $10^4$  et pour différentes valeurs du nombre de Lewis  $Le$ .

**Abstract:** This paper presents a two-dimensional numerical study of double-diffusive natural convection in a square enclosure subjected to horizontal temperature and concentration gradients. The flow is driven by the thermal and solutal forces. The study shows the stabilizing effect of solutal forces on the convective motions resulting from the thermal forces. The results are presented for Rayleigh number equal to  $10^4$ , and for different values of the Lewis number.

**Mots clé :** Convection thermique ; convection solutale ; volumes finis ; gradients opposés.

## NOMENCLATURE

$C$	Fraction massique	$t$	Temps adimensionnel
$D$	Coefficient de diffusion massique	$T$	Température adimensionnelle
$G$	Accélération gravitationnelle	$u$	Vitesse suivant la direction $x$
$Pr$	Nombre de Prandtl	$v$	Vitesse suivant la direction $y$
$Ra_T$	Nombre de Rayleigh thermique	$(x,y)$	Coordonnées cartésiennes
$N$	Rapport des forces de Volume		

Symboles grecs		Indices	
$\alpha$	Diffusivité thermique	$c$	Chaud
$\beta$	Coefficient d'expansion	$f$	Froid
$\nu$	Viscosité cinématique	$T$	Thermique
$\rho$	Masse volumique	$S$	Solutal

## INTRODUCTION

Depuis plusieurs décennies, de très nombreuses études concernant la convection naturelle ont été menées, témoignant de la grande diversité des domaines d'application, mais aussi d'un attrait théorique inégalable, en particulier en ce qui concerne la cavité carrée [1-3]. Plus récemment, la combinaison des effets thermiques et solutaux a suscité une recherche très intense, en relation avec la solidification et la croissance cristalline [4-6].

La présente étude porte sur la convection thermosolutale bidimensionnelle dans une cavité carrée. La détermination des lignes de courant, des distributions de la température et de la concentration dans l'enceinte permet de mettre en évidence la compétition entre les forces de volume présentes. L'écoulement obtenu agit sur les transferts de chaleur et de masse en convection naturelle laminaire.

## MODELE ET APPROXIMATIONS NUMERIQUES

La configuration étudiée est celle de la figure 1, Le fluide est supposé newtonien, incompressible et en écoulement laminaire. Les propriétés thermo-physiques sont supposées constantes sauf la densité qui est approchée dans le terme de gravité par l'hypothèse de Boussinesq :

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \beta_T (T' - T'_F) - \beta_S (C' - C'_{\min}) \right]$$

Avec  $C'_{\min}$  et  $T'_F$  respectivement la fraction massique et la température de référence.

Les variables adimensionnelles sont définies par identification comme suit :

$$(x, y) = \left( \frac{x'}{H}, \frac{y'}{H} \right) ; (u, v) = \left( H \frac{u'}{\alpha}, H \frac{v'}{\alpha} \right)$$

;

$$t = \alpha \frac{t'}{H^2} ; T = \frac{T' - T'_F}{\Delta T}, C = \frac{C' - C'_{\min}}{\Delta C}$$

$$\Delta T = T'_C - T'_F, \Delta C = C'_{\max} - C'_{\min}$$

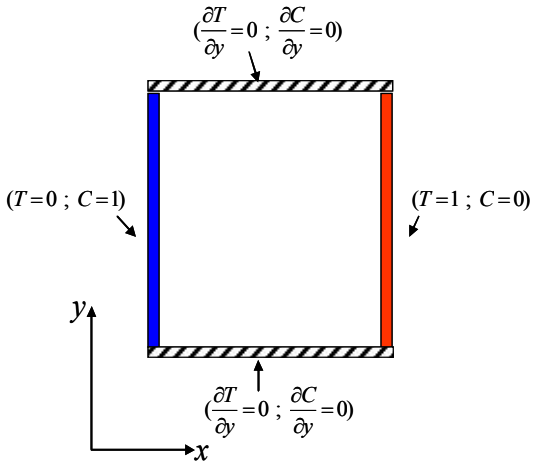


Fig 1 : Configuration géométrique

Les équations sont écrites en formulation Vorticité - Fonction de courant afin de contourner la détermination du champ de pression, et de garantir implicitement l'équation de continuité. La fonction de courant  $\psi$  et la vorticité sont définies comme suit :

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \text{ et } \Omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1)$$

Le mouvement du fluide est gouverné alors par les équations de la Fonction de courant, de Vorticité, de l'énergie et des espèces qui s'écrivent sous forme adimensionnelle comme suit:

$$\nabla^2 \psi = \Omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial y} = Pr \nabla^2 \Omega + Ra_T Pr \left( \frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 C \quad (5)$$

Les paramètres apparaissant dans ces équations sont :

nombre de Rayleigh thermique :  $Ra_T = \frac{g \beta_T \Delta T H^3}{\nu \alpha}$  ; le

nombre de Prandtl :  $Pr = \frac{\alpha}{\nu}$ , le nombre de

Lewis :  $Le = \frac{\alpha}{D}$  ; et le rapport des forces solutales et

thermiques :  $N = \frac{\beta_S \Delta C}{\beta_T \Delta T}$ .

La résolution numérique du système d'équations est effectuée à l'aide d'un code basé sur la méthode des volumes finis utilisant un schéma spatial d'ordre 2. Le choix d'un pas de temps  $\Delta t = 0.05 * dx^2$  et d'un maillage de  $61 \times 61$  dans le plan  $(x, y)$  a permis d'avoir une description précise des phénomènes thermo-convectifs au sein de la cavité. La convergence est établie lorsque les écarts maximaux relatifs sont inférieurs à  $10^{-6}$  pour les champs dynamiques, thermiques et solutaux.

## RESULTATS ET DISCUSSION

Notre étude consiste à mettre en évidence la compétition thermosolutale au sein de la cavité de la figure 1. Pour cela, nous avons fixé le nombre de Rayleigh thermique à  $10^4$  et nous avons étudié l'influence des forces de volume solutales en augmentant la valeur du rapport  $N$ . La convection thermosolutale provoque une distorsion des isothermes et des isoconcentrations comme le montre la figure 2.

Les gradients de température et de concentration imposés aux parois verticales, induisent des effets opposés. Pour des valeurs de  $N$  inférieures à 1, on a un écoulement monocellulaire dans le sens favorisé par la convection thermique. Lorsque  $N = 1$  et  $Le \leq 1$  les forces de volumes solutales compensent les forces thermiques et la convection est quasiment éliminée.

On constate que pour les faibles valeurs du nombre de Lewis ( $Le < 1$ ), les forces de volume solutales stabilisent mieux l'écoulement. Alors que pour les grandes valeurs de  $Le$ , la stabilisation solutale n'est pas importante, même si on augmente les valeurs de  $N$  (Figure 3). En effet l'augmentation du nombre de Rayleigh solutal n'influence pas de manière significative l'écoulement pour  $Le > 1$  et ce même pour  $N$  égale à 1. D'autre part, on a remarqué que les valeurs de  $N$  dépassant l'unité donnent lieu à un régime d'écoulement instationnaire.

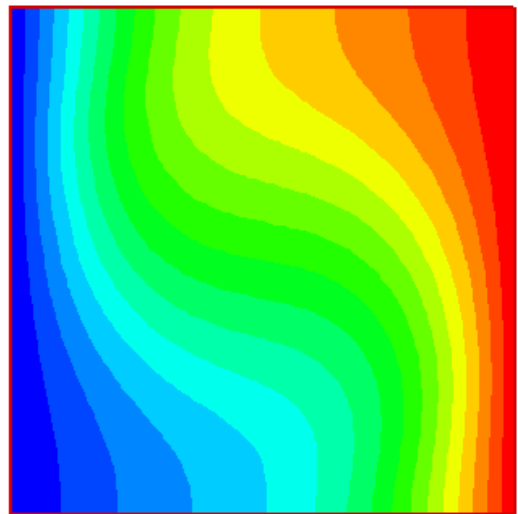


Fig. 2-a: Isothermes  $Le=0.1, Ra_T=10^4, N=0.25$



### CONCLUSION

Dans le présent travail, nous avons étudié le phénomène de double diffusion, notamment l'effet stabilisant des forces de volume solutales sur le mode d'écoulement. Les résultats montrent que pour les faibles valeurs de Lewis ( $Le \ll 1$ ), l'effet stabilisant des forces de volume solutales est important. Contrairement aux grandes valeurs de  $Le$  ( $Le \gg 1$ ) où il s'avère que l'effet des forces de volumes solutales sur le mode d'écoulement est faible.

### REFERENCES

- [1] G. De Vahl Davis, Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.11, pp. 1675-1693 (1968).
- [2] G. De Vahl Davis, Natural convection in square cavity: a comparison exercise, *International, Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.3, pp. 227-248 (1983).
- [3] Ostrach S.: Natural convection in enclosures, *Adv. Heat Transfer*, Vol.8, pp. 161-227 (1972).
- [4] C. Stelian and T. Duffar , Modeling of thermosolutal convection during Bridgman solidification of semiconductor alloys in relation with experiments, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 266, pp. 190-199 (2004)
- [5] C.W. Lan, Y.W. Yang, H.Z. Chen and I.F. Lee, Segregation and morphological instability due to double diffusive convection in rotational directional solidification. *Metallurgy and Material, Transactions* Vol. 33A, pp. 3011–3017 (2002).
- [6] K. Achoubir et A. Cheddadi, Convection thermique au cours de la croissance cristalline en Bridgman verticale, *Revue de Mécanique Appliquée et Théorique*, Vol. 2, 4, pp. 295–301 (2011).

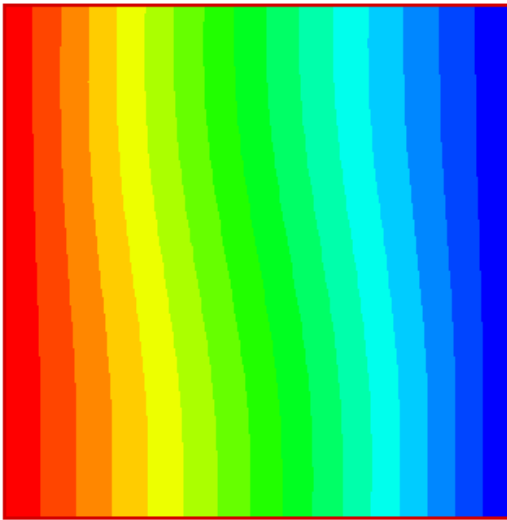


Fig. 2-b: Isoconcentrations  $Le=0.1$ ,  $Ra_T=10^4$ ,  $N = 0.25$

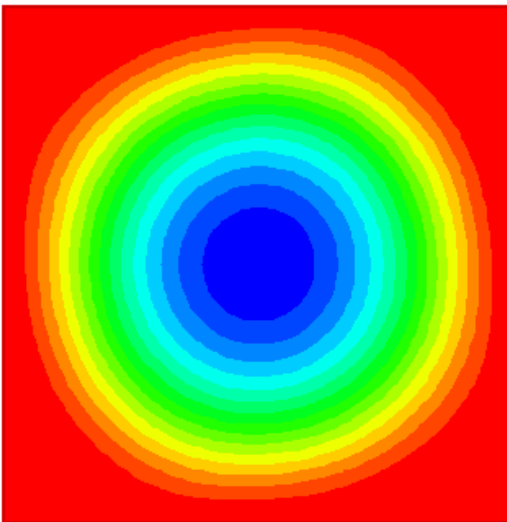


Fig. 2-c: Lignes de courant  $Le=0.1$ ,  $Ra_T=10^4$ ,  $N = 0.25$

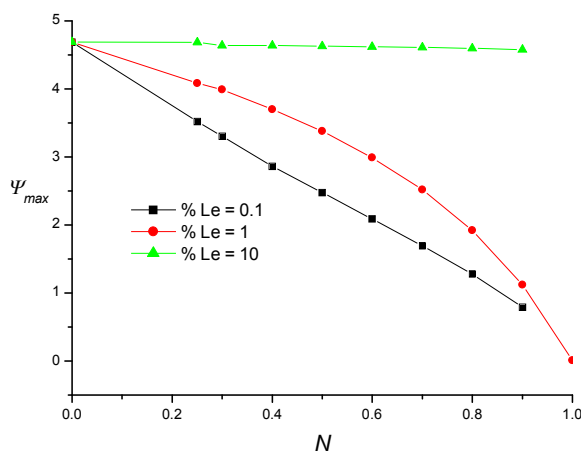


Fig 3 : Intensité  $\Psi_{max}$  en fonction du rapport  $N$

# IMPLEMENTATION DU MODELE DE TURBULENCE k- $\omega$ POUR L'ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE ENCEINTE VERTICALE ALLONGEE

L. ELMOUTAOUAKIL, Z. ZRIKEM, A. ABDELBAKI

LMFE(URAC27),  
Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia,  
B.P. 2390, Marrakech, Maroc.  
zrikem@uca.ma

## 1. Introduction

Les cavités verticales différentiellement chauffées ayant un rapport de forme élevé sont rencontrées dans plusieurs domaines d'application (double paroi, double vitrage, refroidissement des composants électroniques, ...). A cause des dimensions de la cavité et de la différence de température entre les parois verticales actives, l'écoulement de convection naturelle est souvent turbulent.

La simulation de la convection naturelle turbulente, pour des nombres de Rayleigh élevés et des cavités de grandes dimensions, par les méthodes DNS (Direct Numerical Simulation) et LES (Large Eddy Simulation) nécessite des ressources informatiques et un temps de calcul importants. Pour cela les modèles de turbulence RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes) sont les plus utilisés pour traiter surtout les problèmes pratiques.

Les modèles RANS de turbulence les plus populaires sont ceux qui utilisent pour la fermeture des équations de conservation moyennées, les équations de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et de son taux de dissipation  $\epsilon$ . Plusieurs modèles, à deux équations de fermeture, ont été développés, ceux à haut nombre de Reynolds (notés  $k-\epsilon$  (HRN)) et ceux à bas nombre de Reynolds (notés  $k-\epsilon$  (LRN)) [1-3]. Le modèle standard  $k-\epsilon$  (HRN), traite l'écoulement à proximité de la paroi par des fonctions logarithmiques initialement développées pour simuler les écoulements forcés. Ainsi, les prédictions de ce modèle en convection naturelle sont tributaires de la validité de ces fonctions. Pour remédier à ce problème, plusieurs versions du modèle  $k-\epsilon$  (LRN) ont été élaborées afin de traiter le problème jusqu'aux parois sans faire intervenir ces fonctions. Par contre des fonctions d'amortissement sont introduites dans l'expression de la viscosité turbulente et dans l'équation de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. En plus, un maillage très serré dans les zones proches des parois est nécessaire pour une meilleure description de l'écoulement.

Toujours dans le cadre des modèles à deux équations de fermeture, Wilcox [4] propose de remplacer  $\epsilon$  par le taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente  $\omega$ . Ce modèle noté  $k-\omega$  standard, donne une meilleure description des écoulements à gradients de pression défavorables [5]. La simplicité de la formulation de ce modèle dans la sous-couche visqueuse et le découplage des variables  $k$  et  $\omega$  à proximité des parois, le rendent plus robuste numériquement et plus attractif que les modèles classiques  $k-\epsilon$ .

Le but de ce travail est d'implémenter le modèle de turbulence  $k-\omega$  dans un code de convection naturelle laminaire au sein d'une enceinte fermée. Les prédictions de l'écoulement turbulent, surtout près des parois verticales, et du transfert de chaleur local seront analysées et comparées à celles obtenues expérimentalement et numériquement par d'autres modèles.

## 2. Modèle mathématique

La configuration bidimensionnelle étudiée est une cavité verticale allongée, remplie d'air, d'épaisseur  $L$  et de hauteur  $H$ . Les surfaces verticales sont maintenues à des températures constantes  $T_f$  et  $T_c$ . Les surfaces horizontales, quant à elles, sont considérées adiabatiques. Le rapport de forme  $A=H/L$  et le nombre de Rayleigh  $Ra=g\beta\Delta TL^3/\alpha\nu$ , sont assez élevés pour que l'écoulement dans la cavité soit turbulent.

Le fluide est supposé newtonien et incompressible. La dissipation visqueuse est négligée dans l'équation de l'énergie et les propriétés thermophysiques sont supposées constantes sauf pour la masse volumique dans le terme de poussée où l'approximation de Boussinesq est utilisée. Les équations moyennées régissant le mouvement du fluide et la conservation de l'énergie sont :

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D(\rho U_i)}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right) - \rho \beta g_i (T - T_r) \quad (2)$$

$$\frac{D(\rho T)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho \overline{u_j T} \right) \quad (3)$$

Les contraintes de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$  et le flux de chaleur turbulent  $\overline{u_j T}$  sont liés aux champs moyens par l'intermédiaire de la viscosité turbulente :

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \nu_T \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \overline{u_j T} = -\frac{\nu_T}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (4)$$

La fermeture de ce système d'équations, nécessite la résolution de deux équations supplémentaires. La première pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  et la deuxième pour son taux de dissipation spécifique  $\omega$  (modèle  $k-\omega$ ) :

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \rho \beta^* \omega k \quad (5)$$

$$\frac{D(\rho \omega)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \gamma G_k \frac{\omega}{k} - \rho \beta \omega^2 \quad (6)$$

Le terme de production  $G_k$  du aux forces de viscosité s'exprime comme suit :

$$G_k = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

Les constantes du modèle sont :

$$\beta^* = 0,09, \quad \gamma = \frac{5}{9}, \quad \sigma_k = \sigma_\epsilon = 2, \quad \beta = \frac{3}{40} \quad \text{et} \quad \sigma_T = 0,9$$

Les conditions aux limites des grandeurs moyennes sont :

$u_i=0$ , sur toutes les parois solides

et 0, respectivement sur les surfaces chaude et froide.

$\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ , sur les surfaces horizontales

avec  $\theta = (T - T_f)/\zeta$  et  $n$  la direction normale à la surface considérée.

Les conditions aux limites imposées sur les grandeurs turbulentes sont :

$$k = 0 \text{ et pour } y \rightarrow 0, \quad \omega = \frac{6\nu}{\beta y^2}$$

Le transfert de chaleur local à la paroi est évalué par l'intermédiaire du nombre de Nusselt local défini au niveau de la paroi chaude comme suit :

$$Nu_{x_1,loc} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial x_1} \right|_{x_1=0} \quad (9)$$

Les équations du modèle sont discrétisées par la méthode des volumes de contrôle et résolues par l'algorithme *SIMPLE* en utilisant un schéma en loi de puissance [6]. Afin de réaliser un compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats de la simulation, une étude d'optimisation a été faite sur l'influence des pas d'espace et du temps. Cette étude a conduit au choix d'un maillage de  $50 \times 160$  et à un pas de temps adimensionnel de  $10^{-4}$ . On estime que la convergence est atteinte lorsque les écarts relatifs entre les variables calculées, aux différents nœuds du maillage, deviennent inférieurs à  $10^{-4}$  entre deux itérations successives.

### 3. Résultats et discussion

Pour tester la précision des prédictions trouvées avec le modèle de turbulence  $k-\omega$ , dans une cavité à rapport de forme élevé, on a pris comme référence les données expérimentales de Betts et Bokhari [7]. Les mesures ont été effectuées sur une cavité différentiellement chauffée de hauteur  $H=2,18\text{m}$ , de largeur  $L=7,6\text{ cm}$  et de profondeur  $W=0,52\text{m}$ , donc de rapport de forme  $A=28,86$ . Deux différences de température ont été imposées entre les parois verticales chaude et froide, à savoir  $\Delta T_1=34,7-15,1=19,6^\circ\text{C}$  et  $\Delta T_2=54,7-15,6=39,1^\circ\text{C}$  donnant des nombres de Rayleigh, basés sur la largeur de la cavité,  $Ra = 0,86 \cdot 10^6$  et  $1,43 \cdot 10^6$ . Nos résultats ont été aussi confrontés à ceux des travaux numériques de Xàman et al. [8] et Omranian [9] ayant utilisé d'autres modèles de turbulence.

Les figures 1 et 2, représentent respectivement les profils de température et de vitesse à différentes hauteurs de la cavité pour le grand nombre de Rayleigh  $Ra = Ra=1,43 \cdot 10^6$ . Notons tout d'abord le bon accord entre les allures des profils de température et de vitesse expérimentaux et ceux numériques et en particulier avec ceux du modèle  $k-\omega$ . Toutefois, on peut constater qu'à mi-hauteur de la cavité nos résultats sont en très bon accord avec ceux de Xàman et al. et Omranian avec un léger avantage pour le modèle  $k-\omega$  qui donne le profil de vitesse le plus proche de l'expérience. En ce qui concerne le haut et le bas de la cavité, on peut constater que les profils de température obtenus à partir des modèles  $k-\omega$  et  $k-\varepsilon$  (LRN) sont pratiquement identiques à ceux de l'expérience et que globalement nos profils de vitesse sont assez proches des données expérimentales comparativement aux autres résultats numériques présentés.

Les résultats obtenus pour le nombre de Rayleigh modéré  $Ra=0,86 \cdot 10^6$ , faute de place ne sont pas présentés dans ce travail, conduisent globalement aux mêmes observations constatées pour  $Ra=1,43 \cdot 10^6$  [10].

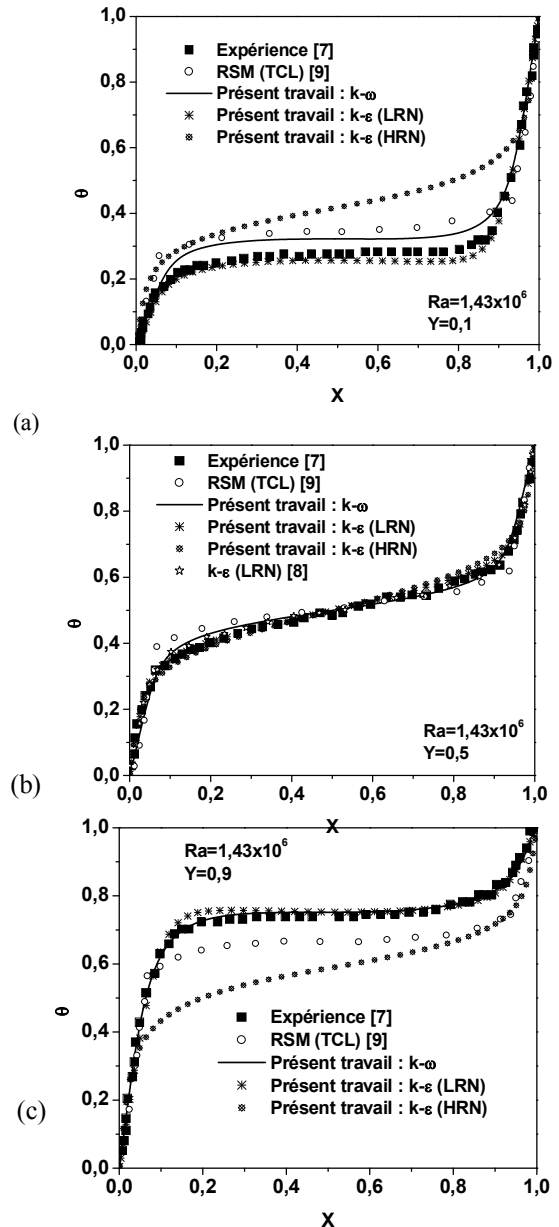


Fig. 1: Comparaisons des profils de température numériques et expérimentaux à différentes hauteurs pour  $Ra=1,43 \cdot 10^6$  et  $A=28,86$  : (a)  $Y=0,1$ , (b)  $Y=0,5$  et (c)  $Y=0,9$ .

La figure 3, représente la variation du nombre de Nusselt local en fonction de la hauteur de la cavité pour  $Ra=1,43 \cdot 10^6$ . Un bon accord est constaté entre les nombres de Nusselt locaux calculés par le modèle  $k-\omega$  et ceux obtenus expérimentalement par Betts et Bokhari ou numériquement par Omranian.

Les énergies cinétiques turbulentes et les températures moyennes calculées aux différents points du maillage par le modèle  $k-\omega$  sont globalement en bon accord avec celles déterminées par Omranian [10].

Les différentes comparaisons effectuées, entre les résultats obtenus par le modèle  $k-\omega$  et ceux de l'expérience ou de d'autres modèles de turbulence, montrent que globalement ce modèle permet de décrire correctement l'écoulement turbulent et d'estimer le transfert de chaleur dans le type de cavités considéré dans ce travail. Bien que ses résultats soient comparables à ceux du modèle  $k-\epsilon$  (LRN), il a l'avantage d'être plus simple à mettre en œuvre. Par contre, le modèle  $k-\epsilon$  (HRN), donne des prédictions inadéquates en haut et en bas de la cavité.

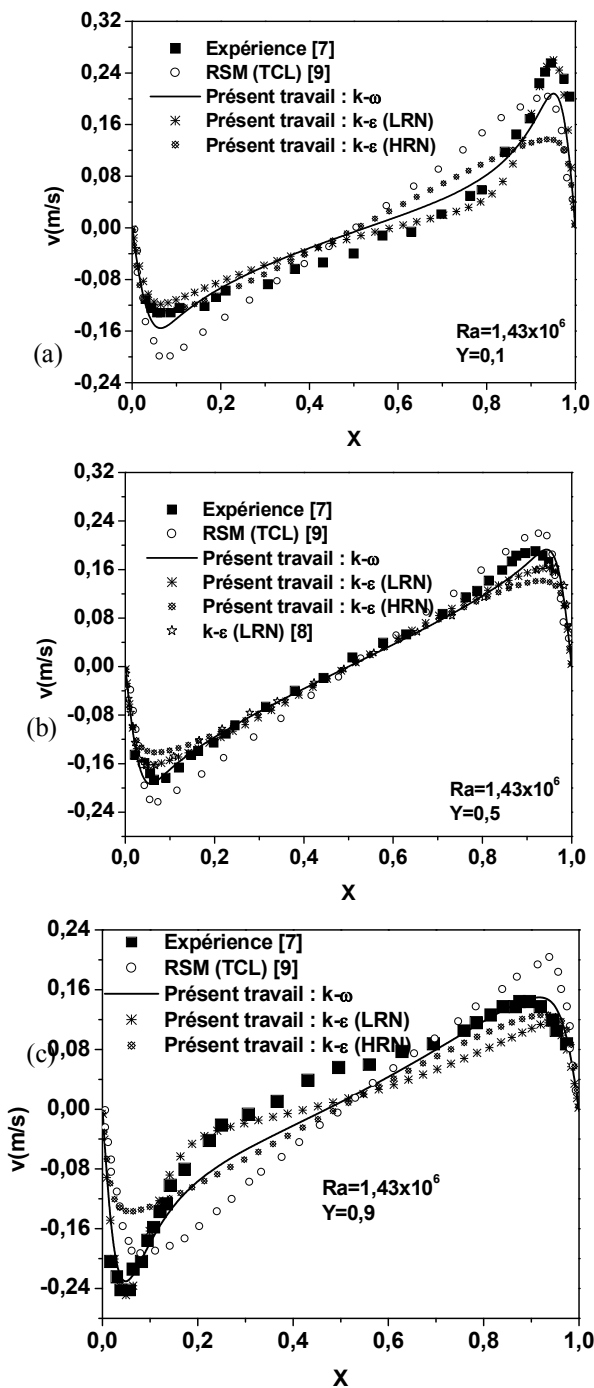


Fig. 2 : Comparaisons des profils de vitesse numériques et expérimentaux à différentes hauteurs pour  $Ra=1,43.10^6$  et  $A=28,86$  : (a)  $Y=0,1$ , (b)  $Y=0,5$  et (c)  $Y=0,9$ .

### Conclusion

Dans ce travail le modèle de turbulence  $k-\omega$  a été implémenté avec succès dans un code de convection naturelle. Ce code a été utilisé par la suite pour simuler l'écoulement d'air turbulent dans une cavité verticale différentiellement chauffée ayant un rapport de forme élevé.

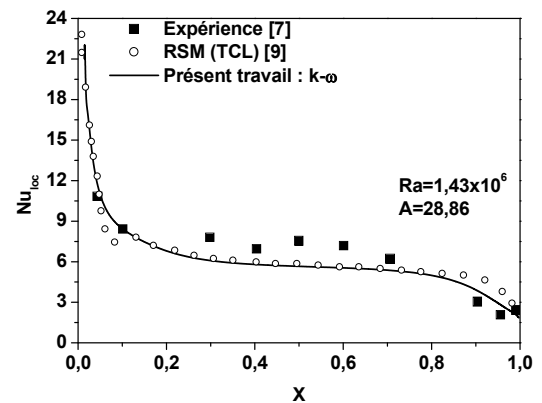


Fig. 3: Comparaisons du nombre de Nusselt local numérique et expérimental en fonction de la largeur pour  $Ra=1,43 \times 10^6$  et  $A=28,86$ .

### Références

- [1] Jones W. et Launder B., The prediction of laminarisation with a two equation turbulence model. International Journal of heat and mass transfer, vol. 15, pp. 301-314, 1972.
- [2] Launder B.E. et Spalding D.B., The numerical computation of turbulent flows, Computer methods in applied mechanics and engineering, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- [3] Henkes R.A.W.M et Hoogendoorn C.J., Comparison of turbulence models for natural convection boundary layer along a heated vertical plate, International Journal Heat Mass Transfer, vol. 32, pp. 157-169, 1990.
- [4] Wilcox D.C., Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models, AIAA Journal, vol. 26, pp. 1299-1310, 1988.
- [5] Wilcox D. C., Comparison of two-equation turbulence models for boundary layers with pressure gradient. AIAA Journal, vol. 31, pp. 1414-1421, 1993.
- [6] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, 1980.
- [7] Betts P.L. et Bokhari I.H., Experiments on turbulent natural convection in an enclosed tall cavity, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 21, pp. 675-683, 2000.
- [8] Xàman J., Honojosa J.F., Flores J.J. et Cabanillas R.E., Effect of the surface thermal radiation on turbulent natural convection in tall cavities of façade elements, Heat and Mass Transfer, vol. 45, pp. 177-185, 2008.
- [9] Omranian S. A., The computation of turbulent, buoyancy-driven flows in cavities, M. Sc. Thesis, University of Manchester, 2007.
- [10] Elmoutaouakil, L., Convection naturelle laminaire et turbulente dans les cavités verticales allongées du bâtiment, Master en Energétique et Environnement, Facultés des Sciences Semlalia, Marrakech, 2012.

# CONVECTION THERMIQUE ENTRE DEUX PLANS PARALLELES MUNIS D'OBSTACLE AVEC DISSIPATION VISQUEUSE

A. BOUDIAF<sup>1</sup>, F. DANANE<sup>2</sup>, Y. K. BENKAHLA<sup>3</sup>, A. BOUTRA<sup>4</sup>, N. LABSI<sup>5</sup>

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, [ahlem.boudiaf@gmail.com](mailto:ahlem.boudiaf@gmail.com).

<sup>1</sup> Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, [ahlem.boudiaf@gmail.com](mailto:ahlem.boudiaf@gmail.com).

<sup>2</sup> Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, [dananefetta@hotmail.com](mailto:dananefetta@hotmail.com).

<sup>3</sup> Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, [youbenkahla@yahoo.fr](mailto:youbenkahla@yahoo.fr).

<sup>4</sup> Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, [aeknad@yahoo.fr](mailto:aeknad@yahoo.fr).

<sup>5</sup> Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, [nabilalabsi@yahoo.fr](mailto:nabilalabsi@yahoo.fr).

**Résumé**— Le présent travail consiste en l'étude numérique de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide newtonien entre deux plans parallèles en mode de convection forcée. Ces derniers sont munis de deux obstacles identiques, générateurs de chaleur, placés sur la paroi supérieure. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER sont utilisés pour résoudre les équations de l'impulsion et de l'énergie. Les résultats en termes du nombre de Nusselt montrent que la prise en compte de la fonction de la dissipation visqueuse joue un rôle très important dans l'évacuation de la chaleur.

**Mots clés** — Dissipation visqueuse, méthode des volumes finis, convection forcée, source de chaleur.

## Nomenclature

Br	Nombre de Brinkman, $[U_0 D/Q k_f]$
C	Hauteur adimensionnelle du bloc
H	Hauteur adimensionnelle de la conduite
k	Conductivité thermique, W/ (m K)
K	Rapport de conductivité thermique
L	Longueur adimensionnelle de la conduite
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl, $[\mu C_p/ k_f]$
P*	Pression statique adimensionnelle du fluide
Q	Densité de flux de chaleur, W/m <sup>2</sup>
Re	Nombre de Reynolds, $[\rho U_0 D/\mu]$
S	Espace entre les deux blocs
u	Vitesse longitudinale, m/s
v	Vitesse transversale, m/s
U	Vitesse longitudinale adimensionnelle
V	Vitesse transversale adimensionnelle
W	Longueur adimensionnelle du bloc
x	Coordonnée longitudinale, m
y	Coordonnée transversale, m
X	Coordonnée longitudinale adimensionnelle
Y	Coordonnée transversale adimensionnelle
T	Température, K
A	Périphérie de l'obstacle, m

## Symboles grecs

$\lambda$	Constante utilisée dans l'équation de l'énergie
$\rho$	Masse volumique du fluide, kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	Viscosité dynamique du fluide, Pa s
$\theta$	Température adimensionnelle

## Indices

e	Entrée
f	Fluide
s	Solide

## Exposant

*	Viscosité adimensionnelle
---	---------------------------

## Introduction

L'étude des écoulements avec transfert de chaleur à travers des obstacles placés sur des plans parallèles a fait l'objet de plusieurs travaux numériques et expérimentaux. Au cours des deux dernières décennies, l'étude du transfert de chaleur en présence de sources de chaleur est devenue un sujet de grand intérêt en raison des progrès dans l'industrie électronique.

Parmi les travaux réalisés on trouve celui de Young et al [1], [2]. Ces derniers ont étudiés le transfert thermique en mode de convection forcée en présence de sources de chaleur montées sur la paroi inférieure d'un canal. Korichi et Oufar [3] ont étudié numériquement le transfert de chaleur convectif entre un fluide et trois obstacles montés sur les deux parois d'un canal rectangulaire, deux obstacles sur la paroi inférieure et un sur la paroi supérieure. Ils ont montré que la transition de l'écoulement de l'état stationnaire à l'état instationnaire s'effectue à des faibles valeurs du nombre de Reynolds lorsqu'un obstacle est placé sur la paroi supérieure du canal.

Une simulation numérique de la convection forcée entre deux plans parallèles munis d'un seul obstacle sur la paroi supérieure a été entreprise par Yang et al [4]. Les deux plans sont adiabatiques et l'obstacle a une température constante. Les effets du nombre de Reynolds, du rapport de conductivité et la dimension du bloc ont été étudiés.

Dans cette étude, nous avons analysé l'impact de la présence de deux sources génératrices de chaleur, placées sur la paroi supérieure de deux plans parallèles. Le fluide choisi est newtonien, de propriétés physiques constantes et uniformes. La largeur des deux plans étant très grande (le long de l'axe Oz), on considérera par conséquent l'écoulement comme bidimensionnel plan (dans le plan xOy). Les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement en termes de profil de température et nombre de Nusselt sont présentées en fonction du nombre de Brinkman.

## Formulation mathématique

La géométrie du problème considéré consiste en deux plans parallèles adiabatiques où sont placées deux sources identiques générateurs de chaleur sur la paroi supérieure (Figure 1). Les deux obstacles ont une longueur réduite W, de hauteur réduite C et sont espacés d'une distance S.



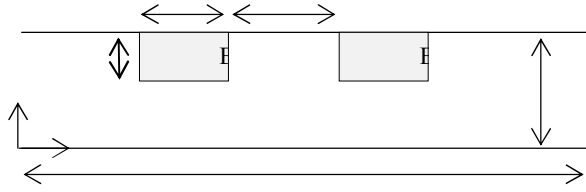


Fig.1 Géométrie du problème physique

Les équations générales, régissant notre problème s'écrivent sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{K}{RePr} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] + \frac{\lambda}{RePrWC} \quad (4)$$

Pour l'écriture adimensionnelle des équations 1 à 4, nous avons utilisé les variables réduites suivantes : Patankar [5] a été utilisée pour discrétiser les différentes équations du modèle mathématique.

La résolution du couplage vitesse-pression s'est fait par l'algorithme SIMPLER. Un maillage non uniforme (260 X 80) est utilisé avec un nombre de nœuds important au voisinage des parois des deux solides ainsi que les deux plans parallèles. La convergence est atteinte lorsque la différence entre deux itérations successives est inférieure à  $10^{-4}$  pour  $U$ ,  $V$  et  $\theta$ . La validité du code de calcul a été testée par comparaison avec les résultats publiés de T. J. Young et K. Vafai [1]. Les résultats sont en excellent accord.

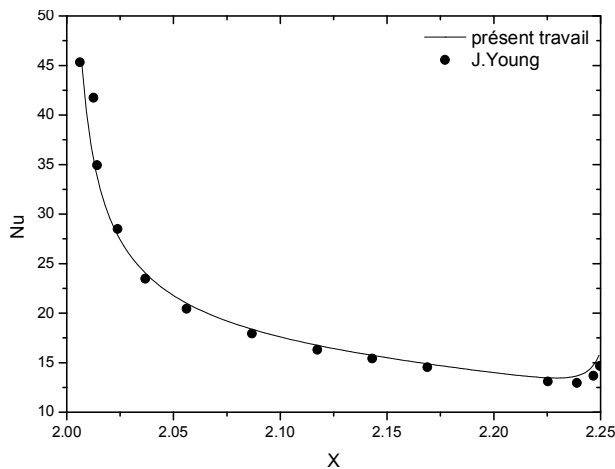


Fig.2 Validation du code de calcul

$$X = \frac{x}{H} \quad Y = \frac{y}{H} \quad U = \frac{u}{U_0} \quad V = \frac{v}{U_0}$$

$$P^* = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad \theta = \frac{T - T_e}{Q H / k_f} \quad K = \frac{k_s}{k_f}$$

Conditions aux limites

Pour la résolution des équations 1 à 4, il nous faut adjoindre un certain nombre de conditions aux limites :

A l'entrée du canal, soit  $X = 0$  et  $0 < Y < 1$ , l'écoulement est supposé pleinement développé :

$$U = 6Y(1-Y) \quad V = 0 \quad \theta = 0$$

A la sortie du canal, c'est à dire  $X = L$  et  $0 < Y < 1$ , les écoulements hydrodynamique et thermique sont supposés établis :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

Tout le long de la paroi supérieure et inférieure, en d'autres termes  $0 < X < L$ ,  $Y = 0$  &  $Y = 1$ , on y applique la condition d'adhérence pour le champ de vitesse et on supposera les plans adiabatiques :

$$U = 0 \quad V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

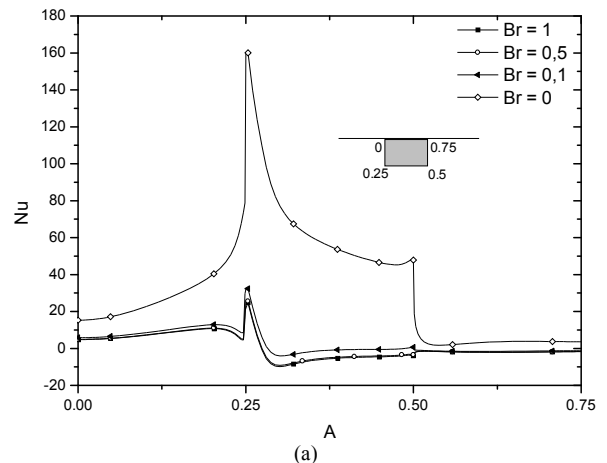
### Méthode numérique

La méthode numérique des volumes finis développée par

### Résultats

A. Effet de la fonction de dissipation sur le nombre de Nusselt

L'effet de la prise en compte de la fonction de la dissipation visqueuse sur le nombre de Nusselt est présenté dans la figure 3.



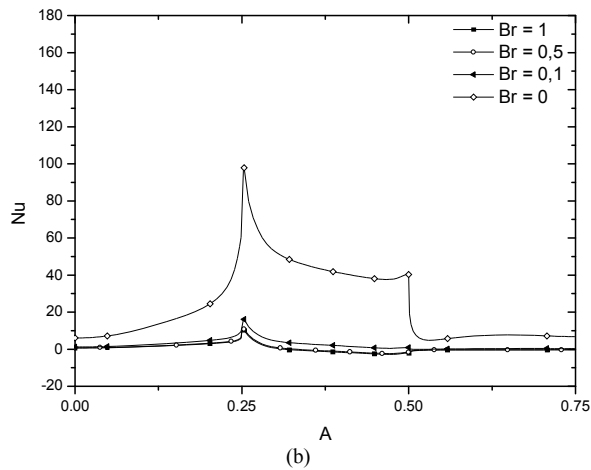


Fig.3 effet de la fonction de la dissipation visqueuse sur le nombre de Nusselt, (a) 1<sup>er</sup> obstacle, (b) 2<sup>ème</sup> obstacle

Nous observons que lorsque le nombre de Brinkman augmente, le nombre de Nusselt local décroît sur les deux obstacles. En effet, le gradient pariétal de température diminue étant donné que le fluide, au fur et à mesure de son déplacement, voit sa température augmenter, en particulier au voisinage des régions subissant les forts cisaillements.

Par ailleurs, nous constatons l'apparition des valeurs négatives du nombre de Nusselt.

#### B. Effet de la fonction de dissipation sur le profil de la température\*

Les figures 4 et 5 montrent le profil de température pour différent nombre de Brinkman.

Comme attendu, les températures ont des valeurs plus élevées sur la paroi inférieure en raison des forces de cisaillement entre le fluide et la paroi.

On voit aussi que la température augmente entre  $Y = 0,1$  et  $Y = 0,6$  et atteint un maximum pour  $Br = 1$  et  $0,5$  puisque la vitesse dans cette région atteint les valeurs les plus élevées ce qui augmente la dissipation visqueuse.

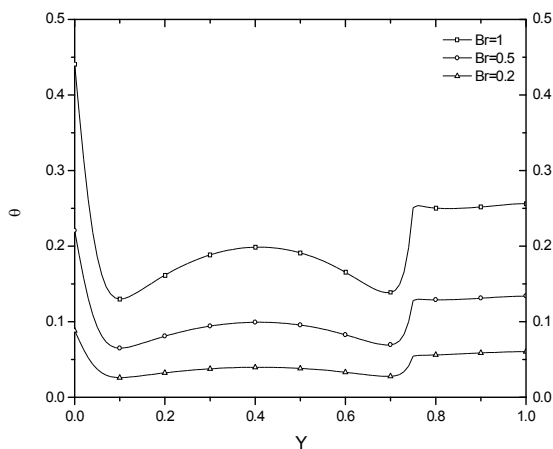


Fig.4 Profil de température pour différents nombre de Brinkman au niveau du 1<sup>er</sup> obstacle pour  $X = 2$

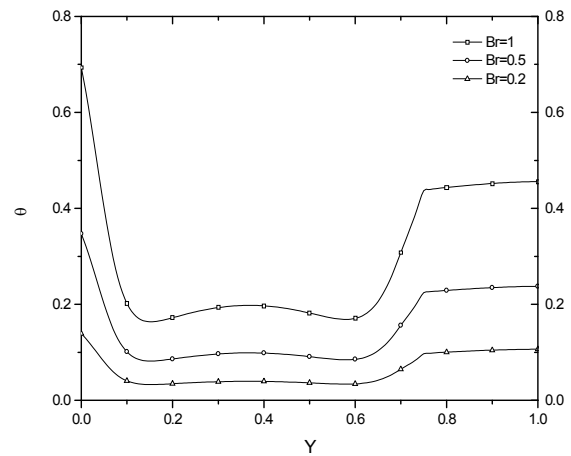


Fig.5 Profil de température pour différents nombre de Brinkman au niveau du 2<sup>ème</sup> obstacle pour  $X = 3.5$

### Conclusions

Une étude numérique sur le transfert thermique lors de l'écoulement en régime stationnaire d'un fluide newtonien entre deux plans parallèles a été entreprise. Ces derniers sont munis de deux sources de chaleur placées sur la paroi supérieure. Les deux plans sont supposés adiabatiques et les deux sources génèrent de chaleur.

L'effet de la prise en compte de la fonction de la dissipation visqueuse sur le nombre de Nusselt ainsi que le profil de température a été examiné.

Les résultats ont montrés que l'augmentation du nombre de Brinkman conduit à la diminution du nombre de Nusselt sur toutes les faces des deux obstacles.

D'autre part, la température augmente avec l'augmentation du nombre de Brinkman et atteint des valeurs maximales à proximité de la paroi inférieure du canal.

### Références

- [1] T.J.Young & K. Vafai, "Convective cooling of a heated obstacle in a channel," *Heat Mass Transfer*, 41. , 1998, 3131-3148.
- [2] T.J.Young & K. Vafai, "Convective flow and heat transfer in Channel containing multiple heated obstacles," *Heat Mass Transfer*, 41. , 1998, 3279-3298.
- [3] A. Korichi & L. Oufar, "Numerical heat transfer in a rectangular channel with mounted obstacles on upper and lower walls," *Thermal Sciences*, 44. , 2005, 644-655.
- [4] M.H Yang, R.H Yeh & J.J Hwang, "Forced convective cooling of a fin in a channel," *Energy Conversion and Management*, 51. , 2010, 1277-1286.
- [5] S Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow," Hemisphere Publ. Corp

# NUMERICAL SIMULATION OF MIXED CONVECTION IN INCLINED PARALLEL PLATES

F. DANANE, A. BOUDIAF, A. BOUTRA, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA

§Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, FGM & GP B.P. 32 El-Alia Bab Ezzouar 16111, Alger, AlgérieCorrespondence author. Email: [dananefetta@hotmail.com](mailto:dananefetta@hotmail.com)

## ABSTRACT

Mixed convection heat transfer of Newtonian fluid in inclined parallel plates has been numerically examined in the present work, walls are imposed at uniform and constant temperature, and the fluid properties are taken to be constant except the density in the buoyancy term of the momentum equation for which the Boussinesq approximation is employed for the thermal buoyancy effect. The finite volume method and the SIMPLER algorithm are used to solve the conservation equations of mass, momentum, and energy which satisfy the boundary conditions chosen; this code has been validated, after comparing our results with those of literature. Results reveal that the effects of inclination in convection mode have a considerable impact on the heat transfer.

**Keywords** -mixed convection, inclined parallel plates, finite volume and constant temperature.

## NOMENCLATURE

X	Dimensionless longitudinal coordinate
Y	Dimensionless transverse coordinate
x	Longitudinal coordinate, (= m)
y	Transverse coordinate, (= m)
U	Dimensionless longitudinal velocity
V	Dimensionless transverse velocity
u	Longitudinal velocity, (= ms <sup>-1</sup> )
v	Transverse velocity, (= ms <sup>-1</sup> )
a	Dimensionless Channel height, (= m)
b	Dimensionless channel length, (= m)
D <sub>h</sub>	Equivalent hydraulic diameter, (= 2ab/ (a + b))
h	heat transfer coefficient, (= W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> )
k	Thermal conductivity (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
T	Dimensionless temperature
T <sub>0</sub>	Dimensionless inlet temperature
g	Acceleration due to gravity, (= m/s <sup>2</sup> )
Gr	Grashof number, (= g β (T <sub>w</sub> - T <sub>0</sub> ) D <sub>h</sub> <sup>3</sup> /ν <sup>2</sup> )
G <sub>z</sub>	Gratz number, (= X/P <sub>r</sub> R <sub>c</sub> D <sub>h</sub> )
Nu <sub>x</sub>	Local Nusselt number, (= hD <sub>h</sub> /k)
Nu <sub>T</sub>	Local Nusselt number at the top wall, (= hD <sub>h</sub> /k)
Nu <sub>B</sub>	Local Nusselt number at bottom wall, (= hD <sub>h</sub> /k)

Re	Reynolds number, (= U <sub>0</sub> .D <sub>h</sub> ν <sup>-1</sup> )
Pr	Prandtl number, (= C <sub>p</sub> μ.k <sup>-1</sup> )
P	Cross-section mean pressure, (= Pa)
P*	Adimensionless cross mean pressure, (= p/ρ.U <sub>0</sub> <sup>2</sup> )

## Greek symbols

α	Thermal diffusivity (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
β	Coefficient of thermal expansion (= 1/K)
φ	Dimensionless temperature, (= (T-T <sub>0</sub> )/ (T <sub>w</sub> -T <sub>0</sub> ))
ρ	Density (kg m <sup>-3</sup> )

## Subscripts

0	Condition at inlet
w	Condition at wall.

## INTRODUCTION

In this study, we have analyzed numerically the heat transfer of laminar mixed convection through inclined parallel plates channel kept at the same temperatures. Fuel cells, electronic component cooling and solar absorbers are some examples for this type of flow. Such process occurs when the effect of the buoyancy force in forced convection or the effect of forced flow in free convection becomes significant. Many works have been realized on mixed heat transfer in laminar flows in horizontal parallel plates [1, 2]. However; different orientations of the parallel plates are able to induce different kinds of heat buoyant flows which enhance the heat transfer in different manners, Barletta and Zanchini [3] had studied numerically the mixed convection heat transfer in an inclined plane.

In this present work, we have studied the thermal development of laminar developing flow between two plane plates maintained at a constant temperature. Essentially, the effect of inclination on the thermal characteristic has been examined.

## ANALYSIS AND FORMULATION

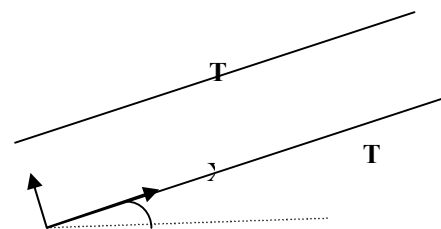


Figure 1. Schematic diagram of the physical system.

## Governing Equations

The two-dimensional governing equations are those for conservation of mass, momentum and energy, they are solved iteratively by finite volume method using the SIMPLER algorithm[4]. The non-dimensional governing equations can be formulated as follows:

Continuity equation

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

Momentum equations of X and Y directions

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] - \frac{Gr}{Re^2} \phi \sin \alpha \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] - \frac{Gr}{Re^2} \phi \cos \alpha \quad (3)$$

Energy equation

$$\left[ U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right] = \frac{1}{Re Pr} \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

All of the above variables and parameters have been dimensionless based on the following definitions:

$$X = \frac{x}{D_h} \quad Y = \frac{y}{D_h} \quad U = \frac{u}{U_0}$$

$$V = \frac{v}{U_0} \quad P^* = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad \phi = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}$$

**Boundary conditions**

The corresponding boundary conditions for the inlet, output and the walls are:

We assume uniform profile of longitudinal velocity and temperature at the inlet section and non-slip conditions and a constant temperature on the top and bottom walls.

**At the entrance** ( $X = 0, Y = 0$ ):  $U = \phi = 1$  and  $V = 0$

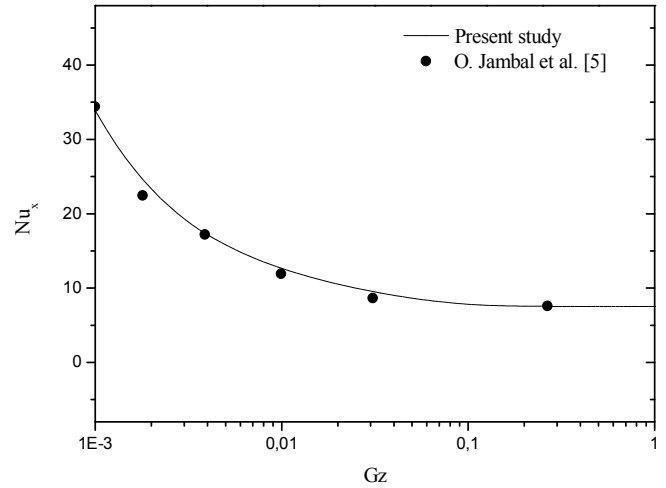
**On the two walls:**  $U = V = \phi = 0$

**At the output:**  $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0$

**Results and discussions**

To validate the numerical scheme used in the present study, comparison with results given by O.jambal and al is made for the local Nusselt number in the case of forced convection at horizontal position.

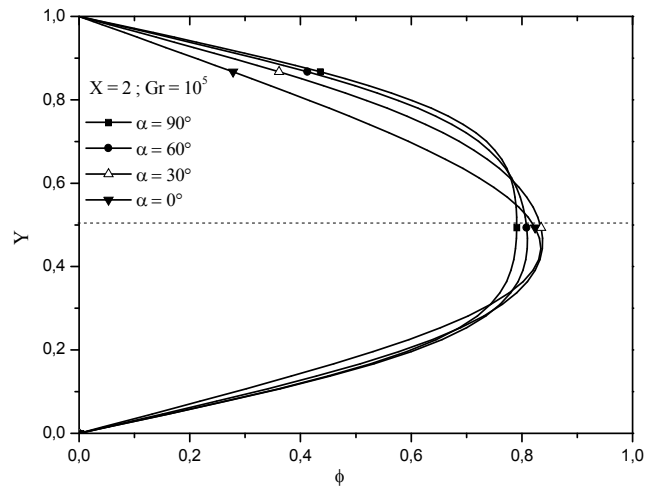
A good agreement between two data can be observed.



**Figure 2.** Comparison of the evolution on total Nusselt number local Nusselt number calculated in this study and that of O.Jambal and al [5].

The Figure 3 show the effect of inclinations of the two planes on the development of dimensionless temperature profiles at the longitudinal position  $X = 2$  for the case of heating (positive Grashof number). The results indicate that the dimensionless temperature distribution is affected by the different inclinations of two planes.

We also notice that, an asymmetrical temperature profiles witch diverted towards the bottom of the channel caused by the high value of Grashof number.



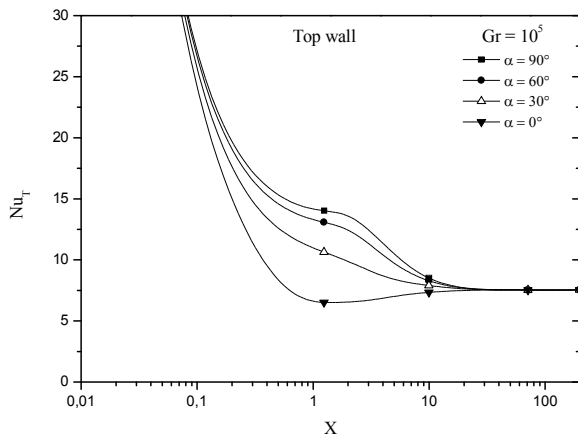
**Figure 3.** Developing temperature profiles for different inclinations at  $X = 2, Re = 100, Pr = 1, Gr = 10^5$ .

In the following figures, we present the effect of the inclination of the two parallel planes with respect to the horizontal on the longitudinal evolution local Nusselt number. These latter's corresponds to the local Nusselt number on the top wall (Figure 4) and the local Nusselt number on the bottom wall (Figure 5), and is evaluated for  $Gr = 10^5$ .

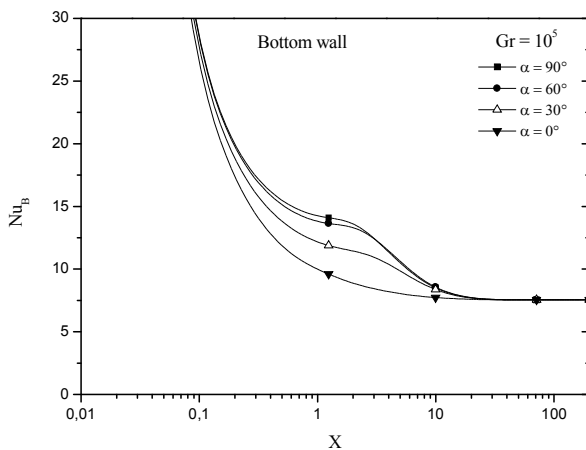
We find that, a maximum is reached when the channel is vertically disposed that is to say for an inclination relative to the horizontal equal to  $\alpha = 90^\circ$  and a minimum is

obtained at  $\alpha = 0^\circ$ . Similar behavior is observed on the top and the bottom wall.

Finally, note that the effect of the inclination is localized into the intermediate region of the channel and the Nusselt number is relatively more important at the bottom wall



**Figure 4.** Longitudinal evolution of the local Nusselt number on the top wall for different inclination,  $Re = 100$ ,  $Pr = 1$ ,  $Gr = 10^5$ .



**Figure 5.** Longitudinal evolution of the local Nusselt number on the bottom wall for different inclination,  $Re = 100$ ,  $Pr = 1$ ,  $Gr = 10^5$ .

## Conclusion

Laminar mixed convection in inclined parallel plates with uniform and equal wall temperatures has been studied numerically by taking different positions of the two plates at mixed convection mode. The results reveal that the inclinations improve the thermal transfer which is seen in the development dimensionless temperature profiles and the evolution of the local Nusselt number on the top and bottom wall.

## REFERENCES

[1] A Barletta, 1998, Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 41, 3501-3513.

[2] M.M. Salah El-Din, 2003, Effect of thermal and mass buoyancy forces on the development of laminar mixed convection between vertical parallel plates with uniform wall heat and mass fluxes. *Int. J. Therm. Sci.*, 42, 447-453.

[3] A. Barletta, E. Zanchini, 2001, mixed convection with variable viscosity in an inclined channel with prescribed wall temperatures. *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, 28 (8), 1043-1052.

[4] Patankar, S.V, 1980, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York.

[5] O. Jambal, T. Shigechi, T. G. Davaa, S. Momoki, 2005, 'Effects of viscous dissipation and fluid axial heat conduction on heat transfer for non-Newtonian fluids in ducts with uniform wall temperature Part I: Parallel plates and circular ducts', *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 32pp. 1165-1173.



# COMPARAISON DU FORÇAGE RADIATIF DU A L'AEROSOL ATMOSPHERIQUE OBSERVE A OUJDA ET MARRAKECH (SAADA)

T. ABDELOUAHID, D. MOHAMED,  
C. DJAMALEDDINE

Université Mohamed Premier .Oujda, Maroc.

## 1. Introduction

Le rayonnement solaire peut être considéré pratiquement comme la seule source d'énergie externe du système terre-atmosphère, Il en résulte un flux incident qui peut être considéré aussi comme constant en dehors des périodes de grande activité solaire avec des variations inférieures à 1% qui dépendent de la latitude, de l'heure et des saisons.

Les particules d'aérosols modifient le bilan radiatif de la terre. Leurs effets radiatifs et les rétroactions associées peuvent se traduire, selon les configurations considérées, par un refroidissement ou un réchauffement du système climatique [7] et [8]. Cependant les effets des aérosols sur le système global restent encore entachés de grandes incertitudes.

Ceci est en grande partie lié aux incertitudes encore nombreuses concernant les aérosols : émissions, état de mélange, propriétés physico-chimiques, optiques, etc, qui ajoutent un degré de complexité dans l'estimation du forçage radiatif des aérosols [9]. Enfin, les effets radiatifs des aérosols dépendent fortement des régions du globe considérées (type d'aérosols présents et climat local).

Cette étude est basée sur les données du réseau AERONET (Aérosol Robotique Network) des paramètres physiques caractéristiques des effets radiatifs de l'aérosol atmosphérique sur le système terre-atmosphère tels que les forçages radiatifs de l'aérosol à la surface de la terre et au sommet de l'atmosphère. Ces derniers, obtenues à la surface ARF<sub>Surface</sub> (Oujda, altitude 0.62km. Saada, altitude 0.42km) et au sommet de l'atmosphère correspondants à 120 km d'altitude ARF<sub>TOP</sub> ont été calculées pour l'année 2011 à l'aide du modèle de transfert radiatif utilisé pour déterminer les valeurs spectrales (0.2 à 4 µm) d'irradiance à la surface de la terre et au sommet de l'atmosphère en s'appuyant sur les mesures des épaisseurs optiques d'aérosol effectuées par les photomètres solaires installés à la faculté des sciences d'Oujda et sur le toit d'un bâtiment technique au milieu d'un verger agriculteur, située 10 km à l'ouest de Marrakech .

## 2. Matériel et Méthode

### 2.1 Epaisseur optique de l'aérosol

L'épaisseur optique de l'aérosol (EOA) déterminée à partir des mesures photométriques réalisées à l'aide du photomètre solaire CIMEL équipé de 8 filtres ( $\lambda=0.340-0.380-0.440-0.500-0.675-0.870-1.020-1.640 \mu\text{m}$ ) est donnée par :

$$\tau_{aer}(\lambda) = \frac{1}{m_{air}} \left[ \frac{I_0(\lambda)}{I(\lambda)} \right] - \tau_{Ray}(\lambda) - \tau_{gaz}(\lambda)$$

### 2.2 Forçage radiatif de l'aérosol

L'albédo de simple diffusion (SSA) est avec l'épaisseur optique, l'un des paramètres optiques les plus importants dans l'estimation des impacts radiatifs des aérosols.

Le forçage radiatif des aérosols peut être défini comme la différence du flux radiatif net dans l'atmosphère résultant de la présence d'aérosols. On le quantifie soit au sommet de l'atmosphère (TOA) ou à la surface (SRF) suivant l'équation :

$$\Delta F = (F^{\downarrow} - F^{\uparrow})_{pert} - (F^{\downarrow} - F^{\uparrow})_0$$

Avec le flux  $F^{\uparrow}$  (visible + infrarouge) montant et le flux  $F^{\downarrow}$  (visible + infrarouge) descendant. Les indices 'pert' et '0' sont correspondent respectivement aux flux perturbé (présence d'aérosol) et non perturbé (sans aérosol, ciel très clair).

## Sites et Instrument



## 3. Résultats et discussion

### Forçage radiatif de l'aérosol atmosphérique à Oujda

Les valeurs moyennes mensuelles du forçage radiatif de l'aérosol à la surface de la terre varient entre  $-5.2 \text{ W/m}^2$  et  $-48.12 \text{ W/m}^2$  (fig. 1) avec deux pics maximums enregistrés aux mois d'avril et de septembre, caractérisés régionalement par une importante charge en aérosol désertique.

Le forçage radiatif au sommet de l'atmosphère indique si un refroidissement ou un réchauffement du système terre-atmosphère se produit, Il dépend fortement de l'albédo de surface et de celui des particules d'aérosols. Le forçage radiatif au sommet de l'atmosphère sur la région d'Oujda a enregistré une variation de  $+0.4 \text{ W/m}^2$  à  $-17.89 \text{ W/m}^2$  (fig. 1) qui correspond relativement à une faible contribution dans le sens du refroidissement du système terre-atmosphère.

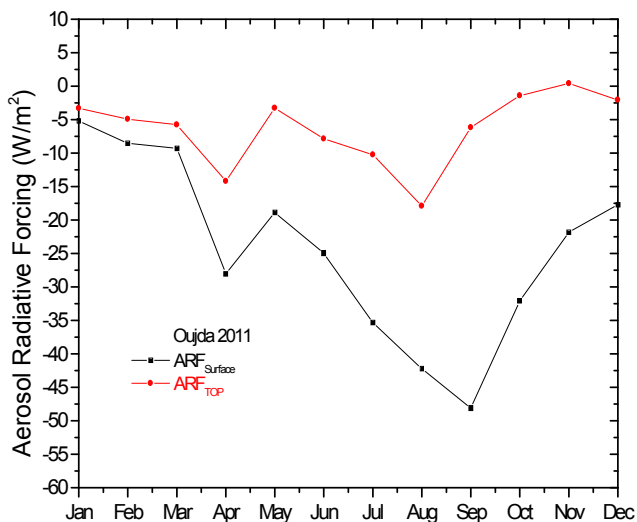


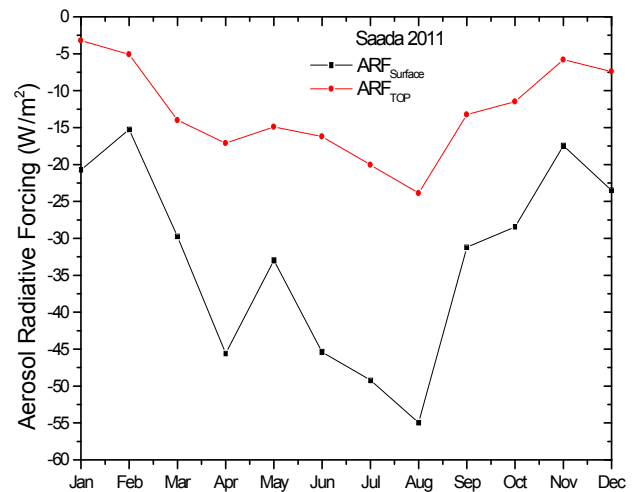
Fig.1 ARF déterminé à la surface terrestre et au TOP de l'atmosphère à Oujda pour 2011.

#### Forçage radiatif de l'aérosol atmosphérique à Saada (Marrakech)

Les valeurs moyennes mensuelles du forçage radiatif causé par l'aérosol atmosphérique à la surface et au sommet de l'atmosphère sont présentées sur la figure 2 pour l'année 2011. Les valeurs moyennes mensuelles du forçage radiatif de l'aérosol à la surface de la terre et au sommet de l'atmosphère varient respectivement entre  $[-15.2, -54.9 \text{ W/m}^2]$  et  $[-3.2, -23.8 \text{ W/m}^2]$  avec deux pics maximums enregistrés aux mois d'avril et d'août (fig. 2). Les

valeurs négatives du forçage radiatif de l'aérosol au sommet de l'atmosphère, indiquent que l'aérosol atmosphérique sur la région de Marrakech provoque une augmentation de la diffusion de la lumière vers l'espace impliquant ainsi un refroidissement significatif du système terre-atmosphère. Les valeurs négatives du forçage radiatif de l'aérosol à la surface révèlent que l'aérosol de la région étudiée, réduit de manière significative le rayonnement solaire incident au sol.

Fig. 2 ARF déterminé à la surface terrestre et au sommet de l'atmosphère à Saada pour 2011.



#### 4. Conclusion

L'aérosol atmosphérique observé à Oujda et Marrakech au cours de l'année 2011 avec l'aide du photomètre solaire CIMEL confirme l'importance de l'influence de l'aérosol désertique au cours des mois avril, août et septembre. Les résultats des forçages radiatifs de l'aérosol enregistré sont en accord avec ceux obtenus antérieurement (campagnes de mesures 1998 [1], [2], [3] et 2006 [4], [5], [6] et [10]).

Les faibles valeurs moyennes mensuelles du forçage radiatif de l'aérosol observées en 2011 au sommet de l'atmosphère aussi bien à Oujda qu'à Marrakech montrent une faible contribution dans le sens du refroidissement à l'échelle globale du système terre-atmosphère.

# OPTIMISATION DU DISSIPATEUR THERMIQUE D'UN LUMINAIRE À BASE DE LED

S. BEN AYAD<sup>1</sup>, A. KHAMLICH<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>Laboratoire SC, FS Tétouan, Maroc

## Introduction

Une ampoule à filament nécessite d'être assez chaude pour fonctionner, ce qui n'est pas le cas d'une diode électroluminescente LED. Au contraire, une LED fonctionne mieux à basse température. Une LED possède un spectre compris en très grande partie dans le visible. Il en résulte que la lumière émise par une LED est quasiment dépourvue d'infra rouges et d'ultra violet. L'absence d'infra rouges implique que la lumière de la LED ne chauffe pas ce qu'elle éclaire. L'absence d'ultraviolet évite l'altération. Mais, en contrepartie, toutes les pertes sont d'ordre thermique.

Les diodes électroluminescentes (LED) de grande puissance sont une technologie moderne en matière d'éclairage et elles permettent une économie considérable de l'énergie tout en possédant une longue vie. La physique décrivant le mécanisme d'éclairage produit par une LED permet de relier son origine à la température de jonction. Les caractéristiques d'éclairage produit par une LED dépendent ainsi en premier lieu de cette température qui dépend à son tour de la puissance d'alimentation, des conditions ambiantes (température ambiante, humidité, vitesse du vent), du dissipateur thermique et de la conception des fixations du luminaire. Pour obtenir des performances d'éclairage qui restent stables et une durée de vie de fonctionnement qui soit la plus longue possible, il faut être en mesure d'évacuer l'excès de chaleur produit par la LED. Dans le cas particulier d'une LED blanche, la variation de la température de jonction peut causer une variation de l'intensité lumineuse et une détérioration par vieillissement ou fatigue thermomécanique des composants [1,2]. Ce qui limite la durée de vie des LED.

Plusieurs recherches développées dans le domaine des LED se sont intéressées au contrôle de l'éclairage produit par ces dispositifs. On trouve ainsi des travaux qui présentent le contrôle par retour d'état de l'éclairage [3-8]. Le contrôle ne suffit pas à lui seul pour régler tous les problèmes car il faut que le système soit lui-même le fruit d'un dimensionnement optimal.

La variation de la température de jonction est affectée par la conception du luminaire, c'est-à-dire essentiellement le boîtier de la lampe, ainsi que par les variations au niveau de la puissance d'alimentation et des conditions ambiantes. Afin de contrôler au mieux la température de jonction d'une LED, il est utile de disposer d'un modèle suffisamment précis permettant de prédire les variations de la température de jonction.

Dans ce travail, on utilise un modèle simplifié décrivant le transfert thermique en régime stationnaire qui se produit dans un luminaire LED afin d'étudier la faculté de dissipation, par échange convectif avec l'air ambiant, de la puissance d'échauffement produite dans la LED. Un modèle simplifié du luminaire LED ayant la forme d'un

réseau thermique est utilisé dans la suite pour conduire l'optimisation du dissipateur thermique

## Modèle thermique d'un système luminaire à LED

Une ampoule LED à lumière blanche est constituée de trois éléments de base: puce, boîtier de fixation et capsule avec colle au phosphore [9]. La lampe LED, le support métallique et le radiateur forment la structure du luminaire, figure 1.

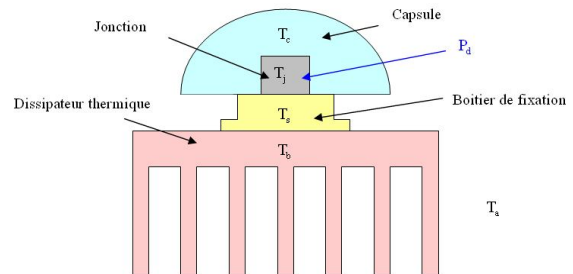


Fig 1: Modèle simplifié d'un luminaire à LED

Selon les principes de transfert thermique, le luminaire peut être divisé en quatre parties :

- la jonction, comprenant la structure complète de la puce ;
- la capsule, comprenant les lentilles optiques, la colle silicone et le phosphore.
- le boîtier de fixation comprenant le bloc de conduction de chaleur et le réflecteur optique, il est encastré sous la jonction de la LED et sert à conduire la chaleur au dissipateur thermique ;
- le dissipateur thermique qui est attaché au bloc de fixation.

La jonction représente la source thermique dans une LED. Sous une puissance électrique appliquée, l'énergie des électrons est convertie en chaleur au niveau de la jonction. Cette chaleur est transférée par la suite aux autres composants. La capsule est en contact avec la jonction, mais le transfert thermique avec l'air ambiant est petit car la surface d'échange convectif est petite.

La quantité de chaleur dégagée au niveau de la jonction a pour conséquence d'échauffer la LED. Or la température de la jonction de la LED a une incidence remarquable sur les éléments suivants:

- La durée de vie de la LED; une température trop élevée altère, voire détruit la LED. Il suffit de quelques degrés supplémentaires pour diviser par deux la durée de vie d'une LED.
- Le flux lumineux de la LED tant au niveau qualitatif qu'au niveau quantitatif ; l'émission de lumière par la LED est fortement liée à la température. En effet, lorsque la température augmente, le flux décroît et le spectre se décale vers les plus grandes longueurs d'onde.
- La tension aux bornes de la LED ; une augmentation de la température réduit la valeur de la tension aux bornes de la LED.

Le boîtier de fixation de masse relativement faible permet de transférer la quasi-totalité de la chaleur produite au niveau de la jonction. Le boîtier de fixation est conçu à l'aide d'un matériau ayant une grande conductivité thermique tel que le cuivre. Le boîtier conduit la chaleur au dissipateur thermique dont la surface doit être suffisamment

grande pour dissiper la chaleur par convection dans le milieu ambiant.

Afin de modéliser le transfert de puissance dans le luminaire à LED, nous utilisons la notion de résistance thermique d'un composant. Celle-ci caractérise l'augmentation de température occasionnée par la puissance dissipée par ce composant. La résistance thermique dépend de la résistance thermique de contact, du serrage du composant et de la capacité de l'isolant ou pâte de contact à transmettre la chaleur.

Afin de stabiliser la température, il faut donc réaliser une résistance thermique adéquate, on prévoit en général pour cela un montage sur évacuateur thermique qui assure l'échange thermique entre le composant et l'air ambiant.

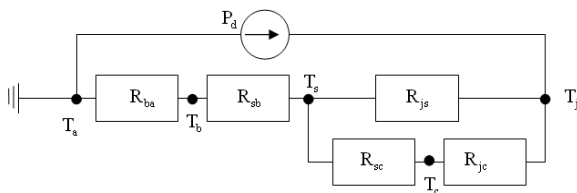


Fig. 2: Modèle réseau thermique du luminaire à LED

Le transfert thermique moyen qui se produit dans un luminaire peut être décrit par le réseau thermique montré sur la figure 2. La température de chaque pièce est définie à l'aide d'une seule valeur en faisant abstraction des gradients thermiques qui peuvent se manifester dans le problème réel.

Les résistances thermiques qui apparaissent dans le modèle du luminaire, figure 2, sont essentiellement induites par les échanges aux différentes interfaces qui séparent les divers éléments qui le constituent. La résistance thermique équivalente entre la jonction et l'air ambiant fait intervenir les cinq résistances thermiques:

- Résistance thermique entre la jonction et la capsule  $R_{jc}$  ;
- Résistance thermique de fuite entre la capsule et la tête d'attache  $R_{sc}$  ;
- Résistance thermique entre la jonction et la tête d'attache  $R_{sc}$  ;
- Résistance thermique entre la tête d'attache et le dissipateur  $R_{sb}$  ;
- Résistance thermique entre le dissipateur et l'air ambiant  $R_{ba}$ .

La résistance équivalente est donnée par la formule suivante

$$R_{eq} = R_{ba} + R_{sb} + \frac{R_{js}(R_{sc} + R_{jc})}{R_{js} + R_{sc} + R_{jc}} \quad (1)$$

Cette équation montre que  $R_{eq}$  est une fonction croissante de  $R_{ba}$ . La résistance  $R_{eq}$  doit permettre de dissiper la puissance  $P_d = (T_j - T_a) / R_{eq}$ . Le problème du dimensionnement thermique du luminaire consiste à imposer  $T_j$ , à identifier la température ambiante la plus

défavorable  $T_a$  et à réaliser une résistance thermique au plus égale à  $R_{eq} = (T_j - T_a) / P_d$ .

Puisqu'en général, les autres résistances dans l'équation (1) qui sont différentes de  $R_{ba}$  sont imposés par les constructeurs des LED, le dimensionnement thermique du luminaire peut être fait en optimisant la configuration géométrique du dissipateur afin de minimiser  $R_{ba}$ .

### Etude de cas

On considère une application réelle pour laquelle les données du problème sont les suivantes:

- température maximale de jonction pour une couleur blanche neutre  $T_j = 125^\circ\text{C}$  ;
- température ambiante  $T_{a,\min} = -30^\circ\text{C}$  et  $T_{a,\max} = 60^\circ\text{C}$  ;
- résistance jonction-boitier de fixation  $R_1 = R_{js}(R_{sc} + R_{jc}) / (R_{js} + R_{sc} + R_{jc}) = 0.15\text{W}/^\circ\text{C}$  ;
- résistance boitier de fixation-dissipateur  $R_{sb} = 0.3^\circ\text{C}/\text{W}$  ;
- puissance de la diode électroluminescente à haute puissance (HP-LED) à dissiper  $P_d = 84\text{W}$  ;

La température ambiante de dimensionnement est donc  $T_a = 60^\circ\text{C}$ . La résistance thermique nécessaire pour dissiper la puissance  $P_d = 84\text{W}$  ne doit pas dépasser la valeur maximale définie par  $R_{eq} = (T_j - T_a) / P_d = 0.7738^\circ\text{C}/\text{W}$ . D'où la résistance maximale du dissipateur thermique qui se calcule par  $R_{ba} = R_{eq} - R_{sb} - R_1 = 0.3238^\circ\text{C}/\text{W}$ .

On choisit comme matériau constituant le dissipateur l'aluminium du fait de sa légèreté et de son excellente conductivité thermique. Le problème de dimensionnement du dissipateur consiste donc à trouver les caractéristiques géométriques du dissipateur thermique permettant de réaliser  $R_{ba}$  tout en minimisant le poids. Ceci peut être fait en utilisant une approximation par surface de réponse de la résistance thermique équivalente du dissipateur obtenue par calcul selon un plan d'expérience bien établi. Dans ce cas, nous supposons que le problème est plan et nous introduisons les paramètres géométriques définis sur la figure 3.

Le paramètre  $y_1$  dépend de  $x_1$  selon  $y_1 = (0.32 - 4x_1) / 3$  et donc seuls deux paramètres géométriques  $x_1, x_2$  sont indépendants. Le troisième paramètre de conception qui a été choisi représente la profondeur du dissipateur, il est noté  $x_3$ .

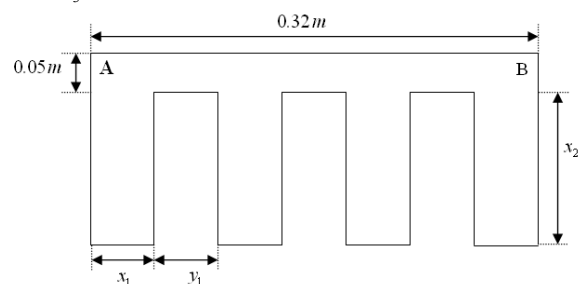


Fig. 3: Configuration géométrique du dissipateur thermique

Il intervient dans le problème par l'intermédiaire du flux de puissance imposé sur la face AB du dissipateur

$q_{AB} = P_d / (0.32x_3)$ . Trois niveaux ont été choisis pour chacun des trois paramètres précédents, ce qui porte le nombre de combinaisons à considérer selon un plan en factoriel complet à 27. Le calcul pour chaque configuration géométrique de ce plan a été effectué sous Comsol. Le tableau 1 permet de récapituler les niveaux choisis pour chacun des trois facteurs.

Facteur	Niveau bas (m)	Niveau moyen (m)	Niveau haut (m)
$x_1$	0.03	0.04	0.05
$x_2$	0.10	0.15	0.20
$x_3$	0.16	0.24	0.32

**Tableau 1 : Niveaux choisis pour les trois paramètres de conception**

Pour chaque combinaison la température sur la face AB est relevée suite à un calcul stationnaire effectué en prenant sur toutes les autres faces du dissipateur comme condition aux limites la convection naturelle avec le coefficient d'échange minimal  $h = 5 \text{ W.m}^{-2}.K^{-1}$ . Les résultats obtenus ont permis d'identifier une surface de réponse exprimant la température de la face AB en fonction des paramètres de conception de base sous la forme  $T_b = T_b(x_1, x_2, x_3)$ .

L'analyse de variance conduite sur les résultats obtenus a montré que les paramètres  $x_2, x_3$  ainsi que l'interaction entre  $x_1$  et  $x_2$  ont le plus d'influence sur le résultat. La corrélation sous forme d'un polynôme quadratique d'ajustement au sens des moindres carrés est donnée par

$$T_b(x_1, x_2, x_3) = 194 + 3069x_1 - 255.4x_2 - 795x_3 - 6583x_1x_2 - 885.4x_1x_3 + 858.3x_2x_3 - 21167x_1^2 + 380x_2^2 + 1026x_3^2 \quad (2)$$

Le coefficient  $R^2$  associé à cette corrélation vaut  $R^2 = 98.04\%$ , ce qui montre que l'équation (2) permet de prédire la température à l'intérieur du domaine des paramètres où elle a été établie.

Le volume du dissipateur est

$$V(x_1, x_2, x_3) = 0.016x_3 + 4x_1x_2x_3 \quad (3)$$

Pour optimiser la masse du dissipateur, on résout le programme mathématique non linéaire

Minimiser  $V(x_1, x_2, x_3)$  sous les contraintes

$$T_b(x_1, x_2, x_3) \leq 113 \quad (4)$$

$$0.03 \leq x_1 \leq 0.05 ; 0.10 \leq x_2 \leq 0.20 ; 0.16 \leq x_3 \leq 0.32$$

La commande *fmincon* de Matlab permet de résoudre le problème (4) et la solution optimale obtenue est

$$x_1 = 0.03 \text{ m}; x_2 = 0.20 \text{ m}; x_3 = 0.1629 \text{ m} \quad (5)$$

## Conclusion

Un modèle d'un luminaire à diode électroluminescente ayant la forme d'un réseau thermique équivalent a été

développé afin d'optimiser la conception du dissipateur thermique de ce dispositif.

L'optimisation qui a porté sur les dimensions géométriques du dissipateur a été conduite en utilisant un calcul thermique avancé, conformément à un plan d'expérience en factoriel complet. Ce qui a permis d'identifier une surface de réponse et de conduire sous forme analytique le calcul de la solution optimale.

## Références

- [1] Chhajed S., Xi Y., Li Y.L., Gessmann Th., Schubert E.F., Influence of junction temperature on chromaticity and color-rendering properties of trichromatic white-light sources based on light-emitting diodes, *Journal of Applied Physics* 97 (5), 2005.
- [2] Schubert E.F., *Light Emitting Diodes*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [3] Ashdown I., Neural networks for LED color control, *Proceedings of SPIE* 5187, pp. 215–226, 2003.
- [4] Muthu S., Schuurmans F., Pashley M., Red, green, and blue LEDs for white light illumination, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 8 (2), pp. 333–338, 2002.
- [5] Muthu S., Gaines J., Red, green and blue LED-based white light source: implementation challenges and control design, 38th IAS Annual Meeting, pp. 515–522, 2003.
- [6] Zukauskas A., Vaicekauskas R., Ivanauskas F., Quadrichromatic white solid-state lamp with digital feedback, *Proceedings of SPIE* 5187, pp. 185–198, 2003.
- [7] Moisio O., Pajula M., Pinho P., Tetri E., Halonen L., Sepponen R., Use of junction temperature in control of CCT in LED luminaire, CIE Midterm Meeting & León 2005 International Lighting Congress 5, pp. 18–20, 2005.
- [8] Deurenberg P., Hoelen C., van Meurs J., Ansems J., Achieving color point stability in RGB multi-chip LED modules using various color control loops, *Proceedings of SPIE* 5941, pp. 63–74, 2005.
- [9] Eastley D., *Evaluating High-Power LEDs, Strategies In Light 2006*, San Francisco, 2006.



# ETUDES DES PARAMETRES INFLUENÇANT LA PUISSANCE D'UN MOTEUR STIRLING SOLAIRE A BASSE TEMPERATURE

H. EL HASSANI<sup>1</sup>, N. BOUTAMMACHE<sup>2</sup>, J. KNORR<sup>3</sup>, M. EL HANNAOUL<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Fac.des Sciences, Université Moulay Ismail, Meknès.

[hind\\_elhassani@yahoo.fr](mailto:hind_elhassani@yahoo.fr)

<sup>2</sup>ENSAM, Université Moulay Ismail, Meknès.

[boutammache@googlemail.com](mailto:boutammache@googlemail.com)

<sup>3</sup>Université Technique de Dresde, Allemagne.

<sup>4</sup>Fac. des Sciences, Université Moulay Ismail, Meknès.

## Introduction

Les moteurs Stirling sont des moteurs à combustion externe, ils peuvent ainsi utiliser différentes sources d'énergies, entre autres, l'énergie solaire, ce qui rend ces moteurs adaptés au respect de l'environnement.

En 1983, Kolin [1] a présenté le premier moteur Stirling, dit à basse température. Dans les dernières décennies, ces moteurs à basse température ont obtenu beaucoup d'importance, surtout ceux utilisant le soleil comme source d'énergie. C'est ainsi que plusieurs modèles de ce type de moteurs ont été développés. Senft [2] a développé le moteur Ringbom en utilisant les idées de Kolin, Kongtragool et Wongwises [3] ont construit et testé des engins Stirling à basse température, de type gamma à deux pistons et quatre pistons. Cinar et Karabulut [4] ont conçu et construit un moteur Stirling de type gamma, l'engin a été testé avec l'air et le hélium. La puissance maximale obtenue était de 12.3W, et bien d'autres modèles ont été mis au point.

Dans le cadre du partenariat entre l'université de Dresde en Allemagne et l'université Moulay Ismail, un prototype d'un moteur Stirling à basse température de type beta est en phase de développement. Le but est de réaliser une machine simple et bon marché, pour l'exploitation de l'énergie solaire, pour le pompage d'eau et l'irrigation dans les zones rurales.

Le présent travail vise à étudier les différents paramètres influençant la puissance de ce prototype. Une étude paramétrique de la puissance a été donc élaborée sur la base de la théorie de Schmidt [5].

## 2. Description du prototype

Le prototype étudié se compose des éléments suivants (Figure 1) :

**Absorbeur** : Constitué d'une plaque noire qui a pour rôle d'absorber le rayonnement solaire et le transférer au gaz de travail (air).

**« Piston-déplaceur »** : Il a pour rôle de déplacer le gaz de la partie chaude (absorbeur) vers la partie froide (le refroidisseur) et vis versa.

**Piston de travail** : Son rôle est de récupérer le travail de détente du gaz.

**Refroidisseur** : Composé de tubes parcourus par l'eau de refroidissement.

**Régénérateur** : Il permet d'emmagasiner une partie de l'énergie du gaz (sous forme de chaleur) lors de son passage de l'absorbeur vers le refroidisseur, et la restituer pendant le chemin inverse.

**Volant moteur** : Les deux pistons (« piston-déplaceur » et piston de travail) sont liés au volant moteur avec un angle de déphasage  $\alpha$ .

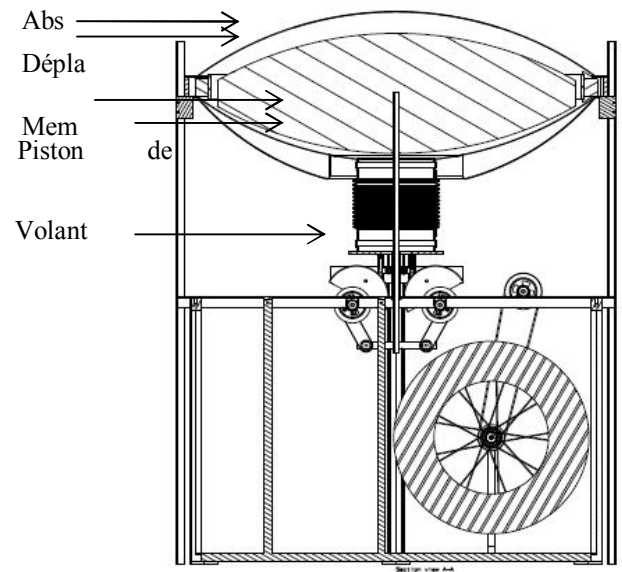


Fig. 1 : Schéma du prototype

## 3. Calcul de la puissance

### 3.1. Théorie de Schmidt

En 1871 Gustav Schmidt a introduit une nouvelle méthode de calcul de puissance des moteurs Stirling. La théorie de Schmidt est basée sur l'expansion et la compression isothermes d'un gaz parfait.

Schmidt a énuméré plusieurs hypothèses pour simplifier son calcul de puissance :

- La pression interne est homogène dans toutes les parties du moteur Stirling et il n'y a pas de pertes de pression. Ceci découle du fait que le moteur ne contient pas de valves, les parties chaudes et froides sont en connexion ;
- La variation des volumes des chambres internes du moteur est harmonique. Cette hypothèse est largement adoptée pour le traitement mathématique et thermodynamique du cycle Stirling ;
- Les processus d'expansion et de compression sont isothermes ;
- Le gaz est supposé parfait ;
- Il y a une parfaite régénération dans le régénérateur ;
- Le volume mort de la partie chaude conserve la température d'expansion du gaz  $T_C$ , le volume mort de la partie froide conserve la température de compression du gaz  $T_f$  durant le cycle ;
- La température du gaz dans le régénérateur a une valeur moyenne des températures de compression  $T_C$  et d'expansion  $T_f$ .

Pour appliquer la théorie de Schmidt, le volume du moteur doit être subdivisé en plusieurs domaines, la figure 2 montre un schéma simplifié de la machine subdivisée en plusieurs volumes.

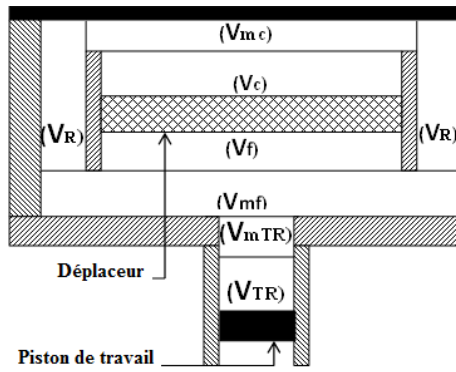


Fig. 2 : Schéma simplifié du moteur

Tableau 1. Symboles utilisés et leurs unités

Symbole	Signification	Unité
$p$	Pression interne	Pa
$V_{SC}$	Volume maximal de la partie chaude	$m^3$
$V_{STR}$	Volume maximal de travail	$m^3$
$V_{mc}$	Volume mort de la partie chaude $V_{mc}$ .	$m^3$
$V_c$	Volume instantané de la partie chaude $V_c$	$m^3$
$V_R$	Volume du Régénérateur $V_R$	$m^3$
$V_f$	Volume instantané de la partie froide $V_f$	$m^3$
$V_{mf}$	Volume mort de la partie froide $V_{mf}$	$m^3$
$V_{mTr}$	Volume mort de la chambre de travail $V_{mTr}$	$m^3$
$V_{TR}$	Volume instantané de travail $V_{TR}$	$m^3$
$T_c$	Température de la partie chaude	K
$T_f$	Température de la partie froide	K
$T_R$	Température du régénérateur	K
$\alpha$	Angle de déphasage	deg
$n$	Vitesse de la machine	Hz

La puissance est déduite du cycle thermodynamique dans le diagramme de Clapeyron par la relation :

$$P = W_{cycle} n / 60 \quad (1)$$

Où  $n$  est la vitesse de rotation exprimée en tr/min, et  $W_{cycle}$  est le travail du cycle donné par la relation :

$$W_{cycle} = \int_{cycle} p dV \quad (2)$$

Après l'intégration de l'équation (2) pour un cycle sur tous les volumes, on obtient la formule donnant la puissance de notre prototype [5] :

$$P = V_{STR} \frac{nmR}{2A} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - k_1^2}} - 1 \right) \sin\beta \quad (3)$$

Avec:

$$k_1 = A/k$$

$$k = \frac{V_{SC}}{2T_c} + \frac{V_{SC}}{2T_f} + \frac{V_{STR}}{2T_f} + \frac{2V_R}{T_f + T_c} + \frac{V_{mc}}{T_c} + \frac{V_{mf}}{T_f} + \frac{V_{mTR}}{T_f}$$

$$A = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{V_{STR}}{T_f} \right)^2 + \left( \frac{V_{SC}}{T_c} - \frac{V_{SC}}{T_f} \right)^2 - 2 \frac{V_{STR}}{T_f} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) V_{SC} \times \cos\alpha \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tan\beta = \frac{\left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) \sin\alpha}{\frac{V_{STR}}{T_f \times V_{SC}} - \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c} \right) \cos\alpha}$$

### 3.2 Formule de Kolin

Le fondateur du concept des moteurs Stirling à basse température a donné une formule simplifiée pour le calcul de la puissance. Cette formule est appelée la loi cubique de la puissance [1]:

$$P(KW) = \frac{V \Delta T^3}{2 \times 10^8}$$

Avec:

$V$ : Le volume du moteur exprimé en  $l$ , et  $\Delta T$  la différence de température entre la partie chaude et la partie froide.

## 4. ETUDE PARAMETRIQUE

A l'aide des lois de Schmidt et de Kolin, une étude des paramètres influençant la puissance du prototype a été menée, afin d'analyser leur impact sur la puissance. Les paramètres étudiés sont les suivants: Température de la partie chaude du moteur ( $T_c$ ), volume mort de la partie chaude  $V_{mc}$ , et le déphasage  $\alpha$  entre le piston moteur et le déplaceur.

### 4.1 Etude de l'effet de la température de la partie chaude

La figure 3 montre l'impact de la température du gaz de la partie chaude sur la puissance du moteur. La figure montre qu'une augmentation de la température du gaz chaud de quelques degrés améliore la puissance du moteur d'une manière considérable.

Ainsi, une attention particulière doit être donnée au transfert de chaleur entre l'absorbeur et les gaz chauds, ce qui aura un impact positif sur la performance des moteurs à basse température, sachant que ces derniers développent de faibles puissances. D'autre part, les valeurs de la puissance calculées par la loi cubique de Kolin sont plus optimistes par rapport à la loi de Schmidt, particulièrement pour des valeurs élevées de la température.

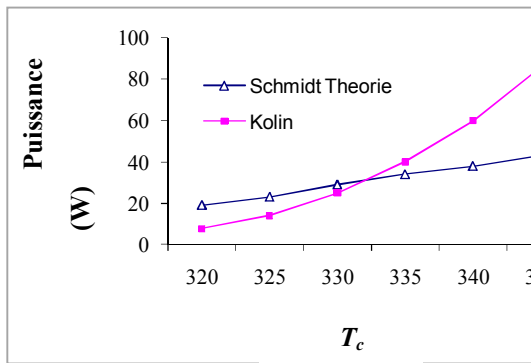


Fig 3. Effet de la température sur la puissance

#### Etude du volume mort de la partie froide :

La figure 4 illustre la variation de la puissance du moteur en fonction du volume mort dans la partie chaude.

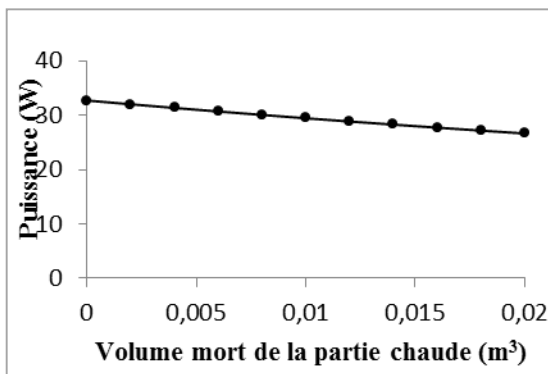


Fig 4. Effet du volume mort sur la puissance

La courbe montre que plus on augmente le volume mort, plus la puissance diminue, ceci peut s'expliquer par le fait qu'une augmentation du volume mort réduit le taux de compression, ce qui mène nécessairement à une diminution de la puissance.

#### Etude du déphasage $\alpha$

L'angle de déphasage entre le piston-déplaceur et le piston de travail est l'un des paramètres qui influencent sur la performance d'un moteur Stirling. La figure 5 présente l'effet de la variation de l'angle de déphasage sur la puissance selon la théorie de Schmidt. D'après la courbe, on constate que le déphasage optimal qui donne une puissance maximale est de  $90^\circ$ .

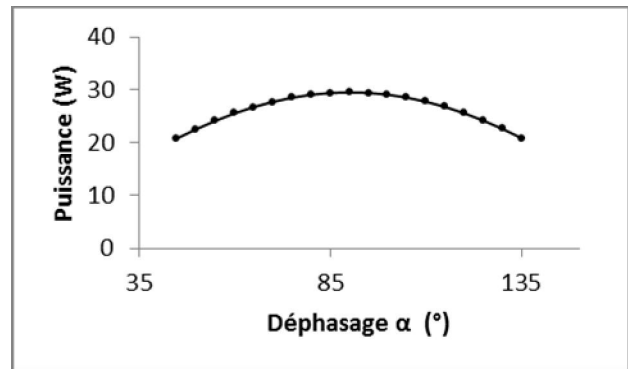


Fig 5. Effet du déphasage sur la puissance

#### 5. Conclusion

Cette étude a mis en évidence l'impact de la température, le volume mort et l'angle de déphasage sur la puissance d'un moteur Stirling solaire à basse température. L'augmentation de la température dans la partie chaude nécessite l'utilisation d'ailettes ou des générateurs de turbulence. Toutefois, ces solutions conduisent à l'augmentation du volume mort, ce qui compensera le gain en puissance réalisé grâce à l'augmentation de la température du gaz chaud. Il est donc question de trouver un compromis entre l'amélioration du transfert thermique entre l'absorbeur et le gaz et la diminution du volume mort.

#### Référence:

- [1] Kolin I. *Stirling Motor: History-theory-practice*. Zagreb University Publications, 1991.
- [2] Senft JR. An Introduction to low temperature differential Stirling engines. *Renew Sustain Energy Rev* 2003;7:131-54.
- [3] Kontragool B, Wongwiset S. Performance of low temperature differential Stirling engines. *Renew Energy* 2007;32:547-66.
- [4] Cinar C, Karabulut H. Manufacturing and testing of a gamma type Stirling engine. *Renew Energy* 2005;30:57-66.
- [5] Boutammache N.: Untersuchungen zur instationären Wärmeübergangs- und Strömungsvorgängen in einem Niedertemperatur-Stirlingmotor. Thèse de doctorat de l'université TU Dresden, 2007.

# CONDENSATION DANS UN MICROCANAL HORIZONTAL A SECTION CARREE : INFLUENCE D'UNE DENSITE DE FLUX THERMIQUE VARIABLE IMPOSEE A LA PAROI EXTERNE

H. EL MGHARI<sup>1,2</sup>, M. ASBIK<sup>1</sup>, H. LOUAHLIA GUALOUS<sup>2</sup>

1 Laboratoire de Physique des Matériaux et Modélisation des Systèmes (LP2MS), Unité associée au CNRST, URAC : 08, Université Moulay Ismail,

Faculté des Sciences, Meknès, Maroc

2 LUSAC, IUT de Cherbourg Manche, Université de Caen Basse Normandie, Saint Lô, France

## Nomenclature

<b>A</b> Aire, m <sup>2</sup>	<b>c</b> Nombre des coins
<b>D</b> Diamètre hydraulique, m	<b>f</b> Coefficient de frottement,
<b>G</b> Vitesse massique, kg. m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup>	<b>h<sub>fg</sub></b> chaleur latente, J.kg <sup>-1</sup>
<b>q</b> Densité de flux de chaleur,	<b>R</b> Rayon de courbure, m
<b>S</b> Périmètre, m	<b>U</b> Vitesse moyenne, m. s <sup>-1</sup>

## Lettres grecques

<b>β</b> Angle (voir figure 1), °	<b>θ</b> Angle de contact(Fig.1), °
<b>ρ</b> Masse volumique, kg.m <sup>-3</sup>	<b>σ</b> Tension de surface, N.m <sup>-1</sup>
<b>μ</b> Viscosité dynamique, kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>	

## Indices / Exposants

<b>l</b> Liquide	<b>lw</b> Liquide-paroi
<b>v</b> Vapeur	<b>0</b> Grandeur à l'entrée du canal

\* Grandeur sans dimension

## I. INTRODUCTION

Ces dernières années, les performances énergétiques des échangeurs à boucles diphasiques ont reçu un intérêt tout particulier afin de mieux comprendre les mécanismes des différents régimes de l'écoulement lors de condensation et d'évaporation dans ces systèmes. Ainsi, Garimella et ses collaborateurs [1] ont présenté un aperçu sur les études expérimentales de visualisation de phénomène de condensation du réfrigérant R-134a dans des mini-canaux et des microcanaux, afin d'élaborer des modèles de chutes de pression et des transferts thermiques relatifs à ces structures. En outre, d'autres auteurs [2-5] ont examiné des travaux tant théoriques qu'expérimentaux portant sur la condensation dans des canaux à faibles dimensions. Quant

aux travaux d'Y. Chen et al. [6-8], Zhao et al. [9] et Miscevic et al. [10], ils ont analysé la condensation dans des microcanaux horizontaux de différentes géométries (Triangulaire, rectangulaire,...).

Le présent travail porte sur l'influence de la densité du flux thermique variable, imposée à la paroi externe d'un microcanal horizontal à section carrée, sur la condensation monodimensionnel en régime permanent, de la vapeur d'eau pure et saturée. Les résultats obtenus permettent de prédire le comportement du rayon de courbure du ménisque, la vitesse du condensat et le coefficient d'échange thermique (nombre de Nusselt).

## II. POSITION ET ANALYSE DU PROBLEME

### II.1 Description du système

La configuration géométrique considérée est présentée sur la figure 1. Le microcanal à section carrée, de diamètre hydraulique D, est alimenté par la vapeur d'eau du débit massique par unité de surface G et sous la pression P<sub>v0</sub>.

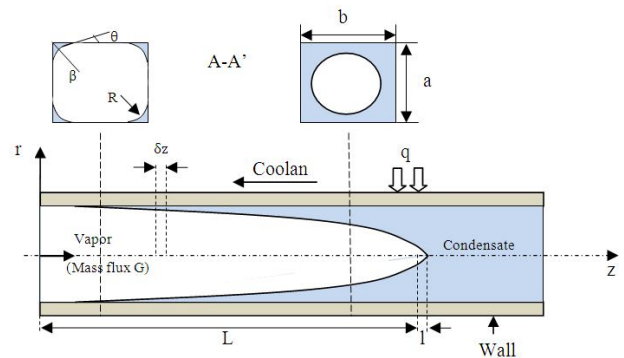


Figure 1 : Modèle physique et coupe transversale du microcanal.

### II.2 Formulation mathématique

La formulation mathématique du problème est basée sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Les propriétés thermophysiques des fluides sont constantes.
- L'écoulement dans le microcanal est laminaire.
- Les forces de gravité sont négligeables devant les effets de la tension superficielle.
- Le processus est symétrique par rapport au centre du microcanal.
- La longueur l de la partie finale de la condensation, peut être omise dans les équations.

Dans un volume de contrôle élémentaire du condensat de longueur dz, la conservation de la quantité de mouvement est donnée par :

$$-A_1 dp_1 + \tau_{v1} dA_{v1} - \tau_{lw} dA_{lw} + u_v dm_1 = d(m_1 u_1) \quad (1)$$

Les contraintes des frottements sont exprimées par :

$$\tau_{v1} = \frac{z}{2} f_v \rho_v u_v^2 = \frac{(fR\epsilon)_v u_v^2}{2D_v} \quad (2)$$

$$\tau_{lw} = \frac{z}{2} f_l \rho_l u_l^2 = \frac{(fR\epsilon)_l u_l^2}{2D_l} \quad (3)$$

A partir des lois de la conservation de la masse, on obtient les débits massique à chaque phase, tels que :

$$m_1 = \frac{c q \delta z}{h_{fg}}, \quad c = \frac{1}{4} \text{ (pour un carré)} \quad (4)$$

$$m_v = GA - m_1, \quad q = q_0 z^n \quad (5-6)$$

A partir de l'équation (1), on trouve que :

$$\frac{dR}{dz} = \frac{E1-E2+E3-E4}{E5-E6} \quad (7)$$

$$\text{avec : } E1 = \frac{(fR\epsilon)_v \mu_v k R}{D_v} \left[ \frac{GA}{\rho_v A_v} - \frac{c q \delta D z^{n+1}}{(n+1) \rho_v A_v h_{fg}} \right]$$

$$E2 = \frac{c q \delta (fR\epsilon)_l \mu_l R D \cos(\theta + \beta) z^{n+1}}{(n+1) \rho_l A_l \sin(\beta) h_{fg}}$$

$$E3 = \frac{c q \delta D x^n}{h_{fg}} \left[ \frac{GA}{\rho_v A_v} - \frac{c q \delta D z^{n+1}}{(n+1) \rho_v A_v h_{fg}} \right]$$

$$E4 = 2 \frac{c^2 q^2 \delta^2 D z^{2n+1}}{(n+1) \rho_l A_l h_{fg} h_{fg}}, \quad E5 = a \sigma$$

$$E6 = \frac{2(n+1) c^2 q^2 \delta^2 D^2 z^{2(n+1)}}{a(n+1) \rho_l h_{fg} h_{fg} R^3}$$

$$a = \left[ \frac{\cos(\theta + \beta) \cos(\theta)}{\sin(\beta)} - \frac{\pi}{2} + \beta + \theta \right],$$

$$k = \frac{\pi}{2} - \beta - \theta$$

L'équation (7) a été résolue par la méthode de Runge Kutta d'ordre 4.

### III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats présentés sont ceux d'un microcanal horizontal à section carrée, de diamètre hydraulique D. Ce dispositif est alimenté par la vapeur d'eau saturée d'un débit massique par unité de surface G. Les données du problème sont mentionnées sur la légende de chaque figure. A la paroi externe du microcanal, une densité du flux thermique variable est imposée tout au long de la direction longitudinale. Les variations et l'influence de cette densité sur les différentes grandeurs exposées sur les figures ci-dessous (figures 3, 4 et 5), sont conditionnées par le signe et la valeur de l'exposant 'n'. Pour comprendre et commenter les comportements des différentes grandeurs présentées sur les figures susmentionnées, la figure 2 illustre les variations de la densité du flux thermique pour  $n = -0.1, -0.02, 0, 0.02$  et  $0.1$ , qui tendent généralement vers une valeur asymptotique  $q = q_0$  en s'éloignant de

l'entrée du microcanal, indépendamment de la valeur de 'n'. La figure 3 quant à elle, montre que le rayon de courbure du ménisque adimensionnel augmente avec l'abscisse  $X^*=z/D$ . Il ressort également de cette représentation que l'évolution de cette grandeur est fortement affectée par la variation de la densité du flux thermique de refroidissement, surtout dans la zone qui se trouve bien après l'entrée du microcanal. Dans cette région, le rayon de courbure augmente avec la valeur de l'exposant. Nous notons de même que ce comportement est inversé au voisinage de l'entrée du canal à cause des variations de la densité du flux de refroidissement dans cette région (voir figure 2). En outre, il est rassurant de constater qu'on retrouve le résultat qui correspond à une densité de flux constante pour  $n=0$ . D'autre part, la figure 4 révèle l'évolution de la vitesse adimensionnelle du condensat le long de l'axe des abscisses  $X^*=z/D$ . Selon les courbes présentées, nous notons que la diminution de la vitesse liquide est accélérée à l'entrée du canal ensuite elle est ralentie pour tendre vers une valeur asymptotique. Pour les mêmes raisons, citées précédemment et qui sont liées au comportement de la densité de flux thermique, cette grandeur subit des effets similaires à ceux ressentis par le rayon de courbure. En effet, les valeurs de la vitesse augmentent avec l'augmentation de 'n' au voisinage de la région de l'entrée alors qu'elle diminue avec ce même paramètre ailleurs.

Pour quantifier les transferts thermiques mis en jeu lors de la condensation, la figure 5 montre l'évolution du nombre de Nusselt au long de la direction longitudinale. En gardant son évolution classique, ce nombre sans dimension est soumis aux mêmes effets que les grandeurs précitées. Ces effets sont également provoqués par les variations de la densité du flux de refroidissement imposée à la paroi.

### IV. CONCLUSION

Dans cette étude, l'influence d'une densité du flux thermique de refroidissement variable tout au long de la paroi externe a été analysée. Les résultats obtenus ont été comparés au cas de la densité du flux de refroidissement constante. Il ressort de cette étude que les grandeurs adimensionnelles présentées : rayon de courbure adimensionnel, la vitesse du condensat et le nombre de Nusselt, sont fortement affectées par les variations de la densité du flux de refroidissement imposée tout au long de la paroi externe. Ainsi, une densité de flux de refroidissement décroissante pourrait favoriser davantage l'évacuation de la chaleur à travers la paroi externe.

### RÉFÉRENCES

- [1] S. Garimella, A. Agarwal, and J. D. Killon, Condensation pressure drops in circular microchannels, Heat Transfer Engineering, 26, 28-35, 2005.
- [2] A. Cavallini, G. Censi, D. Del Col, L. Doretti, A.G. Longo, L. Rossetto, Condensation heat transfer and pressure drop inside channels for AC/HP application, in: Proc. 12th Int. Heat Transfer Conf, 171-186, August 18-23, Grenoble, France, 2002.
- [3] A. Cavallini, L. Doretti, M. Matkovic and L. Rossetto, Update on condensation heat transfer and pressure drop



inside microchannels, in: Proc. 3rd Int. Conf. on Microchannels and Minichannels, CD, Paper ICMM 2005-75081 ASME, Toronto, Canada, 2005.

[4] T. M. Bandhauer, A. Akhil and S. Garimella, Measurement and modelling of condensation heat transfer coefficient in circular microchannels, in: Proc. 3rd Int. Conf. on Microchannels and Minichannels, ASME, Toronto, Canada, CD, Paper ICMM 2005-75248, 2005.

[5] H. Gualous, M. Asbik, Numerical modeling of annular film condensation inside a miniature tube, Numerical Heat Transfer Fundamentals 52, 3(2007) 251-273

[6] Y. Chen, M. Shi, P. Cheng. G. P. Peterson, Condensation in microchannels, Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering, Vol. 12, pp. 117-143, 2008.

[7] Y. Chen, X. Li, J. Wu. M. Shi, One dimensional numerical simulation for steady annular condensation flow in rectangular microchannels, Heat Mass Transfer, Vol. 46, pp. 75-82, 2009.

[8] Y. Chen, R. Wu, M. Shi, J. Wu and Peterson JP, Visualisation study of steam condensation in triangular microchannels, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 52(21-22), 5122-5129, 2009.

[9] T. S. Zhao and Q.Liao, Theoretical analysis film condensation heat transfer inside vertical mini triangular channels, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 45, 2829-2842, 2002.

[10] M. Miscevic, P. Lavieille, B. Piaud, Numerical study of convective flow with condensation of a pure fluid, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 5130-5140, 2009.

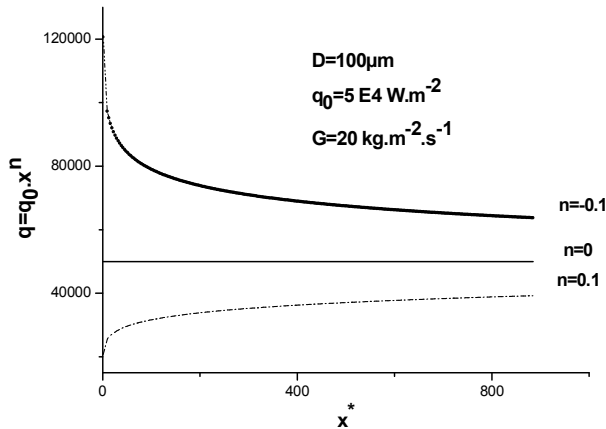


Figure 2 : Evolution de la densité du flux thermique imposée à la paroi externe le long de la direction longitudinale.

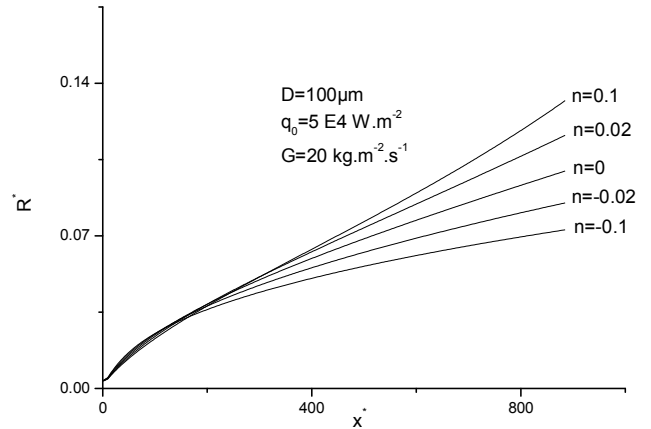


Figure 3 : Evolution du rayon de courbure adimensionnel le long de la direction longitudinale.

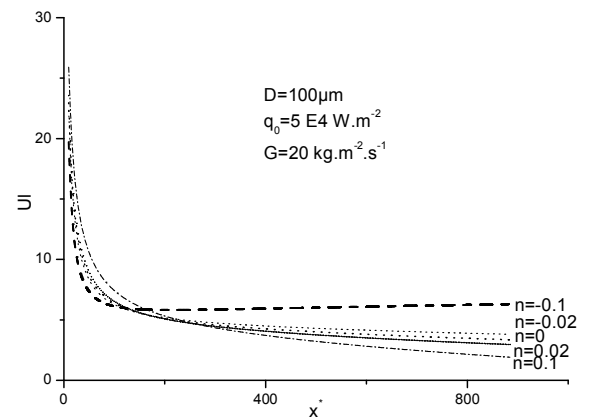


Figure 4 : Evolution de la vitesse adimensionnelle du condensât le long de la direction longitudinale.

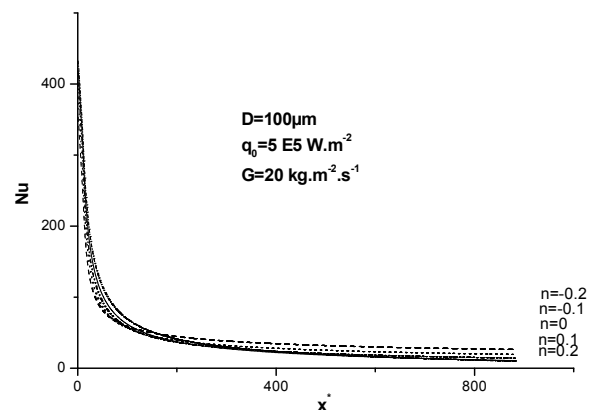


Figure 5 : Evolution du nombre de Nusselt le long de la direction longitudinale.

# TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION FORCEE D'UN NANOFLUIDE EAU-TIO<sub>2</sub> DANS UN TUBE AVEC FLUX DE CHALEUR SURFACIQUE VARIABLE A LOI EXPONENTIELLE

S. LAHNA, D. OULDHADDA

Equipe de Recherche Energétique et Mécanique et Rhéologie des Fluides (EMERF), Faculté des Sciences Meknès, Université Moulay Ismaïl, BP 11201, Zitoune, Meknès, Maroc

souad.lah@hotmail.com et doulhdadda@yahoo.fr

## Nomenclature

- $Br$  nombre de Brinkman,  $Br = \mu_f u_m^2 / 2r_0 q_0$
- $c_p$  chaleur spécifique [J/kg K]
- $D_H$  diamètre hydraulique [m],  $D_H = 2r_0$
- $k$  conductivité thermique [W/m K]
- $L$  longueur de tube [m]
- $Nu$  nombre de Nusselt,  $Nu = h \cdot D_H / k_f$
- $Pe$  nombre de Peclet,  $Pe = Re \cdot Pr$
- $Pr$  nombre de Prandtl,  $Pr = \nu_f / \alpha_f$
- $q_0$  flux de chaleur uniforme [ $W/m^2$ ]
- $r$  coordonnée radiale [m]
- $r_0$  rayon de tube [m]
- $R$  coordonnée radiale adimensionnelle,  $r/r_0$
- $Re$  nombre de Reynolds,  $Re = \rho_f u_m D_H / \mu_f$
- $T$  température [K]
- $T_0$  température à l'entrée [K]
- $u$  vitesse [m/s]
- $U$  vitesse axiale adimensionnelle,  $u/u_m$
- $z$  coordonnée axiale [m]
- $Z$  coordonnée axiale adimensionnelle,  $z/2r_0 Pe$

## Lettres grecques

- $\alpha$  diffusivité thermique [ $m^2/s$ ]
- $\mu$  viscosité dynamique [Pa s]
- $\rho$  masse volumique [ $kg/m^3$ ]
- $\nu$  viscosité cinématique [ $m^2/s$ ]
- $\theta$  température adimensionnelle,  $\theta = \frac{T-T_0}{T_0-T_0}$
- $\phi$  fraction volumique de nanoparticules

## Indices / Exposants

- $m$  moyen
- $f$  fluide
- $nf$  nanofluide
- $s$  solide

## Introduction

Le transfert de chaleur au sein de fluides joue un rôle important dans divers processus industriels. L'efficacité de tels processus est souvent limitée par les propriétés thermophysiques des fluides utilisés. La miniaturisation de nombreuses applications permet l'évacuation de façon

efficace les puissances thermiques dissipées au sein de ces appareillages. Le développement considérable récent des recherches traitant des nanofluides est dû au fait qu'il est possible, pour certaines applications, d'accroître de façon appréciable les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pur une faible concentration de nanoparticules. Les nanofluides sont donc des solutions colloïdales composées de particules de taille nanométrique en suspension dans un liquide. Leurs propriétés thermiques étonnantes en ont fait l'objet d'intenses investigations durant la dernière décennie. Cette amélioration du transfert de chaleur fait donc des nanofluides une nouvelle technologie prometteuse dans le cadre des transferts thermiques, permettant d'améliorer les performances thermiques de divers échangeurs de chaleur. Dans la littérature, des études effectuées sur les nanofluides ont montré une amélioration du transfert de chaleur [1-7]. Mais l'analyse bibliographique montre qu'il n'y a pas de travaux consacrés à la convection forcée des nanofluides dans les tubes avec conditions aux limites thermiques variables. L'objectif du présent travail est d'étudier numériquement l'effet des nanoparticules de TiO<sub>2</sub> en suspension dans l'eau sur l'évolution de la couche limite thermique et le nombre de Nusselt dans le cas de distributions de flux de chaleur à loi exponentielle. Les résultats concernant le cas du chauffage à densité de flux constante et en absence des nanoparticules sont aussi présentés et comparés avec ceux trouvés dans la littérature.

## Analyse théorique

Considérons un nanofluide (eau-TiO<sub>2</sub>) en écoulement laminaire dans un tube circulaire, de longueur L et de rayon r<sub>0</sub>, soumis à une densité de flux de chaleur surfacique variable  $q(z)$  à loi exponentielle (Figure 1), tel que :

$$q(z) = q_0 \exp(-\xi z) \quad (1)$$

L'écoulement est supposé permanent et les propriétés thermophysiques du nanofluide sont considérées constantes. En régime dynamique établi, le profil de vitesse est parabolique :

$$u = 2u_m(1 - (r/r_0)^2) \quad (2)$$

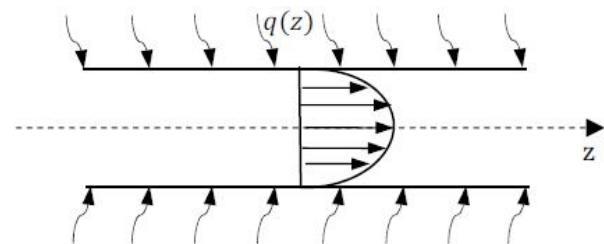


Figure 1 : Configuration étudiée

Dans ces conditions, l'équation de conservation de l'énergie, en tenant compte de la dissipation visqueuse, sous forme adimensionnelle, s'écrit :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) = \frac{1}{2k_{nf}/k_f} \left( (1-\phi) + \frac{(k_{np})_s}{(k_{nf})_s} \phi \right) (1-R^2) \frac{\partial \theta}{\partial Z} \quad (3)$$

Les quantités adimensionnelles utilisées sont :

$$U = \frac{u}{u_m} ; Z = \frac{z}{2r_0 Pe} ; R = \frac{r}{r_0} ; \theta = \frac{T-T_0}{T_0-T_0} \quad (4)$$

Les conditions aux limites sous formes adimensionnelles :

A l'entrée de la conduite :  $\theta = 0$  (5)

A la paroi de tube :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{R=1} = \frac{1}{2k_{nf}/k_f} F(Z) \text{ Pour } R = 1 \quad (6)$$

Avec :  $F'(Z) = \exp(\beta' Z)$  ;  $\beta' = 2\gamma_0 \xi P e$

Sur l'axe de tube :  $\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{R=0} = 0 \text{ Pour } R = 0 \quad (7)$

Les propriétés du nanofluide, (masse volumique effective, chaleur spécifique à pression constante, capacité calorifique, viscosité, conductivité thermique effective, diffusivité thermique), sont données respectivement par les équations ci-dessous à partir des corrélations disponibles proposés pour la suspension solide / liquide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (8)$$

$$(c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(c_p)_f + \varphi(c_p)_s \quad (9)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (10)$$

$$\mu_{nf} = (1 + 2.5\varphi)\mu_f \quad (11)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (12)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} = \frac{k_{nf}}{\varphi(\rho c_p)_s + (1 - \varphi)(\rho c_p)_f} \quad (13)$$

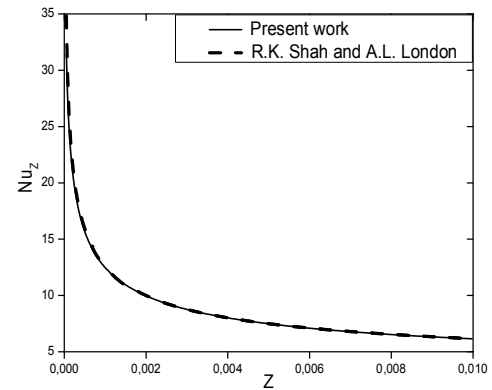
**Résultats et discussion**

Le problème de la convection forcée d'un nanofluide dans un tube a été résolu numériquement par la méthode des différences finis implicite. Les résultats sont analysés à travers les nombres de Nusselt local et moyen en fonction de la fraction volumique  $\varphi$  pour un flux de chaleur surfacique uniforme ou variable à loi exponentielle. Dans le cas du transfert thermique établi, les valeurs asymptotiques du nombre de Nusselt obtenues dans cette étude (Tableau 1) ont été comparées avec celles obtenues dans la littérature [8-11], dans le cas d'une distribution exponentielle du flux de chaleur. La comparaison entre nos résultats numériques et ceux théoriques et expérimentaux trouvés dans la littérature est très satisfaisante.

**Tableau 1 :** Valeurs asymptotiques du nombre de Nusselt  $Nu_{z,z}$ , pour  $\beta' = 2\beta$

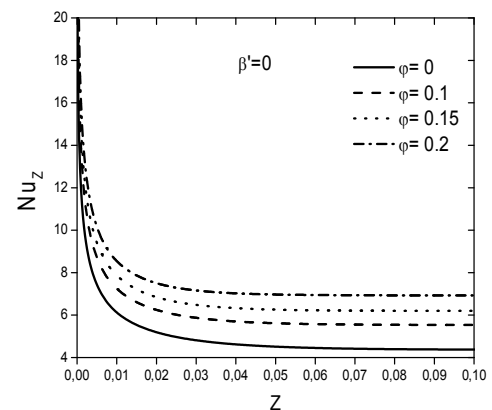
$\beta$	Présent travail	Lahna et al. [8]	Barletta [9]	Khatyr et al. [10]	Shah et al. [11]
0	4.36388	4.36388	-	4.3636	4.364
1	4.44774	4.44774	4.4475	4.4475	4.457
5	4.75958	4.75958	4.7596	4.7596	4.770
10	5.10572	5.10572	5.1067	5.1066	5.119
30	6.18378	6.18378	6.1925	6.1925	6.21
50	6.98387	6.98387	7.0040	7.0040	7.027
80	7.91694	7.91694	7.9582	7.9581	-
100	8.43034	8.43034	8.4877	8.4875	8.521
200	10,3306	10,3306	10.4846	10.484	-

Par ailleurs, la figure 2 illustre la variation du nombre de Nusselt axiale  $Nu_z$  avec densité de flux surfacique uniforme ( $\beta'=0$ ). On remarque que les résultats numériques obtenus dans cette étude sont en bon accord avec l'équation de Shah et al. [11, 12].



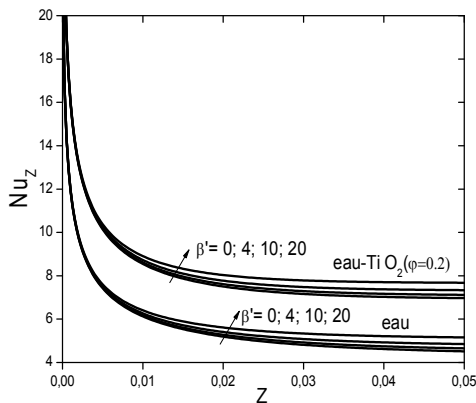
**Figure 2 :** Comparaison des résultats obtenus avec la corrélation de Shah et al [11, 12].

La figure 3 représente la variation du nombre de Nusselt local  $Nu_z$  pour différentes valeurs de la fraction volumique  $\varphi$  dans le cas d'un flux de chaleur uniforme à la paroi ( $\beta'=0$ ). On constate que le nombre de Nusselt augmente avec la fraction volumique  $\varphi$  de nanoparticules en suspension dans le fluide de base. Ce qui permet de vérifier que les nanoparticules de  $TiO_2$  ont une très bonne capacité à augmenter les échanges thermiques par convection.



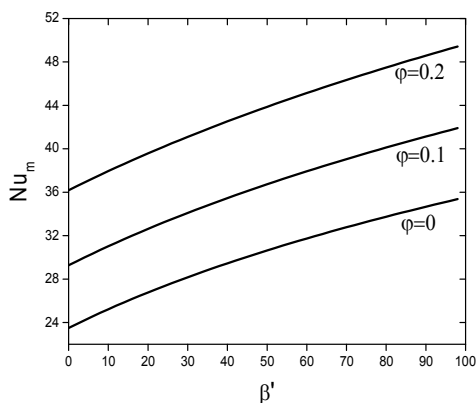
**Figure 3 :** Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de  $\varphi$ .

La figure 4 représente la variation de  $Nu_z$  pour différentes valeurs de  $\beta'$  pour l'eau ( $\varphi = 0$ ) et pour le nanofluide eau- $TiO_2$  à 20% en masse. Ces courbes montrent que le nombre de Nusselt augmente, dans les deux cas, lorsque  $\beta'$  augmente.



**Figure 4 :** Variation du nombre de Nusselt local pour différents valeurs de  $\beta'$ .

La figure 5 représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de  $\beta'$  pour différentes valeurs de la fraction volumique des nanoparticules de TiO<sub>2</sub>. On note que  $Nu_m$  augmente avec  $\beta'$  et  $\phi$  entraînant ainsi une nette amélioration des échanges thermiques convectifs.



**Figure 5 :** Variation du nombre de Nusselt moyen  $Nu_m$  en fonction de  $\beta'$  pour différents valeurs de  $\phi$ .

### Conclusion

La convection forcée laminaire pour le nanofluid TiO<sub>2</sub> en écoulement dans une conduite circulaire a été étudiée numériquement avec densité de flux de chaleur surfacique variable. Les résultats mettent en évidence les effets bénéfiques de l'ajout des nanoparticules et des distributions de densité de flux variables sur les échanges thermiques.

Les résultats obtenus ont montré que le coefficient de transfert convectif augmente significativement avec : la concentration volumique  $\phi$  des nanoparticules TiO<sub>2</sub> dans le fluide de base ;

le coefficient  $\beta'$  du flux variable à loi exponentielle.

La comparaison des résultats numériques obtenus avec ceux trouvés dans la littérature pour un fluide pur avec densité de flux de chaleur uniforme à la paroi est excellente.

### Références

[1] D.S. Wen, Y.L. Ding. /Experiment investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region

under laminar flow conditions. /Int. Journal of Heat and Mass Transfer 47, 5181–5188 (2004).

[2] Y. He, Y. Jin, H. Chen, Y. Ding, D. Cang, H. Lu. /Heat transfer and flow behavior of aqueous suspensions of TiO<sub>2</sub> nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe. /Int. J. of Heat and Mass Transfer Vol. 50, p. 2272(2007).

[3] K.S. Hwang, S.P. Jang, S.U.S. Choi. /Flow and convective heat transfer characteristics of water-based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluids in fully developed laminar flow regime. /International Journal of Heat and Mass Transfer 52, 193–199 (2009).

[4] Y.L. Ding, H.S. Chen, Y.R. He, A.A. Lapkin, M. Yeganeh, L. Siller, Y. Butenko. /Forced convective heat transfer of nanofluids. /Advanced Powder Technology 18, 813–824 (2007).

[5] B.C. Pak, Y.I. Cho. /Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. /Experimental Heat Transfer 11, 150–170 (1998).

[6] D. Kim, Y. Kwon, Y. Cho, Ch. Li, S. Cheong, Y. Hwang, J. Lee, D. Hong, S. Moon, Convective heat transfer characteristics of nanofluids under laminar and turbulent flow conditions, Current Appl. Phys., vol. 9 (2), pp. 119–123, (2009).

[7] U. Rea, T. McKrell, L. W. Hu, J. Buongiorno, Laminar convective heat transfer and viscous pressure loss of alumina–water and zirconia–water nanofluids, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 52, pp. 2042–2048, (2009).

[8] S. Lahna, D. Ouldhadda, Effet de la dissipation visqueuse sur la convection forcée pour les fluides Newtoniens dans un tube avec flux de chaleur surfacique variable, Int. J. Physical and Chemical News, accepté.

[9] A. Barletta, Fully developed laminar forced convection in circular ducts for power-law fluids with viscous dissipation, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 40, n° 1, pp. 152–156, (1997).

[10] R. Khatyr, D. Ouldhadda, A. Il Idrissi, Viscous dissipation effects on the asymptotic behaviour of laminar forced convection for Bingham plastics in circular ducts, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 46, pp. 589–598, (2003).

[11] R.K. Shah, A.L. London. / Laminar flow forced convection in ducts. /In Advances in Heat Transfer, Supplement 1, T.F. Irvine, Jr., and J.P Hartnett Eds., Academic Press, New York (1978).

[12] R.K. Shah, M.S. Bhatti, Laminar convective heat transfer in ducts, In : S. Kakac, R.K. Shah, W. Aung (Eds.), Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer, Wiley, New York, 1987 (Chapter 3).

# INSTABILITE THERMIQUE DES NANOFLUIDES DANS LA CONVECTION NATURELLE

A. BADREZZAMAN, N. YADIL & R. SEHAQUI

Laboratoire de Mécanique, Faculté des Sciences Ain  
Chock, BP 5366 Maârif, Casablanca, Maroc  
E-Mail : [badrezzaman.ahmed@gmail.com](mailto:badrezzaman.ahmed@gmail.com)

## Introduction

Les nanofluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par rapport aux simples fluides caloporteurs (l'eau, l'huile ou l'éthylène-glycol). L'augmentation de la conductivité thermique des fluides de refroidissement en géométrie confinée constitue un enjeu crucial pour le développement des futurs systèmes de refroidissement dans le domaine du micro et nanotechnologies. Nous étudierons le cas particulier d'une couche de nanofluide considéré newtonien, dans la configuration Rayleigh-Bénard. Les études menées dans cette nouvelle direction ont fourni une riche bibliographie, bien qu'en majorité elles sont numériques et expérimentales et peu d'auteurs ont travaillé à ce sujet théoriquement et seulement quelques modèles ont pu être proposés [1], [5-6]. Les études mené Dans ce cadre ; 'Instabilité thermique des nanofluides en convection naturel' en milieu confiné (configuration de Rayleigh-Bénard), Montrent que le flux thermique transféré, en convection naturelle laminaire, augmente lorsque la concentration en nanoparticules augmente, et que le nombre de Rayleigh critique s'avère être inférieure de un à deux ordres de grandeur que pour les fluides ordinaires.

## Formulation et stabilité linéaire

Les équations mathématiques décrivant le modèle physique sont fondées sur les hypothèses suivantes :

- Les propriétés thermo-physiques sont constantes à l'exception de la densité dans la force de flottabilité (hypothèse de Boussinesq) Notons que la densité décroît lorsque la température augmente.
- la phase fluide et les nanoparticules sont dans un état d'équilibre thermique.
- le nanofluide dans la cavité est considéré newtonien, incompressible et le régime est supposé être laminaire.
- le transfert de chaleur par rayonnement entre les parois de la cavité est négligeable par rapport aux autres modes de transfert de chaleur.
- la gravité, supposée uniforme à l'échelle de l'expérience, est la seule force agissant à l'intérieur de la couche de fluide.
- Le flux primaire est supposé stationnaire,  $\overline{U}_i = 0$ , avec la température ( $\overline{\theta}$ ) et la fraction volumique des nanop. ( $\overline{\phi}$ ) à la fois variant dans la seule direction- $x_3$ .

La densité de chaleur qui figure dans l'équation d'énergie est de la forme

$$q = -k\nabla T + h_p j_p \quad \text{Ou : } j_p = -\rho_p D_B \nabla \phi - \rho_p \left( \frac{D_T}{T_b} \right) \nabla T$$

$$\text{Et : } D_B = \frac{k_B T}{3\pi\mu d_p} ; D_T = \left( \frac{\mu}{\rho} \right) \left( \frac{0.26k}{2k + k_p} \right) \phi$$

Représente le coefficient de diffusion brownienne, donnée par l'équation d'Einstein-Stokes.

Représente le coefficient de diffusion thermique des nanoparticules

Les Équations qui régissent le mouvement fournissent six équations pour six inconnues : trois composantes de vitesse ( $u_i$ ), la pression ( $p$ ), la fraction volumique des nanoparticules ( $\phi$ ), et la température ( $T$ ), peuvent s'écrire alors sous forme adimensionnelle à l'aide des paramètres :

$$X_i = \frac{x_i}{D}, \tau = \frac{t}{(D^2/\alpha)}, P = \frac{p}{(\rho \alpha^2/D^2)},$$

$$\Phi = \frac{\phi - \phi_1}{\phi_0 - \phi_1}, \Theta = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1}, U_i = \frac{u_i}{(\alpha/D)}, H = \frac{Ra Pr}{\beta(T_0 - T_1)} :$$

Les équations de conservation de masse et de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial U_1}{\partial X_1} + \frac{\partial U_2}{\partial X_2} + \frac{\partial U_3}{\partial X_3} = 0$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial U_1}{\partial X_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial U_1}{\partial X_3} = -\frac{\partial P}{\partial X_1} + Pr \nabla^2 U_1$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial U_2}{\partial X_1} + U_2 \frac{\partial U_2}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial U_2}{\partial X_3} = -\frac{\partial P}{\partial X_2} + Pr \nabla^2 U_2$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial U_3}{\partial X_1} + U_2 \frac{\partial U_3}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial U_3}{\partial X_3} = -\frac{\partial P}{\partial X_3} + Pr \nabla^2 U_3$$

$$-H \left\{ [-1 + \beta(T_1 - T_0)](\phi_1 - 1) + R_\rho \phi_1 \right\} - Ra Pr (\phi_1 - 1) \Theta$$

$$-H \left[ R_\rho - 1 + \beta(T_1 - T_0) \right] (\phi_0 - \phi_1) \Phi - Ra Pr (\phi_0 - \phi_1) \Theta \Phi$$

Équation d'énergie des nanoparticules et des Nanofluides:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial \Phi}{\partial X_1} + U_2 \frac{\partial \Phi}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial \Phi}{\partial X_3} = N_{BT} \nabla^2 \Phi + N_{TT} \nabla^2 \Theta$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial \Theta}{\partial X_1} + U_2 \frac{\partial \Theta}{\partial X_2} + U_3 \frac{\partial \Theta}{\partial X_3} = \nabla^2 \Theta$$

$$+ \frac{1}{Le} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial X_1} \right) \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X_1} \right) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial X_2} \right) \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X_2} \right) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial X_3} \right) \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X_3} \right) \right]$$

$$+ \frac{R_N}{Le} \left[ \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X_3} \right)^2 \right]$$

On trouve généralement que pour les nanofluides [1],[5] :

$$(R_N \approx 10^0 - 10), (Le \approx 10^5 - 10^6) \text{ et par conséquent :}$$

$\varepsilon = (1 + R_N) / Le \approx 10^{-5} - 10^{-4}$  Le développement au premier ordre de  $\overline{\Theta}$  et  $\overline{\Phi}$  en série de puissance en  $\varepsilon$

$$\text{donne : } \overline{\Phi}(X_3) = 1 - X_3 + \left[ \frac{R_N X_3 (X_3 - 1)}{2} \right] \varepsilon + \dots$$

$$\overline{\Theta}(X_3) = 1 - X_3 + \left[ \frac{R_N X_3 (1 - X_3)}{2} \right] \varepsilon + \dots$$

Avec  $\varepsilon \approx 10^{-4}$  comparativement à  $(1 - X_3) \approx 10^0$ , les termes d'ordre zéro sont dominants dans les deux paramètres  $\overline{\Theta}$  et  $\overline{\Phi}$ . En conséquence :



$$\bar{\Theta}(X_3) = \bar{\Phi}(X_3) \cong 1 - X_3$$

**Perturbation au voisinage de l'équilibre:**

$$U_i = U'_i ; P = \bar{P} + P' ; \Theta = \bar{\Theta} + \Theta' ; \Phi = \bar{\Phi} + \Phi'$$

La substitution des paramètres dans les équations donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U'_1}{\partial X_1} + \frac{\partial U'_2}{\partial X_2} + \frac{\partial U'_3}{\partial X_3} &= 0 \\ \frac{\partial U'_1}{\partial \tau} &= -\frac{\partial P'}{\partial X_1} + \text{Pr} \nabla^2 U'_1 ; \frac{\partial U'_2}{\partial \tau} = -\frac{\partial P'}{\partial X_2} + \text{Pr} \nabla^2 U'_2 \\ \frac{\partial U'_3}{\partial \tau} &= -\frac{\partial P}{\partial X_3} + \text{Pr} \nabla^2 U'_3 - Ra \text{Pr}(\phi_1 - 1)\Theta' \\ &- (\phi_0 - \phi_1) \left\{ H[R_\rho - 1 + \beta(T_1 - T_0)]\Phi' + Ra \text{Pr}(\bar{\Theta}\Phi' + \bar{\Phi}\Theta') \right\} \\ \frac{\partial \Phi'}{\partial \tau} - U'_3 &= N_{BT} \nabla^2 \Phi' + \text{Pr} \nabla^2 U'_2 \\ \frac{\partial \Theta'}{\partial \tau} - U'_3 &= \nabla^2 \Theta' - \frac{1}{Le} \left( \frac{\partial \Theta'}{\partial X_3} + \frac{\partial \Phi'}{\partial X_3} \right) - \left( \frac{2R_N}{Le} \right) \frac{\partial \Theta'}{\partial X_3} \end{aligned}$$

**Analyse en mode normaux et instabilité marginale:**

Étude pour les modèles de cellules de convection sur le plan  $X_1 - X_2$  avec leurs intensités variables dans la direction de  $X_3$  :

$$\begin{Bmatrix} \Phi'(X_1, X_2, X_3) \\ \Theta'(X_1, X_2, X_3) \\ U'_3(X_1, X_2, X_3) \end{Bmatrix} = \text{Exp}(\sigma\tau) f(X_1, X_2) \begin{Bmatrix} F(X_3) \\ \Theta(X_3) \\ U(X_3) \end{Bmatrix}$$

Une solution de forme proche est établit par C.S. Yih [3] :

$$f = \cos \left[ \frac{a(\sqrt{3}X_1 + X_2)}{2} \right] + \cos \cos \left[ \frac{a(\sqrt{3}X_1 - X_2)}{2} \right] + \cos(aX_2)$$

L'apparition de l'instabilité est dictée pour  $\sigma_i = 0$  qui sépare le régime instable ( $\sigma_r > 0$ ) du régime stable ( $\sigma_r < 0$ ). L'apparition de l'instabilité est représentée pour ( $\sigma = 0$ ), qui est la même condition utilisée dans l'étude de l'instabilité Bénard pour les fluides régulière.

$$F'' - aF + R_N(\Theta'' - a^2\Theta) + \frac{U}{N_{BT}} = 0$$

$$\Theta'' - \left( \frac{1+2R_N}{Le} \right) \Theta' - a^2\Theta - \frac{F'}{Le} = -U$$

$$\begin{aligned} U'''' - 2a^2U'' + a^4U + a^2Ra[(\phi_1 - 1) + (\phi_0 - \phi_1)\bar{\Phi}]\Theta & \quad \text{I)} \\ + a^2(\phi_0 - \phi_1) \left\{ \frac{Ra}{\beta(T_1 - T_0)} [R_\rho - 1 + \beta(T_1 - T_0)] + Ra\Theta \right\} F &= 0 \end{aligned}$$

Avec une différenciation première relativement à  $X_3$ , la fonction U peut d'abord être éliminée.

$$\begin{aligned} F'' - aF + R_N(\Theta'' - a^2\Theta) &= \\ \frac{1}{N_{BT}} \left[ \Theta'' - \left( \frac{1+2R_N}{Le} \right) \Theta' - a^2\Theta - \frac{F'}{Le} \right] & \quad \text{II)} \end{aligned}$$

Pour caractériser l'apparition de l'instabilité, la valeur de Ra, désigné par  $Ra_c$  et appelé nombre de Rayleigh critique, est ciblé parmi toutes les valeurs possibles de (a), Mathématiquement, cette condition est représentée par :  $d(Ra)/d(a) = 0$

**Développements par fonctions propres :** La méthode de Développement des fonctions propres en conjonction avec

la méthode des résidus a été montrée très précis, moins de 0,4% par rapport à la solution numérique.

L'expansion de  $\Theta$ , qui satisfont les conditions aux limites et qui sont orthogonaux dans le domaine physique  $X_3 \in [0,1]$ .

$$\Theta(X_3) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\pi X_3)$$

**Les nanofluides :**

En présence d'un mouvement brownien et la diffusion thermique des nanoparticules dans le liquide, le développement en fonctions propres de la température, reste la même. La réponse modale pour la fraction volumique des nanoparticules  $F(X_3)$  est obtenue suites à la résolution de l'équation (II) soumise aux conditions aux limites Rigide-libre. On trouve exactement la solution proposé dans l'article de base :

$$F(X_3) = \left( \frac{1}{N_{BT}} - R_N \right) \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\pi X_3) + O(1/Le)$$

Avec  $\Theta(X_3)$ ,  $F(X_3)$ , et  $U(X_3)$  ainsi obtenu, l'équation (I) est utilisée pour calculer la valeur résiduelle. Suivant la même procédure pour le cas des fluides régulière, en multipliant la valeur résiduelle, à son tour, par :  $\sin(n\pi X_3)$  avec  $n = 1, 2, \dots, m$ , et en intégrant le résultat par rapport à  $X_3$  de 0 à 1.

Le nombre de Rayleigh critique ainsi obtenu dans le cas des nanofluides est fonction de la différence de température ( $T_0 - T_1$ ), la différence des fractions de volume des nanoparticules ( $\phi_0 - \phi_1$ ), le coefficient de dilatation thermique  $\beta$  du nanofluide, le rapport de densité ( $R_\rho$ ), et les deux paramètres adimensionnels  $N_{BT}$  et  $R_N$

$$Ra_c = \frac{-2100.05 N_{BT} \beta (T_0 - T_1)}{\left\{ \begin{aligned} & [1.887(R_\rho - 1) - \beta(T_0 - T_1)](\phi_0 - \phi_1) \\ & + N_{BT} \left\{ \begin{aligned} & -1887 R_N (R_\rho - 1)(\phi_0 - \phi_1) \\ & + \beta(T_0 - T_1) [(0.887 + R_N)(\phi_0 - \phi_1) - 1.887] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\}}$$

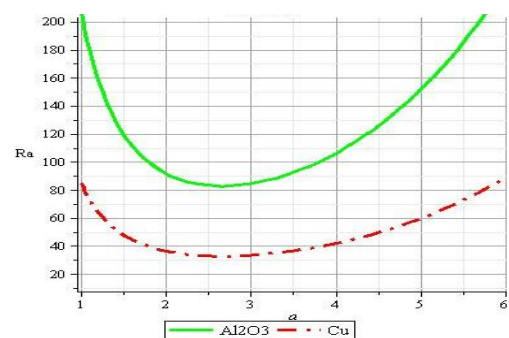


figure.2. compare les courbes de stabilité pour les nanofluides à base d'eau avec des nanoparticules d'alumine ou du cuivre

La valeur critique du nombre de Rayleigh ( $Ra_c$ ) survient à  $a_c = 2.6824$  dans les deux cas, indépendamment des différentes propriétés thermo-physiques des différents nanofluides. La valeur du  $Ra_c$  est abaissé par deux ordres de grandeur, 82.7172 pour le nanofluide (alumine / eau) et 32.2006 pour le nanofluide (cuivre / eau), relativement à  $Ra_c \cong 1112.7$  pour le fluide ordinaire. En termes de valeur

plus élevée de  $Ra_c$  à l'apparition de l'instabilité, le nanofluide (alumine / eau) est plus stable que le nanofluide (cuivre / eau).

**Analyse des résultats :**

La solution de forme proche du nombre de Rayleigh obtenue dans l'équation, le rend pratique pour illustrer les différents effets intervenants. Les valeurs limites pour le nanofluides eau avec des nanoparticules oxyde métallique ou métallique de 1-100 nm sont utilisées dans les exemples numériques :

$$R_N = 3, \quad N_{BT} =, \\ Le = 8, \text{ et } \beta = 5.32 \times .$$

La valeur  $R\rho = 6$  est tirée de la moyenne entre 4 (nanoparticules d'aluminium) et 9 (nanoparticules de cuivre). Les valeurs de  $\Delta T$  et  $\Delta\phi$  sont considérés comme 80K et 1% en volume, respectivement, sauf indication contraire.

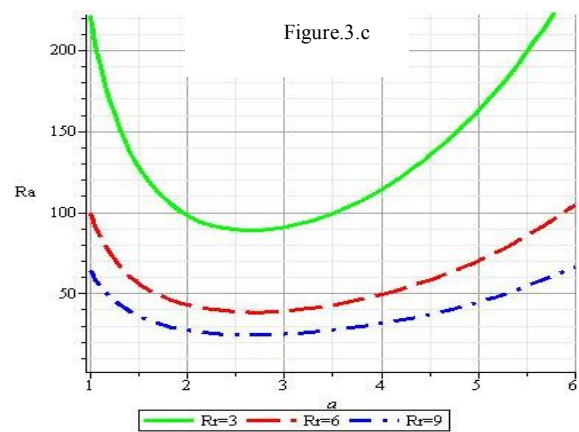
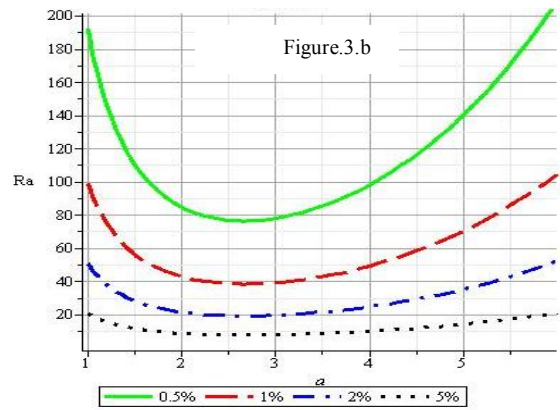
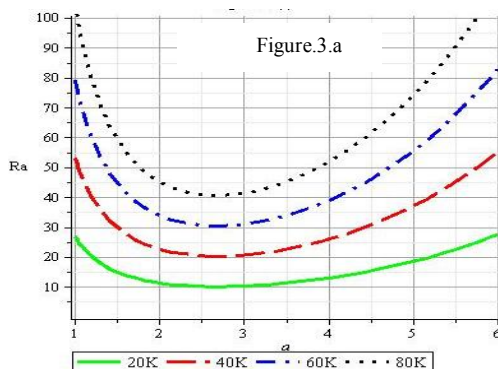
La figure.3. montre que le nombre critique de Rayleigh diminue à mesure que :

- (a) la différence de température  $\Delta T = T_0 - T_1$  diminue.
- (b) la différence des fractions de volume des nanoparticules,  $\Delta\phi = \phi_0 - \phi_1$  augmente.
- (c) le rapport des densités ( $R_\rho$ ), augmente.

En termes de valeur plus faible du nombre de Rayleigh critique, Ce sont les effets déstabilisants pour la convection naturelle dans les nanofluides. La valeur critique du nombre de Rayleigh ( $Ra_c$ ) reste à  $a_c = 2.6824$  dans tous les cas, selon les propriétés thermo-physiques des nanofluides, le nombre de Rayleigh critique peut être réduit par rapport à celui du fluide régulière par deux ordres de grandeur.

Une grande différence de température ( $\Delta T$ ) produit une force de flottabilité plus grande, qui supprime efficacement la croissance temporelle des perturbations et par conséquent un comportement plus stable comme le montre la Figure.3.a L'augmentation du mouvement brownien des nanoparticules qui est générer par la différence des fractions volumiques des nanoparticules ( $\Delta\phi$ ), est un effet déstabilisateur, comme le montre la Figure.3.b, la valeur la plus faible de ( $Ra_c$ ), de l'ordre de  $10^0 \rightarrow 10^1$  seulement, est resté la même avec d'autres conditions aux limites.

L'effet de ( $R_\rho$ ) est montré par la Figure.3.c, les nanoparticules lourdes se déplaçant à travers le fluide de base produisent des fortes perturbations. Elle facilite ainsi le développement de la turbulence, entraînant une baisse du nombre de Rayleigh critique.



Dans sa correspondance avec  $a_c = 2.6824$  et  $Ra_c = 36.5496$  pour les conditions des surfaces rigide-libre, dans les mêmes conditions, pour le cas des surfaces rigide-rigide  $a_c \cong 3.11421$  et  $Ra_c \cong 56.3136$ , et ceux pour le cas des surfaces libre-libre sont  $a_c \cong 2.22144$  et  $Ra_c \cong 21.5929$ . En comparant les cas correspondants pour les fluides régulières [5],  $a_c \cong 3.117$  et  $Ra_c \cong 1707.762$  (rigide-rigide) et  $a_c \cong 2.2214$  et  $Ra_c \cong 1657.511$  (libre-libre), le paramètre de longueur au début de l'instabilité ( $a_c$ ) reste le même alors que le nombre de Rayleigh critique est à nouveau abaissé d'un ordre de grandeur en raison du comportement combiné de mouvement brownien et thermophorèse de nanoparticules.

Dans le cas le plus simple pour le passage d'un nanofluide sur une surface chaude, en plus des paramètres de contrôles classiques, Reynolds et le nombre de Prandtl, six paramètres ont été montré dans les équations dominantes.

**Référence :**

[1] D.Y. Tzou. Thermal instability of nanofluids in natural convection, University of Missouri-Columbia, Columbia, MO 65211, United States, 2007 (2967-2979)  
 [2] J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids, ASME J. Heat Transfer 128 (2006) 240-250.  
 [3] C.S. Yih, Fluid Mechanics □ A Concise Introduction to the Theory, West River Press, Ann Arbor, Michigan, 1977.  
 [4] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford University Press, Oxford, England, 1961,  
 [5] Dhananjay, G. S. Agrawal and R. Bhargava, Rayleigh-bénard convection in nanofluide, Department of Mathematics, Indian Institute of Technology Roorkee, Roorkee-247667 India

# DESALINATION OF THE BRACKISH WATER USING A PASSIVE SOLAR STILL WITH A HEAT ENERGY STORAGE SYSTEM

O. ANSARI<sup>1,2</sup>, M. ASBIK<sup>1</sup>, A. BAH<sup>2</sup>, A. KHMOU<sup>1</sup>, A. IDLIMAM<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Physique des Matériaux et Modélisation des Systèmes (LP2MS), Unité associée au CNRST, URAC :08, Faculté des Sciences, B.P. 11201 Meknès, Maroc

<sup>2</sup> Laboratoire de Mécanique, Procédés et Process Industriels (LM2PI), Université Med V- Souissi, ENSET-Rabat, Maroc

<sup>3</sup> Equipe d'Énergie Solaire et Plantes Aromatiques et Médicinales, BP 2400, Université Cadi Ayyad, ENS, Marrakech, Maroc

## 1. Introduction

Several researchers around the world have participated to the improvement of solar stills [3-10] by acting on the factors affecting the performance of those.

In this work, we studied the case of desalination of the brackish water, in meteorological conditions taken on 15<sup>th</sup> of June 2011 at the Errachidia city (Latitude: 31°58'N, Longitude: 4°20'W), Morocco, using a passive solar still with a heat energy storage system put under the basin liner of the distillation device is dealt with the help of transient mathematical models. Phase change materials (PCMs) are used to store energy in the process of changing the aggregate state from solid to liquid. The energy balance equations for the various elements of the still as well as for the PCM are formulated and numerically solved. The numerical calculations have been carried out for three kinds of PCMs which have different melting temperatures. To validate the simulation results, the brackish water temperature is compared with the analytical expression and the existing results in the literature. The obtained results show that the excess energy produced during sunshine times is stored in a PCM for use later during the night. Moreover, it is highlighted that the choice of the phase change material (PCM) depends closely on the maximum of the brackish water temperature that can reach by the brackish water in the basin. It is strongly recommended that this temperature will be close to the melting temperature of the used PCM. It is also clearly seen that the heat energy storage enhances significantly both the productivity of the fresh water and the efficiency of the solar still system.

## 2. System description

A schematic diagram of a passive solar still with built-in phase change material (PCM) is shown in Fig. 1. The system consists of several elements numbered in the same figure. Thus, the basin (3) of this desalination device is fed by a brackish water reservoir (10) through a non-return valve (7) and this water is heated by solar radiations received by the solar still through the condensing glass cover (1). A large temperature difference between the brackish water surface and the inner glass cover surface causes an increase in water evaporation process, hence the water gets condensed at the inner surface of the glass cover

and it is collected by the outlet (8) put at the base of the condensing cover of the solar still. A storage medium (5) with  $e_{PCM}$  thickness is incorporated under the absorber plate (4) and it is filled by a type of paraffin as a phase change material (PCM) that serves as a latent heat thermal energy storage system (LHTESS). The still is insulated to minimize any heat loss from the bottom and sides of the unit (6).

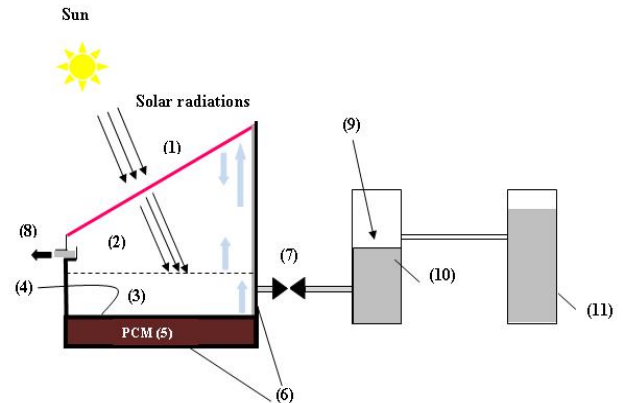


Fig. 1 System schematic diagram of a passive solar still.

## 3. Mathematical and thermal analyses

To evaluate the temperature of the condensing glass cover, water, absorber plate and PCM medium, the energy balance equations are written under the following hypotheses:

- Heat losses from the sides of the solar still are negligible.
- Water layer has a constant thickness of water.
- Water layer is assumed to be stagnant and its temperature is supposed homogeneous on the absorber surface.
- Within the PCM, the thermal convection is negligible.
- The PCM is in perfect contact with the absorber.
- There is no temperature gradient through the thickness of the PCM and it has an average temperature during the melting and solidification processes.

We note that for brevity reasons, the energy balance equations are not included here [12].

## 4. Numerical method validation

In order to ensure quality of computational simulation model adopted of this study, its capability of predicting the main characteristics of the solar still has to be confirmed. In the case of the study of a passive solar still without the latent energy storage system, the results of the reference [11] and those derived from the analytical method are used to validate the presented mathematical model. The analytical solution of the equation (1) gives the expression of the brackish water temperature:

$$T_{w} = \frac{\beta(t)}{\alpha} [1 - e^{-\alpha t}] + T_{w,0} e^{-\alpha t}$$

where the parameters  $\alpha$  and  $\beta(t)$  are given in the reference [12].

## 5. Numerical results and discussion

Thus, figures 2a and 2b show the evolution of the brackish water temperature and the pure water productivity versus the time. From these illustrations, it is clear that the curves



of the present work have the same behavior as those of the reference [11] and those derived from the analytical method. As can be seen from figure 2a, there is a good agreement between numerical and analytical values since the relative error does not exceed 3%. For the results published by El Sebaï et al. [11], they deviate from the results of calculation at the maximum of 13%. The same conclusions were drawn from the figure 2b with a difference of error deviation. This means, of course, that the deviations from the numerical results are 13% for the analytical method and 25% for the results of reference [11]. Figure 3a highlights the hourly variations of the brackish water temperature with and without latent heat energy

storage system. This figure is composed of four curves used essentially to identify the effect of energy storage system on the behavior of the brackish water temperatures. It is generally observed that the temperatures at all points increase as the time increases until a maximum value which is reached around 3:00 pm and begin to decrease after that. This behavior is all the more expressed in the absence of the storage system which can be partially explained by the augmentation of solar irradiance intensity in the morning and its diminution in the afternoon. Also, it can be observed from this figure that, the storage system slows down this increase since a significant portion of the thermal energy is absorbed by the PCM medium. In the afternoon, it is obvious that, the decrease of temperatures is dependent on the PCM's nature. So, it is also clear that the melting temperature value of the considered material affects strongly the shape aspect of the graphics. Thus, for  $T_m = 10^\circ\text{C}$  and  $T_m = 20^\circ\text{C}$ , the decreasing of the temperatures is extremely slow or even constant, contrary to the case where  $T_m = 30^\circ\text{C}$ . The water temperatures begin to drop practically from 11:00 pm for the first two cases.

For the three kinds of PCMs aforementioned, figure 3b compares the hourly variations of the PCM temperatures. From this representation it is clearly seen that for each of the three materials the temperatures increase with time as the solar radiation increases. This is mainly induced by the increase of heat transfer rate transferred from the absorber plate to the PCMs. Early in the morning, thermal energy is stored as a sensible heat in solid form of various paraffins until their temperatures reach to their melting points. After that, the phenomenon of phase change begins and the process of discharge of PCM starts also. Once this occurs, however, their temperatures reduce gradually until their solidification temperature. Additionally, we note that for each material, the time to reach the constant temperature line depends strongly on the melting temperature.

Figure 4 shows the variations of the quantity of pure water  $M_d$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) produced for the three various paraffins.

From this figure, it is found that in the early hours of the morning (between 06:00 am and 11:00 am), the fresh water productivity increases and its produced quantity is practically the same for all paraffins. Beyond this period and before 06:00 pm which corresponds to the sunset, the productivity carries on increasing and its augmentation is more appreciable in the cases where  $T_m = 10^\circ\text{C}$  and

$T_m = 20^\circ\text{C}$  than the one where  $T_m = 30^\circ\text{C}$ . We also notice

that the all comparisons entails that the productivity values which correspond to  $T_m = 10^\circ\text{C}$  is relatively so important.

Finally, after 06:00 pm, the fresh water production continues its increasing for  $T_m = 10^\circ\text{C}$  whereas it starts to decrease rapidly for  $T_m = 20^\circ\text{C}$  and slowly for  $T_m = 30^\circ\text{C}$ .

## 6. Conclusion

Desalination of the brackish water using a passive solar still with a heat energy storage system put under the basin liner of the still is analyzed. From this study, the following conclusions can be drawn:

- Excess energy produced during sunshine times is stored in the PCM for use later during the night or even to provide energy during cloudy days.
- The choice of the phase change material (PCM) depends closely on the maximum of temperature that can reach by the brackish water in the basin. It is desirable that this temperature will be close to the melting temperature of the PCM.
- The influence of the nature (or melting temperature) of the PCM on the power of charge/discharge is considerable.

## References

- [1] S. A. Kalogirou, Seawater desalination using renewable energy sources, Progress in Energy and Combustion Science 31 (2005) 242–281.
- [2] AL-Hinai H., AL-Nassiri M.S., and Jubran B.A., Parametric investigation of a double effect solar still in comparison with a single-effect solar still, Desalination 150(2002) 75-83.
- [3] E. Zayouti, L. Bouirden; A. Aharoune, M. Banouni, Distillation solaire: Amélioration de la condensation de la vapeur d'eau dans les distillateurs solaires, FIER'2002, 271-276, Tétouan, Maroc
- [4] M. Boukar, A. Harmim, Parametric Study of a vertical solar still under desert climatic conditions, Desalination, 168(2004) 21-28.
- [5] M. K. Ghosal, G. N. Tiwari, N. S. L. Srivastava, Thermal modeling of a controlled environment greenhouse cum solar distillation for composite and warm humid climates of India, Desalination 151(2002) 293-308.
- [6] Hikmet S. Ayber, Mathematical modeling of an inclined solar water distillation system, Desalination 190(2006) 63-70.
- [7] S. Al-Kharabsheh, Theoretical and experimetal analysis of water desalination system using low grade solar heat, dissertation thesis, University of Florida, 2003.
- [8] K. Sampathkumar, T. V. Arjunan, P. Pitchandi, P. Senthilkumar, Active solar distillation- A detailed review, Renewable and Sustainable energy reviews 14 (2010) 1503-1526.
- [11] A.A. El-Sebaï, A.A. Al-Ghamdi, F.S. Al-Hazmi, Adel S. Faidah "Thermal performance of a single basin solar still with PCM as a storage medium" Journal Applied Energy 86 (2009) 1187–1195.
- [12] O. Ansari, M. Asbik, A. Bah, A. Khmou and A. Idlimam, "Desalination of brackish water using a passive solar still with a heat energy storage system" Desalination (submitted) (2012).

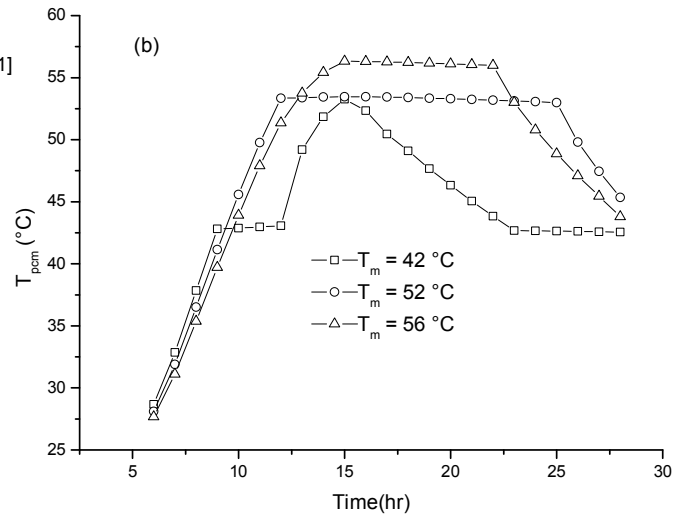
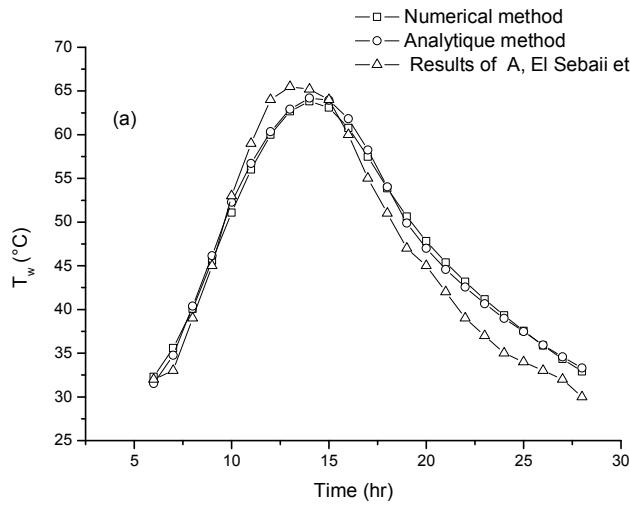


Figure 3b: The hourly variations of the PCM temperatures.

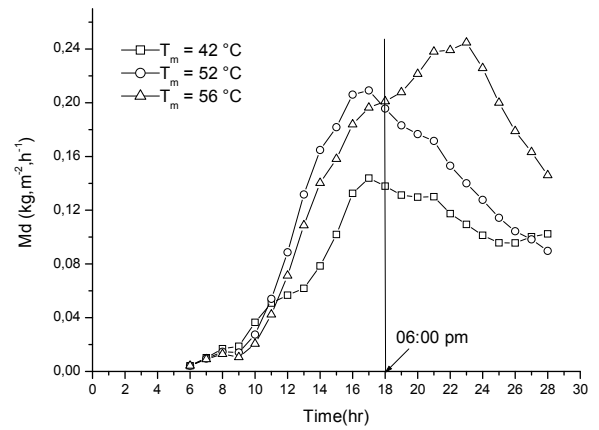
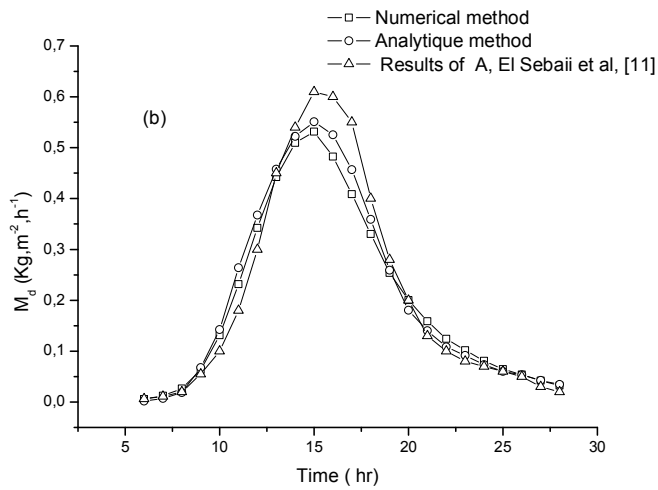


Figure 4: Variations of the pure water productivity for the three kind of paraffins.

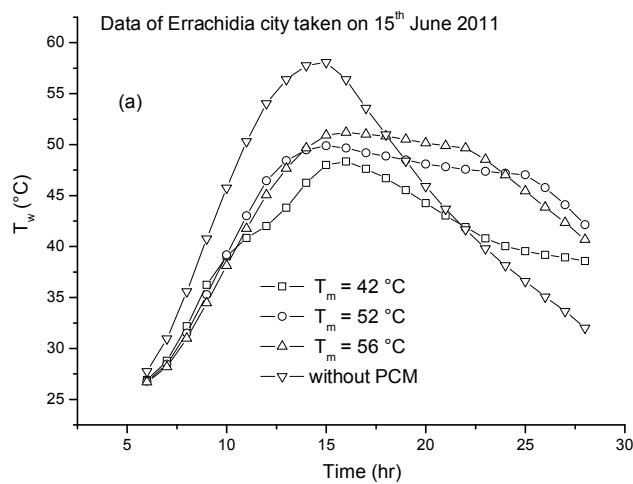


Figure 3a: The hourly variations of the brackish water temperature.



**Thème 12:**  
Intéraction fluide-structure

# APPROCHE MECANO-FIABILISTE DES SYSTEMES VIBRO- ACOUSTIQUES : APPLICATION A UNE PLAQUE IMMERGEE DANS UNE CAVITE 3D

M. MANSOURI<sup>1,2,A</sup>, B. RADI<sup>1,B</sup>, A. EL HAMI<sup>2,C</sup>

<sup>1</sup>LMMII, FST Settat, BP : 577, Route de Casablanca, Settat, Maroc

<sup>2</sup> LMR, INSA de Rouen, BP: 8, Avenue de l'université, 76801 St Etienne de Rouvray, France

<sup>a</sup>mansouri1969@yahoo.fr, <sup>b</sup>bouchaib.radi@yahoo.fr, <sup>c</sup>aelhami@insa-rouen.fr

## Résumé.

L'analyse des systèmes vibro-acoustiques (interaction fluide-structure) par la méthode des éléments finis est souvent coûteuse du point de vue numérique. Par conséquent le procédé de condensation sera utilisé pour réduire la taille des matrices. De plus dans la modélisation de tels problèmes, les propriétés physiques et matérielles ainsi que les conditions aux limites sont considérées généralement déterministes. Mais en réalité, tous les aspects d'un tel modèle sont incertains. De ce constat, il est permis de s'interroger sur la validité de la solution issue d'une telle modélisation. Pour cela, nous proposons dans ce papier une étude probabiliste basée sur la simulation de Monte-Carlo et la méthode de la surface de réponse. Et par la suite la méthode de condensation modale est étendue à l'analyse de fiabilité basée sur les méthodes FORM et SORM. L'application des méthodes proposées est illustrée par une plaque immergée dans une cavité 3D.

**Mots clés:** Interaction fluide-structure, vibro-acoustique, simulation numérique, FEM, fiabilité.

## 1-Introduction

La dynamique des systèmes couplés fluide-structure prend une place sans cesse croissante dans les préoccupations des ingénieurs et chercheurs. Et leur analyse est souvent coûteuse du point de vue numérique, par conséquent le procédé de condensation sera utilisé pour réduire la taille des matrices. De plus dans la modélisation de tels problèmes, les propriétés physiques et matérielles, les chargements ainsi que les conditions aux limites sont considérées généralement déterministes. Mais en réalité, tous les aspects d'un modèle d'analyse sont incertains [1]. Donc il n'est ni possible financièrement ni possible physiquement d'éliminer la dispersion de ces paramètres complètement. Nous avons présenté dans cet article une analyse modale probabiliste numérique d'une structure élastique 3D immergé dans l'eau pour simuler la réponse stochastique, en tenant compte des paramètres aléatoires. Par la suite, la méthode de condensation modale est étendue

à l'analyse de fiabilité pour un modèle éléments finis/éléments finis dont l'objectif principal est d'améliorer la qualité et la réinterprétation des résultats des simulations.

## 2- Enoncé du problème

Nous nous sommes intéressés à la description des vibrations d'un fluide compressible couplé avec une structure élastique. Ces deux domaines sont décrits respectivement par un champ acoustique (champ de pression  $p$ ) et un champ vibratoire (champ de déplacement  $u$ ). La structure occupe le domaine  $\Omega_s$ , et de frontières  $\Sigma_s$  et  $\Gamma^s$  est supposée élastique sans contraintes ni déformations initiales. Elle est libre de tout effort extérieur, et encastrée sur  $\Gamma^s$ . Le fluide occupe le domaine  $\Omega_f$ , et de frontières  $\Sigma_f$  est supposé parfait, homogène, linéaire et au repos. Les vibrations de fluide correspondent à des perturbations de la pression et de la vitesse autour de l'état de référence résultant de l'effet de la compressibilité du fluide.

Leur surface de contact commune est  $\Sigma = \Sigma_s \cap \Sigma_f$ .

La modélisation du problème est effectuée en utilisant une formulation non-symétrique ( $u, p$ ). Le problème devient donc à résoudre deux problèmes à la fois:

- Le premier problème concerne la structure qui subit une pression imposée par le fluide sur la frontière  $\Sigma$ .
- Le second concerne le fluide qui subit un déplacement  $u$  champ imposé par l'interface  $\Sigma$  avec les hypothèses précédentes en tenant compte des conditions aux limites, et après discrétisation par la méthode des éléments finis des formulations variationnelles du système, les équations du problème vibro-acoustique qui régit le mouvement du système couplé sont:

$$\text{• Pour la structure : } [M] \{u\} + [K] \{u\} = \{f\} \quad (1)$$

$$\text{• Pour le fluide: } [E] \{p\} + [H] \{p\} = -\rho_f [L]^T \{u\} \quad (2)$$

•Pour le système couplé:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ \rho_f L^T & E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -L \\ 0 & H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} M & 0 \\ \rho_f L^T & E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -L \\ 0 & H \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u(\omega) \\ p(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$[L]$  est la matrice de couplage.

D'après l'équation (4) on remarque que sur l'interface fluide-structure les nœuds ont à la fois le déplacement et la pression comme degrés de liberté. Les techniques numériques basées sur une discrétisation du type éléments finis nous permet de résoudre le problème, ces méthodes sont applicables avec les codes de calcul généraliste. Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à la validation du code de calcul ANSYS en mettant en œuvre un calcul couplé dans un cas élémentaire.

## 3-Condensation du système couplé

Dans cette méthode de réduction du modèle, les déplacements sont décrits par la superposition des  $n_s$  premiers modes de la structure sèche ( $\omega = 0$ ), et le

champ de pression du fluide est décrit par la superposition des  $n_f$  premiers modes acoustiques  $\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{u}\}$ ;

sachant que :

$$\{\mathbf{u}\} = [\phi_s] \{q\} \quad (5)$$

$$\{p\} = [\psi_f] \{k\} \quad (6)$$

où:

- est la matrice des  $n_s$  premiers modes propre de la structure sèche,
- est le vecteur des variables modales de la structure,
- est la matrice des  $n_f$  premiers modes acoustiques,
- est le vecteur des variables modales fluide.

La projection de l'équation (4) du modèle déterministe sur les bases modales (5) et (6) du système donne:

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}' & \mathbf{0} \\ \rho_f \mathbf{L}'^t & \mathbf{E}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}' & -\mathbf{L}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}' \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{q(\omega)\} \\ \{k(\omega)\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{pmatrix} \quad (7)$$

où:

$$[\mathbf{M}'] = [\phi_s^t] [\mathbf{M}], \quad [\mathbf{K}'] = [\phi_s^t] [\mathbf{K}]$$

$$[\mathbf{E}'] = [\psi_f^t] [\mathbf{E}], \quad [\mathbf{H}] = [\psi_f^t] [\mathbf{H}]$$

$$[\mathbf{L}'] = [\phi_s^t] [\mathbf{L}] [\psi_f]$$

#### 4- Analyse de la fiabilité

La première étape dans l'analyse de la fiabilité consiste à définir les variables de conception  $X_i$  ( $i=1,2,\dots, n$ ) présentant un niveau significatif de fluctuation ( $n$  étant le nombre de variables aléatoires). La deuxième étape consiste à définir un certain nombre de scénarios de défaillance potentiels. Pour chacun d'entre eux, une fonction de performance  $G(x_i)$  divise l'espace des variables en deux régions: domaine de sûreté  $G(x_i) > 0$  et domaine de défaillance  $G(x_i) \leq 0$ . La frontière entre ces deux domaines

est donc définie par  $G(x_i) = 0$ , appelée état-limite. La probabilité de défaillance est donnée par:

$$P_f = \int_{G \leq 0} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (8)$$

Où  $f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n)$  est la densité de probabilité conjointe des variables  $X_i$ . L'évaluation de cette intégrale est très coûteuse en temps de calcul. Pour ces raisons, des méthodes plus efficaces sont proposées ; elles se basent sur le calcul d'un indice de fiabilité, noté  $\beta$  permettant de déduire la probabilité de défaillance d'une façon approchée [2,3]. L'indice  $\beta$  est calculé par la résolution d'un problème d'optimisation sous contraintes:

$$\beta = \min \sqrt{\sum_i T_i^2(x_i)} \quad \text{sous } G(x_i) \quad (9)$$

où  $T_i$  est l'image des variables dans l'espace standard, appelée transformation isoprobabiliste.

Une première approximation de  $P_f$  est obtenue par :

$$P_f = \Phi \quad (10)$$

Où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

#### 5-Couplage mécano-fiabiliste

Dans le schéma de couplage mécano-fiabiliste [3,4], un protocole de dialogue doit se mettre en place entre le code éléments finis et le code fiabiliste. Le pilotage doit se faire par le module fiabiliste. A chaque itération de recherche du point de conception, le transfert d'informations est nécessaire entre les deux modules: le code fiabiliste transmet au code éléments finis les réalisations des variables aléatoires avec lesquelles l'analyse mécanique doit se faire et à la fin du calcul éléments finis, la réponse est intégrée dans le code fiabiliste pour le calcul de la fonction de performance. Cette interactivité est indispensable pour permettre au module fiabiliste de définir sa stratégie de recherche de l'indice  $\beta$ . Dans cette étude, nous avons utilisé un couplage externe avec un code éléments finis commercial ANSYS ; le protocole de dialogue est automatisé grâce au code MATLAB.

#### 6-Résultats numériques

La méthode d'analyse de fiabilité utilisée dans notre exemple numérique intègre un ensemble d'outils d'analyse de fiabilité [3] (basée sur FORM et SORM) développé sous MATLAB. Dans un travail précédent [4], nous nous sommes intéressés à la validation du code ANSYS pour un cas simple d'une plaque 2D immergée dans l'eau. Dans ce travail, la validation de cette approche montre la corrélation ANSYS/MATLAB dans le cadre d'un solide 3D immergée dans l'eau.

##### 6.1-Etude déterministe

Les propriétés géométriques et matérielles des deux milieux sont les suivantes:

E(pa)	v	$\rho_s(\text{kg.m}^{-3})$	L (m)	l (m)	H(m)
$2.1 \times 10^{11}$	0.3	7860	2	1	0.2

Table 1: Géométrie et propriétés de la structure.

$\rho_f(\text{kg.m}^{-3})$	C ( )	L (m)	l (m)	H(m)
1000	1500	20	10	10

Table 2: Géométrie et propriétés du fluide.

La modélisation de la structure est faite par l'élément SOLID45. Par contre FLUID30 est utilisé pour la modélisation du milieu fluide et l'interface fluide / structure. La figure 2 montre un schéma des éléments finis utilisés dans cette étude et la discrétisation par éléments finis du système étudié.

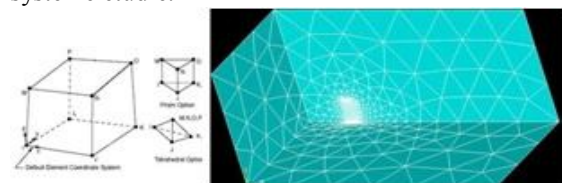


Fig.1: Discretisation par éléments finis du système étudié.

Les résultats trouvés pour la structure sèche et immergée et la comparaison entre ANSYS et MATLAB sont illustrés dans le tableau 3.

Modes	Structure sèche		Structure immergée	
	ANSYS	MATLAB	ANSYS	MATLAB
f1	42.734	42.613	23.395	24.14
f2	167.442	167.573	67.646	67.89
f3	180.851	180.328	91.626	90.73
f4	260.761	260.629	131.76	131.02
f5	535.856	535.912	210.458	212.23

Table 3: Les cinq premières fréquences de la structure sèche et immergée.

Nous remarquons qu'il y a une bonne concordance entre les résultats trouvés par ANSYS et MATLAB. Et qu'il y a une chute importante des fréquences après l'immersion de la structure dans le fluide, ce qui montre bien l'influence de ce dernier sur la structure.

## 6.2-Etude fiabiliste

L'étude de l'analyse de la fiabilité est basée sur une fonction d'état limite unique qui estime la fréquence f1 du système couplé. Nous avons choisi la fonction d'état limite implicite suivante:

$$G(\mathbf{E}, \rho_s, \rho_f) = f_1$$

(11) avec la variable de conception,  $f_0 = 23.5$  Hz. Les moments des paramètres du problème et les lois de distribution sont regroupés dans le tableau 4:

Paramètres	Moyenne	Ecart- type	Distribution
E (pa)	$2.1 \times 10^{11}$	$0.05 \times 10^{11}$	Gaussienne
$\rho_s$ (kg.m <sup>-3</sup> )	7860	250	Uniforme
$\rho_f$ (kg.m <sup>-3</sup> )	1000	40	Uniforme

Table 4: Moments des paramètres et des lois de distribution

Le calcul probabiliste a été réalisé en utilisant le système de conception probabiliste d'ANSYS et MATLAB. Cet outil est basé sur un calcul de simulation de Monte Carlo (pour 100 échantillons) et la méthode des surfaces de réponse (pour 40 échantillons). Le tableau 5 montre les moyennes des fréquences propres et les écarts-types.

Modes	Cas Deterministe	M C	RSM
f1	23.39	21.21	22.14
f2	67.64	70.51	68.13
f3	91.62	90.98	91.01
f4	131.76	129.23	130.87
f5	210.45	215.43	211.99

FORM	SORM	Ecart- type
22.78	22.78	2.63
67.04	67.04	3.24
91.11	91.11	4.15
131.52	131.52	6.07
212.62	212.62	10.68

Tableau5: Moyennes et écarts-types des fréquences propres

Le tableau 6 résume les paramètres de conception et leurs moments statistiques pris en compte dans la structure couplée pour cet exemple. Et il illustre une comparaison entre les résultats obtenus.

Paramètres	FORM	SORM
E (pa)	$2.165 \times 10^{11}$	$2.165 \times 10^{11}$
$\rho_s$ (kg.m <sup>-3</sup> )	7389.76	7389.76
$\rho_f$ (kg.m <sup>-3</sup> )	947.93	947.93
Indice de fiabilité $\beta$	2.83	3.41
Probabilité Pf	0.0092	0.0013

Tableau 6: Les paramètres de conception et leurs moments statistiques pris en compte dans la structure immergée.

De toute évidence, le deuxième cas présente de meilleurs résultats parce que l'indice de fiabilité est plus grand et la fiabilité est plus grande aussi. On peut conclure que les résultats sont considérés comme satisfaisants et démontrent l'applicabilité de ces techniques pour résoudre les problèmes de fiabilité.

## 7-Conclusion

La thématique de recherche concernée est centrée sur le développement d'outils numériques pour l'analyse fiabiliste des problèmes vibro-acoustique (interaction fluide-structure). Deux approches probabilistes ont été validées, la première est la méthode de Monte Carlo et la deuxième approche est basée sur la méthode de surface de réponse afin de relever les paramètres dominant le comportement vibratoire du système. Par la suite, une méthode de condensation modale étendue à une analyse à caractère fiabiliste qui permet d'évaluer l'indice de fiabilité fut menée dans le but de construire un domaine de confiance sur les paramètres d'entrées choisis du problème d'interaction fluide-structure. Cette étude a permis une confrontation des différents résultats numériques. La validation de la méthode proposée est faite pour le comportement dynamique des plaques minces 3D immergées dans l'eau. Les résultats numériques obtenus ont montré la validité des méthodes proposées et leur aptitude à une extension vers une large gamme de problèmes physiques.

## Références

- [1] G. Muscolino, G. Ricciardi, N. Impollonia, "Improved dynamic analysis of structures with mechanical uncertainties under deterministic input", Probabilistic Engineering Mechanics, 15,199-212, 1999.
- [2] A. El Hami, D. Borza, J. Eduardo Souza de Cursi, "Vibro-acoustic analysis of cyclic structures by using dof's size reduction and holographic measurements", Shock and Vibration, 2006.
- [3] A. El Hami, B. Radi, Fiabilité et optimisation des systèmes, théorie et application, cours et exercices corrigés, Ellipses, Technosup, 2011.
- [4] M. Mansouri, B. Radi, A. El Hami, D. Borza, "Reliability analysis of vibro-acoustic problem", in "Proceedings of the International Conference Uncertainties", Brasil, 2012.

# ETUDE DE PHENOMENE DE PIEGEAGE DANS LES SYSTEMES DE TRANSMISSION PAR ENGRENAGES DROITS A GRANDE VITESSE

A. LASRI<sup>a</sup>, F. VILLE<sup>b</sup>, L. BELFALS<sup>c</sup>, B. NAJJI<sup>a</sup>

a: laboratoire de Mécanique, Thermique et Matériaux (LMTM) de l'ENIM Rabat

b : laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) de l'INSA de LYON France

c: laboratoire de Qualité, Sécurité et Maintenance de l'EMI Rabat

(E mail : [lasri@enim.ac.ma](mailto:lasri@enim.ac.ma) ou [lasri\\_enim@yahoo.fr](mailto:lasri_enim@yahoo.fr))

## Résumé :

Le but de cette étude est de contribuer à la compréhension du problème de piégeage de fluide entre les espaces inter dents d'un engrenement dans une transmission par engrenage. Elle permet d'abord, de lister des paramètres qui influencent le phénomène de piégeage et de montrer les problèmes à résoudre pour réaliser une modélisation numérique. En suite, elle propose un modèle simple pour déterminer la pression du fluide piégé et montre l'influence de certains paramètres de conception et de fonctionnement sur cette pression.

**Mots clés :** transmission par engrenages, piégeage, paramètres de conception, paramètres de fonctionnement, pression.

## 1/Introduction

L'étude de piégeage de fluide entre les dents des engrenages peut aider à résoudre entre autres des problèmes de vibrations, de bruits et de pertes d'énergies qui peuvent être causé par le phénomène de piégeage. En effet, l'augmentation de la pression et de la température du fluide entre les dents d'engrenages droits était montrée par Pechersky et al. [6]. Aussi, le bruit généré par le fluide emprisonné pour des engrenages à grande vitesse et ayant de grande épaisseur, était constaté par Smith [3]. Ce bruit dû au piégeage pour le cas de l'air était confirmé par Houjoh et al [4]. L'étude des pertes dans les engrenages (globalement et pour les différents types de frottement, ventilation et piégeage) étaient traités par Diab et al [2] et [5]. Les trois types de pertes étaient comparés dans différentes conditions de fonctionnement pour confirmer qu'à vitesse faible les pertes par frottement sont les plus importantes alors que les pertes par ventilation et piégeage sont très faibles, mais à vitesse élevée deviennent non négligeables.

Dans le domaine des pompes, l'exemple de la pompe à engrenage de BARNES [7] qui utilise des petits trous radiaux qui acheminent le fluide piégé vers l'orifice de refoulement permet d'éviter le problème de piégeage et l'augmentation de la pression du fluide dans l'espace inter dents.

Notre étude de piégeage est réalisée en 3 étapes :

La première étape est dédiée à l'étude de la géométrie et permettra de décrire la géométrie des roues dentées et

déterminer le volume de contrôle du fluide piégé et ses frontières libres.

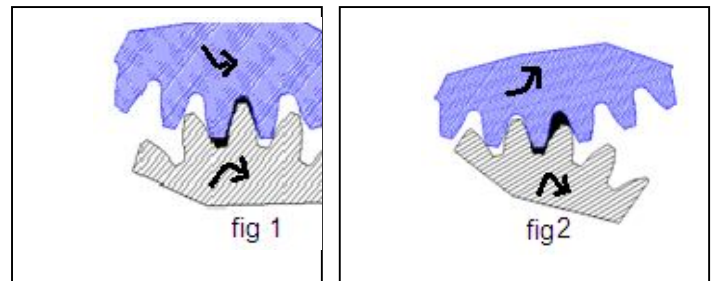
La deuxième étape est consacrée à la détermination des différents paramètres influençant le phénomène de piégeage et met en claire les difficultés et la complexité du problème.

La troisième étape traitera le problème par une approche par modèle simplifié et permettra de déterminer la variation de la pression en fonction de temps ou de l'angle de rotation pour le cas de l'huile. La présentation des résultats nous donnera l'occasion de discuter l'influence de certains paramètres de conception et de fonctionnement.

## 2/Description de phénomène de piégeage

Les figures ci-dessous schématisent des phases d'engrènement dans une transmission par engrenage (le sens de rotation est indiqué sur les figures 1 et 2).

Le fluide qui se trouve entre le creux et la dent essaie de s'échapper axialement et radialement au fur et à mesure que la dent prend place dans le creux. Alors que pendant la séparation la dépression dans l'espace inter dent permet de recevoir le fluide qui peut être de l'huile, de l'air ou un mélange des deux.



Engrènement et fluide piégé

## 3/Etude géométrique

On se limite au cas des engrenages dont les dentures sont à la développante de cercle et le taillage est effectué par outil crémaillère ou fraise mère. Un programme a été élaboré sur MATLAB et le traçage a été comparé avec les résultats publiés dans le livre « engrenages » [1] et le programme élaboré par le CETIM (senlis).

Pour étudier le comportement du fluide piégé il faut regarder de près ce qui se passe entre les dents. C'est pour cela, et aussi pour simplifier, on va se limiter à un seul creux et une seule dent destinée à s'engrener. En mettant les deux dessins en position et on les faisant tourner autour de leurs axes on obtiendra les positions en fonction de l'angle de rotation (fig. 3). Ceci va nous permettre la détermination du volume de contrôle et des surfaces de fuites radiales et axiales.

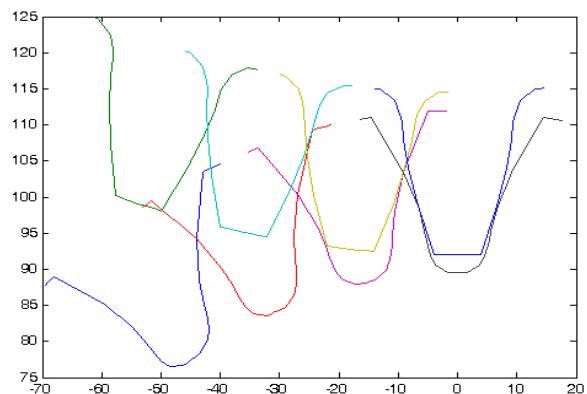


Fig. 3 : un creux et une dent en positions successives



Les surfaces de fuites radiales se trouvent entre le profil de la dent et celui du creux. Pour simplifier, on considère la surface la plus petite entre le profil de ces deux derniers. Les surfaces de fuites axiales sont limitées par une partie du creux bien connue numériquement, une partie du profil de la dent, et des surfaces radiales. Les limites citées précédemment forment un polygone et on peut donc calculer les surfaces de fuites axiales par intégration numérique. Pour le volume de fluide piégé, il correspond aux valeurs prises par la surface de fuite axiale multipliées par l'épaisseur (roue cylindrique droite).

**4/Le temps d'engrènement :**

Pour savoir le temps de chevauchement du creux et de la dent, il faut d'abord trouver l'angle d'engrènement du creux et de la dent. Cet angle peut être déterminé par les deux points d'intersection entre les deux cercles de tête en fonction des rayons des deux cercles de tête et de l'entraxe.

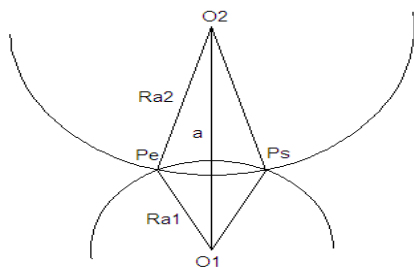


Fig. 4: début et fin de l'engrènement

$$x_e = -\sqrt{Ra1^2 - \frac{(-Ra2^2 + Ra1^2 + a^2)^2}{4a^2}}$$

$$y_e = \frac{(Ra1^2 - Ra2^2 + a^2)}{2a}$$

**Engrènement 1 :**

	rp	m	α	déport x	Largeur b (en mm)
roue 1	100	10 ou 5	20°	0.2	30 ou 60 ou 100
Roue2	200	10 ou 5	20°	-0.2	30 ou 60 ou 100

Tableau 1

**Engrènement 2 :**

	rp	m	α	déport x	Largeur b (en mm)
Roue1	152	4	20°	0	30 ou 60 ou 100
Roue2	152	4	20°	0	30 ou 60 ou 100

Tableau 2

On constate que l'angle d'engrènement dépend de la géométrie des roues dentées (rayons de tête et entraxe) alors que le temps d'engrènement dépend de la géométrie et de la vitesse de rotation.

Pour un rayon primitif fixe et si on augmente le module on diminue automatiquement le nombre de dents. Ceci entraîne une augmentation de l'angle d'engrènement et par suite l'augmentation de temps d'engrènement.

**5/ Paramètres influençant le phénomène de piégeage**

On peut résumer les difficultés de l'étude de phénomène de piégeage dans les points ci dessous:

Pour des grandes vitesses de rotation, le temps de chevauchement du creux et de la dent est très court de

l'ordre de à secondes pour des vitesses allant de 3000 à 20000 tr/mn.

La variation du volume de contrôle de fluide étudié « système ouvert » est très grande (on peut faire une comparaison du plus grand volume au plus petit en remarquant le pourcentage (fig. 5) :

Les résultats de la partie géométrique ont permis de trouver par incrémentation les volumes de fluide sorties et ceux qui restent piégés. La réduction du volume est d'environ 72 %

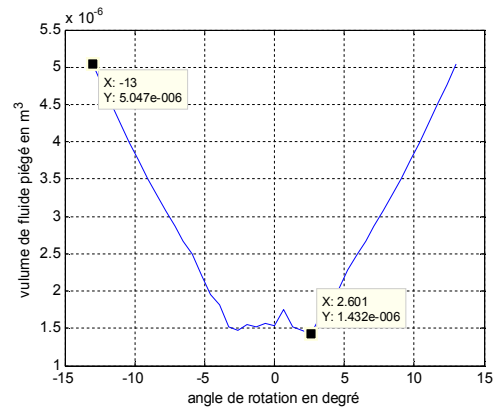


Fig. 5 : variation du volume piégé

Les frontières (limites que représentent la dent et le creux) de fluide sont en rotation : pas de frontière fixe pour le volume de contrôle, les surfaces de contact de fluide avec les structures sont variables et les surfaces libres (radiale ou axiales) limitant le volume de contrôle sont aussi variables.

**6/ Approche par modèle simplifié**

Le système peut être considéré comme un système ouvert selon la figure ci-dessous : modèle simplifié

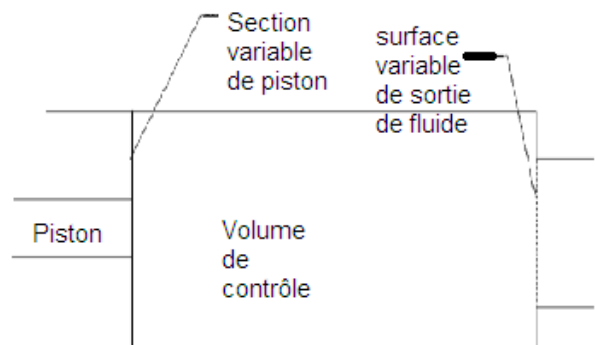


Fig. 6 : modèle simplifié

Entre l'instant t et t + dt on peut supposer l'écoulement permanent

on néglige l'échange thermique fluide incompressible et non visqueux

Dans ces conditions on peut utiliser l'équation de Bernoulli:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p =$$

Nous allons essayer d'appliquer cette relation à notre système en simulant ce qui se passe entre l'instant t et t + Δt par un système utilisant un piston selon la figure ci-dessous.

Parmi les problèmes de cette analogie on peut citer le problème de variation des surfaces de contacts entre la structure mobile et le fluide et aussi la surface de sortie de fluide.

Comme on a déjà calculé les surfaces des structures qui sont en contacts avec le fluide et les surfaces de fuites de fluide pour chaque incrémentation on peut les exploiter pour cette approche. Pour chaque incrémentation on donne à la surface du piston la surface calculée de la dent en contacts avec le fluide. Aussi pour la surface de sortie (voir entrée) de fluide on lui donne la somme des surfaces de fuites radiale et axiales.

Pour une incrémentation donnée on suppose :

Les surfaces (de piston et de sortie) fixes.

La pression à la sortie du fluide égale à la pression atmosphérique.

On cherche la pression au voisinage du piston

Valeur de  $\rho = 0.9 \text{ kg/l}$

## 7/ Présentation des résultats:

La variation de la pression en fonction de l'angle de rotation pour une vitesse de 5000 tr/mn est donnée par la figure ci-dessous :

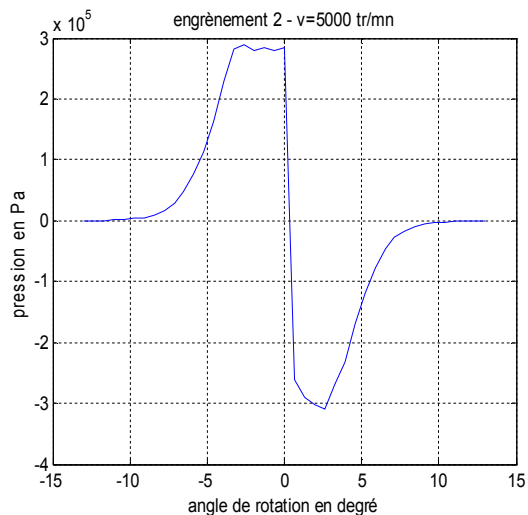


Fig. 7 : la pression en fonction de l'angle de rotation

## Influence de l'épaisseur sur la pression à vitesse constante:

Pour l'engrenement 1 avec une vitesse de 5000 tr/mn nous allons tracer les courbes de la pression pour les épaisseurs suivantes :  $b=30 \text{ mm}$ ,  $b=60 \text{ mm}$ ,  $b=100 \text{ mm}$

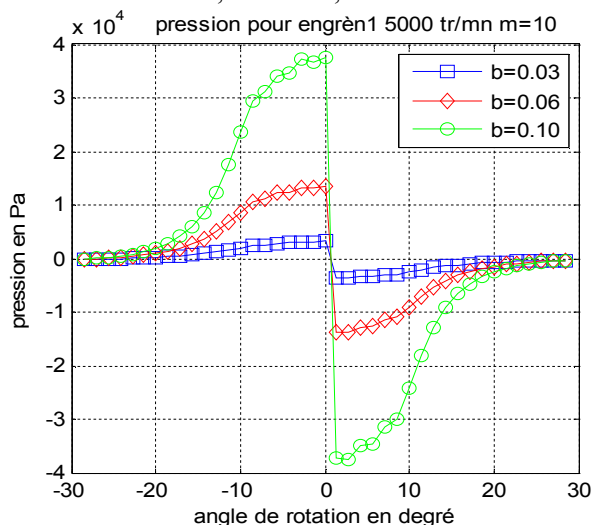


Fig. 8 : variation de la pression en fonction de l'épaisseur

Tant que l'épaisseur des roues dentées est grande tant que la pression est importante.

## 8/ Conclusion

Cette étude s'est intéressée à la modélisation numérique de l'engrènement dans une transmission par engrenage à dentures droites et un programme a été élaboré pour simuler l'engrènement. En suite, certains paramètres qui influencent le piégeage et les problèmes à résoudre ont été listés. Une approche par un modèle simple a été présentée. Cette approche permet la détermination de la variation de la pression en fonction de l'angle de rotation. Enfin, cette pression peut être utilisée pour calculer les pertes par piégeage et pour améliorer l'efficacité de la lubrification et le refroidissement dans les transmissions par engrenages.

## Références :

- [1] Georges Henriot, « Engrenages : conception, fabrication, mise en œuvre » 8<sup>ème</sup> édition, séries Dunod
- [2] Y Diab, F Ville, H Houjoh, P Sainsot and P Velez "Experimental and numerical investigations on the air-pumping phenomenon in high-speed spur and helical gears", Proc. IMechE vol. 219 Part c: j. Mechanical Engineering Science
- [3] Smith, J. D. « Gear noise and vibration », 1999, p. 186 (Marcel Dekker, New York).
- [4] Houjoh, H. and Umezawa, K "The sound radiated from gears (On the existence aerodynamic sound)" JSME int. journal, 1987, Vol. 30 N° 259, pp 526-532.
- [5] Diab Y. : Analyse des Pertes de Puissance dans les Transmissions par Engrenages à Grande Vitesse, applications aux réducteurs industriels et aux machines textiles», PhD, INSA de Lyon (2005).
- [6] Pechersky, M. J. and Wittbrodt, M. J. « An analysis of fluid flow between meshing spur gear teeth ». In Proceedings of the 5th ASME Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, 1989, pp. 335-342.
- [7] Georges Henriot, « Traité théorique et pratique des engrenages » tome1 et 2, séries Dunod

## Notations:

- a : entraxe
- Pe (xe, ye) : point de début de l'engrènement
- Ps : point de fin de l'engrènement
- rp: rayon primitif
- m : module
- b : largeur de roue
- x : coefficient de déport
- $\rho$  : Masse volumique
- $\alpha$  : angle de pression
- Ra1 et Ra2: rayons de têtes de la roue 1 et 2
- p : pression
- g : accélération pesanteur
- z : hauteur
- v : vitesse

# EXPERIMENTAL DETERMINATION OF WALL PARAMETERS OF FULLY DEVELOPED FLOW IN AN OPEN CHANNEL WITH A SHARP TRANSVERSE BOTTOM ROUGHNESS

SAHBI ZAOUALI<sup>1</sup>, AMEL SOUALMIA<sup>2</sup>,  
LUCIEN MASBERNAT<sup>3</sup>, CHOUAIB LABIOD<sup>4</sup>

<sup>1</sup> LMHE, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, BP 37 Le Belvédère, 1002 Tunis, Tunisie. Institut Supérieur des sciences et de technologie de l'énergie – Gafsa.  
[sahbi.zaouali@enit.rnu.tn](mailto:sahbi.zaouali@enit.rnu.tn)

<sup>2</sup> Laboratoire Science et Technique de l'eau de l'INAT, 43 Avenue Charles Nicolle, 1082 Tunis, Tunisie.  
[Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn](mailto:Amel.soualmia@ipeim.rnu.tn)

<sup>3</sup> Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, Allée du Prof. Camille Soula 31400, Toulouse, France.

<sup>4</sup> Université de Jijel, BP 98, 1800 Jijel, Algérie.

**Abstract:** We present experimental analysis on the structure of the fully developed flow in a straight, rectangular open channel with a sharp transverse variation of the bottom roughness. The contrast of roughness is created by parallelepiped barrettes glued with regular spaces in the central zone of the bed wall, the other parts of the bottom being smooth. Using a laser Doppler anemometer, we obtained a detailed description of the Reynolds tensor and mean velocity fields, including the secondary flows structure, which affect the parietal shear stress distribution. Such a refined definition of the flow is necessary in the determination of the wall parameters such as the roughness function, the origin of the logarithmic law and the friction velocity.

**Keywords:** Straight open channels, rib rough bed, Secondary flow, friction velocity, logarithmic law.

## 1. INTRODUCTION

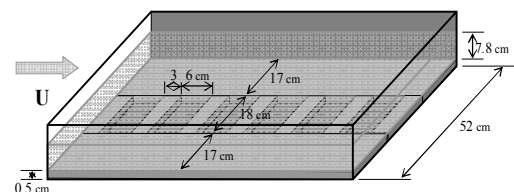
In hydraulic engineering, nearly all practical flows are considered hydraulically rough. Historically, in experiments the most obvious form of roughness was created by grain irregularities at the wall and Nikuradse's sand roughness is used to classify the roughness type. Furthermore, as proved by many experimental works [1], [2], [3], [4], the presence of a transversal heterogeneity on the bottom roughness yields to multicellular secondary flows which alter significantly the transverse distribution of the bottom shear stress,  $\tau_b$ , (via lateral gradients), mean velocity, as well as the vertical evolution of the Reynolds tensor components. Morgan & al. (2008) illustrated also through some exemplary numerical studies, that for a given boundary surface, the energy losses leading to flow resistance arise not only from the local geometrical conditions but may be affected also by the nature of the turbulence and fluid properties.

On the other hand, the presence of roughness improves the problem of the shift in the velocity profile in semi log plot. According to Nezu & Nakagawa [2], there is no theoretical method to find the virtual origin for any roughness type; thus several procedures were proposed to locate the virtual origin over the channel bed. We note that despite all these finding, velocity profile for rough boundary flows is not completely defined, because the relation between the roughness geometry and the roughness function is full of controversy.

In fact, in this paper we elaborate, for a free surface flows above non-homogeneous rough bottom, a consistent and coherent method, which takes into account the hydrodynamic effects, to determine the transverse evolutions of the roughness function, the origin of the logarithmic law and the friction velocity, that scale the wall laws of the mean velocity.

## 2. EXPERIMENTAL EQUIPMENT

The experiments were conducted in a recirculating flume at the "Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse" (IMFT). The open channel is 0.52 m wide, 0.2 m deep and 13.5 m long, with walls made of steel. The bed slope was adjusted to 0.2% and kept constant during all the experiments. In the following,  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are the longitudinal, transverse and nearly vertical coordinates, respectively. Rectangular PVC plates, 5 mm thick and 3 cm wide, create the bed roughness, as shown in Fig.1. In this paper, we present results of two experiments, referred as Run Za and Run La II. The flow rates were  $Q=22$  l/s for Run Za and  $Q=11$  l/s for Run La II. The measurement section S1 is situated 9.5m downstream from the entrance, where the flow was fully developed and uniform. For the experiment (Run La II) which is first leaded [5], a one component laser Doppler anemometer (LDA-1D) is used. For the experiment (Run Za), which comes later [6], a two component laser Doppler anemometer (LDA-2D) is used.



**Fig. 1:** Roughness configuration in experiment Run Za.

For the experiment Run Za, we measured in the half section of the channel the mean longitudinal and vertical velocity  $U$  and  $W$  and the turbulent shear stress  $-\overline{uw}$ , following 25 transverse verticals. For the experiment Run La II, the measurements were made for only 12 transverse verticals. Detailed information on experimental techniques could be found in [5], [6] and [7]. The main characteristics of the flows in Run Za and Run La II are listed in Tab.1.

**Tab.1:** Main characteristics of experiments Run Za and Run La II

	$h$ (m)	$B$ (m)	Bed Slope $I$	$U_m$ (m/s)	$F_r$	$R_e$
Run Za	0.078	0.52	0.002	0.542	0.617	$1.29 \times 10^5$
Run La II	0.050	0.52	0.002	0.423	0.600	$7.11 \times 10^4$

### 3. FIELD OF VELOCITY AND DETERMINATION OF $u^*$ , $z_0$ AND $C$

The transverse distribution of turbulent shear stress  $-\overline{uw}$  in fig.3, shows that the bed shear stress is approximately three times higher in the centre of the channel than above the smooth zone, and consequently the flow is slower in the central zone of the channel. The transverse gradient of turbulence intensity gives rise to secondary flows, and the non-linear vertical evolution of the shear stress profiles in the sections,  $y=4\text{cm}$  to  $y=9\text{cm}$  (see fig.3) is a significant signature of their presence. In fact in fig.2 we plot the secondary flows field. An organization in three cells is observed: the principal vortex, induced by the contrast of roughness, extends on the major part of the section. Near the bottom, it's oriented from the rough zone towards the smooth zone; in the zone  $0.16 < y < 0.2$ , it joins on the corner surface cell that ascends along the side wall ( $y=0.26$ ) and then turns parallel to the free surface. In the centre of the channel, we note the presence of a contrarotating cell, ascending along the axis ( $y=0$ ).

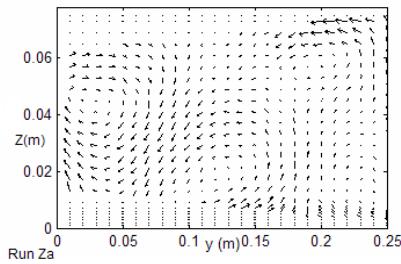


Fig. 2: Secondary flow structure in a half section of the channel

The velocity logarithmic law in the wall region for smooth, fully rough or intermediate regime may be expressed, in Reynolds number formulation, as:

$$U^+ = U / u^* = \kappa^{-1} \ln(Z^+) + C(K_S^+) \quad (1)$$

$$\text{with } Z^+ = u^* Z / \nu \text{ and } Z = z + z_0 \quad (2)$$

$u^*$  is the friction velocity,  $K_S^+ = u^* K_S / \nu$  is the roughness number associated to a roughness characteristic scale  $K_S$ . The shift,  $z_0$ , of the logarithmic law origin is defined with respect to the roughness top, with the convention  $z_0 > 0$  if the origin of  $Z$  is below and  $z_0 < 0$  otherwise. The Von Karman constant  $\kappa$  was taken here equal to 0.41.

We determined  $u^*$ ,  $z_0$  and  $C$  from the logarithmic law (Equ. 1) and from the linear extrapolation of shear stress profiles till the logarithmic law origin  $z = -z_0$ , as shown by the dotted line in Fig.3

The analysis of  $U$  profiles by a linear regression of the relation  $U \rightarrow \kappa^{-1} u^* \ln(z + z_0)$  permitted to determine a large range of pairs  $(u^*, z_0)$  that verify the logarithmic law slope with a correlation coefficient  $R^2 > 0.99$ ; the grey line curve in fig.3 represent these relations. In the same figure, the dotted line curve represents the relations between  $u^*$  and  $z_0$ , these were obtained from the linear extrapolation of the shear stress (see fig.3 ( $0 < y < 9$ )); their intersection defines the pairs  $(u^*, z_0)$  in each section and also the value of  $C$  (as indicated in fig.4, 5, 6).

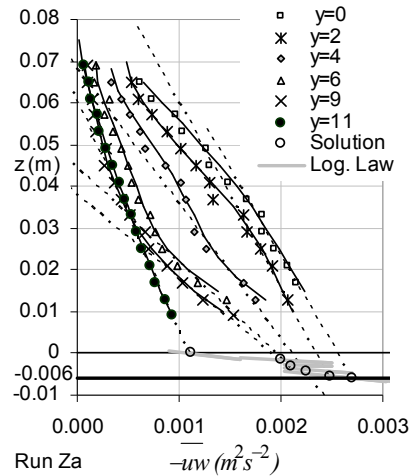


Fig. 3: Turbulent shear stress above the rough and the smooth bottom and Determination of the wall parameters ( $u^*$ ,  $z_0$ )

We may note, in Fig.3, that the linear extrapolation was achieved from the bottom to almost the free surface in the vertical  $y=4\text{cm}$ . On the other hand, in the sections  $y=6$  and  $y=9$ , where the influence of secondary flows is obvious, the linear extrapolation was limited to the wall zone, in the inferior third of depth flow. The choice of the extrapolation leads to various pairs  $(u^*, z_0)$ , and so constitute the delicate point of this method. In spite of this uncertainty, the error on the determination of the friction velocity does not exceed 13 % in the most sensitive zone  $8 < y < 10$ . This method was adapted, in Run Za, to give the values of the wall parameters,  $u^*$ ,  $z_0$  and  $C$  at the sections  $0 < y < 12$ . However, we note that a refined definition of the flow allowed us to characterize the wall laws above the smooth and rough bottom, and to determine the values of  $u^*$ ,  $z_0$  and  $C$  in the other measurement sections ( $y > 12$ ) from the logarithmic law, and the values of  $\overline{u^2} / u^{*2}$  in the near wall region.

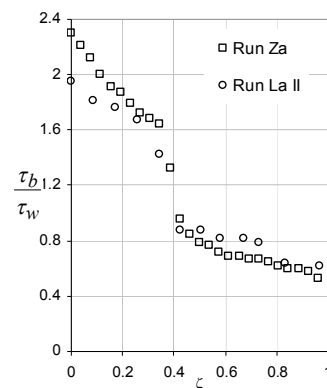


Fig. 4: Distribution of the bottom shear stress

In figs. 4 to 6, the transverse profiles of the bottom wall parameters for Run Za and Run La II are plotted in non-dimensional form. In these figures,  $\zeta = y / B$  is the lateral coordinate normalized by the half channel width. In fig.4, for the two experiments, the bottom shear stress,  $\tau_b = \rho u^{*2}$  (normalized by the averaged shear stress), decreases continuously from the centre of the channel to the lateral wall with a sharp diminution between the sections

$y=9$  and  $y=12$ cm, that is to say in the interval  $0.35 \leq \zeta \leq 0.43$ .

In fig.5 for the two experiments, the increase of the roughness function  $C$  is of course correlated to the evolution of the bottom shear stress. The values of  $C$  above the rough bottom,  $0 \leq y \leq 9$ cm, correspond to a fully rough regime for which an universal relation between  $C$  and  $K_S^+$  is generally accepted and may be expressed as:

$$C = 8.5 - \kappa^{-1} \text{Ln}(K_S^+) \quad (3)$$

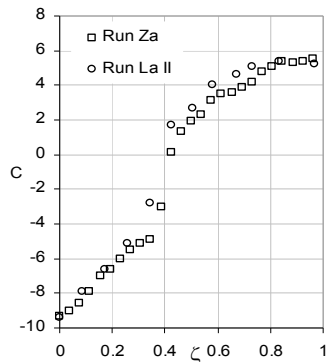


Fig. 5: Distribution of the roughness function C

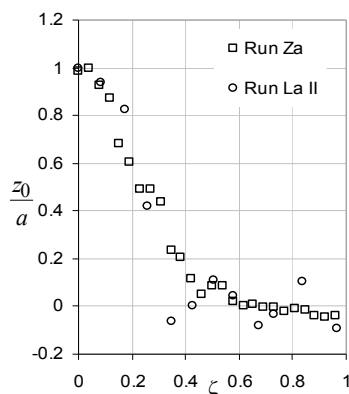


Fig. 6: Transverse profile of the dimensionless shift of the logarithmic law origin

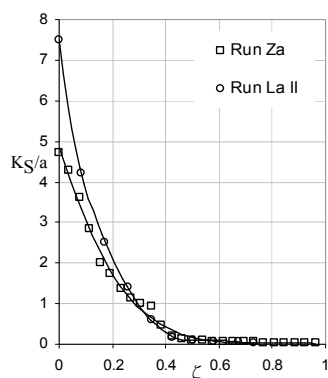


Fig. 7: Transverse profile of the dimensionless roughness for Run Za and La II

On fig.5 we note also that the roughness function  $C$  is the same for both experiments. Considering the relation (3), we expect that the evolutions of  $K_S^+$  still identical while in fig.7, where presented the transverse evolutions of the roughness  $K_S$  normalized by the height  $a$  of the roughness

elements, shows a sensitive variation of  $K_S$ , above the rough zone. This behaviour is controlled by the differences observed on the profiles of the bottom friction (fig.4). The distributions of  $K_S/a$  show also that the roughness is not only a geometrical characteristic of the wall but it expresses also effects of hydrodynamics interactions due in particular to secondary flows.

The same comment applies to the transverse distribution of the dimensionless shift  $z_0/a$  for Run Za and Run La II, presented in fig.6. We also note on this figure that in both experiments, the origin of the logarithmic law corresponds to the bottom of roughness, in the axis of the channel ( $\zeta = 0$ ), and to their top above the smooth zone.

#### 4. CONCLUSIONS

An inhomogeneous distribution of turbulent properties in the cross-stream section of a free surface flow has been generated by roughness contrast induced on the wall bottom. The mean velocity and turbulent stresses measurements are carried out by using the Laser Doppler Anemometry. This technique allowed us to constitute a complete data base on the flow structure with a coherent determination of the wall parameters. The experimental measurements show that:

- The roughness contrast used, affects the standard behaviour of velocity and turbulent shear stress in the cross-stream section and contributes to strengthening secondary flows. This compartment is clearly observed above the roughness zone and accentuated at change roughness zone.
- In presence of a roughness contrast that can generate an important transport of momentum by secondary flows, the turbulent shear stress profiles are essential to choose the optimal position of the shift of the logarithmic law origin and the corresponding friction velocity.
- The dimensionless equivalent sand roughness and shift of the logarithmic law origin are not only a geometrical characteristic of the wall, but they express also effects of hydrodynamics interactions induced by the roughness contrast, and the accompanied secondary flows.

#### REFERENCES

- [1] Nezu I. and Rodi W. *Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1986.
- [2] Nezu I. and Nakagawa H. *Turbulence in open channel flow*. IAHR-monograph, Balkema, 1993.
- [3] Albayrak, I. and Lemmin, U. *Secondary Currents and Corresponding Surface Velocity Patterns in a Turbulent Open-Channel Flow over a Rough Bed*. Journal of Hydraulic Engineering, 137(11), 2011.
- [4] Rodriguez J. F. and Garcia M. F. *Laboratory measurements of 3-D flow patterns and turbulence in straight open channel with rough bed*. Journal of Hydraulic Research, Vol. 46, No. 4, 2008.
- [5] Labiod C. *Ecoulement à surface libre sur fond de rugosité inhomogène*. PhD Thesis, INPToulouse, 2005.
- [6] Zaouali S. *Structure et modélisation d'écoulements à surface libre dans des canaux de rugosité inhomogène*. PhD Thesis, I.N.P.Toulouse/E.N.I.Tunis, 2008.
- [7] Soualmia A. *Structure et modélisation de systèmes de fluides industriels et environnementaux*, Habilitation Universitaire, E.N.I.Tunis, 2008.



# PETITES OSCILLATIONS D'UN LIQUIDE VISQUEUX INCOMPRESSIBLE PESANT HETEROGENE DANS UN RECIPIENT OUVERT

H. ESSAOUINI<sup>1</sup>, J. ELBAHAOUI<sup>2</sup>, L. ELBAKKALI<sup>1</sup>, P. CAPODANNO<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Université Abdelmalek Essaadi, Faculté des Sciences, M2SM ER28/FS/05, 93000 Tétouan, Maroc

<sup>2</sup>FST Tanger, Maroc

<sup>3</sup> Université de Franche-Comté, 2B Rue des jardins, 25000 Besançon, France

E-mail : [Hilaldesa@yahoo.fr](mailto:Hilaldesa@yahoo.fr)

**Abstract** : From the equations of the system container-liquid, on deduces the variational equation of the problem, and then an operatorial equation in a suitable Hilbert space. The study of the normal oscillations is reduced to the study of an operator bundle, the kind of which is well known. On obtains an infinity of aperiodic damped motions and, for a sufficiently small viscosity, a finite number of oscillatory damped motions.

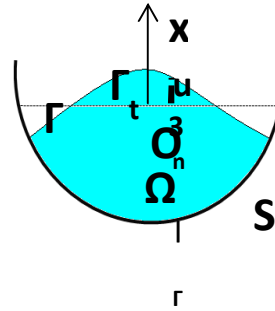
**Keywords** : Viscous liquid, small oscillations, operator bundle.

## Introduction

Le problème des oscillations d'un liquide homogène visqueux, dans un container a fait l'objet d'un grand nombre de travaux ([1], [2], [7]). Le cas d'un liquide parfait hétérogène, a été traité récemment par un nombre restreint d'auteurs ([3], [4]). Capodanno et ses collaborateurs ont étudié le cas particulier d'un liquide quasi-homogène ([4], [5], [6]) : dans ce cas le spectre du problème se décompose en un spectre ponctuel et un spectre essentiel remplissant un intervalle (lequel est un domaine de résonance). Il en est de même dans le cas de Rayleigh où la densité au repos est de la forme  $\rho_0(x_3) = ke^{-\beta x_3}$  ( $k, \beta$  constantes positives). Le cas d'une densité au repos quelconque n'a pas été traité, mais la présence d'un spectre essentiel est assurée.

L'objet de ce travail est de montrer que la viscosité supprime le spectre essentiel, même pour une densité au repos quelconque. On démontre que l'équation opératorielle du problème est analogue à celle du problème du liquide visqueux homogène. L'étude du problème spectral conduit ainsi à celle d'un faisceau d'opérateurs satisfaisant aux conditions d'un théorème connu ([1] - [7]).

## Equations du mouvement et de l'équilibre



Le liquide à l'équilibre occupe un domaine  $\Omega$  limité par une surface régulière  $S$  et une surface libre  $\Gamma$ .

Nous appelons  $\bar{\mathbf{u}}(x, t)$  le « petit » déplacement à partir de l'équilibre de la particule qui occupe la position  $x$ , de coordonnées  $x_1, x_2, x_3$  à l'instant  $t$ ,  $\rho^*(x, t)$ ,  $P^*(x, t)$  la densité et la pression au point  $x$  à l'instant  $t$ .

Le coefficient de viscosité  $\mu^*$  est, à température constante, une fonction de  $\rho^*$ , notée  $\mu^*(\rho^*)$ .

Le tenseur des vitesses de déformation a pour composantes

$$\varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

Le tenseur des contraintes a pour composantes

$$\Sigma_{ij}(\dot{\mathbf{u}}, P^*) = -P^* \delta_{ij} + 2\mu^*(\rho^*) \varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}})$$

Si  $P_{st}$  est la pression correspondante et  $t_e$  la date de l'équilibre, nous avons

$$\frac{\partial P_{st}}{\partial x_i} = -\rho^*(x, t_e) g \delta_{i3}$$

$P_{st}$  dépend donc de  $x_3$  seul ; il en est de même de  $\rho^*(x, t_e)$  que nous noterons  $\rho_0(x_3)$ .

Nous avons donc

$$P_{st} = -g \int_0^{x_3} \rho_0(w) dw + p_a$$

**Les équations de Navier-Stokes et les conditions aux limites sont**

- (1)  $\rho^* \ddot{\mathbf{u}}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - (\rho^* - \rho_0(x_3)) g \delta_{i3}$  dans  $\Omega$
- (2)  $\text{div}(\dot{\mathbf{u}}) = 0$  dans  $\Omega$
- (3)  $\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \dot{\mathbf{u}} \cdot \overline{\text{grad}} \rho^* = 0$  dans  $\Omega$
- (4)  $\dot{\mathbf{u}}|_S = 0$

$$(5) \quad \begin{cases} \varepsilon_{13}(\dot{\mathbf{u}}) = 0, \quad \varepsilon_{23}(\dot{\mathbf{u}}) = 0, \\ -(P_{\Gamma_i}^* - p_a) + 2\mu^* \varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) = 0 \end{cases} \quad \text{sur } \Gamma$$

avec  $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu^* \varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}})$ ,  $p = P^* - P_{st}$

**Formulation variationnelle formelle du problème**

Prenons comme espace des déplacements admissibles les champs  $\bar{\mathbf{v}}(x)$  suffisamment réguliers dans  $\Omega$  et vérifie :

$$\text{div } \bar{\mathbf{v}} = 0 \text{ dans } \Omega ; \bar{\mathbf{v}}|_S = 0$$

Multiplions (1) par  $\bar{\mathbf{v}}_i$  ; sommons en i et intégrons sur  $\Omega$  , nous obtenons, avec  $R_0(x_3) = \int_0^{x_3} \rho_0(w)dw$

$$\left\{ \int_{\Omega} \rho^* \ddot{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d\Omega + \int_{\Omega} 2\mu^* \varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{v}}) d\Omega \right. \quad (6) \quad \text{pour}$$

$$\left. + \int_{\Gamma} g R_0(\mathbf{u}_{3|\Gamma}) \bar{\mathbf{v}}_{3|\Gamma} d\Gamma + \int_{\Omega} [\rho^* - \rho_0(x_3)] g \bar{\mathbf{v}}_3 d\Omega = 0 \right.$$

tout  $\bar{\mathbf{v}}$  suffisamment régulier vérifiant  $\bar{\mathbf{v}}|_S = 0$  ,  $\text{div } \bar{\mathbf{v}} = 0$  dans  $\Omega$  .

Nous allons enfin donner la forme définitive de l'équation variationnelle (6) en utilisant l'hypothèse des petits mouvements

Posons ([8]) :

$$\rho^* = \rho_0(x_3) + \tilde{\rho}(x,t) + \dots$$

où  $\tilde{\rho}$  est de l'ordre de grandeur de l'amplitude des oscillations et où les points désignent les termes d'ordre supérieur.

L'équation de continuité linéarisée donne

$$\tilde{\rho} = -\mathbf{u}_3 \rho'(x_3)$$

$\mu^*(\rho^*)$ , multipliant  $\varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}})$  qui est d'ordre 1, peut être remplacée en théorie linéaire par  $\mu^*(\rho_0(x_3))$ .

Nous avons

$$R(\mathbf{u}_{3|\Gamma}) = R(0) + \mathbf{u}_{3|\Gamma} R'(0) + \dots = \mathbf{u}_{3|\Gamma} \rho_0(0) + \dots$$

$$\rho^* - \rho_0(x_3) = \tilde{\rho}(x,t) + \dots = -\mathbf{u}_3 \rho_0'(x_3) + \dots$$

Remarquant que  $\mathbf{u}_{3|\Gamma} = \mathbf{u}_{n|\Gamma}$ , l'équation variationnelle définitive est

$$(7) \quad \begin{cases} \int_{\Omega} \rho_0(x_3) \ddot{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d\Omega + \int_{\Omega} 2\mu^*(\rho_0(x_3)) \varepsilon_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{v}}) d\Omega \\ + \rho_0(0) g \int_{\Gamma} \mathbf{u}_{n|\Gamma} \bar{\mathbf{v}}_{n|\Gamma} d\Gamma + g \int_{\Omega} -\rho_0'(x_3) \mathbf{u}_3 \bar{\mathbf{v}}_3 d\Omega = 0 \end{cases}$$

pour tout  $\bar{\mathbf{v}}$  suffisamment réguliers dans  $\Omega$  et vérifiant  $\text{div } \bar{\mathbf{v}} = 0$  ,  $\bar{\mathbf{v}}|_S = 0$  .

**L'équation variationnelle du problème**

Nous supposons dans la suite que  $\rho_0(x_3)$ ,  $\rho_0'(x_3)$  et  $\mu^*(\rho_0(x_3))$  sont chacun compris entre deux nombres strictement positifs.

Nous allons chercher  $\bar{\mathbf{u}}$  dans l'espace

$$V = \left\{ \bar{\mathbf{u}} \in \Xi^1(\Omega) = [H^1(\Omega)]^3 ; \text{div } \bar{\mathbf{v}} = 0, \bar{\mathbf{u}}|_S = 0 \right\}$$

muni de la norme

$$\|\bar{\mathbf{u}}\|_V = \left( \int_{\Omega} 2\mu^*(\rho_0(x_3)) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{u}}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{u}}) d\Omega \right)^{1/2}$$

Il est connu qu'en vertu de l'hypothèse faite sur  $\mu^*(\rho_0(x_3))$ , et de l'inégalité de Korn, cette norme est équivalente dans  $V$  à la norme classique  $\|\bar{\mathbf{u}}\|_{\Xi^1(\Omega)}$ .

Nous appelons  $H$  la complétion de  $V$  pour la norme associé au produit scalaire

$$(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_H = \int_{\Omega} \rho_0(x_3) \bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d\Omega$$

Evidemment  $\|\bar{\mathbf{u}}\|_H$  est une norme équivalente à la norme classique  $\|\bar{\mathbf{u}}\|_{\mathcal{L}^2(\Omega)}$  de  $\mathcal{L}^2(\Omega) = [L^2(\Omega)]^3$ .

L'injection de  $V$  dans  $H$  est évidemment dense, continue et compacte.

Nous avons d'après le théorème de Riesz :

Il existe un opérateur linéaire borné  $T$  de  $\tilde{L}^2(\Omega)$  dans  $V$  tel que

$$\int_{\Gamma} X \bar{\mathbf{v}}_{n|\Gamma} d\Gamma = (T X, \bar{\mathbf{v}})_V, \quad \forall \bar{\mathbf{v}} \in V$$

Si on note  $\gamma_n$  la restriction à  $V$  de l'opérateur trace normale de  $\Xi^1(\Omega)$  dans  $L^2(\Omega)$ , nous avons

$$\int_{\Gamma} \mathbf{u}_{n|\Gamma} \bar{\mathbf{v}}_{n|\Gamma} d\Gamma = (T \mathbf{u}_{n|\Gamma}, \bar{\mathbf{v}})_V = (T \gamma_n \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_V \quad \forall \bar{\mathbf{v}} \in V$$

Il existe un opérateur linéaire borné  $K$  de  $H$  dans  $H$  tel que

$$\int_{\Omega} -\rho_0'(x_3) \mathbf{u}_3 \cdot \bar{\mathbf{v}}_3 d\Omega = (K \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_H \quad \forall \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}} \in H$$

Cet opérateur est évidemment auto-adjoint ; nous avons

$$(K \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}})_H \geq 0,$$

nil seulement pour  $\mathbf{u}_3 = 0$  ;  $K$  est donc non négatif.

Remplaçons dans l'équation (7), Nous avons donc le problème

Trouver  $\bar{\mathbf{u}}(\cdot) \in V$  tel que

$$(8) \quad \begin{cases} (\ddot{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_H + (\dot{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_V + \rho_0(0) g (T \gamma_n \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_V \\ + g (K \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_H = 0, \quad \forall \bar{\mathbf{v}} \in V \end{cases}$$

**Equation opératorielle du problème**

Appelons  $A$  l'opérateur non borné de  $H$  associé à la forme  $(\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{v}})_V$  et au couple  $(V, H)$ . Alors, l'équation (8) est équivalente à l'équation opératorielle

$$\ddot{\bar{\mathbf{u}}} + A(\dot{\bar{\mathbf{u}}} + \rho_0(0)gT\gamma_n\bar{\mathbf{u}}) + gK\bar{\mathbf{u}} = 0 ; \bar{\mathbf{u}} \in V .$$

Nous nous débarrassons de l'opérateur non borné  $A$  en posant

$$A^{1/2}\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{U}} \in H$$

Nous avons

$$\begin{cases} A^{-1/2}\ddot{\bar{\mathbf{U}}} + A(A^{-1/2}\dot{\bar{\mathbf{U}}} + \rho_0(0)gT\gamma_n A^{-1/2}\bar{\mathbf{U}}) \\ + gKA^{-1/2}\bar{\mathbf{U}} = 0; \quad \bar{\mathbf{U}} \in H \end{cases}$$

Et en appliquant l'opérateur  $A^{-1/2}$  :

$$(9) \begin{cases} A^{-1}\ddot{\bar{\mathbf{U}}} + \dot{\bar{\mathbf{U}}} + \rho_0(0)gA^{1/2}T\gamma_n A^{-1/2}\bar{\mathbf{U}} \\ + gA^{-1/2}KA^{-1/2}\bar{\mathbf{U}} = 0; \quad \bar{\mathbf{U}} \in H \end{cases}$$

**Le spectre du problème**

Cherchons les solutions de l'équation opératorielle (9) de la forme

$$\bar{\mathbf{U}}(x, t) = e^{-\lambda t}\bar{\mathbf{U}}(x), \lambda \in \mathbb{C}$$

Nous obtenons

$$\begin{cases} \lambda^2 A^{-1}\bar{\mathbf{U}} - \lambda\dot{\bar{\mathbf{U}}} + [\rho_0(0)gB + gA^{-1/2}KA^{-1/2}]\bar{\mathbf{U}} = 0 \\ \bar{\mathbf{U}} \in H \end{cases}$$

avec  $B = A^{1/2}T\gamma_n A^{-1/2}$

$\lambda = 0$  est une valeur propre de multiplicité infinie, car

$$[\rho_0(0)gB + gA^{-1/2}KA^{-1/2}]\bar{\mathbf{U}} = 0$$

entraîne, d'après les propriétés de  $B$  et de  $K$ ,

$$\bar{\mathbf{u}} \in V, \mathbf{u}_{n|\Gamma} = 0, \mathbf{u}_3 = 0$$

de sorte que  $\bar{\mathbf{u}}$  appartient à un espace contenant

$$J_0^1(\Omega) = \{\bar{\mathbf{u}} \in \Xi^1(\Omega); \text{div } \bar{\mathbf{v}} = 0, \bar{\mathbf{u}}|_{\partial\Omega} = 0\}.$$

Ecartons cette valeur propre nulle. Divisons alors par  $(-\lambda)$ ; nous obtenons

$$(10) \quad L(\lambda)\bar{\mathbf{U}} \equiv (I_H - \lambda A^{-1} - \lambda^{-1}B_0)\bar{\mathbf{U}} = 0$$

avec

$$B_0 = g[\rho_0(0)B + A^{-1/2}KA^{-1/2}]$$

Puisque

$A^{-1}$  est auto-adjoint, défini positif, compact,  
 $B_0$  est auto-adjoint, non négatif, compact.

Nous pouvons donc appliquer à l'équation (10) un théorème connu ([1], [7]), et nous avons les résultats essentiels suivants :

Le spectre se compose de valeurs propres en infinité dénombrable, à partie réelle positive, admettant comme points d'accumulation  $0$  et  $\infty$ .

Il ya une infinité de mouvements apériodiques arbitrairement fortement amortis (valeurs propres réelles  $\lambda_k^+ \rightarrow +\infty$ ) et une infinité de mouvements apériodiques arbitrairement faiblement amortis (valeurs propres réelles  $\lambda_k^- \rightarrow 0$ )

**Références**

[1] N. G. ASKEROV, S. G. KREIN and G. I. LAPTEV, A class of non selfadjoint boundary value problems, Dokl. Akad. Nauk. SSSR., 155(3), pp 499-502, 1964.  
 [2] P. CAPODANNO, Etude mathématique des petites oscillations de deux liquides pesants non miscibles dans un container, Mechanics Research Communications, 23(1), pp 75-80, 1996.  
 [3] P. CAPODANNO, Un exemple simple de problème non standard de vibration: oscillations d'un liquide hétérogène pesant dans un container, Mechanics Research Communications, 20(3), pp 257-262, 1993.  
 [4] P. CAPODANNO, Piccole oscillazioni piane di un liquido perfetto incompressibile pesante eterogeneo in un recipiente. Lecture in the Rome University TR-CTIT-10-16 (2001).  
 [5] P. CAPODANNO, D. VIVONA, Mathematical study of the planar oscillations of a heavy almost-homogeneous liquid in a container, In: T. Ruggeri, et all. (eds.) Proceedings of WASC0M'07, World Scientific, Singapore, pp 90-95, 2007.  
 [6] H. ESSAOUINI, Etude mathématique des petites oscillations de certains systèmes matériels plans comprenant un liquide parfait incompressible quasi-homogène, Thèse de doctorat en sciences, Université Abdelmalek Essaâdi, Tétouan, Maroc, 144 pages, Décembre, 2010.  
 [7] N.D. KOPACHEVSKII, S. G. KREIN, Operator approach to linear problems of hydrodynamics, Vol 2, Birkhauser, Basel, 2003.  
 [8] J. SANCHEZ HUBERT and E. SANCHEZ PALENCIA, Vibration and coupling of continuous systems. Asymptotic methods, Springer, Berlin, 1989.

# REDUCTION DE MODELE EN INTERACTION FLUIDE STRUCTURE VIA UNE FORMULATION POD MULTIPHASIQUE POUR LES ECOULEMENTS EN FAISCEAUX DE TUBES.

E. LIBERGE<sup>1</sup>, M. POMAREDE<sup>1,2</sup>, E. LONGATTE<sup>2</sup>, C. LEBLOND<sup>3</sup>

<sup>1</sup>LaSIE, Université de La Rochelle, Avenue Michel Crépeau, 17000 La Rochelle, France

<sup>2</sup>LaMSID, 1 Avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex, France

<sup>3</sup>DCNS Research, Indret, 44620 La Montagne, France

**Résumé :** Cet article porte sur la réduction de modèle en interaction fluide-structure via la décomposition orthogonal aux valeurs propres (POD). Les approches développées jusqu'à présent ne traitent pas les grands déplacements de la structure. Nous proposons dans cet article une approche permettant de traiter ce genre de configuration. Cette méthode n'avait jusqu'à présent été utilisée que pour de faibles déplacements.

**Abstract :** This paper is talking about reduced order modeling in fluid-structure interaction using Proper Orthogonal Decomposition (POD). A method which can be used to study small and more important displacement is proposed: the Multiphase-POD method. This method is tested for important displacement of a solid domain in case where solid domain can be modeled as a rigid body associated with spring and dampers.

**mots-clés :** Interaction fluide structure, réduction de modèle, POD

## Introduction

Obtenir des faibles temps de calculs est devenu un enjeu majeur de la simulation numérique en mécanique. Plusieurs travaux œuvrent dans ce but, aussi bien d'un point de vue algorithmique que d'un point de vue matériel. Une première approche consiste à paralléliser le calcul sur un grand nombre de processeurs. Même si ces approches sur des clusters CPU permettent de gagner effectivement du temps, l'objectif du calcul en temps réel pour des applications telles le contrôle actif ne semble pas accessible. Une autre approche utilisant la formulation sur réseau de Lattice-Boltzmann couplée avec la résolution sur cartes graphiques (GPU) permet d'obtenir des temps de calculs faibles et laisse entrevoir le temps réel comme un objectif accessible [1].

Une seconde approche consiste à utiliser les méthodes dites de réduction de modèle. La PGD (Proper Generalised Decomposition) a connu un fort succès en mécanique ces dernières années, cependant les performances obtenues en mécanique des fluides sont en deçà de ce qui était espéré [2]. L'autre grande méthode de réduction de modèle est la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD). Cette méthode a été appliquée avec succès depuis 20 ans en mécanique des fluides [3]. Bien que cette méthode nécessite au préalable une première phase du calcul complet, les temps obtenus par la suite par les modèles réduits ainsi construits sont très faibles [4].

Pour les problèmes d'interaction fluides structures, les approches se calquent sur celles développées en mécanique des fluides. Nous nous intéressons dans cet article à l'utilisation de modèle réduits POD pour l'IFS. La difficulté se situe alors dans le fait que les domaines étudiés sont mobiles alors que la POD utilise le concept de bases spatiales indépendantes du temps [4]. Dans la suite de cet article, une première partie introduira les méthodes de réduction de modèle développées pour l'interaction fluide structure. La troisième partie est dédiée à l'application à un problème d'interaction fluide structure.

## Réduction de modèle pour les problèmes d'interaction fluide structure

La POD étant supposée connue, celle-ci n'est pas présentée. Pour plus de renseignements sur la POD, le lecteur pourra se référer à [3,4].

Dans le cas de faibles déplacements de la structure, une simplification des équations peut être effectuée. Ainsi Lieu *et al.* [5], pour l'étude POD d'un avion complet, utilisent une linéarisation des équations autour d'une configuration de référence. Le modèle réduit est ensuite obtenu par projection des équations linéarisées sur la base POD. Barone *et al.* [6] modélisent le fluide par les équations d'Euler et utilisent un modèle d'ordre réduit pour la résolution des équations de la structure. Bourguet *et al.* [7] proposent d'utiliser une méthode de type transpiration pour l'interface fluide-structure, le domaine fluide étant ainsi considéré fixe. L'inconvénient étant que la méthode n'est valable que pour de petites déformations de la structure, celle-ci ne devant pas se déplacer.

Pour de plus grands déplacements de la structure, les méthodes citées ci-dessus ne sont plus valides. Antonnen *et al.* [8], Bogaers [9] ou Liberge *et al.* [4] ont proposé des méthodes POD valables pour ces configurations. Le principe des travaux d'Antonnen *et al.* [8] et Bogaers [9] consiste à construire un ensemble de bases POD qui couvrent l'ensemble des configurations que la structure peut occuper sur un intervalle de temps. L'inconvénient de ces méthodes est que la taille de l'ensemble des bases POD peut être un handicap. Liberge *et al.* ont proposé la POD-

multiphasique, qui a été testée pour de petits [4] et grands déplacements [10]. Cette méthode est présentée dans la section suivante.

### Formulation POD-multiphasique

Le principe général est basé sur la méthode POD-Galerkin qui a été utilisé de manière intensive comme méthode de réduction de modèle depuis 20 ans. Cet article concernant l'utilisation de cette méthode pour l'interaction fluide-structure via une formulation multiphasique, nous ne la développerons pas ici. Pour plus de renseignement sur cette méthode, le lecteur pourra se référer à [4].

L'approche POD-multiphasique, consiste en premier lieu à considérer un domaine fixe global  $\Omega$  contenant sur un intervalle de temps  $T$  le domaine fluide  $\Omega_f$ , et le domaine solide  $\Omega_s$ . On a ainsi  $\Omega = \Omega_f(t) \cup \Omega_s(t) \cup \Gamma$ , avec  $\Gamma$  qui représente l'interface fluide-solide. Dans la suite, les indices  $f$  et  $s$  représenteront les paramètres ou les variables définies sur le domaine fluide et solide..

Un champ de vitesse global  $u \in (H$  étant un espace de Hilbert) est également défini, tel que  $\forall x :$

$$u(x, t) = u_f(x, t) \mathbb{1}_{\Omega_f}(x, t) + u_s(x, t) (1 - \mathbb{1}_{\Omega_f}(x, t))$$

;  
 $\mathbb{1}_{\Omega_f}$  étant la fonction caractéristique du domaine fluide définie telle que

$$\mathbb{1}_{\Omega_f}(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \Omega_f \\ 0 & \text{si } x \notin \Omega_f \end{cases}$$

Dans la suite, tous les champs seront définis de manière globale (la densité  $\rho$ , la viscosité  $\mu$  et le tenseur des contraintes  $\sigma$ ).

La base POD est calculée à partir des clichés du champ de vitesse global  $u$ , obtenu par interpolation, par exemple, d'un calcul de type ALE sur le maillage fixe associé au domaine  $\Omega$ .

Ensuite on considère la formulation faible pour les équations de Navier-Stokes multiphasique :

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} u^* d\Omega + \int_{\Omega} (u \cdot \nabla) u \cdot u^* d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \sigma) u^* d\Omega$$

avec  $u^* \in$  une fonction test.

Pour le domaine fluide,  $\sigma$  est le tenseur des contraintes de Cauchy défini comme suit :

$$\sigma_{f,ij}(x, t) = -p\delta_i^j + 2\mu_f D_{ij}(u_f)$$

Avec  $p$  la pression et  $D_{ij}$  le tenseur de déformation du champ de vitesse.

Dans le cas où le domaine solide peut être modélisé par un solide rigide couplé avec des ressorts et des amortisseurs, une contrainte additionnelle dite de solide rigide associée à un multiplicateur de Lagrange  $\Lambda$  est rajouté à sur [4].

Le système dynamique obtenu n'ayant été présenté que pour de petits déplacements, nous présenterons dans la section 4 les résultats pour les grands déplacements.

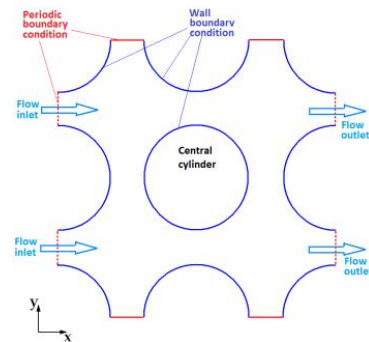
Le système dynamique réduit est obtenu en prenant pour un vecteur de la base POD  $a$  et en décomposant le champ de vitesse sur la base POD. Le système dynamique d'ordre réduit obtenu est un système d'équations algébriques qui peut s'écrire formellement :

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = \mathcal{F}(t, a) \\ \frac{\partial \mathbb{1}_{\Omega_f}}{\partial x} + v \cdot \nabla \mathbb{1}_{\Omega_f} = 0 \end{cases}$$

Avec  $a$  un vecteur qui contient la projection du champ de vitesse (et du champ de pression) sur la base POD.

### Application

La méthode a été utilisée pour l'étude du déplacement d'un cylindre de diamètre  $D$  dans un faisceau de tubes à Reynolds  $Re = 2000$ . Le déplacement du cylindre s'effectue selon l'axe  $y$ , et l'élasticité du cylindre est représenté via

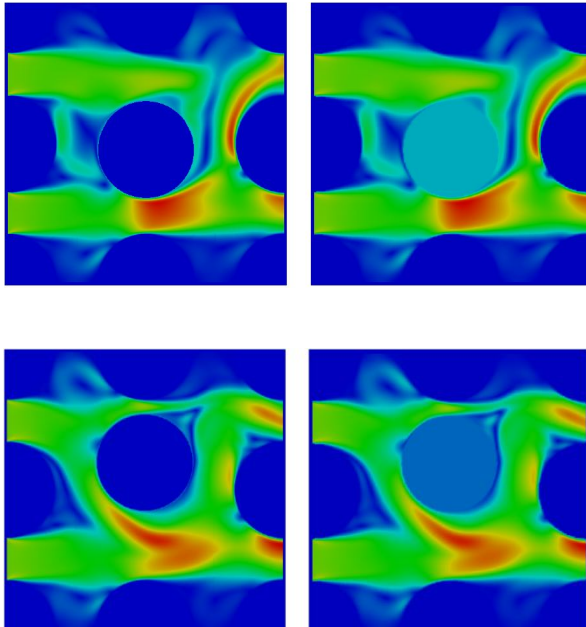


l'effort un ressort. On observe alors de grands déplacements de l'ordre de  $0.35 D$ , le cylindre central étant alors pratiquement en contact avec les cylindres supérieurs et inférieurs au maximum de l'amplitude.



**Fig 1 :** Description du domaine d'étude

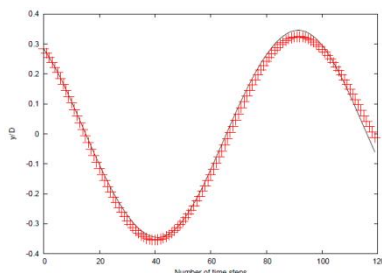
La figure **Fig 2**. représente le champ de vitesse obtenu par calcul complet et celui obtenu par le système dynamique pour deux positions du cylindre. On observe que



l'écoulement est bien reconstruit.

**Fig 2 :** Comparaison des champs de vitesses

Les déplacements du centre de gravité du cylindre obtenus par le calcul complet et par le système dynamique d'ordre réduit construit avec 6 modes sont comparés sur la figure **Fig. 3**. On observe une bonne concordance entre les deux résultats.

**Fig. 3 :** Comparaison du déplacement du centre de gravité du cylindre obtenu par le modèle complet et la méthode de POD-multiphasique

### Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une approche de réduction de modèle utilisant la POD pour les problèmes d'interaction fluide-structure. L'approche conduit à un système dynamique de faible dimension représenté par des systèmes d'équations algébriques couplés. La méthode a été développée pour des structures pouvant être modélisées

par des solides rigides couplés avec des ressorts et des amortisseurs. La méthode de POD-multiphasique a été testée pour l'étude du déplacement d'un cylindre dans un faisceau de tubes et a donné de bons résultats pour des déplacements importants.

### Références

- [1] M. Bernashi, M. Fatica, SI Melchionna, S. Succi, E. Kaxiras, *A flexible high-performance Lattice Boltzmann GPU code for the simulation of fluid flows in complex geometries*, Concurrency and Computation: Practice and Experience, 2010; 22; 1-14.
- [2] A. Dumon, A. Allery, A. Ammar, *Proper general decomposition (PGD) for the resolution of Navier-Stokes equations*, Journal of Computational Physics, **230**; 2011; 1387-1407
- [3] C. Allery, S. Guerin, A. Hamdouni, A. Sakout. *Experimental and numerical POD study of the Coanda effect used to reduce self-sustained tones*. Mechanics Research Communications, **31**, 105-120, January-February 2004.
- [4] E. Liberge, A. Hamdouni. *Reduced-order modelling method via Proper Orthogonal Decomposition (POD) for flow around an oscillating cylinder*. Journal of Fluids and Structures, **26**(2), 292-311, 2010.
- [5] T. Lieu, C. Farhat, M. Lesoinne. *Reduced-order fluid/structure modelling of a complete aircraft configuration*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **195**, 5730-5742, 2006.
- [6] M. Baronne, I. Kalashnikova, M. Brake, D. Segalman, *Reduced Order Modeling of Fluid/Structure Interaction*, Sandia Report-SAND2009-7189, Sandia National Laboratories, 2009
- [7] R. Bourguet, M. Braza, A. Dervieux, *Reduced-order modeling of transonic flows around an airfoil submitted to small deformations*, Journal of Computational Physics, **230**, (2011), 159-184
- [8] J.S.R. Anttonen, P.L. King, P.S. Beran.. *Application of Multi-POD to a pitching and plunging airfoil*. Mathematical and Computer Modelling, **42** 245-259, 2005.
- [9] A.E.J. Bogaers. *Reduced Order Modeling Techniques for Mesh Movement Strategies as Applied to Fluid Structure Interactions*. Master of engineering, University of Pretoria, 2010.
- [11] E. Liberge, M. Pomarède, A. Hamdouni. *Reduced-order modelling method by POD-multiphase approach for fluid-structure interactions*. European Journal of Computational Mechanics, **19**, 41-52, 2009

# UTILISATION DE LA METHODE DE MECANIQUE MOLECULAIRE DANS LA DETERMINATION DES CONFORMATIONS LES PLUS STABLES DU 2,2,3-TRIMETHYLHEXANE

KHIA ABDERRAHIM<sup>1,2</sup>, ADIL ABDEFATAH<sup>3</sup>, GHANMI MOHAMED<sup>1</sup>, CHAOUCH ABDELAZIZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoires de Chimie des plantes aromatiques et médicinales et du Microbiologie, Centre de Recherche Forestière B.P 763, Rabat Agdal, 10050, Maroc

<sup>2</sup> Laboratoire de Biotechnologie, Environnement et Qualité – UFR des Génie des Procédés, Faculté des Sciences Université Ibn Tofail B.P :133 Kenitra, 14000, Maroc

<sup>3</sup> Département de Chimie, Faculté des Sciences Ben M'sik, Sidi Othman, Casablanca, Maroc

La technique de mécanique moléculaire est habituellement limitée à la détermination de la géométrie moléculaire, des grandeurs thermodynamiques et parfois des propriétés vibrationnelles des molécules. Dans cette étude, nous avons utilisé la méthode de mécanique moléculaire pour déterminer les conformations les plus stables de la molécule 2,2,3-triméthylhexane (223TMH). Pour ce faire, au lieu de faire effectuer des rotations sur chacun des deux groupements terminaux indépendamment de la rotation de l'autre [1,2,3,4], nous avons déterminé l'énergie totale initiale de cette molécule en effectuant des rotations simultanées de ces deux groupements. Les conformations les plus stables correspondent aux configurations d'énergie minimale. Une fois la conformation la plus stable a été déterminée, nous avons calculé les valeurs des longueurs de liaison et des angles de valence.

## Analyse conformationnelle

La conformation de la molécule 223TMH peut être décrite par les deux angles de torsion  $\tau_1 = C_1C_5C_{14}C_{20}$  et  $\tau_2 = C_{14}C_{20}C_{23}C_{26}$  comme le montre la figure-1. La Position initiale est celle pour laquelle la chaîne principale est totalement trans. Afin de déterminer les conformations les plus stables de cette molécule, nous avons choisi d'effectuer une rotation de  $360^\circ$  sur ses deux groupements terminaux simultanément par pas de  $10^\circ$ . C'est-à-dire de faire varier  $\tau_2$  de  $0^\circ$  à  $350^\circ$  par pas de  $10^\circ$  pour chaque valeur de  $\tau_1$  fixe avec  $\tau_1$  variant lui même de  $0^\circ$  à  $350^\circ$  avec le même pas. L'énergie totale initiale est calculée en utilisant le programme QCFF/PI-MCA de Warshell [5,6].

A cause de la symétrie locale  $C_{3v}$  du groupement tertio-butyle portés par les carbones  $C_5$  de cette molécule, les résultats obtenus par rotation de ce groupement sont reproductibles par une rotation de  $120^\circ$ . Le résultat de l'évolution de l'énergie totale initiale de la molécule en fonction de l'angle de torsion  $\tau_2$  pour chaque valeur de  $\tau_1$  fixe est porté dans la figure-2. La valeur de  $\tau_1$  pour laquelle l'énergie est minimale est égale à  $180^\circ$ . La Figure-3 montre l'existence d'un minimum principal pour un angle de torsion  $\tau_2=170^\circ$ . Donc la conformation la plus stable du 223TMH est celle pour laquelle l'un des méthyles du tertio-butyl est en position trans par rapport à la chaîne principale, les deux autres sont à  $\pm 60^\circ$  par rapport au plan de cette chaîne et l'angle de torsion  $\tau_2$  est de l'ordre de  $170^\circ$  [7]. Les valeurs des angles de torsion  $\tau_1$  et  $\tau_2$  de la conformation la moins stable sont respectivement de l'ordre de  $120^\circ$  et  $350^\circ$  [7] (Figure-4).

## Les paramètres structuraux

Les molécules d'alcane ramifiés sont soumises à de fortes interactions stériques dues à la présence des groupements méthyles latéraux. Il en résulte une répulsion entre les groupements encombrés qui a pour effet l'augmentation des valeurs de certains angles par rapport à la valeur tétraédrique de  $109^\circ 28'$  et la diminution de certains autres. Les valeurs de ces angles dépendent également de l'orientation de certains groupements encombrés et varient de la même manière que l'énergie. Leur détermination permet de localiser l'effet stérique et de l'évaluer. Aussi pour les valeurs des liaisons CC et CH, que nous avons choisi dans nos hypothèses de départ identiques entre elles et ayant pour valeur respectivement  $1,54\text{Å}$  et  $1,093\text{Å}$ , changent selon la nature de la liaison dans le sens qu'elles appartiennent à un groupement ou à un autre [7]. Pour le 223TMH les effets stériques sont localisés sur les angles CCC entre le groupement tertio-butyle et le reste de la chaîne d'une part, et entre le carbone tertiaire et le reste de la chaîne. Le premier,  $C_1C_5C_{14}$ , a pour valeur  $110^\circ 36'$  et a donc une ouverture de  $1^\circ$  d'environ. Le second a une valeur de  $110^\circ$  aussi une ouverture de  $1^\circ$ . Les valeurs moyennes des longueurs des liaisons CH et CC sont:

$$\text{CH du méthyle} = 1,1019 \text{ Å}$$

$$\text{CH du méthylène} = 1,1112 \text{ Å}$$

$$\text{CH du c tertiaire} = 1,1212 \text{ Å}$$

$$\text{CC} = 1,5406 \text{ Å}$$

## Conclusion:

Nous avons pu, à l'aide de ce travail, établir la conformation la plus stable de la molécule du 223TMH. Celle-ci n'est pas nécessairement trans comme c'est le cas pour les alcanes normaux. Nous avons su avoir une meilleure connaissance des paramètres structuraux et notamment les valeurs des angles de valence (CCC) et celles des longueurs de liaison de cette molécule.

## Références

- 1- A. Adil, Thèse, N° 126, Université des Sciences et Technologie de Lille, France (1987).
- 2- A. Adil, G. Turell, G. Vergoten and R. G. Snyder, J. Chem. Phys., 146, 13 (1990).
- 3- A. Aboulmouhajir, Thèse, Université D'Anvers Institut Universitaire D'Anvers (1994).
- 4- A. Aboulmouhajir and G. Turell, J. Mol. Structure, 293, 31 (1993).
- 5- A. Warshell, Computers and Chemistry. 1, 195-202 (1977).
- 6- A. Warshell, "The Consistant Force Field and its Quantum Mechanical Extension". In Semiempirical Methods of Electronics Structure Calculation, Part A. Edited by G. A. Segal Plenum Publishing Corporation, New York (1977).
- 7- A. Khia, Thèse, "analyse des spectres de vibration d'une série de nonanes ramifiés Etudes conformationelle et vibrationnelle Faculté des Sciences semlalia, (1997).

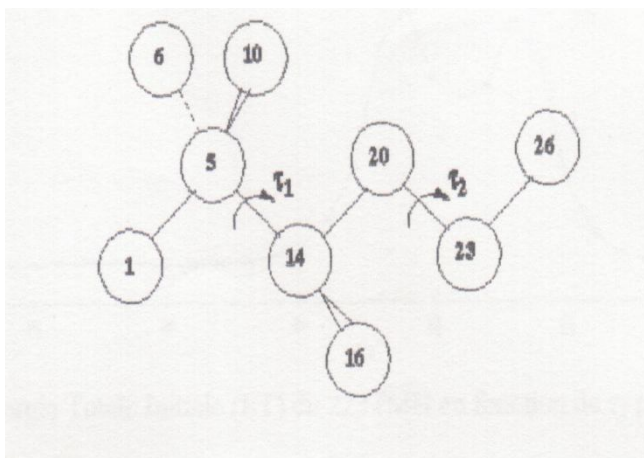


Figure-1: Numérotation des atomes de carbone et angles de torsion du 223TMH.

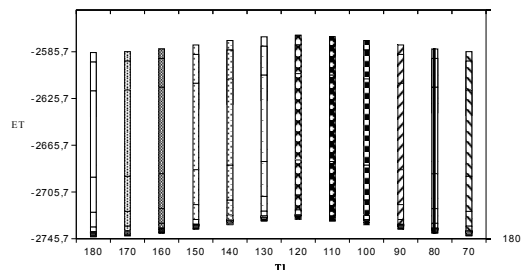


Figure-2: Energie Totale Initiale (ET) du 223TMH en fonction de  $\tau_2$  pour chaque valeur fixe de  $\tau_1$  à une rotation de  $90^\circ$ .

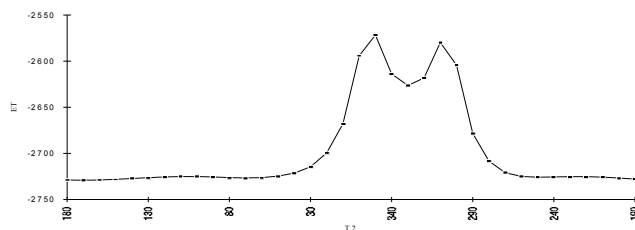


Figure-3: Energie Totale Initiale (ET) du 223TMH en fonction de  $\tau_2$  pour  $\tau_1 = 180^\circ$ .

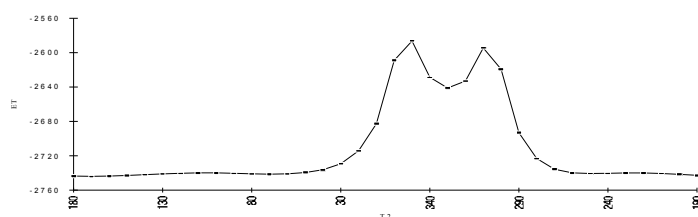


Figure-4: Energie Totale Initiale (ET) du 223TMH en fonction de  $\tau_2$  pour  $\tau_1 = 120^\circ$ .

## Index des Auteurs- Volume II

<b>A</b>		<b>ATOOUNTI M.</b>		94
ABBASSI A.	118, 181	AZIM A.		371
ABDELBAKI A.	318, 341, 356, 409, 344	AZRAR L.		173
ABDELFAH A.	454	AZZI A.		374
ABDELOUAHID T.	418	AZZOUZ S.		350
ABOUDI S.	245	<b>B</b>		
ABOUELKHAYRAT B.	397	BADREZZAMAN A.		377, 432
ABOURIDA B.	312	BAGHDAD M.		153
ACHEMLAL D.	2, 392	BAGHLI F.		254
ACHOUBIR K.	406	BAH A.		435
ACHOUYAB E. H.	171	BAHRAR B.		171, 178
ADDA E. B.	359	BAKI T.		8, 323
ADNAOUI K.	190	BAMBA A.		406
AGOUZOUL M.	303	BANDOU F.		269
AHMADI-SENICHAULT A.	24	BARKA M.		359
AHYOUD S.	27	BEJI H.		347
AIT ABDERRAHMANE H.	121	BEKHOUCHE A.		150
AIT AMAR M.	205	BELABDI O.		239
AITYASSIN Y.	205	BELADRAA B.		374
AJZOUL TAIB	366, 365	BELARCHE L.		312
AL KORACHI I.	135	BELCAID A.		100
ALEM A.	51	BELFALS L.		442
ALIANE K.	159	BELHANAFI A.		199
ALLOUCHE M. H.	227	BELHOCINE A.		277
ALONSO DE MEZQUIA D.	295	BELKAID M. S.		269
AMAHAN B.	315	BEN AISSIA H.		118, 181
AMAHMID A.	335, 339	BEN AYAD S.		420
AMAHMOUJ A.	91	BEN KHELIFA N.		347
AMARA M.	248	BENARD N.		109
AMATOUSSE N.	121	BENAZZOUL A.		141, 176
AMBARI A.	21, 24	BENDOUL A.		73, 138, 251, 263
AMMOURI A.	286	BENEABDELLAH T.		144
AMOURA T.	309	BENELMOSTAFA M.		135
AMRANI F.	239	BENHADID H.		227
AMRAOUI M. A.	159	BENKAHLA Y. K.		415, 215, 239, 286, 412
AMRAQUI S.	36	BENTARZIA F.		156
AMRI Y.	51	BENZEGUIR R.		199
ANISS S.	82, 85, 162, 233	BERASATEGUI JOANES		218
ANSARI O.	435	BERCHICHE M.A.		374
ARIS A. E. K	144	BERROUG F.		280
ARIS A.	8, 323	BLANKE BRUNO		64
ARJDAL E.	332	BLOCK J.C.		224
ASBIK M.	426, 435	BOTTON V.		227
ASLIB I.	400	BOUALI H.		283
ASSELMAN H.	27	BOU-ALI M. M.		218, 295, 368
ASSOUANE D.	400	BOUANINI M.		184
ATCHONOUGLO K.	332	BOUATEM A.		76

BOUCHENAK M.		DRAOUI A.	100
BOUCHETARA M.	277	DRAOUI K.	27
BOUCHGL J.	82	DUPRE J-C.	332
BOUCHTA S.	389		
BOUDALI ERREBAI F.	248	<b>E</b>	
BOUDIAF A.	412, 415	ECHCHADLI M.	85
BOUDLAL A.	126	ECHCHELH A.	12
BOUHAOUSS A.	394	EL ABDALLAOUI M.	335
BOUHSSINE Z.	280	EL ALAMI M.	280, 353
BOUIRDEN L.	205, 209	EL ATALATI N.	173
BOUKALOUCHE M.	15, 18, 45	EL AYACHI R.	318
BOUKENDIL M.	344, 356	EL BAKKALI L.	254
BOUKLI HACENE F.	266	EL BOJADDANI M.	94
BOULANOUAR A.	15, 18, 45	EL BOUARDI A.	365
BOULERHCHA M.	135	EL GANAOUI M.	12, 97, 306, 394
BOULFAF N.	332	EL GUENYARI F.	27
BOUMRAR I.	196	EL HAIM M.	94
BOUNAHMIDI T.	394	EL HALAOUI M.	27
BOURNOT P.	100	EL HAMDANI S.	73, 138
BOU-SAÏD B.	39	EL HAMI A.	439
BOUTAMMACHTE N.	423	EL HAMMOUTI M.	94
BOUTOUDJ M. S.	193	EL HANNAOUI M.	423
BOUTRA A.	215, 239, 286	EL HARFI H.	383
BOUZAIANE M.	88	EL HAROU I M.	3, 392
BOUZIDI M.	5	EL HASSANI H.	423
		EL IHSSINI H.	389
<b>C</b>		EL JARROUDI M.	289
CAPODANNO P.	448	EL JAZOULI M.	209
CATHALIFAUD P.	124	EL KHLIFI M.	39
CHAABANE J. D	135	A. AL MERS	76
CHAABELASRI E. M.	91	EL MGHARI H.	426
CHAGDALI M.	190, 64, 141, 165, 176	EL OMARI M.	280
CHAMPMARTIN S.	21, 24	EL OUEHABI Z.	141
CHAOUCH A.	454	EL QARNIA H.	306, 315
CHAOUFI J.	332	ELBAHAOUI J.	448
CHAOUI K.	350	ELHARFI H.	380, 383
CHARRIER-MOJTABI M. C.	132	ELMOUTAOUAKIL L.	341, 409
CHATEI H.	94	ER-RIANI M.	289
CHEDDADI A.	329, 406	ESSAGHIR E.	300
CHERKI A.	292	ESSAOUINI H.	448
CHERRARED D.	362	EZBAKHE H.	365
CORDIER L.	106, 109		
COUSTEIX J.	124		
		<b>F</b>	
<b>D</b>		FADDA H.	350
DANANE F.	412, 415	FARAJI M.	280
DEEB A.	55	FATMAOUI H.	332
DEMARCO H.	176	FEDDAOUI M.	326, 389
DERRADJI L.	248	FEKRAR A.	359
DIHMANI N.	36	FILALI E.G.	150
DJAMALEDDINE C.	418	FRANCIUS G.	224



**G**

GAMANY LUTHENDA	303
GARNIER J. P.	257
GAROUM M.	292
GERAUD Y.	15, 18, 45
GERMANEAU A.	332
GHABECHE W.	350
GHAFIRI A.	332
GHANMI M.	454
GHARBI M.	260
GILLIERON P.	115
GILMAR M.	126
GRANDIDIER J. C.	257
GUEDDA M.	2
GUESSAB A.	8, 144
GUZEL B.	227

**H**

HACHIMI M.	48
HADDOUT Y.	300
HADJ ARAB A.	269
HAÏKEL BEN HAMED	347
HAJJI C.	251
HAMADICHE M.	67, 173
HAMDI H.	97
HAMDOUNI A.	55
HAMOUR M.	257
HAMZA H.	397
HANAFAI A.	202
HARNAFI M.	15, 18, 45
HASNAOUI M.	338, 380, 297, 318, 335, 383, 403
HASSOU M.	251
HATTABI M.	12
HEMOUZAL L.	273
HENRY D.	227
HIFDI A.	79, 211
HILMI K.	141
HIMI K.	176
HIRECHE Z.	374
HMIMOU A.	30

**I**

IDCHABANI R.	292
IDDAOUDI A.	205
IDLIMAM A.	435
IDRISSI A.	329
IMESSAD K.	248

**J**

JACOB X.	132
----------	-----

**K**

KADDIRI M.	297
KAMAL M.	42
KAMAL M.	272
KAN ZHU	126
KARDELLASS S.	205
KAREM S.	103
KARIOUI R.	205
KASBADJI M. N.	266
KECHICHE N.	118, 181
KHABBAZI A.	292
KHAMLICI A.	420
KHERBA N.	266
KHIA A.	454
KHLIFI H.	202
KHMOU A.	435
KLEIN J. P.	394
KNORR J.	423
KÖHLER W.	295
KÖNIGER A.	295
KORTI A. N.	245
KOURCHI M.	273
KOURTA A.	112, 115
KRIRAA M.	353

**L**

LABED A.	350
LABIOD CHOUAIB	70, 445
LABSI N.	215, 239, 286, 412, 415
LADJANI MALIKA	272
LADOUANI ABDELKRIM	147
LAHJOMRI J.	300, 397, 400
LAHLOU F.	12
LAHNA S.	429
LAILA K.	306
LAKHAL E. K.	280, 315
LAKHAL Y.	254
LAMINE M.	211
LAMSAADI M.	380, 383, 403
LARRAÑAGA M.	368
LASRI A.	442
LE PALEC G.	100
LEBLOND C.	451
LEKOUCH K.	209
LIBERGE E.	451

LILI T.	88	NAJJI B.	442
LIMAM K.	138	NECIB B.	168
LONGATTE E.	451	NEMDILI A.	58, 147, 230
LOUAHLIA-GUALOUS H.	426	NOACK B. R.	106, 109
LOUHIBI M. A.	283		

**M**

M. JESUS ELEJABARRIETA	218
MACHU E.	141
MAKAYSSI T.	380, 383, 403
MALVAULT G.	21, 24
MANDRI Y.	394
MANEL J.	103
MANGIN D.	394
MANGOUB G.	141
MANIANA M.	371
MANSOURI M.	439
MAOUDJ Y.	248
MARTEMIANOV S.	257
MASBERNAT L.	70, 445
MASLOUHI A.	30, 48
MATAOUI A.	156
MAUSS M.	124
MECIEB F. Z.	153
MEDIOUNI M.	273
MEDIOUNI T.	312
MEDJAHED D. M.	8
MEHIDI N.	121
MERABET A.	168
MERROUCHI R.	165
MEZIANI BACHIR	309
MEZRHAB A.	5, 36
MIALDUN ALIAKSANDR	295, 368
MILLET S.	227
MIR R.	326
MOHAMED D.	418
MOHELLEBI M.	129
MOJTABI A.	132
MORDAN S.	64, 179, 190, 165
MOUFEKKIR F.	5
MOUHANNI H.	263
MOUJANE A.	64
MOUNIR BOU-ALI M.	218, 295, 368
MOUSSA C.	272
MOUSSAOUI M. A.	5

**N**

NABHANI M.	39
NAIMI M.	297, 318, 380, 383, 403
NAJAM M.	280, 353
NAJI H.	5

**O**

ORBI A.	176
OTMANI S.	73
OUADHA A.	153
OUAZZANI M. T.	79, 233, 329
OUBARRA A.	300, 397, 400
OUBELLA M.	326
OUIBRAHIM A.	129, 196, 257
OUKACH S.	97
OUKHLEF A.	21, 24
OULDHADDA D.	236, 429
OURRAD O.	309

**P**

PATEYRON B.	97
POMAREDE M.	451

**Q**

QANZA H.	30
----------	----

**R**

RADI B.	439
RAFIKI A.	79, 211
RAHMOUN J.	33
RAHMOUNI A.	15, 18, 45
RAJI A.	297, 318, 380
RAZAFINDRALANDY D.	55
RHANIM H.	371
RIABI M.	187
RIAH M.	233
RICH A.	394
RODRIGUEZ DEL CASTRO A.	24
ROMAIN J.	112
RTIBI A.	338

**S**

SAAD A.	12
SADAOUI D.	309
SAIM R.	245
SALHI N.	91, 135, 283
SAMAOUALI A.	15, 18, 45
SAMRI H.	171
SEBBANI M. J.	15, 18, 45

SEGHIRI A.	374	ZAYDAN M.	386
SEHAQUI R.	377, 386, 432	ZRIKEM Z.	341, 344, 356, 409
SELHAOUI V.	205		
SELKA G.	245		
SHEVTSOVA V.	295, 368		
SIDI ALI K.	51		
SKALLI L. S.	233		
SMAIL A.	42		
SMAILI Y.	272		
SOUALMIA A.	70, 103, 260, 445		
SOUHAR M.	82		
SRITI M.	2, 392		

## T

TAHA JANAN M.	144, 303
TAHRI B.	184
TAMANI M.	178, 171
TAMOH K.	48
TAOUKIL D.	365
THAKER A.	112
THAMRI L.	88
TISSOT G.	106, 109
TOUNSI N.	190
TOUNSI A.	359
TOUSSAINT M.	61

## V

VALENTINA S.	368, 395
VALLEE C.	332
VASSEUR P.	347
VEESLER S.	394
VILLE F.	442

## W

WIFAYA A.	209
-----------	-----

## Y

YADIL N.	377
YAGOUBI M.	162
YASNOU V.	295
YOUCEFI A.	221
YOUCEFI S.	221

## Z

ZAGZOULE M.	124
ZAOUALI S.	70, 445
ZAQUI M.	321

Avec le soutien de :



**FS**

*Agadir*

**ENSA**

*Agadir*

**ENCG**

*Agadir*

**EST**

*Agadir*

**EST**

*Guelmim*

